



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۱۹ بهمن ۱۳۹۷)

(مباحث ۳ اسفند ۹۷)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	شهرزاد حسین زاده
گروه ویراستاری	علی ارجمند	علی ارجمند	علی ارجمند سید عادل حسینی	حمید زرین کفش	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفتر چه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفتر چه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

مشتق

صفحه‌های ۸۴ تا ۹۶

۱- دامنه تابع مشتق $f(x) = \begin{cases} x + [x] & ; |x| < 1 \\ 2x^2 + |x| & ; |x| \geq 1 \end{cases}$ کدام است؟ $[]$ ، علامت جزء صحیح است.

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-1\} \quad (2)$$

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{1\} \quad (1)$$

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\} \quad (4)$$

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-1, 1\} \quad (3)$$

۲- اگر $f(x) = \min\{\sin x, -\sin x\}$ باشد، حاصل $f'_+(0)$ کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

۳- تابع معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x < -1 \\ x^2+1 & ; x \geq -1 \end{cases}$ در دو نقطه مشتق پذیر نیست. فاصله آن دو نقطه کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

۴- در تابع $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{1}{x+1}\right] \frac{\sin^2 x}{x} & ; x \neq 0, -1 \\ 0 & ; x = 0, -1 \end{cases}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟ $[]$ ، علامت جزء صحیح است.

$$1 \quad (2)$$

(۱) صفر

(۴) وجود ندارد.

(۳) ۲

۵- زاویه بین مماس‌های رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3} & ; x \leq 1 \\ -\frac{1}{6}x^2 & ; x > 1 \end{cases}$ در $x=1$ ، کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$



۶- اگر $f(x) = |x^2 - x|$ و $g(x) = |x^2 + x|$ باشد، توابع $f + g$ و $f - g$ در نقطه $x = 0$ به ترتیب کدام وضع زیر را دارند؟

(۱) مشتق پذیر - مشتق پذیر

(۲) مشتق پذیر - مشتق ناپذیر

(۳) مشتق ناپذیر - مشتق پذیر

(۴) مشتق ناپذیر - مشتق ناپذیر

۷- از نقطه $A(0, 3)$ مماسی بر منحنی تابع $f(x) = x + \frac{3}{x}$ رسم می‌کنیم. طول نقطه تماس کدام است؟

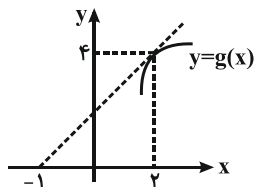
(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) ۶

۸- نمودار زیر مربوط به تابع $y = g(x)$ است. اگر $f(x) = \frac{3x}{g(x)}$ باشد، $f'(2)$ کدام است؟ (g همواره مشتق پذیر است).



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{3}{8}$

(۴) -۱

۹- اگر مماس‌های چپ و راست بر نمودار تابع $f(x) = |x - 2| \sqrt{ax + 3}$ در $x = 2$ بر هم عمود باشند، مقدار a کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۱

(۴) -۲

۱۰- اگر $f(x) = \tan x$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\frac{\pi}{4} + h) - f^2(\frac{\pi}{4})}{h}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۳

(۴) ۱



هندسه ۳

هندسه ۳

آشنایی با مقاطع مخروطی

بردارها

صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸

۱۱- اگر A' تصویر قائم نقطه $A = (3, 2, -1)$ روی صفحه xz و B' قرینه نقطه $B = (-2, 2, -3)$ نسبت به محور x ها باشد، طول پاره خط $A'B'$ کدام است؟

$$(1) \quad 3 \qquad (2) \quad \sqrt{26}$$

$$(3) \quad 3\sqrt{5} \qquad (4) \quad \sqrt{5}$$

۱۲- اگر تصویر قائم نقطه A بر محور x ها بر قرینه آن نسبت به این محور منطبق باشد، آنگاه فاصله نقطه A از مبدأ مختصات

لزوماً با فاصله آن از کدام یک از محورها یا صفحه‌های زیر برابر نیست؟

(۱) محور y ها(۲) محور z ها(۳) صفحه xy (۴) صفحه yz ۱۳- نقاط $A = (4, 0, 5)$ و $B = (2, -2, 4)$ در فضا مفروض اند. اگر M نقطه دلخواهی در فضا باشد، می‌نیمم عبارت $|MA| + |MB|$

کدام است؟

$$(1) \quad 4 \qquad (2) \quad 3$$

$$(3) \quad 2 \qquad (4) \quad 5$$

۱۴- نقطه $A = (2, -1, 3)$ مفروض است. اگر A' تصویر قائم نقطه A روی صفحه xz و A'' قرینه A نسبت به صفحه yz باشد،آنگاه مجموع مختصات نقطه وسط $A'A''$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{5}{2} \qquad (2) \quad \frac{3}{2}$$

$$(3) \quad 3 \qquad (4) \quad \text{صفر}$$

۱۵- چند نقطه روی محور y ها می‌توان یافت به گونه‌ای که از نقطه $A = (1, -1, 0)$ ، یک واحد فاصله داشته باشند؟

$$(1) \quad \text{صفر} \qquad (2) \quad 1$$

$$(3) \quad 2 \qquad (4) \quad \text{بی‌شمار}$$



۱۶- قرینه نقطه $A = (3, 2, 1)$ نسبت به محورهای Ox و Oy به ترتیب نقاط B و C هستند. اگر نقاط A ، B ، C و D چهار رأس

یک متوازی‌الاضلاع به قطر AD باشند، مختصات رأس D کدام است؟

(۱) $(-3, -2, -3)$ (۲) $(-3, -2, 1)$

(۳) $(0, 0, -1)$ (۴) $(-6, -4, -1)$

۱۷- نقاط $A = (-1, 2, 1)$ ، $B = (2m + 1, 3, m)$ و $C = (-1, 5, m + 4)$ سه رأس مثلث ABC را تشکیل می‌دهند. اگر طول میانه

AM از این مثلث برابر ۲ باشد، مجموع مؤلفه‌های نقطه M کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) صفر

۱۸- یک تلسکوپ انعکاسی دارای یک آینه سهموی است که فاصله رأس تا کانون آن ۲۴ سانتی‌متر و قطر قاعده آن ۶۰ سانتی‌متر

است. عمق آینه در مرکز آن چند سانتی‌متر است؟

(۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{25}{4}$

(۳) $\frac{75}{4}$ (۴) $\frac{75}{8}$

۱۹- دو شعاع نور موازی با محور x ها به سهمی $y^2 - 4y + 8x - 4 = 0$ می‌تابند. محل تلاقی بازتابش این دو شعاع نور کدام نقطه

است؟

(۱) $(-1, 2)$ (۲) $(0, 2)$

(۳) $(2, 2)$ (۴) $(3, 2)$

۲۰- شعاع نوری در راستای خط $y = -2$ به سهمی $y^2 = 6x + 12$ برخورد می‌کند. معادله شعاع بازتابش نور کدام است؟

(۱) $12x + 5y + 6 = 0$ (۲) $12x - 5y + 6 = 0$

(۳) $5x + 12y + \frac{5}{2} = 0$ (۴) $5x - 12y + \frac{5}{2} = 0$



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

ترکیبات

صفحه‌های ۵۵ تا ۶۱

ریاضی ۱

شمارش، بدون شمردن

صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

۲۱- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارند، به طوری که هر یک از آن‌ها

شامل فقط یک عدد اول باشد؟

۲۰ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)

۲۲- به چند طریق می‌توان از بین ۷ دانش‌آموز و ۵ دانشجو، یک گروه ۶ نفری انتخاب نمود، به طوری که دانشجوی خاصی حتماً عضو

گروه بوده و این گروه حداکثر ۲ دانش‌آموز داشته باشد؟

۹۱ (۱)

۸۴ (۲)

۷۲ (۳)

۶۳ (۴)

۲۳- چند عدد پنج رقمی زوج با ارقام متمایز می‌توان نوشت که دقیقاً دو رقم آن زوج باشد؟

۴۵۶۰ (۱)

۲۸۸۰ (۲)

۱۶۸۰ (۳)

۱۲۰۰۰ (۴)

۲۴- می‌خواهیم با سه حرف «پ»، «د» و «ر» و ارقام ۱، ۲ و ۳، یک رمز شامل ۶ کاراکتر تشکیل دهیم. تعداد رمزهای قابل تولید که

در هر یک از آنها همواره ارقام کنار یکدیگرند، کدام است؟

۶۰ (۱)

۷۲ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۴۴ (۴)

۲۵- چند تابع اکیداً صعودی از مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وجود دارد؟

۲۷ (۱)

۶۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۲۰ (۴)



۲۶- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ای هشت حرفی برابر $7!$ شده است. چه تعداد از حروف این کلمه، دقیقاً دوبار تکرار شده‌اند؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۲۷- با ارقام $1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4$ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت که حتماً رقم تکراری داشته باشد؟

۱۲ (۱)

۲۴ (۲)

۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

۲۸- با ارقام $0, 0, 0, 1, 1, 2$ چند عدد شش‌رقمی می‌توان نوشت؟

۲۰ (۱)

۲۴ (۲)

۳۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

۲۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ چند جواب صحیح با شرط $x_i \geq i$ ($i = 1, 2, 3$) دارد؟

۲۸ (۱)

۲۴ (۲)

۲۰ (۳)

۱۵ (۴)

۳۰- اگر تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$ برابر تعداد جواب‌های طبیعی معادله

$x_1 + x_2 + \dots + x_k = 9$ باشد، آنگاه مقادیر ممکن برای k کدام است؟

۵ و ۴ (۱)

۶ و ۴ (۲)

۶ و ۳ (۳)

۵ و ۳ (۴)



فیزیک ۳

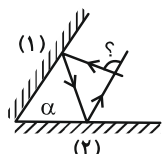
فیزیک ۳

برهم کنش‌های موج

صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۵

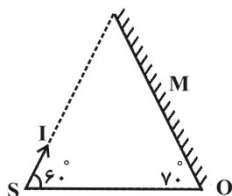
۳۱- در شکل زیر، زاویه‌ای که پرتوی بازتابیده از آینه تخت (۲) با پرتوی تابیده به آینه تخت (۱) می‌سازد،

کدام است؟

 2α (۲) α (۱) 4α (۴) 3α (۳)

۳۲- در شکل زیر، آینه تخت M چند درجه و چگونه حول محوری عمود بر صفحه کاغذ که از نقطه O می‌گذرد، دوران کند تا پرتوی SI

منطبق بر خودش بازتاب یابد؟



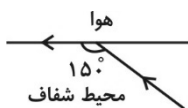
(۱) ۳۰، ساعتگرد

(۲) ۳۰، پادساعتگرد

(۳) ۴۰، ساعتگرد

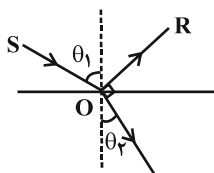
(۴) ۴۰، پادساعتگرد

۳۳- شکل زیر، نمودار پرتویی مسیر پرتوی نور تک رنگی را که از یک محیط شفاف وارد هوا شده است، نشان می‌دهد. سرعت نور در این

محیط شفاف چند متر بر ثانیه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$) $\frac{\sqrt{3}}{3} \times 10^8$ (۲) $\sqrt{3} \times 10^8$ (۱) $\frac{1}{3} \times 10^8$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10^8$ (۳)

۳۴- مطابق شکل زیر، پرتو نوری از هوا به طور مایل وارد محیط شفافی به ضریب شکست $\sqrt{3}$ می‌شود. اگر پرتوی بازتابیده نور بر پرتوی

شکسته آن عمود باشد، زاویه تابش چند درجه است؟



۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۳۷ (۴)

۶۰ (۳)



۳۵- یک دسته پرتوی نور تحت زاویه تابش 45° از هوا وارد محیط شفاف می‌شود و نسبت به مسیر اولیه‌اش، 15° به خط عمود بر سطح

جدایی دو محیط در نقطه تابش، نزدیک می‌شود. سرعت نور در محیط شفاف چند متر بر ثانیه است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

(۱) $1/5\sqrt{2} \times 10^8$

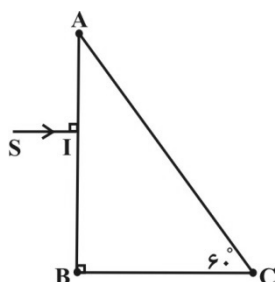
(۲) $\sqrt{2} \times 10^8$

(۳) 2×10^8

(۴) $2\sqrt{2} \times 10^8$

۳۶- مطابق شکل، پرتوی نور تک‌رنگ SI از هوا به‌طور عمود بر وجه AB از منشوری که ضریب شکست آن $\sqrt{3}$ می‌باشد، می‌تابد. پرتوی

SI پس از عبور از منشور چند درجه نسبت به راستای اولیه خود منحرف می‌شود؟



(۱) ۱۵

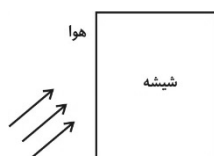
(۲) ۳۰

(۳) ۴۵

(۴) ۶۰

۳۷- در شکل زیر، موج‌های نور فرودی از هوا وارد شیشه می‌شوند. بعضی از آن‌ها در سطح جدایی دو محیط بازتابیده و بعضی شکسته

شده و وارد شیشه می‌شوند. کدامیک از کمیت‌های زیر برای موج‌های بازتابیده و موج‌های شکست یافته یکسان است؟



(۱) امتداد

(۲) طول موج

(۳) تندی

(۴) بسامد



۳۸- کدام یک از عبارتهای زیر درباره آزمایش یانگ صحیح است؟

- (۱) اگر آزمایش یانگ را به جای هوا در محیطی به ضریب شکست n انجام دهیم، پهنای نوارها افزایش می یابد.
- (۲) اگر آزمایش یانگ را با نوری با بسامد بیش تر انجام دهیم، پهنای نوارهای روشن و تاریک افزایش می یابد.
- (۳) آزمایش یانگ ثابت می کند که نور ماهیت موجی دارد.
- (۴) برای ایجاد طرح تداخلی، می توان از دو چشمه نور هم دامنه، اما دارای بسامدهای مختلف استفاده کرد.

۳۹- یک دسته پرتوی نور سبز از هوا وارد محیطی به ضریب شکست $\frac{3}{4}$ می شود. رنگ و طول موج آن چه تغییری می کند؟

(۱) رنگ آن متمایل به زرد می شود و طول موج آن تغییر نمی کند.

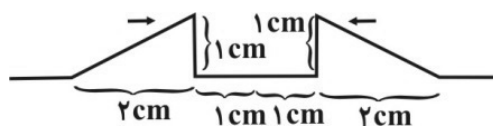
(۲) رنگ آن تغییری نمی کند و طول موج $\frac{2}{3}$ برابر می شود.

(۳) رنگ آن متمایل به آبی و طول موج $\frac{2}{3}$ برابر می شود.

(۴) رنگ آن تغییری نمی کند و طول موج $\frac{3}{4}$ برابر می شود.

۴۰- مطابق شکل زیر دو تپ با سرعت های یکسان $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ در حال حرکت به سوی یکدیگر هستند. ۲ ثانیه پس از لحظه ای که در شکل زیر

نشان داده شده است، شکل برهم نهی دو تپ مطابق با شکل کدام گزینه خواهد بود؟





شیمی ۳

شیمی ۳

شیمی جلوه‌ای از
هنر، زیبایی و ماندگار
صفحه‌های ۷۳ تا ۸۱

۴۱. در کدام گزینه، جمله نوشته شده در ارتباط با ماده اول برخلاف ماده دوم درست است؟

(۱) مانند همه مولکول‌های دو اتمی جور هسته، در اثر نزدیک شدن میله باردار به باریکه مایع

آن، منحرف نمی‌شود: $SO_3 - SO_2$

(۲) به علت توزیع متقارن بار جزئی پیرامون مولکول، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند: $HF - Cl_2$

(۳) احتمال حضور الکترون در اطراف هسته اتم اکسیژن در آن بیش‌تر است و اتم اکسیژن بار جزئی منفی دارد: $OF_2 - H_2O$

(۴) به علت قطبیت مولکول، تعداد بیشتری از الکترون‌ها در بخشی از مولکول که دارای بار جزئی منفی است نسبت به سایر بخش‌ها

حضور دارد: $CH_4 - O_2$

۴۲. کدام موارد نادرست‌اند؟

الف) در همه مولکول‌های خطی ۳ اتمی که دارای اتم‌های غیرمرکزی مشابه هستند، اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی بوده و گشتاور دو قطبی آنان تقریباً معادل μ است.

ب) در مولکول‌هایی مانند CO_2 و SO_2 که اتم مرکزی دارای بار جزئی مثبت دارند، چون بار جزئی منفی پیرامون اتم مرکزی متقارن توزیع شده است ناقطبی هستند.

پ) احتمال حضور الکترون‌ها در مولکول اتین، بین دو هسته کربن از هر جای دیگر بیشتر است.

ت) همه مولکول‌هایی که فاقد بار جزئی هستند، فاقد قطبیت‌اند؛ اما برخی مولکول‌های ناقطبی، در مولکول خود بار جزئی هم دارند.

(۱) الف و ت (۲) الف و ب (۳) الف (۴) ب و ت

۴۳. در کدام گزینه، ترتیب درستی در ارتباط با وقایع رخ داده در نوعی از فناوری مورد استفاده در تولید انرژی الکتریکی از انرژی

پرتوهای خورشیدی ذکر شده است؟

(۱) بخار آب ابتدا خنک و مایع می‌شود و سپس در اثر تجمع پرتوهای خورشید توسط آینه روی آن، مجدداً داغ و تبخیر می‌شود.

(۲) شارهای که در برج، توسط پرتوهای باز تابیده از آینه‌ها داغ می‌شود، انرژی را طوری در خود ذخیره می‌کنند که این فناوری در روزهای سرد

و شب‌ها نیز قابل استفاده باشد.

(۳) تابش مستقیم نور خورشید به $NaCl$ مذاب، موجب داغ شدن آن و تأمین انرژی لازم برای تبخیر آب می‌شود.

(۴) پس از عبور شار $NaCl$ از وسیله سرد کننده، مجدداً به برج باز می‌گردد.

۴۴. تفاوت بین نقطه ذوب و نقطه جوش ... نسبت به ... به علت قوی‌تر بودن نیروهای ...، بیشتر است.

(۱) $HF - NaCl$ - یونی از کووالانسی (۲) $HF - N_2$ - هیدروژنی از واندروالسی

(۳) $H_2O - Al_2O_3$ - یونی از هیدروژنی (۴) $NaCl - Cl_2$ - کووالانسی از یونی

۴۵. در کدام گزینه آنتالپی فروپاشی شبکه به درستی مقایسه نشده است؟

(۱) $Al_2O_3 > NaF > CsF$ (۲) $AlN > FeO > NaCl$

(۳) $MgO > CaCl_2 < NaCl$ (۴) $LiF > NaCl > NaF$



۴۶. اطلاعات نوشته شده در کدام گزینه در رابطه با ترکیب یونی ذکر شد درست نیست؟

- (۱) عامل قرمزی خاک رس - نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون آن برابر است با نسبت کاتیون به آنیون در ترکیب منیزیم فسفات
- (۲) KCl - دارای آنتالپی فروپاشی شبکه کمتر از $LiBr$ و KF است.
- (۳) سود سوزآور - کاتیونی با شعاع کمتر از همه کاتیون‌های هم‌دوره خود دارد.
- (۴) TiO_2 - دارای آنیونی با چگالی بار بیشتر از یون فلئورید است.

۴۷. آنتالپی فروپاشی همواره ... است و گرمای مبادله شده طی فروپاشی ... است.

- (۱) مثبت - یک مول جامد یونی و تولید یون‌های گازی سازنده
 - (۲) منفی - یک مول جامد یونی و تولید یون‌های گازی سازنده
 - (۳) مثبت - مقداری جامد یونی که یک مول از هر یون گازی سازنده تولید می‌کند
 - (۴) منفی - مقداری جامد یونی که یک مول از هر یون گازی سازنده تولید می‌کند
۴۸. چگالی بار یون‌ها با ... رابطه ... دارد و بین ... کمترین شعاع را دارد.

- (۱) شعاع - عکس - آنیون‌های دوره دوم، Cl^-
- (۲) شماره دوره - مستقیم - کاتیون‌های دوره سوم، Na^+
- (۳) بار - مستقیم - آنیون‌های دوره دوم، N^{3-}
- (۴) شماره دوره - عکس - کاتیون‌های دوره سوم، Al^{3+}

۴۹. کدام گزینه درست است؟

- (۱) فرمول شیمیایی هر ترکیب، ساده‌ترین نسبت بین ذره‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.
- (۲) واژه شبکه بلوری برای هر ترکیب، آرایش سه بعدی و منظم یون‌ها در حالت جامد را بیان می‌کند.
- (۳) آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکه بلوری یونی، همواره از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند.
- (۴) چگالی بار یون هم ارز نسبت شعاع به بار یون است.

۵۰. در کدام گزینه، ویژگی ذکر شده برای تعداد درستی از مولکول‌های مواد نوشته شده صادق است؟

کربونیل سولفید، آمونیاک، سیلیکات، PO_4^{3-} ، SO_3 و اوزون.

- (۱) دارای ساختار خطی یا خمیده: ۵
- (۲) در ساختار لوویس آن پیوند دوگانه وجود دارد: ۴
- (۳) دارای بالغ بر ۳ جفت الکترون ناپیوندی است: ۵
- (۴) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی آن، اتم مرکزی آبی است: ۶



$$(f^{-1})'(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} & ; x > 0, x \neq 1 \end{cases}$$

همان طور که ملاحظه می‌کنیم، تابع f^{-1} در دو نقطه به طول‌های $x=0$ و $x=1$ مشتق‌پذیر نیست.

$$\left. \begin{aligned} f^{-1}(0) = -1 &\Rightarrow A = (0, -1) \in f^{-1} \\ f^{-1}(1) = 0 &\Rightarrow B = (1, 0) \in f^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{(0-1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2}$$

(سید عارل حسینی)

۴- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left[\frac{1}{x+1} \right] \frac{\sin^2 x}{x} - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x+1} \right] \frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x+1} \right] \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x+1} \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{1}{x+1} \right] = [1^-] = 0 \\ f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{1}{x+1} \right] = [1^+] = 1 \end{cases}$$

بنابراین تابع در نقطه $x=0$ مشتق ندارد.

(هاری پلار)

۵- گزینه «۲»

مشتق تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & ; x < 1 \\ \frac{-1}{3}x & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow m_1 = f'_-(1) = \frac{1}{2}, m_2 = f'_+(1) = \frac{-1}{3}$$

حال اگر زاویه بین دو نیم مماس را θ بنامیم؛ داریم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{-1}{3}\right)}{1 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{-1}{3}\right)} \right| = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۴»

(کیا مقرر نیاک)

ضابطه بالایی، به دلیل حضور $[x]$ ، به ازای مقادیر صحیح x مشتق‌ناپذیر است.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & x \leq -1 \\ x + [x] & -1 < x < 1 \\ 2x^2 + x & x \geq 1 \end{cases}$$

پس تاکنون این تابع در $x=0$ مشتق‌ناپذیر است و در نقاط $x=-1$ و

$x=1$ تابع دارای ناپیوستگی است، در نتیجه در این نقاط نیز تابع f

مشتق‌ناپذیر است.

$$f'(x) = \begin{cases} 4x - 1 & ; x < -1 \\ 1 & ; -1 < x < 1 \\ 4x + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

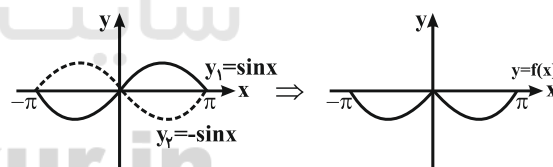
نقاطی که تابع f در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است، در دامنه f' وجود

نخواهند داشت. پس:

$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$$

(میب شفعی)

۲- گزینه «۲»



با توجه به نمودار، در همسایگی راست صفر ضابطه $f(x)$ برابر $-\sin x$ است:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin x - 0}{x} = -1$$

(ممد رضا شوکتی بیرق)

۳- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم.

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x-1 & ; x < 0 \\ \sqrt[3]{x-1} & ; x \geq 0 \end{cases}$$



$$g'(2) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-0}{2-(-1)} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} g(2) = 4 \\ g'(2) = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{2(4) - 6(\frac{4}{3})}{(4)^2} = \frac{12-8}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(فریدون ساعتی)

-۹ گزینه ۳»

شیب‌های مماس چپ و راست بر نمودار f در نقطه‌ای به طول ۲ به ترتیببرابرند با $f'_-(2)$ و $f'_+(2)$. بنابراین:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|\sqrt{ax+3} - 0}{x-2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{ax+3} - \sqrt{2a+3}}{x-2} \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-\sqrt{ax+3} + \sqrt{2a+3}}{x-2} \end{cases}$$

 $f'_+(2)f'_-(2) = -1 \Rightarrow$ مماس‌های چپ و راست در $x=2$ بر هم عمودند.

$$\Rightarrow (\sqrt{2a+3})(-\sqrt{2a+3}) = -1$$

$$\Rightarrow 2a+3 = 1 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

(عیب شفیی)

-۱۰ گزینه ۲»

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\frac{\pi}{4} + h) - f^2(\frac{\pi}{4})}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4}))(f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} (f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))$$

$$= f'(\frac{\pi}{4}) \times 3f^2(\frac{\pi}{4}) \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 3f'(\frac{\pi}{4})f^2(\frac{\pi}{4}) = 6$$

(ممد رضا شوکتی بیرق)

-۶ گزینه ۳»

$$(f \pm g)(x) = |x^2 - x| \pm |x^2 + x| = |x| (|x-1| \pm |x+1|)$$

$$(f-g)'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| (|x-1| - |x+1|) - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|(-2x)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} -2|x| = 0$$

 $f-g$ در $x=0$ مشتق پذیر است.

$$(f+g)'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| (|x-1| + |x+1|) - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2|x|}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (f+g)'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2|x|}{x} = 2 \\ (f+g)'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2|x|}{x} = -2 \end{cases}$$

 $f+g$ در $x=0$ مشتق ناپذیر است.

(کاظم ایلالی)

-۷ گزینه ۲»

نقطه تماس روی منحنی f را به صورت $A(\alpha, \alpha + \frac{3}{\alpha})$ در نظر می‌گیریم.

$$f(x) = x + \frac{3}{x} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2} \Rightarrow m_{\text{مماس}} = f'(\alpha) = 1 - \frac{3}{\alpha^2}$$

بنابراین معادله خط مماس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - (\alpha + \frac{3}{\alpha}) = (1 - \frac{3}{\alpha^2})(x - \alpha)$$

$$\Rightarrow 3 - \alpha - \frac{3}{\alpha} = (1 - \frac{3}{\alpha^2})(0 - \alpha)$$

$$\Rightarrow 3\alpha - \alpha^2 - 3 = -\alpha^2 + 3$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 2: \text{ طول نقطه تماس}$$

(هادی پلاور)

-۸ گزینه ۱»

$$f(x) = \frac{3x}{g(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{3g(x) - 3xg'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{3g(2) - 3(2)g'(2)}{g^2(2)} = \frac{3g(2) - 6g'(2)}{g^2(2)}$$

می‌دانیم $g(2)$ مقدار تابع در نقطه $x=2$ می‌باشد، پس: $g(2) = 4$ (با توجه به شکل).ضمناً $g'(2)$ همان شیب خط مماس بر نمودار $g(x)$ در نقطه $x=2$ است.



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

$$\begin{cases} A = (3, 2, -1) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی صفحه } xz} A' = (3, 0, -1) \\ B = (-2, 2, -3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} B' = (-2, -2, 3) \end{cases}$$

$$|A'B'| = \sqrt{(-2-3)^2 + (-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومویب)

با توجه به فرض سؤال، نقطه A باید روی محور Xها قرار داشته باشد که در این

صورت مختصات آن به صورت (a, 0, 0) است. بنابراین فاصله نقطه A از

صفحه XY برابر صفر و از محور Yها، محور Zها و صفحه YZ برابر |a| است.

۱۳- گزینه «۲»

(مفسن ربیعی نامنی)

مینیمم عبارت $|MA| + |MB|$ زمانی اتفاق می افتد که نقاط A، B و M هر

سه در یک راستا قرار گیرند و M بین A و B باشد. در این صورت مقدار این

عبارت برابر $|AB|$ است. داریم:

$$|AB| = \sqrt{(2-4)^2 + (-2-0)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$$

۱۴- گزینه «۱»

(سامان اسپهرم)

$$A = (2, -1, 3) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی صفحه } xz} A' = (2, 0, 3)$$

$$A = (2, -1, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحه } yz} A'' = (-2, -1, 3)$$

$$\Rightarrow A'A'' \text{ نقطه وسط } M \left(0, -\frac{1}{2}, 3 \right)$$

$$\Rightarrow x_M + y_M + z_M = \frac{5}{2}$$

۱۵- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومویب)

مجموعه نقاطی از فضا که از نقطه $A = (1, -1, 0)$ به فاصله واحد باشند، کره‌ای

است به مرکز A و به شعاع یک واحد. از طرفی فاصله نقطه A از محور Yها

برابر است با $\sqrt{1^2 + 0^2} = 1$. پس کره مورد نظر بر محور Yها مماس است و

نقطه تماس محور Yها و کره، تنها نقطه‌ای از محور Yهاست که از نقطه A به

فاصله واحد می‌باشد.

نکته: فاصله نقطه $A = (x_0, y_0, z_0)$ از محور Yها برابر است با $\sqrt{x_0^2 + z_0^2}$.

۱۶- گزینه «۱»

(مهدی صادق ثابتی)

$$A = (3, 2, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } Ox} B = (3, -2, -1)$$

$$A = (3, 2, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } Oy} C = (-3, 2, -1)$$

$$x_A + x_D = x_B + x_C \Rightarrow 3 + x_D = 3 - 3 \Rightarrow x_D = -3$$

$$y_A + y_D = y_B + y_C \Rightarrow 2 + y_D = -2 + 2 \Rightarrow y_D = -2$$

$$z_A + z_D = z_B + z_C \Rightarrow 1 + z_D = -1 - 1 \Rightarrow z_D = -3$$

$$\Rightarrow D = (-3, -2, -3)$$

۱۷- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2m + 1 - 1}{2} = m \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{m + m + 4}{2} = m + 2 \end{cases}$$

$$|AM| = \sqrt{(m+1)^2 + (4-2)^2 + (m+2-1)^2} = 2$$

$$\Rightarrow (m+1)^2 + 4 + (m+1)^2 = 4 \Rightarrow 2(m+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow m = -1 \Rightarrow M = (-1, 4, 1)$$

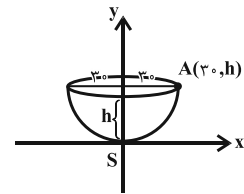
$$-1 + 4 + 1 = 4$$

مجموع مؤلفه‌های M برابر است با:



۱۸ - گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)



این تلسکوپ از روبه‌رو به صورت یک سهمی قائم با دهانه رو به بالا است که

رأس آن، نقطه $S(0,0)$ می‌باشد. بنابه فرض فاصله کانونی سهمی $a = 24$

است. پس داریم:

$$معادله سهمی: (x-0)^2 = 4(24)(y-0) \Rightarrow x^2 = 96y$$

$$A \in \text{سهمی} \Rightarrow 30^2 = 96h \Rightarrow h = \frac{900}{96} = \frac{75}{8} \text{ cm}$$

۱۹ - گزینه «۱»

(کیوان داری)

سهمی افقی است و محور تقارن آن موازی با محور x ها است. بنابراین دو شعاعنوری که موازی با محور x ها به این سهمی می‌تابند، بعد از بازتابش از کانون

سهمی عبور می‌کنند. داریم:

$$y^2 - 4y + 8x - 4 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y = -8x + 4$$

$$\Rightarrow y^2 - 4y + 4 = -8x + 8 \Rightarrow (y-2)^2 = -8(x-1)$$

$$S(1,2), 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

دهانه سهمی به چپ باز می‌شود، پس مختصات کانون آن به صورت زیر است:

$$F(-a+h, k) = (-2+1, 2) = (-1, 2)$$

۲۰ - گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

$$y^2 = 6x + 12 \Rightarrow y^2 = 6(x+2)$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت راست باز می‌شود. رأس سهمی، نقطه

 $S(-2,0)$ و فاصله کانونی آن $a = \frac{3}{2}$ است. محور تقارن سهمی، محور x ها

است، بنابراین چون شعاع نور موازی محور تقارن سهمی به آن تابیده، پس شعاع

بازتابش از کانون سهمی عبور می‌کند. داریم:

$$F(a+h, k) = \left(\frac{3}{2} - 2, 0\right) = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

اگر محل برخورد شعاع نور با سهمی را نقطه M بنامیم، آنگاه داریم:

$$y^2 = 6(x+2) \xrightarrow{y=-2} 4 = 6(x+2) \Rightarrow x+2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow M\left(-\frac{4}{3}, -2\right)$$

$$MF \text{ شیب پاره خط} = \frac{y_F - y_M}{x_F - x_M} = \frac{0 - (-2)}{-\frac{1}{2} - \left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{2}{\frac{5}{6}} = \frac{12}{5}$$

بنابراین معادله شعاع بازتابش نور (MF) به صورت زیر است:

$$y - 0 = \frac{12}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\times 5} 5y = 12x + 6 \Rightarrow 12x - 5y + 6 = 0$$

ریاضیات گسسته

۲۱ - گزینه «۲»

(علیرضا سیف)

از بین اعداد اول $\{2, 3, 5, 7\}$ ، یک عدد و از سایر اعداد طبیعی یک رقمی نیز،

دو عدد باید انتخاب شود که طبق اصل ضرب، تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر

است با:

$$\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$



۲۲- گزینه «۱»

(سیرممنسن فاطمی)

با توجه به این که یک دانشجوی خاص حتماً در بین افراد انتخاب شده وجود دارد، تعداد روش‌های انتخاب سایر افراد برابر است با:

$$\binom{7}{2}\binom{4}{3} + \binom{7}{1}\binom{4}{4} = 21 \times 4 + 7 \times 1 = 91$$

۲۳- گزینه «۱»

(علی‌اکبر علیزاده)

۵ رقم زوج و ۵ رقم فرد در اختیار داریم. دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: عدد فاقد رقم صفر باشد.

دو رقم زوج را به $\binom{4}{2} = 6$ حالت و ۳ رقم فرد را به $\binom{5}{3} = 10$ حالت

انتخاب می‌کنیم. حال برای اینکه عدد زوج باشد، رقم یکان لزوماً زوج است، پس خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & & \\ 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 & = & 48 \end{array}$$

تعداد کل اعداد در این حالت $6 \times 10 \times 48 = 2880$ است.

حالت دوم: عدد شامل رقم صفر باشد.

یک رقم زوج دیگر را به $\binom{4}{1} = 4$ طریق و سه رقم فرد دیگر را به

$$10 = \binom{5}{3} \text{ طریق انتخاب می‌کنیم. حال یک بار رقم صفر و بار دیگر رقم زوج}$$

غیرصفر را در رقم یکان قرار می‌دهیم.

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{ccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & & \\ 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 & = & 24 \end{array} \\ \begin{array}{ccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & & \\ 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 & = & 18 \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow 24 + 18 = 42$$

تعداد کل اعداد در این حالت $4 \times 10 \times 42 = 1680$ است. در نتیجه داریم:

$$2880 + 1680 = 4560 = \text{تعداد اعداد پنج رقمی زوج با ارقام متمایز}$$

۲۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

کافی است ابتدا سه رقم را با هم یک شیء در نظر بگیریم و آنها را با سه حرف

داده شده روی هم ۴ شیء فرض کنیم. در این صورت ۴ جایگشت برای این

گروه وجود دارد. در عین حال سه رقم داده شده که کنار هم هستند نیز خود

دارای ۳ جایگشت هستند. بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد کل رمزهای مورد

نظر برابر است با:

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

(سیرامیر ستوده)

۲۵- گزینه «۴»

سه عضو از مجموعه B انتخاب می‌کنیم و آنها را از کوچک به بزرگ مرتب

می‌کنیم. اعداد مرتب‌شده به ترتیب مقادیر تابع به ازای مقادیر ۱، ۲ و ۳ از دامنه

آن هستند. بنابراین $\binom{6}{3} = 20$ تابع اکیداً صعودی از مجموعه A به مجموعه

B وجود دارد.

(سروش موئینی)

۲۶- گزینه «۲»

تعداد جایگشت‌های ۸ حرف متمایز برابر ۸! است. با توجه به فرض سؤال

داریم:

$$7! = \frac{8!}{8} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$$

بنابراین سه حرف را دوبار داشته است، چون عبارت ۲!، سه بار در مخرج

وجود دارد.



۲۷- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

هر عدد سه رقمی که رقم تکراری داشته باشد، باید شامل ارقام a و b

باشد که برای رقم a ، $\binom{4}{1}$ انتخاب و برای رقم b ، $\binom{3}{1}$ انتخاب داریم. این

سه رقم به تعداد $\frac{3!}{2!}$ جایگشت دارند.

$$\text{تعداد کل اعداد} = \binom{4}{1} \binom{3}{1} \frac{3!}{2!} = 4 \times 3 \times 3 = 36$$

۲۸- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

رقم صفر، ۳ بار و رقم یک، ۲ بار تکرار شده است. چون رقم صفر نمی‌تواند رقم

سمت چپ عدد باشد، بنابراین تعداد اعداد ۶ رقمی ممکن برابر است با:

$$\frac{3 \times 5!}{3! \times 2!} = \frac{3 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = 30$$

۲۹- گزینه «۴»

(سروش موثینی)

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$x_1 \geq 1 \Rightarrow x_1 = y_1 + 1, \quad y_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 2 \Rightarrow x_2 = y_2 + 2, \quad y_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 3 \Rightarrow x_3 = y_3 + 3, \quad y_3 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 4, \quad y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و غیر منفی} = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

۳۰- گزینه «۲»

(شروین سیاح‌نیا)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3}$$

طبق تمرین ۲ صفحه ۶۱ کتاب درسی تعداد جواب‌های طبیعی معادله

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = n \text{ برابر است با } \binom{n-1}{k-1}, \text{ بنابراین داریم:}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = 9$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{9-1}{k-1} = \binom{8}{k-1}$$

در صورت برابر قرار دادن مقادیر به دست آمده داریم:

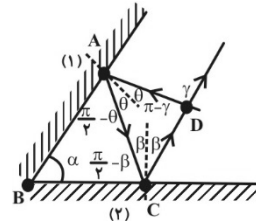
$$\binom{8}{k-1} = \binom{8}{3} \Rightarrow \begin{cases} k-1=3 \Rightarrow k=4 \\ (k-1)+3=8 \Rightarrow k=6 \end{cases}$$



فیزیک ۳

گزینه ۲»

(معدی میراب، زاره)

برای محاسبه زاویه γ در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \pi \Rightarrow \theta + \beta = \alpha$$

هم چنین در مثلث ACD نیز می توان نوشت:

$$2\theta + 2\beta + (\pi - \gamma) = \pi \Rightarrow \gamma = 2(\theta + \beta) \xrightarrow{\theta + \beta = \alpha} \gamma = 2\alpha$$

گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

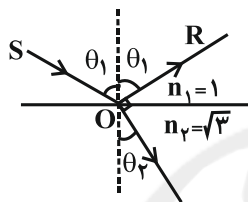
با توجه به شکل زیر، $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ است. در این حالت زاویه شکست برابربا $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1$ است. بنابراین با توجه به قانون شکست اسنل می توان

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \theta_2 = 90^\circ - \theta_1 \quad \text{نوشت:}$$

$$\frac{\sin(90^\circ - \theta_1)}{\sin \theta_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \sin(90^\circ - \theta_1) = \cos \theta_1 \rightarrow$$

$$\frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \theta_1 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 60^\circ$$

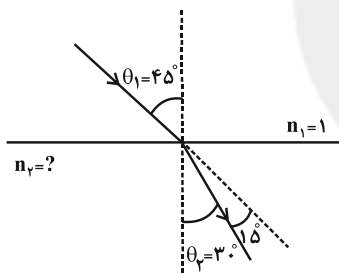


(مصطفی کیانی)

گزینه ۱»

(ناصر فوارزمی)

گزینه ۴»

با توجه به شکل، زاویه شکست در محیط شفاف برابر $\theta_2 = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

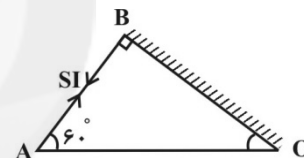
است. بنابراین با استفاده از قانون شکست اسنل و با توجه به این که سرعت نور

در هر محیط با ضریب شکست آن محیط نسبت معکوس دارد، می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \end{array} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \right.$$

$$\frac{v_2}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1/2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow v_2 = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 1/\sqrt{2} \times 10^8 \frac{m}{s}$$



برای آن که پرتوی SI منطبق بر خودش بازتابیده شود، لازم است به صورت

عمود بر آینه تخت بتابد، بنابراین چون مجموع زوایای داخلی هر مثلثی برابر با

 180° است، می توان نوشت:

$$60^\circ + 90^\circ + \hat{O} = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 30^\circ$$

بنابراین برای آن که \hat{O} از 70° به 30° کاهش یابد، لازم است آینه را حولمحوری عمود بر صفحه کاغذ گذرا از نقطه O به اندازه 40° پادساعتگرد دوران

دهیم.

(ناصر فوارزمی)

گزینه ۳»

با توجه به شکل سؤال، $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 90^\circ$ است و با استفاده از قانون

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

شکست اسنل می توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{3 \times 10^8} \Rightarrow v_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10^8 \frac{m}{s}$$



طول موج، پهنای نوارها کاهش می‌یابد. هم‌چنین اگر آزمایش ینگ را با نوری با بسامد بیش‌تر انجام دهیم، طبق رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$ ، طول موج آن کوتاه‌تر می‌شود و پهنای نوارهای تاریک و روشن کاهش می‌یابد. برای ایجاد طرح تداخلی، باید از دو چشمه نور هم‌دامنه، هم‌فاز و هم‌بسامد استفاده شود که برای این شرایط باید از یک منبع نور استفاده کرد که در مقابل آن دو شکاف قرار دارد. توماس ینگ، فیزیکدان انگلیسی، با انجام آزمایش، به‌طور تجربی اثبات کرد نور دارای ماهیت موجی است و مانند موج‌های در سطح آب دارای تداخل است.

(فرهنگ فرغانی فر)

رنگ نور به بسامد آن بستگی دارد. چون بسامد پرتو با ورود از یک محیط به محیط دیگر تغییر نمی‌کند، رنگ نور نیز تغییر نمی‌کند، اما سرعت طبق رابطه $v = \frac{c}{n}$ ، $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود و در نتیجه طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج نیز $\frac{2}{3}$ برابر می‌گردد.

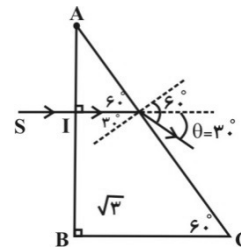
(ناصر فوارزهی)

در لحظه مورد نظر در مکانی که دو موج به هم می‌رسند، تداخل سازنده‌ای مطابق شکل زیر انجام می‌دهند.



(نمراله افاضل)

۳۶- گزینه «۲»



مطابق شکل، چون پرتوی SI عمود بر وجه AB به منشور تابیده است، بدون شکست وارد منشور می‌شود و با زاویه تابش 30° بر وجه AC می‌تابد. با استفاده از قانون شکست اسنل می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad n_2=1, n_1=\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \theta_2 = 60^\circ$$

بنابراین مطابق شکل زاویه انحراف (θ) برابر است با:

$$\theta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

(ممسن توانا)

۳۷- گزینه «۴»

می‌دانیم در ورود نور از هوا به شیشه، تندی انتشار و طول موج کاهش می‌یابد. قسمتی از موج بازتاب می‌یابد و قسمتی شکست، بنابراین امتداد نور عوض می‌شود. در نهایت بسامد نور که از ویژگی‌های چشمه نور است، با ورود از یک محیط به محیط دیگر تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

(مصطفی کیانی)

۳۸- گزینه «۳»

اگر آزمایش ینگ را به جای هوا در محیطی به ضریب شکست n انجام دهیم، طول موج آن $\frac{1}{n}$ برابر و در نتیجه با توجه به متناسب بودن پهنای نوارها با



شیمی ۳

۴۱- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

در مولکول‌های H_2O تمایل اکسیژن به جذب الکترون بیشتر است و در مولکول OF_2 تمایل F بیشتر است، بنابراین در OF_2 ، F بار جزئی منفی دارد و در H_2O ، O بار جزئی منفی دارد؛ رد سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: SO_2 قطبی است با نزدیک شدن میله‌ی باردار به باریکه‌ی مایع آن، منحرف می‌شود.

گزینه «۲»: در Cl_2 بار جزئی وجود ندارد.

گزینه «۴»: نمی‌توان تعداد الکترون‌های حاضر را سنجید بلکه احتمال حضور آنان قابل سنجش است.

۴۲- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

الف: واحد کمیت گشتاور دو قطبی که با μ نشان داده می‌شود، دبای است که با D نشان داده می‌شود $\mu = eD$

ب: هم CO_2 و SO_2 ویژگی‌های مذکور را دارند.

پ: با توجه به نقشه پتانسیل الکترو استاتیکی اتین، درست است.

ت: مولکولی که بار جزئی وجود دارد، در صورت توازن پراکندگی این بار، می‌تواند ناقطبی باشد.

۴۳- گزینه «۲»

(شهرزاد مسین زاده)

رد سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پرتوها روی $NaCl$ متمرکز می‌شوند نه آب

گزینه «۳»: تابش از آینه‌ها و به صورت غیرمستقیم رخ می‌دهد.

گزینه «۴»: $NaCl$ سرد نمی‌شود تا انرژی هدر نرود.

۴۴- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

رد سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: علت، قوی‌تر بودن پیوند یونی از واندروالسی است.

گزینه «۲»: این تفاوت برای HF بیش‌تر است.

گزینه «۴»: این تفاوت به علت قوی‌تر بودن نیروهای یونی از واندروالسی برای $NaCl$ بیش‌تر است.

۴۵- گزینه «۴»

(شهرزاد مسین زاده)

ترتیب درست: $LiF > NaF > NaCl$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بار یون‌ها در Al_2O_3 از دو ترکیب دیگر بیشتر است. چگالی بار Na از Cs ، بیشتر است.

گزینه «۲»: بار یون‌ها: Al^{3+} و N^{3-} و Fe^{2+} و O^{2-} و Na^+ و Cl^-

گزینه «۳»: Mg^{2+} و O^{2-} و Ca^{2+} و Cl^- و Na^+ و Cl^-

۴۶- گزینه «۳»

(شهرزاد مسین زاده)

در اصل کاتیون سودسوز آورد که Na^+ است، بیشترین شعاع را در میان کاتیون‌های هم‌دوره خود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: عامل قرمزی خاک رس Fe_2O_3 است. نسبت عدد

کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در Fe_2O_3 برابر است با $\frac{3}{4}$ و نسبت شمار

کاتیون به آنیون در $Mg_3(PO_4)_2$ برابر است با $\frac{3}{4}$.

گزینه «۲»: با توجه به نمودار صفحه ۸۰ درست است.

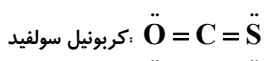
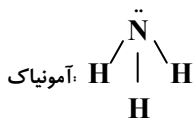
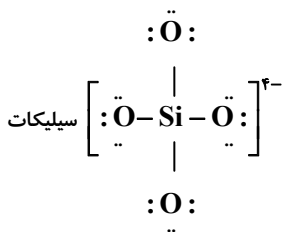
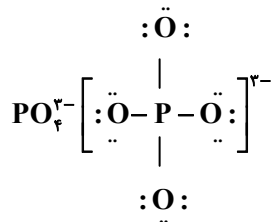
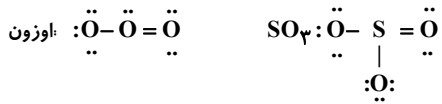
گزینه «۴»: چگالی بار O^{2-} از F^- بیشتر است.



(شهرزاد مسین زاده)

۵۰- گزینه «۳»

ساختار لوویس مواد به صورت زیر است:



(شهرزاد مسین زاده)

۴۷- گزینه «۱»

با توجه به تعریف، گزینه اول درست است.

(شهرزاد مسین زاده)

۴۸- گزینه «۴»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»، چگالی و شعاع رابطه عکس دارند. Cl متعلق به دوره سوم است.

گزینه «۲»، شماره دوره و چگالی بار رابطه عکس دارند. کمترین شعاع دوره

سوم را Al^{3+} دارد.گزینه «۳»، بار و چگالی بار رابطه مستقیم دارند. F^- کمترین شعاع را در بین

آنیون‌های دوره دوم دارد.

(شهرزاد مسین زاده)

۴۹- گزینه «۳»

رد سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» و «۲» صرفاً در ارتباط با فرمول شیمیایی و شبکه بلور ترکیبات یونی

درست‌اند.

$$\text{گزینه «۴»}: \frac{\text{بار یون}}{\text{شعاع یون}} = \text{چگالی بار}$$