



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی

فارغ التحصیلان ریاضی

(۱۹ بهمن ۱۳۹۷)

(مباحث ۳ اسفند ۹۷)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم‌جو	حروف‌چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل

مشق و کاربردهای آن
صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۶۵

حسابان

مشق توابع

صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵ و ۱۸۲ تا ۱۹۰

۱. اختلاف مشتق چپ و راست تابع $f(x) = x^2|x^2 - 2|$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟ () علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۳۲ (۲) ۲۸

(۳) ۴ (۴) ۱۲

۲. اگر $f(x) = \log(\sqrt{4 \sin^2 x - 2})$ و $g(x) = \log(\sqrt{4 \sin^2 x - 2})$ باشد، حاصل $\frac{f'(\frac{\pi}{3})}{g'(\frac{\pi}{3})}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۳. اگر $f(x) = 1 - |x|$ ، تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع با ضابطه $y = f(f(x))$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴. اگر f تابعی زوج و g تابعی فرد و $\sin^{-1} x + e^{1+x} + g'(x) = f'(x)$ باشد، آنگاه $(f+g)'(1)$ کدام است؟ ($D_f = D_g = R$)

(۱) $1 - \frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۳) $\frac{\pi}{2} + 1$ (۴) $-\frac{\pi}{2} - 1$

۵. در چه نقطه‌ای از منحنی $x + \sqrt{xy} + y - 1 = 0$ ، خط مماس بر منحنی، بر خط $y = x - 3$ عمود است؟

(۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(\frac{-1}{3}, \frac{-1}{3})$ (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

۶. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق $f(\sqrt{|x|+3})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

۷. در نقطه‌ای با کدام طول روی نمودار $y = \frac{\cos x}{2 + \sin x}$ ، خط مماس بر منحنی تابع، موازی خطی است که دو نقطه از نمودار به

طول‌های $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = -\frac{\pi}{4}$ را به هم وصل می‌کند؟

(۱) $-\frac{\pi}{6}$ (۲) صفر (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۸. مشتق ششم تابع $f(x) = \frac{1}{16}x^4(4x^2 + 4x + 1)(2x - 1)^2$ در $x = 0$ کدام است؟

(۱) ۷۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) -۳۶۰ (۴) -۷۲۰

۹. مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2} \times (2x - \sqrt{1+4x^2})}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰. اگر $y = |x^2 - 4|$ باشد، حاصل $D_x^2(y)$ کدام است؟

(۱) $\frac{2|x^2 - 4|}{x^2 - 4}$ (۲) $(|x| \neq 2), \pm 2$

(۳) $(|x| \neq 2), \frac{2|x|}{|x|}$ (۴) $(|x| \neq 0, 2), 2|x|$



۱۱. f تابعی معکوس پذیر، پیوسته و مشتق پذیر است و از نقطه A_{-1}^0 می گذرد. با فرض برقراری رابطه زیر، $f'(0)$ کدام است؟

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(h-1) - f^{-1}(-1)}{3h} = 1$$

(۱) ۶ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۳

۱۲. اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(\frac{x}{2}) - 2}{x^2 - 4} = 4$ ، عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $y = f(\sqrt{x})$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر نمودار،

کدام است؟ (f بر روی R مشتق پذیر است.)

(۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۳. کدام خط بر منحنی تابع $y = \sin 2x$ مماس است؟

(۱) $y - 2x = \frac{\pi}{4}$ (۲) $y - 2x = \frac{\pi}{2}$ (۳) $y + 2x = \pi$ (۴) $y + 2x = \frac{3\pi}{4}$

۱۴. زاویه حاده بین خطوط مماس بر توابع $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 2$ و $f^{-1}(x)$ در نقطه برخورد آن‌ها با یکدیگر، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\tan^{-1}(\frac{15}{8})$ (۳) $\tan^{-1}(\frac{17}{8})$ (۴) $\tan^{-1}(\frac{13}{8})$

۱۵. در تابع $f(x) = [\cos 2x]$ ، دامنه $f'(x)$ کدام است؟ ($[]$ ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) $R - \{\frac{k\pi}{2}\}$ (۲) $R - \{2k\pi, \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\}$

(۳) $R - \{k\pi, k\pi \pm \frac{\pi}{4}\}$ (۴) $R - \{\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\}$

هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

ماتریس و دترمینان

صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۳

۱۶. دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر $(A+B)^2 + C = A$ باشد، آنگاه

ماتریس C کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۱۷. اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، آنگاه با کدام یک از تعاریف زیر، ماتریس A بالا مثلثی است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

(۱) $a_{ij} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{i+j}{2} \right\rfloor - 2 : i > j \\ i - j : i \leq j \end{cases}$ (۲) $a_{ij} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{i-j}{2} \right\rfloor : i > j \\ i + j : i \leq j \end{cases}$

(۳) $a_{ij} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{i+j}{3} \right\rfloor - 1 : i > j \\ i - j : i \leq j \end{cases}$ (۴) $a_{ij} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{i-2j}{3} \right\rfloor : i > j \\ i + j : i \leq j \end{cases}$

۱۸. اگر $A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 2 & 2 \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^{1389} چقدر است؟

(۱) صفر (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) -۱



۱۹. اگر $A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$ دو ماتریس 3×3 با این ویژگی باشند، که $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : i+j=2k \\ 0 & : i+j=2k+1 \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} 1 & : i \leq j \\ 0 & : i > j \end{cases}$ ، آن گاه

سپاراول ماتریس $(A-B)^2$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

۲۰. نقطه $A = (-3, 2)$ تحت دوران 15° به نقطه B تبدیل شده و نقطه B تحت دوران 12° به نقطه C تبدیل شده است. مختصات نقطه C کدام است؟

(۱) $(3, -2)$ (۲) $(3, 2)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(2, -3)$

۲۱. اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه A^{20} با کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

۲۲. اگر A یک ماتریس متقارن 3×3 بوده و داشته باشیم $AA^t = B$ ، $a_{33} = 2$ ، $a_{22} = 3$ ، $a_{21} = 1$ و آن گاه مقدار b_{22} کدام است؟

$A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$

(۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۲۳. اگر $A_{3 \times 3}$ و $B_{3 \times 3}$ دو ماتریس باشند به طوری که $B + A^t = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ و B پادمتقارن باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی

ماتریس $A + A^t$ کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۲۴. اگر $A = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ 1 & -\tan x \end{bmatrix}$ ، آن گاه حاصل $A^{30} + A^{20} + A^6$ کدام است؟ ($x \neq \frac{k\pi}{2}$)

(۱) I (۲) $-I$ (۳) $3I$ (۴) $-3I$

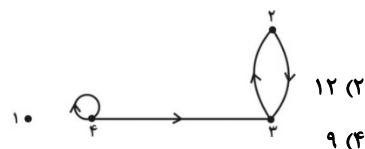
۲۵. فرض کنید $F = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 : (x+1)^2 + y^2 \leq 4 \right\}$. اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ ، نقاط F را به ناحیه درون و روی یک مقطع مخروطی

بنگارد، کم‌ترین فاصله مرکز این مقطع مخروطی تا نقاط محیطش کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۳

ریاضیات گسسته

مباحثی دیگر از ترکیبیات
صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳



۲۶. ماتریس متناظر با گراف جهت‌دار زیر چند درایه صفر دارد؟

(۱) ۵

(۳) ۴

۲۷. ماتریس $A_{3 \times 4}$ با درایه‌های صفر و یک، در رابطه $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \ll A \ll \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ صدق می‌کند. چند ماتریس A با 7 درایه ۱

وجود دارد؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲



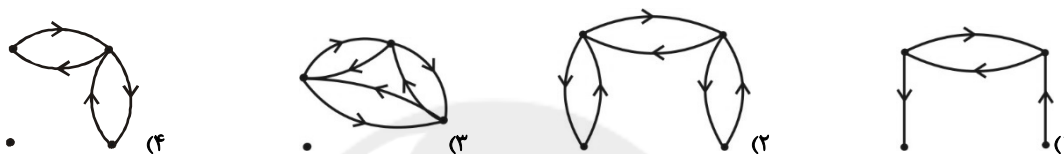
۲۸. رابطه $R = \{(a, a), (b, c), (c, d), (d, b)\}$ روی مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ تعریف شده است. چند رابطه بازتابی و متقارن روی A وجود دارد، که شامل اعضای ROR باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۲۹. رابطه R روی مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ به صورت $R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$ تعریف شده است. اگر M ماتریس این رابطه باشد، دست کم چند عضو اضافه کنیم تا M در شرط $M \ll M^{(2)}$ صدق کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۰. اگر A مجموعه ۴ خط متمایز در صفحه باشد، کدام گراف جهت دار می تواند متناظر با رابطه عمود بودن بین خطوط مجموعه A باشد؟



۳۱. رابطه R که روی مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ نوشته شده بازتابی نیست و پاد متقارن است. این رابطه حداکثر چند عضو دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۳۲. بر کدام یک از مجموعه های زیر، می توان رابطه ای تعریف کرد که فاقد هر چهار ویژگی بازتابی، تقارنی، پاد تقارنی و ترابایی باشد؟

- (۱) $\{\}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $\{1, 2\}$ (۴) $\{1, 2, 3\}$

۳۳. چند رابطه متقارن و پاد متقارن روی مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ می توان نوشت که حداقل ۳ عضو داشته باشد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۳۴. بر مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ چند رابطه بازتابی و متقارن می توان نوشت که پاد متقارن نباشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۶۴ (۳) ۶۳ (۴) ۶۱

۳۵. با توجه به گراف های زیر چند رابطه مانند R وجود دارد که تقارنی بوده و $M(G_1) \ll M(R) \ll M(G_2)$ باشد؟



فیزیک پیش دانشگاهی

صوت

صفحه های ۱۳۹ تا ۱۶۵

فیزیک پیش دانشگاهی

۳۶. موج های صوتی با بسامد ۳۰ kHz از نوع موج های ... هستند و گوش انسان سالم ... این صوت ها را بشنود.

- (۱) فراصوت- می تواند (۲) فروصوت- می تواند (۳) فروصوت- نمی تواند (۴) فراصوت- نمی تواند

۳۷. طی یک فرایند هم فشار، حجم مقدار معینی گاز کامل را ۷۵ درصد کاهش می دهیم. در این حالت سرعت انتشار صوت در این گاز چگونه تغییر می کند؟

- (۱) تغییر نمی کند. (۲) ۵۰ درصد کاهش می یابد. (۳) ۲۵ درصد کاهش می یابد. (۴) ۵۰ درصد افزایش می یابد.



۳۸. اگر طول موج هماهنگ چهارم یک لوله صوتی دو انتها باز برابر با 25cm و سرعت انتشار صوت در این لوله صوتی برابر با $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بسامد اصلی این لوله صوتی چند هرتز است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

۳۹. در اثر انتشار صوت و تشکیل امواج ایستاده، در طول یک لوله صوتی یک انتها بسته، سه گره تشکیل شده است. اگر فاصله هر دو گره متوالی برابر با 20cm باشد، طول لوله چند متر است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/25$ (۳) $0/4$ (۴) $0/5$

۴۰. در دو لوله صوتی، یکی دو انتها باز و دیگری یک انتها باز، به ترتیب گازهای کامل اکسیژن و هیدروژن با دماهای یکسان قرار دارد. اگر طول لوله یک انتها باز، دو برابر طول لوله دو انتها باز باشد، بسامد هماهنگ سوم لوله یک انتها باز چند برابر بسامد

$$(M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ و } M_{H_2} = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{5}{3}$

۴۱. یک لوله صوتی باز به طول 110cm را به طور کامل در ظرف آبی فرو می بریم و بالای آب دیافراگمی با بسامد 600Hz را به ارتعاش درمی آوریم. لوله را به تدریج از آب خارج می کنیم. در این صورت چند بار صدای صوت دیافراگم توسط لوله صوتی تشدید می شود؟ (سرعت صوت در هوا $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۲. دوره و دامنه نوسان های یک منبع صوتی را 20% درصد افزایش می دهیم. شدت صوت چگونه تغییر می کند؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

- (۱) 44% درصد افزایش می یابد. (۲) $107/36\%$ درصد افزایش می یابد.
(۳) 36% درصد کاهش می یابد. (۴) تغییر نمی کند.

۴۳. شدت یک صوت را چند برابر کنیم تا تراز شدت آن $19/2\text{dB}$ افزایش یابد؟ ($\log 3 = 0/48$ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸۱

۴۴. یک چشمه صوت با سرعت ثابت در حرکت است. طول موج جلوی چشمه $0/5\text{m}$ و طول موج عقب چشمه برابر با $0/6\text{m}$ است. اگر چشمه صوت متوقف شود، طول موج صوت گسیل شده چند متر خواهد شد؟

- (۱) $0/66$ (۲) $0/6$ (۳) $0/55$ (۴) $0/5$

۴۵. یک خودروی پلیس در حالی که صوتی را با بسامد 400Hz گسیل می کند با سرعت $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به یک عابر ساکن نزدیک می شود.

بسامد صوتی که عابر می شنود برابر با چند هرتز است؟ (سرعت صوت در هوا برابر با $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ فرض شود.)

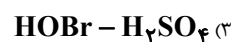
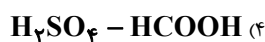
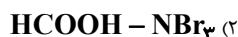
- (۱) ۴۵۰۰ (۲) ۴۲۵۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۳۷۵۰



شیمی پیش دانشگاهی: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۴

۴۶- کدام مطلب درست است؟

- (۱) الکساندر ولتا و لوئیجی گالوانی باتری‌ای را اختراع کردند که با قرار دادن دو فلز در محلولی از اتانول جریانی الکتریکی تولید می‌کند.
 (۲) ایرانیان باستان مانند ولتا و لوئیجی گالوانی از دو فلز آهن و مس در دستگاه تبدیل انرژی الکتریکی به شیمیایی استفاده کردند.
 (۳) باتری‌های با کارایی بالا، با وجود تولید انرژی الکتریکی بیشتر، آلاینده‌های بیشتری ایجاد می‌کنند.
 (۴) سوخت و ساز سلولی در جانداران، فتوسنتز در گیاهان و استخراج فلزها از سنگ معدن آن، شکل مطلوب و مفیدی از انجام واکنش‌های اکسایش - کاهش است.
- ۴۷- با توجه به ترکیبات داده شده، اختلاف جبری عدد اکسایش عنصر مشخص شده در کدام دو ترکیب مقداری بیش تر است؟



۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کاهنده، گونه‌ای است که الکترون از دست می‌دهد و عدد اکسایش گونه دیگر را کاهش می‌دهد.
 (۲) عدد اکسایش کروم در یون دی کرومات، دو برابر عدد اکسایش نیتروژن در منیزیم نیتريت است.
 (۳) واکنش تجزیه پتاسیم کلرات برخلاف واکنش تجزیه کلسیم کربنات، جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش است.
 (۴) یون‌های پرکلرات، سولفات و سولفید گونه‌های همواره اکسنده هستند.
- ۴۹- چند مورد از مطالب زیر در مورد فیلم عکاسی که در گذشته برای تهیه عکس‌های سیاه و سفید استفاده می‌شد و واکنش اکسایش - کاهش رخ داده در آن، صحیح نمی‌باشد؟

- حاوی بلورهای بسیار ریز نقره برمید در ژلاتین است.
- ابتدا نیم‌واکنش کاهش به صورت $\text{Ag}^+(\text{s}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$ و سپس نیم‌واکنش اکسایش رخ می‌دهد.

• Br^- در نقش کاهنده و برم تولیدی به صورت مایع می‌باشد.

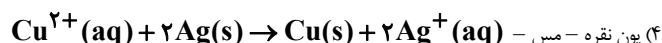
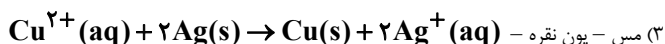
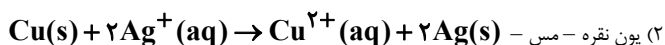
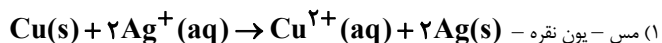
• تعداد الکترون‌های مبادله شده در واکنش موازنه شده مربوطه، برابر ۲ است.

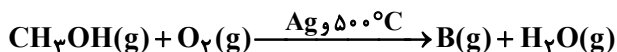
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۰- همه گزینه‌های زیر نادرست‌اند به جز...

- (۱) مقدار تغییرات عدد اکسایش اتم کربن در واکنش سوختن کامل متان ۸ برابر مقدار تغییر عدد اکسایش اتم منگنز در تبدیل یون منگنات به یون پرمنگنات است.
 (۲) واکنش $\text{KClO}_3 + \text{P} \rightarrow \text{P}_2\text{O}_5 + \text{KCl}$ از نوع اکسایش - کاهش است و پس از موازنه مجموع ضرایب استوکیومتری آن برابر ۱۸ است.
 (۳) مقایسه مقدار عدد اکسایش کربن در سه ترکیب CH_2O ، HCOOH و CO_2 به صورت $\text{CH}_2\text{O} > \text{HCOOH} > \text{CO}_2$ است.
 (۴) در گذشته، کاهش هم ارز با گرفتن اکسیژن و اکسایش هم‌ارز با گرفتن هیدروژن تعریف می‌شد.

۵۱- زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، اکسنده و کاهنده به ترتیب ... و ... می‌باشند و واکنش موازنه شده اکسایش - کاهش به صورت ... خواهد بود.

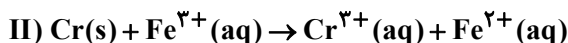
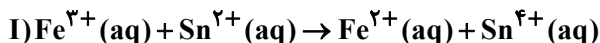




۵۲- با توجه به واکنش موازنه نشده مقابل کدام عبارت درست است؟

- (۱) ساده‌ترین آلدئید است و اگر به جای هیدروژن‌های آن گروه‌های متیل قرار دهیم، به ساده‌ترین کتون تبدیل می‌شود.
 (۲) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۶ است.
 (۳) B در حضور نقره اکسید، کاهش یافته و به فرمیک اسید تبدیل می‌شود.
 (۴) عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب B برابر عدد اکسایش اتم اکسیژن در ترکیب HOCl است.

۵۳- پس از موازنه هر یک از واکنش‌های زیر چه تعداد از مطالب داده شده صحیح است؟



آ- ضریب استوکیومتری گونه کاهنده در واکنش‌های (I) و (II) برابر است.

ب- ضریب استوکیومتری گونه اکسنده در واکنش I، دو برابر ضریب گونه کاهنده در واکنش (II) است.

پ- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در واکنش (II)، بیش‌تر از مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌های واکنش (I) است.

ت- مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌های اکسنده در دو واکنش (I) و (II) برابر ۵ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۴- در واکنش موازنه نشده $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ پس از موازنه تغییر مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن برابر ... بوده و ... الکترون‌های مبادله شده در این فرایند است.

(۱) ۲۰- بیش‌تر از (۲) ۲۰- برابر با (۳) ۶- برابر با (۴) ۶- بیش‌تر از

۵۵- برآثر وارد کردن تیغه $1/77$ گرمی از نیکل در 100 میلی‌لیتر محلول $0/2$ مولار مس (II) نیترات، پس از پایان واکنش

به طور کامل، جرم جامد موجود در ظرف به چند گرم می‌رسد؟ ($\text{Ni} = 59, \text{Cu} = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

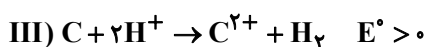
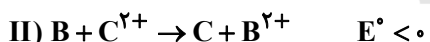
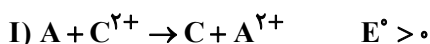
(۱) $1/18$

(۲) $1/28$

(۳) $1/87$

(۴) $1/42$

۵۶- با توجه به واکنش‌های داده شده کدام گزینه درست است؟



(۱) ترتیب قدرت کاهندگی این فلزها می‌تواند به صورت $\text{A} > \text{B} > \text{C}$ باشد.

(۲) پتانسیل استاندارد کاهش فلز B هم می‌تواند مثبت و هم می‌تواند منفی باشد.

(۳) ترتیب قدرت اکسندگی کاتیون‌های این سه فلز می‌تواند به صورت: $\text{B}^{2+} > \text{A}^{2+} > \text{C}^{2+}$ باشد.

(۴) نمک نیترات B را می‌توان در ظرفی از جنس C نگهداری کرد.

۵۷- چند مورد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

آ- مقدار E° برای SHE به دما بستگی دارد و در دمای اتاق برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

ب- پتانسیل یک الکتروود را به طور جداگانه می‌توان اندازه‌گیری کرد، اما نسبت دادن یک مقدار مطلق به پتانسیل آن الکتروود نتیجه‌ای در بر ندارد.

پ- پتانسیل‌های الکتروودی استاندارد اغلب به صورت پتانسیل‌های کاهش استاندارد گزارش می‌شود.

ت- الکتروود استاندارد هیدروژن شامل یک الکتروود پلاتینی است که در محلول اسیدی با $\text{pH} = 0$ قرار دارد و گاز هیدروژن با فشار 1 atm از روی آن عبور داده می‌شود.

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) ۲





$$y'_x = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{1 + \frac{y}{2\sqrt{xy}}}{\frac{x}{2\sqrt{xy}} + 1} = -1$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{y}{2\sqrt{xy}} = \frac{x}{2\sqrt{xy}} + 1 \xrightarrow{\text{باید } x \text{ و } y \text{ هم علامت باشند}} y = x$$

چون نقطه، واقع بر منحنی است پس رابطه به دست آمده از مشتق باید در معادله اصلی صدق کند. پس:

$$x + \sqrt{xy} + y - 1 = 0 \xrightarrow{y=x} x + |x| + x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \\ x < 0 \Rightarrow x - x + x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ غلط} \end{cases}$$

۶- گزینه «۲»

با توجه به فرض $f'(y) = -\frac{1}{3}$ است. $g(x) = f(\sqrt{|x|+3})$ را در نظر می‌گیریم.

$$g'(x) = \frac{x}{2\sqrt{|x|+3}} \cdot f'(\sqrt{|x|+3})$$

$$\Rightarrow g'(-1) = \frac{-1}{2\sqrt{-1+3}} f'(\sqrt{-1+3}) = \frac{-1}{4} f'(2)$$

$$= \frac{-1}{4} \times \frac{-1}{3} = \frac{1}{12}$$

۷- گزینه «۱»

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow B\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{0-0}{-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}} = 0$$

چون مماس و خط قاطع موازی‌اند، پس شیب آن‌ها برابر است. لذا مشتق در نقطه مورد نظر باید صفر باشد.

$$f'(x) = \frac{-\sin x(2 + \sin x) - \cos x(\cos x)}{(2 + \sin x)^2} = 0$$

$$\Rightarrow -2\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow -2\sin x - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\Rightarrow -2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$$

۸- گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{1}{16} x^f (4x^2 + 4x + 1)(2x - 1)^2 = \frac{1}{16} x^f (2x + 1)^2 (2x - 1)^2$$

$$= \frac{1}{16} x^f (4x^2 - 1)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{16} (4x^2 - x^2)^2 = x^4 - \frac{x^6}{2} + \frac{x^8}{16}$$

$$\Rightarrow f^{(6)}(0) = 0 - \frac{6!}{2} + 0 \Rightarrow f^{(6)}(0) = -6 \times 5 \times 4 \times 3 = -36$$

دیفرانسیل

۱- گزینه «۲»

$f(2) = 0, \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$. تابع در $x = 2$ پیوسته است.

$$x \rightarrow 2^+ : f(x) = x^2 [4^+] (x-2) = 4x^2 (x-2)$$

$$\Rightarrow f'_+(2) = (x-2)' \times 4x^2 = 4(2)^2 = 16$$

$$x \rightarrow 2^- : f(x) = x^2 [4^-] (-x-2) = -3x^2 (x-2)$$

$$\Rightarrow f'_-(2) = (x-2)' \times (-3x^2) = -3(2)^2 = -12$$

$$|16 - (-12)| = 28$$

۲- گزینه «۲»

مجموع دو تابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) + g(x)$$

$$= \log(2 \sin x - \sqrt{4 \sin^2 x - 2}) + \log(2 \sin x + \sqrt{4 \sin^2 x - 2})$$

$$= \log(4 \sin^2 x - 4 \sin^2 x + 2) = \log 2$$

$$\Rightarrow f'(x) + g'(x) = 0$$

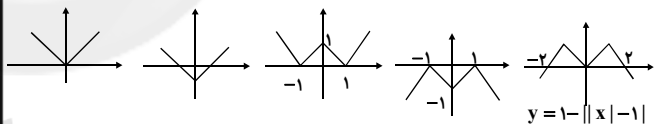
یعنی به ازای هر x عضو دامنه f و g ، $f'(x) = -g'(x)$. بنابراین داریم:

$$\frac{f'(x)}{g'(x)} = -1 \Rightarrow \frac{f'\left(\frac{\pi}{3}\right)}{g'\left(\frac{\pi}{3}\right)} = -1$$

۳- گزینه «۳»

$$f(f(x)) = 1 - |1 - |x|| = 1 - ||x| - 1|$$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم. داریم:



بنابراین تابع در سه نقطه مشتق‌ناپذیر است.

۴- گزینه «۲»

$$\begin{cases} f \text{ زوج} \rightarrow f' \text{ فرد} \\ f'(-1) = -f'(1) \\ f \text{ فرد} \rightarrow g' \text{ زوج} \\ g'(-1) = g'(1) \end{cases}$$

$$f'(x) = g'(x) + e^{1+x} + \sin^{-1} x$$

$$\Rightarrow f'(-1) = g'(-1) + e^{1-1} + \sin^{-1}(-1)$$

$$\Rightarrow -f'(1) = g'(1) + e^0 + \sin^{-1}(-1) \Rightarrow f'(1) + g'(1) = -1 + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow (f+g)'(1) = -1 + \frac{\pi}{2}$$

۵- گزینه «۳»

چون خط مماس بر منحنی بر خط $y = x - 3$ عمود است پس شیب آن عکس و قریبه شیب خط $y = x - 3$ است، یعنی -1 است.

$$F(x, y) = x + \sqrt{xy} + y - 1 = 0$$



۹- گزینه «۴»

ابتدا صورت و مخرج f را در $\sqrt{1+4x^2}$ ضرب می کنیم. داریم:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2} \times (2x - \sqrt{1+4x^2})} \times \frac{2x + \sqrt{1+4x^2}}{2x + \sqrt{1+4x^2}}$$

$$= \frac{2x + \sqrt{1+4x^2}}{(\sqrt{1+4x^2}) \times (-1)} = \frac{-2x}{\sqrt{1+4x^2}} - 1$$

برای مشتق گیری در نقطه $x=0$ کافیست فقط از عامل صفر کننده $(-2x)$ مشتق بگیریم و در بقیه عبارت ضرب کنیم:

$$f'(0) = -2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} \right) = \frac{-2}{\sqrt{1+4 \times 0}} = -2$$

۱۰- گزینه «۱»

$$f(x) = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \\ -x^2 + 4 & -2 < x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 2 \text{ یا } x < -2 \\ -2x & -2 < x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 2 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \\ -2 & -2 < x < 2 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \frac{2|x^2 - 4|}{x^2 - 4}$$

۱۱- گزینه «۲»

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(h-1) - f^{-1}(-1)}{3h} = 1 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(h-1) - f^{-1}(-1)}{h} = 3$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(-1) = 3 \xrightarrow{(0,-1) \in f} \frac{1}{f'(0)} = (f^{-1})'(-1) \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{3}$$

۱۲- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f\left(\frac{x}{2}\right) - 2}{x^2 - 4} = 4 \Rightarrow \text{چون مخرج صفر می شود صورت نیز باید صفر شود.}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{2}\right) - 2 = 0 \Rightarrow f(1) = 2$$

حالا از تغییر متغیر استفاده می کنیم.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2t \\ x \rightarrow 2 \\ t \rightarrow 1 \end{cases} : \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) - 2}{4t^2 - 4} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) - 2}{t-1} \times \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1}{4(t+1)}$$

$$= \frac{1}{4} f'(1) = 4 \Rightarrow f'(1) = 32$$

حال معادله خط مماس را می یابیم:

$$y = f(\sqrt[4]{x}) \Rightarrow y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} f'(\sqrt[4]{x}) \Rightarrow m = y'(1) = \frac{1}{4} f'(1)$$

$$= \frac{1}{4} \times 32 = 8$$

$$\text{نقطه تماس: } A(1, f(1)) = (1, 2)$$

$$\Rightarrow y - 2 = 8(x - 1) \Rightarrow y = 8x - 6 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = -6$$

۱۳- گزینه «۳»

همه گزینه ها به صورت $y = m \pm 2x$ است. در نقطه تماس، مشتق خط و منحنی باید برابر باشند.

$$\begin{cases} y = m \pm 2x \Rightarrow y' = \pm 2 \\ y = \sin 2x \Rightarrow y' = 2 \cos 2x \end{cases} \Rightarrow 2 \cos 2x = \pm 2$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \pm 1 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در این نقاط باید مقدار دو تابع نیز برابر باشد.

$$\begin{cases} y = m \pm 2\left(\frac{k\pi}{2}\right) \\ y = \sin 2\left(\frac{k\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow m \pm k\pi = 0$$

$$\Rightarrow m = \mp k\pi \Rightarrow m \in \{0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots\}$$

با توجه به گزینه ها، مماس مورد نظر $y = 2x + \pi$ است.

۱۴- گزینه «۲»

می دانیم هر تابع صعودی اکید، تابع معکوس خود را روی خط $y = x$ قطع می کند، چون f صعودی اکید است، بنابراین برای یافتن نقطه تقاطع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ ، کافیست معادله $x = f(x)$ را حل کنیم. داریم:

$$x^3 + x^2 + 3x + 2 = x \Rightarrow x^3 + x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x+1) + 2(x+1) = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -1$$

برای یافتن شیب خطوط مماس کافیست $f'(-1)$ و $(f^{-1})'(-1)$ را حساب کنیم. داریم:

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 3 \Rightarrow f'(-1) = 4$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(-1) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{زاویه بین خطوط مماس} = \tan^{-1}\left(\left|\frac{4 - \frac{1}{4}}{1 + 4 \times \frac{1}{4}}\right|\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{15}{4}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{15}{4}\right)$$

۱۵- گزینه «۳»

اگر g بیوسته باشد، تابع $y = [g(x)]$ در نقاطی که g صحیح شود و می نیمم نسبی نداشته باشد، ناپیوسته و مشتق ناپذیر است.

$$\cos 2x = 1 \Rightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{k\pi, k\pi \mp \frac{\pi}{4}\right\}$$



$$\Rightarrow (A - B)^T = \text{سطر اول ماتریس } (A - B) \times \text{سطر اول } (A - B)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه «۳»

ترکیب دو یا چند دوران متوالی خود یک دوران است که زاویه آن مجموع جبری زوایای اولیه است، یعنی (R_θ نماد دوران به اندازه θ است):

$$R_\alpha \times R_\beta = R_{\alpha+\beta} \Rightarrow R_{120^\circ} \times R_{150^\circ} = R_{270^\circ}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۲۱- گزینه «۲»

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \times A^2 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = I$$

$$A^{20} = A^{18} \times A^2 = (A^3)^6 \times A^2 = I^6 \times A^2 = I \times A^2$$

$$\Rightarrow A^{20} = A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

تذکر: توان‌های یک ماتریس مربعی خاصیت جابه‌جایی دارند.

$$A^3 \times A^5 = A^5 \times A^3 = A^2 \times A^6 = A^6 \times A^2$$

۲۲- گزینه «۱»

$$A = A^t \Rightarrow a_{ij} = a_{ji} \quad \text{چون } A \text{ ماتریس متقارن است پس:}$$

$$a_{22} = a_{22} = 2 \quad \text{یعنی داریم:}$$

$$B = A \cdot A^t \Rightarrow b_{22} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{23} & a_{23} & a_{23} \end{bmatrix}$$

$$= a_{21} + a_{22} + a_{23} = 1 + 9 + 4 = 14$$

۲۳- گزینه «۳»

$$B^T = -B$$

$$(B + A^T)^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^T)^T + B^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -4 & 7 \end{bmatrix} = A - B$$

$$\Rightarrow A + A^T = (A - B) + (B + A^T)$$

$$\Rightarrow A + A^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -4 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 6 & 4 \\ 6 & 6 & -3 \\ 4 & -3 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های قطر اصلی } (A + A^T) = 6 + 6 + 14 = 26$$

هندسه تحلیلی

۱۶- گزینه «۴»

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A + B)^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم $C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}$ ، آنگاه با توجه به معلومات سؤال داریم:

$$(A + B)^2 = A - C \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - C_1 = -2 \\ -1 - C_2 = 0 \\ -C_3 = 0 \\ 1 - C_4 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 3 \\ C_2 = -1 \\ C_3 = 0 \\ C_4 = 3 \end{cases}$$

۱۷- گزینه «۳»

در ماتریس بالا مثلثی، درایه‌هایی که در آن‌ها $i > j$ باشد، برابر صفر هستند. در گزینه «۳»:

$$a_{21} = \left[\frac{2+1}{3} \right] - 1 = 0$$

$$a_{31} = \left[\frac{3+1}{3} \right] - 1 = 0$$

$$a_{32} = \left[\frac{3+2}{3} \right] - 1 = 0$$

۱۸- گزینه «۲»

A ماتریس دوران با زاویه $-\frac{\pi}{4}$ رادیان است ($A = R_{(-\frac{\pi}{4})}$) و وقتی که به

توان 1389 می‌رسد، زاویه دوران 1389 برابر می‌شود.

$$1389 \times \left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1384 \times \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 5 \times \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -346\pi - \frac{5\pi}{4}$$

از آنجا که (-346π) ، مضرب زوج π است، داریم:

$$A^{1389} = R^{1389} = R_{\left(-\frac{\pi}{4}\right)}^{1389 \times \left(-\frac{\pi}{4}\right)} = R_{\left(-346\pi - \frac{5\pi}{4}\right)}$$

$$= R_{\left(-\frac{5\pi}{4}\right)} = \begin{bmatrix} \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) & -\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \\ \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) & \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -\sqrt{2}$$

۱۹- گزینه «۳»

نخست دو ماتریس را با نوشتن درایه‌هایشان مشخص و سپس $A - B$ را پیدا می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس متناظر با رابطه‌های متقارن و بازتابی که روی مجموعه A تعریف شده‌اند و شامل اعضای ROR باشند، به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 1 & \square & \square & \triangle \\ \square & 1 & 1 & 1 \\ \square & 1 & 1 & 1 \\ \triangle & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

دقت کنید از آن جا که مثلاً $(c, b) \in ROR$ ، پس درایه متناظر با (b, c) نیز در ماتریس باید برابر یک باشد.

برای متقارن بودن ماتریس، هر یک از زوج درایه‌هایی که با نمادهای دایره، مربع و مثلث نمایش داده شده‌اند می‌توانند یکی از دو حالت (\circ, \circ) یا (\square, \square) را بپذیرند، پس کل تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

۲۹- گزینه «۳»

بنا به یکی از قضایای کتاب درسی گسسته زمانی رابطه $M < M^{(2)}$ برقرار می‌شود که R خاصیت تعدی (ترایبی) داشته باشد.

با توجه به این که زوج مرتب‌های $(1,2), (2,3)$ در R وجود دارند باید حتماً $(1,3)$ نیز عضو R شود. همین طور زوج مرتب‌های $(1,2), (2,4)$ در R وجود دارند پس حتماً $(1,4)$ نیز باید عضو R باشند.

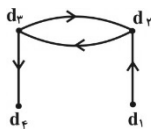
$$R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (2,3), (2,4), (3,4), (1,3), (1,4)\}$$

عضوهای جدید

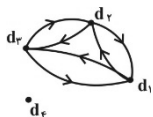
یعنی کلاً باید حداقل ۲ عضو اضافه شود تا R خاصیت تعدی داشته باشد.

۳۰- گزینه «۴»

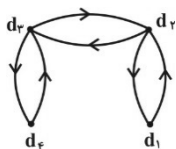
اگر چهار خط را با d_1, d_2, d_3, d_4 نامگذاری کنیم، گزینه (۱) نادرست است، زیرا در صورتی که d_1 بر d_2 عمود باشد، d_1 نیز بر d_3 عمود خواهد بود. در واقع رابطه عمود بودن، رابطه‌ای متقارن است.



در گزینه (۳) خط d_1 بر d_2 عمود است و d_2 نیز بر d_3 عمود است. پس d_1 و d_3 با هم موازی خواهند بود و دیگر نمی‌توانند عمود باشند. پس این گزینه هم نادرست است.



در گزینه (۲) نیز از آن جا که d_1 و d_3 با هم موازی‌اند و d_3 بر d_4 عمود است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که علاوه بر d_1, d_3 نیز بر d_4 عمود است. یعنی باید بین d_1 و d_3 نیز یک خط دو طرفه وجود داشته باشد. پس این رابطه نیز امکان‌پذیر نیست.



۲۴- گزینه «۲»

از اتحادهای مثلثاتی می‌دانیم $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$ ، پس خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tan x & -1 \\ \frac{1}{\cos^2 x} & -\tan x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{30} + A^{20} + A^6 = (-I)^{15} + (-I)^{10} + (-I)^3 = -I$$

۲۵- گزینه «۱»

گیریم $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ تصویر نقطه دلخواه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ با اثر ماتریس A روی آن باشد. داریم:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x'}{2} \\ y = -\frac{y'}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله F}} \left(\frac{x'}{2} + 1\right)^2 + \left(-\frac{y'}{3}\right)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{(x'+2)^2}{4} + \frac{y'^2}{9} \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{(x'+2)^2}{16} + \frac{y'^2}{36} \leq 1 \quad (\text{محیط و درون بیضی})$$

می‌دانیم کم‌ترین فاصله مرکز هر بیضی تا نقاط محیطش برابر نصف قطر کوچک است که در این جا برابر است با:

$$b = 4$$

ریاضیات گسسته

۲۶- گزینه «۲»

ماتریس متناظر با این رابطه 4×4 است و ۱۶ درایه دارد. به خاطر عضوهای $(2,3), (3,2), (3,3), (4,4)$ ، چهار تا درایه ۱ داریم و در نتیجه ۱۲ تا درایه صفر خواهد بود.

۲۷- گزینه «۱»

با توجه به روابط داده شده، ماتریس A به صورت $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 1 & 1 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix}$

است. باید سه درایه از شش درایه $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ برابر با ۱ باشد، پس تعداد این انتخاب‌ها (و در نتیجه تعداد ماتریس‌های مورد نظر) برابر است با

$$\binom{6}{3} = 20$$

۲۸- گزینه «۲»

برای یافتن اعضای ROR و پاسخ دادن به سؤال، از ماتریس این رابطه، یعنی $M(R)$ بهره می‌گیریم. داریم:

$$M(ROR) = [M(R)]^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



۳۱- گزینه «۳»

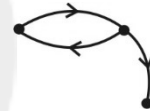
ماتریس رابطه، 4×4 است و چون رابطه، پادتقارنی است حداکثر تعداد یک‌ها مربوط به حالتی است که درایه‌های روی قطر اصلی و یک طرف قطر اصلی همگی برابر ۱ باشند، هم‌چنین چون رابطه دارای خاصیت بازتابی نمی‌باشد یکی از اعداد قطر اصلی را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{حداکثر عضوها} = 9$$

پس:

۳۲- گزینه «۴»

گراف رابطه‌ای که تقارنی نباشد حداقل یک یال یک طرفه دارد و نیز گراف رابطه‌ای که پادتقارنی نباشد حداقل یک یال دو طرفه دارد و چنین رابطه‌ای بر مجموعه‌ای قابل تعریف است که حداقل ۳ عضو داشته باشد. و گراف با کم‌ترین یال به شکل مقابل است:



۳۳- گزینه «۱»

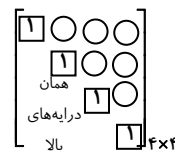
برای این که رابطه هم متقارن و هم پادمتقارن باشد، باید فقط شامل عضوهایی از عناصر روی قطر ماتریس رابطه (M) باشد. چون تعداد عضوهای رابطه مورد نظر حداقل برابر ۳ است، پس این کار به تعداد ۱۶ $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$

$$M = \begin{bmatrix} \circ & & & & \\ & \circ & & & \\ & & \circ & & \\ & & & \circ & \\ & & & & \circ \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

طریق

۳۴- گزینه «۳»

ماتریس این رابطه به صورت روبه‌رو است:



۲۶ حالت برای \circ ها داریم که در حالت همانی، رابطه پادمتقارن است و ما آن را نمی‌خواهیم پس جواب $63 - 1 = 62$ است.

۳۵- گزینه «۲»

$$M(G_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M(G_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

چون R تقارنی است، پس باید درایه‌های متناظر در بالا و پائین قطر اصلی با هم برابر باشند، پس:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \ll M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \ll \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

درایه m_{22} که با دایره نشان داده شده، می‌تواند صفر یا یک باشد، پس تنها دو حالت برای $M(R)$ وجود دارد.

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۳۶- گزینه «۴»

گوش انسان سالم موج‌هایی صوتی را که بسامد آن‌ها بین 20 Hz تا 20 kHz باشد، می‌تواند بشنود. چون بسامد صوت مورد نظر 30 kHz است، بنابراین خارج از گستره بسامدهایی است که انسان می‌تواند بشنود و در نتیجه گوش انسان سالم نمی‌تواند آن‌را بشنود. در ضمن موج‌های صوتی که بسامد آن‌ها بیش‌تر از 20 kHz باشد، فراصوت و موج‌های صوتی که بسامد آن‌ها کم‌تر از 20 Hz باشد، فرسوت نامیده می‌شوند.

۳۷- گزینه «۲»

طبق معادله حالت گازهای کامل، داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{P_2 = P_1} \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{V_2 = \frac{1}{4} V_1} \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4}$$

از طرف دیگر، طبق رابطه سرعت انتشار صوت در گازها، داریم:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1$$

$$\text{درصد تغییر سرعت صوت در گاز} = \frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -50\%$$

بنابراین سرعت صوت، ۵۰٪ کاهش می‌یابد.

۳۸- گزینه «۲»

ابتدا بسامد هماهنگ چهارم این لوله صوتی دو انتها باز را به دست می‌آوریم:

$$f_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{200}{0.25} \Rightarrow f_4 = 800 \text{ Hz}$$

با توجه به این که این لوله صوتی دو انتها باز است، داریم:

$$f_n = n f_1 \Rightarrow 800 = 4 f_1 \Rightarrow f_1 = 200 \text{ Hz}$$



تذکر: اگر رقم اعشار عدد به دست آمده برای n برابر با 0.5 باشد، وقتی لوله به طور کامل از آب خارج می‌شود، تبدیل به لوله صوتی باز می‌شود که صوت دیاپازون را تشدید می‌کند. در این حالت تعداد دفعاتی که لوله صوت دیاپازون را تشدید می‌کند، $n + 1$ می‌شود.

۴۲- گزینه «۴»

با توجه به رابطه مقایسه‌ای شدت صوت، داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{T_1}{T_2} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{1/2 A_1}{A_1} \times \frac{T_1}{1/2 T_1} \times 1 \right)^2 = 1 \Rightarrow I_2 = I_1$$

بنابراین شدت صوت تغییر نمی‌کند.

۴۳- گزینه «۴»

با توجه به رابطه محاسبه تغییرات تراز شدت صوت، خواهیم داشت:

$$\Delta\beta = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 19/2 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1/92$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \times 0.48 = 4 \log 3 = \log 3^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 3^4 = 81$$

۴۴- گزینه «۳»

طول موج در جلو و پشت چشمه‌ی صوت در حال حرکت به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda_{01} = \lambda_s - v_s T_s \quad (1)$$

$$\lambda_{02} = \lambda_s + v_s T_s \quad (2)$$

اگر دو رابطه را با هم جمع کنیم، داریم:

$$\lambda_{01} + \lambda_{02} = 2\lambda_s \Rightarrow \frac{\lambda_{01} = 0.5m}{\lambda_{02} = 0.6m} \rightarrow 1/1 = 2\lambda_s$$

$$\Rightarrow \lambda_s = 0.5m$$

۴۵- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه اثر دوپلر، بسامد صوتی را که عابر ساکن می‌شود، به دست

می‌آوریم، داریم:

$$f_0 = \frac{v - v_o}{v - v_s} f_s \xrightarrow{v=340 \frac{m}{s}, f_s=400 \text{ Hz}} f_0 = \frac{340 - 0}{340 - 20} \times 400$$

$$\Rightarrow f_0 = 425 \text{ Hz}$$

۳۹- گزینه «۴»

در امواج ایستاده، فاصله بین هر دو گره متوالی برابر با $\frac{\lambda}{2}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

با توجه به این که در این لوله صوتی یک انتها بسته، سه گره تشکیل شده است، بنابراین لوله صوتی هماهنگ پنجم خود را تشدید می‌کند و داریم:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} = \frac{(2 \times 3 - 1) \times 0.4}{4} = 0.5 \text{ m}$$

۴۰- گزینه «۱»

ابتدا نسبت $\frac{v_{H_2}}{v_{O_2}}$ را به دست می‌آوریم.

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \Rightarrow \frac{v_{H_2}}{v_{O_2}} = \sqrt{\frac{M_{O_2}}{M_{H_2}}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4$$

اکنون با استفاده از رابطه بسامد لوله‌های صوتی باز و بسته می‌توان نوشت:

$$\frac{f_{\text{بسته}}}{f'_{\text{باز}}} = \frac{(2n-1)v_{H_2}}{4L} \Rightarrow \frac{f_{\text{بسته}}}{f'_{\text{باز}}} = \frac{2n-1}{n'} \times \frac{L'}{2L} \times \frac{v_{H_2}}{v_{O_2}}$$

$$\frac{v_{H_2} = 4, n' = 3, 2n-1=3}{v_{O_2}} \xrightarrow{L=2L'} \frac{f_{\text{بسته}}}{f'_{\text{باز}}} = \frac{3}{3} \times \frac{L'}{2 \times 2L'} \times 4$$

$$\Rightarrow \frac{f_{\text{بسته}}}{f'_{\text{باز}}} = 1$$

۴۱- گزینه «۳»

در فاصله‌ی بین هر دو تشدید متوالی، طول لوله به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ تغییر می‌کند. در

حل مسائلی به این شکل در رابطه $f_{2n-1} = \frac{(2n-1)v}{4L}$ ، مقادیر کمیت‌های

مختلف را جایگزین می‌کنیم و n را به دست می‌آوریم. جزء صحیح n ، تعداد دفعاتی است که وقتی بخشی از لوله داخل آب قرار دارد، صوت دیاپازون را تشدید می‌کند.

$$f_{2n-1} = \frac{(2n-1)v}{4L} \xrightarrow{L=110 \text{ cm}=1.1 \text{ m}, f=600 \text{ Hz}} \rightarrow \frac{(2n-1)v}{4L} = 600$$

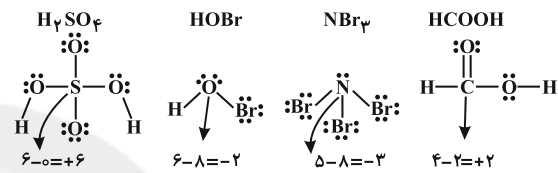
$$600 = \frac{(2n-1) \times 360}{4 \times 1.1} \Rightarrow n = 4/17 \Rightarrow [n] = [4/17] = 4$$

شیمی پیش دانشگاهی

۴۶- گزینه «۴»

گزینه «۱»: به جای محلول اتانول باید محلول نمک خوراکی قرار گیرد.
گزینه «۲»: دستگاه تبدیل انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی صحیح است.
گزینه «۳»: باتری‌های با کارایی بالا، افزون بر تولید انرژی الکتریکی بیشتر، آلاینده‌های کمتری ایجاد می‌کنند.

۴۷- گزینه «۱»



عنصر گوگرد در ترکیب H_2SO_4 و نیتروژن در NBr_3 بیشترین مقدار جبری را در اختلاف عدد اکسایش دارند.

۴۸- گزینه «۴»

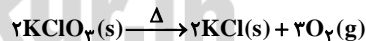
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کاهنده، گونه‌ای است که به گونه اکسند، الکترون داده و عدد اکسایش گونه مقابل را کاهش می‌دهد.
گزینه «۲»: عدد اکسایش کروم در یون دی‌کرومات برابر ۶+ است؛ عدد اکسایش نیتروژن در منیزیم نیتريت برابر ۳+ است:

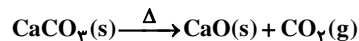
$$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} : 2x - 14 = -2 \Rightarrow x = +6$$

$$\text{Mg}(\text{NO}_3)_2 \Rightarrow \text{Mg}^{2+} / 2\text{NO}_3^- \Rightarrow y - 4 = -1 \Rightarrow y = +3$$

گزینه «۳»: در واکنش تجزیه پتاسیم کلرات (KClO_3) عنصر آزاد (O_2) وجود دارد، بنابراین از نوع اکسایش - کاهش است:



اما در واکنش تجزیه کلسیم کربنات، تغییر عدد اکسایش در هیچ گونه‌ای نداریم، بنابراین این واکنش از نوع اکسایش - کاهش نیست.



گزینه «۴»: در یون‌های پرکلرات و سولفات، اتم مرکزی بالاترین عدد اکسایش ممکن را دارد، بنابراین همیشه اکسند است. در حالی که در یون سولفید، اتم گوگرد کمترین عدد اکسایش ممکن را دارد، بنابراین همیشه به عنوان کاهنده عمل می‌کند:

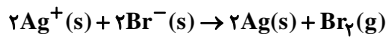
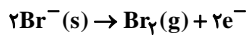
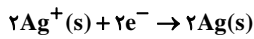
$$\text{ClO}_4^- (\text{پرکلرات}) \Rightarrow x - 8 = -1 \Rightarrow x = +7$$

$$\text{SO}_4^{2-} (\text{سولفات}) \Rightarrow x - 8 = -2 \Rightarrow x = +6$$

$$\text{S}^{2-} (\text{سولفید}) \Rightarrow x = -2$$

۴۹- گزینه «۳»

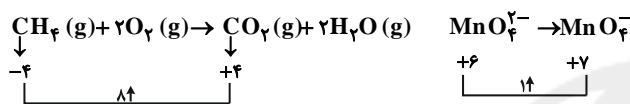
- نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش به صورت هم‌زمان رخ می‌دهد.
- برم تولیدی در واکنش به صورت گاز است.



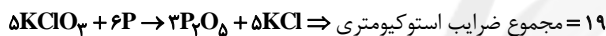
- ۲ الکترون مبادله می‌شود.

۵۰- گزینه «۱»

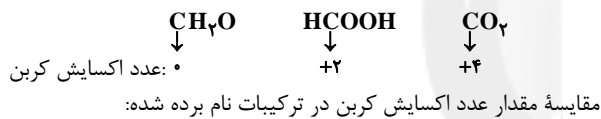
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:

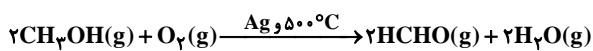
در گذشته، کاهش هم‌ارز با گرفتن هیدروژن و اکسایش هم‌ارز با گرفتن اکسیژن تعریف می‌شد.

۵۱- گزینه «۲»

زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، واکنش اکسایش - کاهش به صورت $\text{Cu}(\text{s}) + 2\text{Ag}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag}(\text{s})$ انجام می‌گیرد که در آن فلز مس، اکسید و یون نقره کاهیده می‌شود، بنابراین یون نقره اکسند و مس کاهنده است.

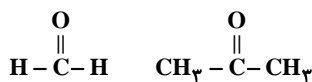
۵۲- گزینه «۱»

گزینه «۱»:



(فرمالدهید) متانال

پس ماده B متانال یا فرمالدهید (ساده‌ترین آلدهید) است و اگر به جای هیدروژن‌های آن، گروه‌های متیل قرار دهیم ساده‌ترین کتون به دست می‌آید.



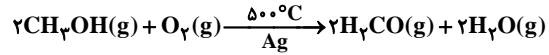
متانال

پروپانون (استون)

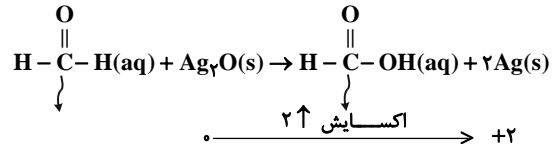


گزینه «۲»:

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۷ است.

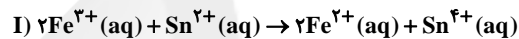


در گزینه «۳» باید بگویید **B** در حضور نقره اکسید، اکسایش یافته و به فرمیک اسید تبدیل می شود.

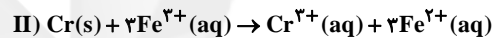


گزینه «۴»: عدد اکسایش اتم کربن در متانال صفر و عدد اکسایش اتم اکسیژن در HOCl ، ۲- است.

۵۳- گزینه «۴»



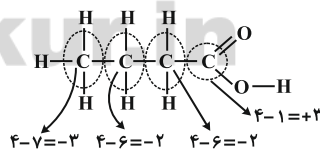
کاهنده اکسنده



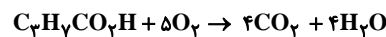
کاهنده اکسنده

گونه‌ای که اکسید شده است (عدد اکسایش آن زیاد شده است) کاهنده است و گونه‌ای که کاهش یافته است (عدد اکسایش آن کم شده است) اکسنده است. با توجه به موازنه دو واکنش، همه موارد بیان شده صحیح هستند.

۵۴- گزینه «۲»



$-4 = -3 + (2 \times (-2)) + 3 = -4$ جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن



-۴ ۴×(+۴)=+۱۶
مجموع عدد اکسایش مجموع عدد

اتم‌های کربن در اکسایش اتم‌های

واکنش دهنده‌ها کربن در فرآورده‌ها

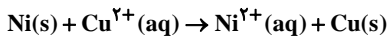
↑ ۲۰ درجه تغییر (افزایش)

الکترون‌های مبادله شده را از طریق اتم‌های اکسیژن محاسبه می‌کنیم. در مجموع

۱۲ اتم اکسیژن در سمت چپ معادله واکنش داریم که هر اتم ۲ درجه تغییر

در عدد اکسایش را شاهد است، پس ۲۰ الکترون مبادله شده داریم.

۵۵- گزینه «۳»



ابتدا با توجه به واکنش موردنظر، محدودکننده را مشخص می‌کنیم.

$$n_{\text{Ni}} = \frac{1/22}{59} = 0.03 \text{ mol Ni}$$

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = M \times V = 0.1 \times 0.2 = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+}$$

یون‌های مس محدودکننده هستند.

$$? \text{ g Ni}^{2+} = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ni}^{2+}}{1 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{59 \text{ g Ni}^{2+}}{1 \text{ mol Ni}^{2+}} = 1.18 \text{ g Ni}^{2+}$$

$$? \text{ g Cu} = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 1.28 \text{ g Cu}$$

با توجه به این که Ni^{2+} از سطح فلز جدا و **Cu** بر سطح فلز می‌نشیند، جرم تیغه نیکلی برابر می‌شود با:

جرم مس اضافه شده + جرم تیغه = جرم تیغه در پایان واکنش

(جرم نیکل اکسید شده) - جرم نیکل وارد شده به محلول -

$$= 1.18 + 1.28 - 1.18 = 1.28 \text{ g}$$

۵۶- گزینه «۲»

با توجه به واکنش اول نتیجه می‌گیریم که در سری الکتروشیمیایی **A** بالاتر از **C** قرار دارد و در واکنش دوم E° منفی است. پس **C** بالاتر از **B** قرار دارد. در واکنش سوم هم **C** بالاتر از H_2 قرار دارد. اما نمی‌توانیم بگوییم که **B** بالاتر از H_2 قرار دارد یا پایین‌تر. در نتیجه دو حالت پیش می‌آید.

حالت اول حالت دوم

A	A	
C	C	ترتیب کاهندگی: $\text{A} > \text{C} > \text{B}$
B	H_2	ترتیب اکسندگی: $\text{B}^{2+} > \text{C}^{2+} > \text{A}^{2+}$
H_2	B	

۵۷- گزینه «۴»

E° برای الکتروستات استاندارد هیدروژن در هر دمایی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مورد «آ» نادرست است.

اندازه‌گیری پتانسیل یک الکتروستات به طور جداگانه ممکن نیست. (مورد «ب» نادرست است.)

پتانسیل‌های الکتروستات استاندارد همواره به صورت پتانسیل‌های کاهش‌ی استاندارد گزارش می‌شود. (مورد «پ» نادرست است.)