



# آزمون غیر حضوری دوازدهم ریاضی (۱۷ اسفند ۱۳۹۷) (مباحث ۷ فروردین ۹۸)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضیات پایه	هندسه ۱ و ۲	آمار و احتمال	فیزیک ۱ و ۲	شیمی ۱ و ۲
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی حمید زرین کفش	علیرضا صابری سید عادل حسینی	علیرضا صابری سید عادل حسینی	حمید زرین کفش علیرضا صابری میرمهدی جعفری	متین هوشیار
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## ریاضی ۱

صفحه‌های ۱ تا ۱۱۷

## حسابان ۱

کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱

## ریاضی پایه

۱- مجموع سه برابر وارون عدد  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$  و قرینه آن کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{5}$

(۲)  $-2\sqrt{5}$

(۳)  $-2\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{2}$

۲- جملات دنباله  $a_n = \frac{2n+1}{4n+5}$  برای  $n > 9$ ، به کدام بازه تعلق دارند؟

(۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{5})$

(۲)  $(\frac{1}{41}, \frac{1}{2})$

(۳)  $(\frac{1}{2}, \frac{18}{29})$

(۴)  $(\frac{7}{15}, \frac{1}{2})$

۳- اگر جملات اول، سوم و شصت و سوم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب برابر با جملات اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی باشد، قدرنسبت دنباله هندسی کدام می‌تواند باشد؟

(۱)  $-12$

(۲)  $30$

(۳)  $5$

(۴)  $6$

۴- مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه  $2S_n = n^2 + n$  به دست می‌آید. جمله دهم این دنباله کدام است؟

(۱)  $55$

(۲)  $45$

(۳)  $10$

(۴)  $5$

۵- یک سهمی محور  $x$  ها را در نقاط به طول‌های ۱ و ۵ قطع می‌کند و رأس آن روی  $y = |x-1| - 4$  است. اگر خط  $y = k$  ( $k \in \mathbb{Z}, k < 0$ )، سهمی را در دو نقطه قطع کند، فاصله این دو نقطه کدام است؟

(۱)  $8$

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۳)  $4$

(۴)  $\sqrt{2}$

۶- اگر بازه  $(a, b)$  مجموعه جواب نامعادله  $|x-3| < \max\{2x-1, 1-2x\}$  باشد،  $a+b$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $-\frac{1}{3}$

۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x(2x+1) = 2$  و  $\frac{1}{\alpha^2}$  و  $\frac{1}{\beta^2}$  جواب‌های معادله  $4x^2 + kx + 4 = 0$  باشند،  $k$  کدام است؟

(۱)  $7$

(۲)  $5$

(۳)  $-9$

(۴)  $-\frac{1}{4}$

۸- معادله  $x + \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2$  چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر

(۲)  $1$

(۳)  $2$

(۴)  $3$

۹- معادله  $\sqrt{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \sqrt{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 5$  چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

۱۰- اگر  $A(0,1)$ ،  $B(-1,1)$  و  $C(3,3)$  مختصات سه رأس مثلث  $ABC$  باشند و  $C'$  قرینه نقطه  $C$  نسبت به میانه  $AM$  باشد، مجموع طول و عرض نقطه  $C'$  کدام است؟

(۱)  $6$

(۲)  $5$

(۳)  $4$

(۴)  $3$

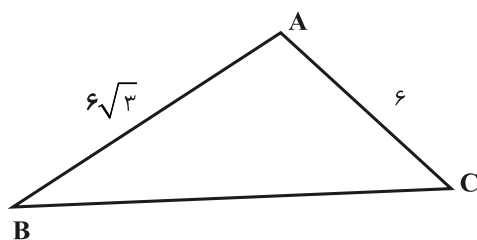
۱۱- در شکل زیر اگر  $\hat{B} = 30^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\hat{A}$  کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

(۱)  $60^\circ$  یا  $120^\circ$

(۲)  $30^\circ$  یا  $90^\circ$

(۳)  $135^\circ$  یا  $45^\circ$

(۴)  $135^\circ$  یا  $60^\circ$





۱۲- اگر  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - x) - 2\cos(\frac{\pi}{2} + x)}{3\cos(\pi + x) - \sin(3\pi - x)} = -\frac{1}{6}$  باشد، مقدار  $\tan(\frac{7\pi}{2} + x)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۳- حاصل  $\sqrt{2}\cos 55^\circ + \cos 1^\circ - \sin 1^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}\sin 55^\circ$  (۲)  $2\sqrt{2}\sin 55^\circ$   
(۳)  $\sqrt{2}\cos 55^\circ$  (۴)  $2\sqrt{2}\cos 55^\circ$

۱۴- اگر  $f = \{(2, a^2), (2, 9), (a, b-1), (3, 5)\}$  تابع باشد، نمودار  $\{(a, b)\}$  هایی که می توان در  $f$  قرار داد.  $g = \{(a, b)\}$  به کدام صورت است؟

- (۱) دو نقطه (۲) یک نقطه  
(۳) یک خط و یک نقطه خارج آن (۴) دو خط

۱۵- اگر  $f$  تابعی خطی،  $f(g(x)) = 6x^2 - 2x + 3$  و  $f(g(x)) = 12x^2 - 14x + 6$  باشد،  $f(2)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۳  
(۳) ۴ (۴) ۶

۱۶- اگر  $g(x) = (f^{-1}(x))^2 + \sqrt{f^{-1}(x)}$  و  $f(x) = 2g^{-1}(14+x) - 4\sqrt{x}$  باشد،  $g^{-1}(18)$  کدام است؟ ( $f$  و  $g$  روی  $\mathbb{R}$  یک به یک هستند.)

- (۱) ۴ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴) ۸

۱۷- اگر  $2^{x+y} - \frac{1}{2^{y-x}} = 0$  و  $x \log(x+y) + \log x - x - 1 = 0$  باشد، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

۱۸- اگر تابع  $f(x) = a[-x] + (2a-1)[x]$  در نقطه  $x=2$  دارای حد و  $g(x) = \begin{cases} 3a & ; x \in \mathbb{Z} \\ 2a & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  کدام است؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۲

۱۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x^2] - x - 5}{|x^2 + 3x + 2|}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۲۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} & ; x \neq 2k\pi \\ a & ; x = 2k\pi \end{cases}$  در  $x=0$  از چپ پیوسته باشد،  $a$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱) صفر (۲)  $2\sqrt{2}$   
(۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$



## هندسه ۱

هندسه ۱

کل کتاب

صفحه‌های ۹ تا ۹۶

۲۱- در صفحه P، نقطه A به فاصله ۱۲ سانتی‌متر از خط d واقع است. چند نقطه در این صفحه

وجود دارد که از نقطه A و خط d به فاصله ۹ سانتی‌متر است؟

(۱) دقیقاً ۱ نقطه (۲) حداکثر ۱ نقطه

(۳) دقیقاً ۲ نقطه (۴) حداکثر ۲ نقطه

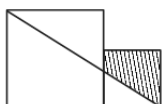
۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع  $2(a+1)$  و  $2a$  و  $a+2$ ، مجموع فواصل نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث از سه رأس آن

کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵

(۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۲۳- در شکل زیر دو مربع به ضلع‌های ۴ و ۶ به هم چسبیده‌اند. مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟



(۱)  $11/2$  (۲)  $10/8$

(۳)  $10/2$  (۴)  $9/6$

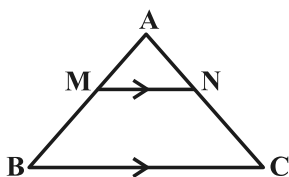
۲۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC،  $AB=8$  و  $AC=6$  اضلاع زاویه قائمه هستند و عمودمنصف وتر، ضلع AB را در نقطه N

قطع می‌کند. طول AN کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{7}{4}$

(۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۱

۲۵- در شکل روبه‌رو اگر  $\frac{AM}{MB} = \sqrt{\frac{2}{3}}$  باشد، آنگاه مساحت دوزنقه MNCB چند برابر مساحت مثلث AMN است؟



(۱)  $\frac{3}{2} + \sqrt{6}$  (۲)  $3 + \frac{\sqrt{6}}{2}$

(۳)  $\frac{3 + \sqrt{6}}{2}$  (۴)  $\frac{3 + \sqrt{6}}{4}$

۲۶- دوزنقه متساوی‌الساقین کدام ویژگی را ندارد؟

(۱) هر دو زاویه مجاور به یک قاعده با هم مساوی‌اند.

(۲) دو قطر با هم برابرند.

(۳) هر دو زاویه روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

(۴) قطرهای هم‌دیگر را نصف می‌کنند.



۲۷- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $\widehat{C} = 30^\circ$ )، اندازه وتر  $BC$  برابر  $10$  واحد است. از نقطه  $A$  عمودی بر میانه  $AM$

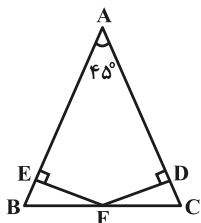
رسم می کنیم تا امتداد ضلع  $CB$  را در نقطه  $N$  قطع کند ( $B$  بین  $M$  و  $N$  است). اندازه  $AN$  کدام است؟

$6\sqrt{2}$  (۴)

$5\sqrt{3}$  (۳)

$5\sqrt{2}$  (۲)

$4\sqrt{3}$  (۱)



۲۸- در شکل مقابل،  $AB = AC = 12$  است. حاصل  $EF + FD$  کدام است؟

$4\sqrt{2}$  (۲)

۴ (۱)

$6\sqrt{2}$  (۴)

۶ (۳)

۲۹- خط  $d$  با صفحه  $P$  متقاطع است. از نقطه  $A$  خارج خط  $d$  و صفحه  $P$ ، چند خط می توان رسم کرد به طوری که با  $P$  موازی و

با  $d$  متقاطع باشند؟

بی شمار (۴)

حداقل یک (۳)

حداکثر یک (۲)

فقط یک (۱)

۳۰- کره ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $R$  را با صفحه  $P$  به فاصله  $2\sqrt{5}$  واحد از نقطه  $O$  قطع کرده ایم. یک دایره به محیط  $8\pi$ ، روی

کره ایجاد شده است. نسبت عدد حجم این کره به عدد مساحت آن، کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

### هندسه ۲

### هندسه ۲

#### کل کتاب

صفحه های ۹ تا ۷۶

۳۱- در شکل زیر  $D$  وسط کمان  $BC$  و  $M$  وسط وتر  $BC$  است. اگر  $AD = 2BC$ ، آن گاه کمان

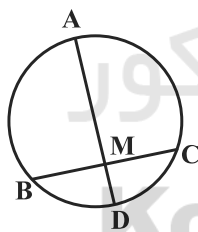
$AB$  چند درجه است؟

۱۲۰ (۱)

۱۳۵ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۶۵ (۴)



۳۲- طول مماس مشترک خارجی دو دایره با شعاع های نابرابر، با طول مماس رسم شده بر دایره کوچک تر از مرکز دایره بزرگ تر، برابر

است. نسبت شعاع دایره بزرگ تر به شعاع دایره کوچک تر کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{5}{2}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

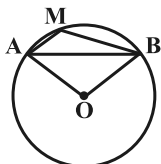
۳۳- در شکل زیر،  $\widehat{AOB} = \widehat{AMB}$  و  $\widehat{OAM} = 2\widehat{OBM}$  است. اندازه کمان  $AM$  کدام است؟

$24^\circ$  (۲)

$20^\circ$  (۱)

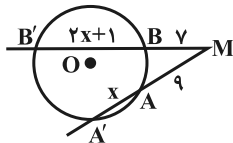
$32^\circ$  (۴)

$30^\circ$  (۳)





۳۴- با توجه به اندازه‌های روی شکل، در دایره  $C(O, 7)$ ، فاصله مرکز دایره از وتر بزرگ‌تر کدام است؟



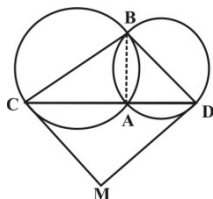
$$\frac{5\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

۳۵- مطابق شکل، دو دایره در نقاط A و B متقاطعند. از نقطه A خطی رسم می‌کنیم تا دو دایره را در نقاط C و D قطع کند، سپس از C و D مماس‌هایی بر هر یک از دایره‌ها رسم می‌کنیم که این مماس‌ها در نقطه M متقاطع‌اند. اگر  $DM > DB$  و  $CB > CM$ ، چهارضلعی BCMD چگونه است؟



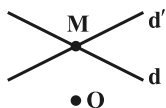
(۲) فقط محیطی

(۱) فقط محاطی

(۴) نه محیطی و نه محاطی

(۳) هم محیطی و هم محاطی

۳۶- با توجه به شکل مقابل، هرگاه دو خط  $d$  و  $d'$  دوران یافته یکدیگر نسبت به مرکز دوران O و به زاویه دوران  $40^\circ$  باشند، آنگاه زاویه حاده بین OM و خط  $d$  کدام است؟



$$140^\circ \quad (2)$$

$$40^\circ \quad (1)$$

$$70^\circ \quad (4)$$

$$20^\circ \quad (3)$$

۳۷- بازتاب نقطه M نسبت به خط  $y = 1$ ، نقطه  $M'$  و بازتاب نقطه  $M'$  نسبت به خط  $y = -1$ ، نقطه  $M''$  است. تصویر  $M''$  در M ... است.

(۲) تحت بازتاب نسبت به محور X ها

(۱) تحت بازتاب نسبت به محور Y ها

(۴) تحت انتقال با بردار  $(0, -4)$

(۳) تحت انتقال با بردار  $(0, 4)$

۳۸- در مثلث ABC،  $b \cos \hat{C} = c \sin \hat{B}$  و  $\hat{A} = 130^\circ$  است. اندازه کوچک‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟

$$20^\circ \quad (4)$$

$$15^\circ \quad (3)$$

$$10^\circ \quad (2)$$

$$5^\circ \quad (1)$$

۳۹- مساحت مثلثی با دو ضلع به طول‌های  $b = 5$  و  $c = 8$ ، برابر ۱۲ است. بیش‌ترین مقدار برای مجذور طول ضلع دیگر مثلث کدام است؟

$$143 \quad (4)$$

$$153 \quad (3)$$

$$133 \quad (2)$$

$$123 \quad (1)$$

۴۰- در مثلث ABC، نیمساز داخلی زاویه A، ضلع BC را به نسبت  $\frac{DB}{DC} = \frac{2}{3}$  قطع می‌کند. اگر  $AC = 2DC$ ، آنگاه طول

نیمساز AD چه کسری از طول ضلع AC است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$



## آمار و احتمال

کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۲۷

ریاضی ۱

آمار و احتمال

صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۷۰

## آمار و احتمال

۴۱- در صورت نادرست بودن ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر، ارزش هر سه گزاره  $p$ ،  $q$  و  $r$  به‌طور

منحصر به فرد مشخص می‌گردد؟

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \quad (۱)$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad (۲)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow r \quad (۳)$$

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \quad (۴)$$

۴۲- اگر  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مجموعه جهانی باشد، آن‌گاه چند مجموعه مانند  $A$  وجود دارد به گونه‌ای که  $A \cup \{1\} = A \cap \{1, 2\}$  باشد؟

باشد؟

$$(۱) \text{ هیچ} \quad (۲) ۲$$

$$(۳) ۴ \quad (۴) ۸$$

۴۳- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} : 5 < x^2 < 65\}$ ،  $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 9x + 20 = 0\}$  و مجموعه  $(A - B) \times B$  دارای ۲۰ عضو باشد،

مجموعه  $(A' - B') \times A$  دارای چند عضو است؟

$$(۱) ۱۲ \quad (۲) ۱۸$$

$$(۳) ۲۴ \quad (۴) ۳۰$$

۴۴- یک تاس را که احتمال آمدن هر عدد آن متناسب با معکوس آن عدد می‌باشد پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که یک عدد اول رو

شود، کدام است؟

$$(۱) \frac{60}{147} \quad (۲) \frac{1}{2}$$

$$(۳) \frac{30}{31} \quad (۴) \frac{62}{147}$$

۴۵- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو عدد رو شده فرد هستند؟

$$(۱) \frac{5}{12} \quad (۲) \frac{1}{3}$$

$$(۳) \frac{1}{2} \quad (۴) \frac{1}{4}$$



۴۶- در یک اداره ۴۰٪ کارمندان زن و ۷۰٪ زنان و ۵۰٪ مردان متاهل هستند. کارمندی به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر متاهل

باشد، احتمال مرد بودن او کدام است؟

$$\frac{16}{29} \quad (1) \quad \frac{15}{29} \quad (2)$$

$$\frac{14}{29} \quad (3) \quad \frac{13}{29} \quad (4)$$

۴۷- برای پیشامدهای مستقل  $A$  و  $B$ ، اگر  $P(A) = 3P(A \cap B')$  و  $P(A|B) = \frac{1}{5}$  باشد،  $P(A \cup B)$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{13}{15} \quad (3) \quad \frac{11}{15} \quad (4)$$

۴۸- اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, x_p, x_p, \dots, x_1, x_1, x_1, \dots$  برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, x_p, x_p, \dots, x_1, x_1, x_1, \dots$  چقدر با میانگین قبلی

اختلاف دارد؟

$$1/44 \quad (1) \quad 2/4 \quad (2)$$

$$2 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

۴۹- واریانس ۴ داده آماری صفر است. اگر داده‌های ۵، ۷ و ۹ را به آنها اضافه کنیم، میانگین داده‌های جدید برابر ۷ می‌شود.

واریانس داده‌های جدید تقریباً چقدر است؟

$$1/85 \quad (1) \quad 1/14 \quad (2)$$

$$1/28 \quad (3) \quad 1/92 \quad (4)$$

۵۰- در مورد نوع متغیرهای زیر، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ صحیح است؟

«دمای اتاق، انواع وضعیت هوا، تعداد حرف «م» در سؤالات این آزمون، نوع بارندگی»

(۱) کیفی اسمی - کیفی ترتیبی - کمی گسسته - کیفی اسمی

(۲) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی ترتیبی

(۳) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی اسمی

(۴) کیفی ترتیبی - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی ترتیبی





## فیزیک ۲

## فیزیک ۲

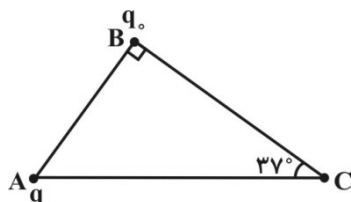
کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰

۵۱- در شکل زیر، اندازه نیروی الکتریکی ای که بار نقطه‌ای  $q$  به بار نقطه‌ای  $q_0$  وارد می‌کند، برابر با  $F$

است. چنانچه بار نقطه‌ای  $q$  از نقطه  $A$  به نقطه  $C$  منتقل شود، اندازه نیروی الکتریکی ای که بر بار  $q_0$

وارد می‌کند، چند برابر  $F$  می‌شود؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )



$$\frac{9}{16} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{9}{25} \quad (4) \quad \frac{3}{5} \quad (3)$$

۵۲- بار الکتریکی  $q = -1\mu C$  در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $10^5 \frac{N}{C}$ ، در جهت خط‌های میدان با سرعت ثابت به اندازه

$\overline{AB} = 10 \text{ cm}$  حرکت داده می‌شود. در این جابه‌جایی تغییرات پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی بار مورد نظر به ترتیب از

راست به چپ بر حسب واحدهای SI، مطابق کدام گزینه است؟

$$+10^{+2} \text{ و } -10^{-4} \quad (2) \quad +10^{-2} \text{ و } -10^4 \quad (1)$$

$$-10^{+2} \text{ و } +10^{-4} \quad (4) \quad -10^{-2} \text{ و } +10^4 \quad (3)$$

۵۳- ظرفیت خازن تختی برابر با  $C$  می‌باشد. اگر در این حالت یکی از صفحات را به گونه‌ای جابه‌جا کنیم که فاصله بین صفحات خازن دو

برابر شود و فاصله بین دو صفحه را با دی‌الکتریکی با ثابت  $K = 4$  به‌طور کامل پر کنیم، ظرفیت خازن  $C'$  می‌شود. حاصل  $\frac{C'}{C}$  کدام

است؟

$$\frac{1}{5} \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 5 \quad (3)$$

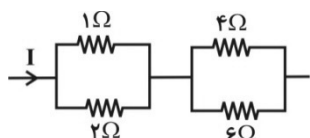
۵۴- در شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل ۱۸ ولت و آمپرسنج ایده‌آل ۲ آمپر را نشان می‌دهند. مقاومت  $R$  چند اهم است؟



$$9 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$1 \quad (4) \quad 6 \quad (3)$$

۵۵- در مدار شکل زیر، اگر جریان در مقاومت یک اهمی برابر با ۲ آمپر باشد، جریان در مقاومت ۴ اهمی چند آمپر خواهد شد؟



$$0/05 \quad (2) \quad 0/8 \quad (1)$$

$$0/2 \quad (4) \quad 1/8 \quad (3)$$



۵۶- مولدی با نیروی محرکه ۶ ولت و مقاومت داخلی  $r$  را به یک مقاومت  $R$  می‌بندیم، به طوری که جریان  $0.2$  آمپر از آن عبور می‌کند.

اگر افت پتانسیل در مقاومت داخلی،  $\frac{1}{9}$  افت پتانسیل در مدار خارجی باشد، مقاومت  $R$  چند اهم است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲۷ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

۵۷- قطعه‌ای از یک سیم رسانا به طول  $50\text{cm}$  و جرم واحد طول  $80 \frac{\text{g}}{\text{m}}$  در میدان مغناطیسی افقی و یکنواختی به بزرگی  $0.2\text{T}$  و عمود بر خط‌های میدان قرار گرفته است. اگر جریان در سیم از جنوب به شمال باشد، برای این که قطعه سیم در حال تعادل باشد، چه

جریانی بر حسب آمپر باید از سیم بگذرد و جهت میدان مغناطیسی کدام است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) ۲۵- غرب به شرق (۲) ۴۰- غرب به شرق (۳) ۴۰- شرق به غرب (۴) ۲۵- شرق به غرب

۵۸- سیمی به طول  $L$  را به صورت پیچیده مسطحی به شعاع  $r$  در می‌آوریم و جریانی به شدت  $I$  را از آن عبور می‌دهیم؛ در این صورت اندازه

میدان مغناطیسی در مرکز پیچه برابر با  $B$  است. اگر همین سیم را به صورت پیچیده مسطحی به شعاع  $\frac{r}{4}$  در آوریم و جریانی به شدت

$2I$  از آن عبور دهیم، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند  $B$  خواهد شد؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۸

۵۹- با سیم روکش‌داری به طول یک متر و قطر مقطع  $1\text{mm}$ ، سیم‌لوله‌ای ساخته‌ایم که مساحت هر حلقه آن  $\pi \times 10^{-4} \text{m}^2$  می‌باشد و

حلقه‌ها در یک لایه کنار هم پیچیده شده‌اند. ضریب القاوری این سیم‌لوله چند هانری است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

- (۱)  $5\pi \times 10^{-6}$  (۲)  $2\pi \times 10^{-6}$  (۳)  $5\pi \times 10^{-3}$  (۴)  $2\pi \times 10^{-3}$

۶۰- سیم‌لوله‌ای به مقاومت الکتریکی  $R$  را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل نموده‌ایم. در این حالت انرژی  $U$  درون سیم‌لوله ذخیره

می‌شود. اگر سیم‌لوله را از وسط به دو قسمت مساوی تقسیم نماییم و دو سر یک قسمت آن را به همان اختلاف پتانسیل ثابت وصل

کنیم، انرژی ذخیره شده در آن چند برابر  $U$  خواهد شد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)  $\frac{1}{2}$

### فیزیک ۱

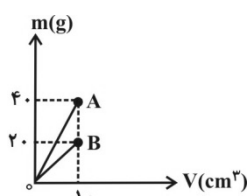
#### فیزیک ۱ کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۷۸

۶۱- در شکل زیر، نمودار تغییرات جرم بر حسب حجم واقعی دو ماده هم‌دمای  $A$  و  $B$  رسم شده است. اگر

$24$  گرم از ماده  $A$  و  $28$  گرم از ماده  $B$  را به صورت همگن با هم مخلوط کنیم، در همان دما، چگالی

مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟ (تغییر حجم نداریم.)



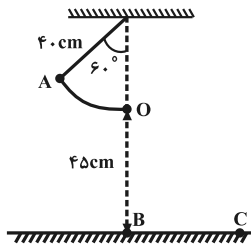
- (۱)  $5/2$  (۲)  $3/2$

- (۳)  $2/6$  (۴) ۶



۶۲- مطابق شکل زیر، آونگی به طول  $40\text{cm}$  را به اندازه  $60^\circ$  از وضعیت تعادل خود منحرف کرده و رها می‌کنیم. اگر نخ حین عبور گلوله

آونگ از وضعیت تعادل خود پاره شود، گلوله آونگ در نقطه C به سطح زمین برخورد خواهد کرد. تندی گلوله در نقطه C برابر با



چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

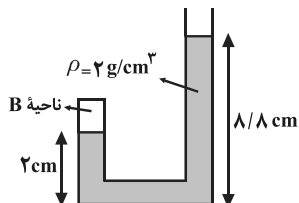
(۲) ۱۳

(۱)  $\sqrt{13}$

(۴) ۲۱

(۳)  $\sqrt{21}$

۶۳- در شکل زیر، اگر چگالی مایع در حالت تعادل برابر با  $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، فشار هوای محبوس در ناحیه B، چند سانتی‌متر جیوه است؟



(فشار هوا معادل با  $76\text{cmHg}$  و چگالی جیوه  $13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است.)

(۲) ۷۶

(۱) ۷۵

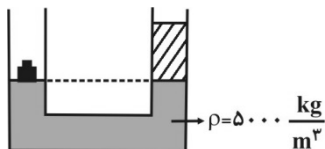
(۴) ۸۶

(۳) ۷۷

۶۴- در شکل زیر، دو مایع مخلوط نشدنی در یک لوله U شکل توسط یک وزنه  $150$  گرمی که بر روی یک پیستون بدون اصطکاک و با جرم

ناچیز قرار دارد، به حالت تعادل رسیده‌اند. اگر وزنه را برداریم، پیستون نسبت به حالت اولیه خود، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود تا

دوباره حالت تعادل برقرار شود؟ (سطح مقطع پیستون در لوله‌های راست و چپ یکسان و برابر با  $5\text{cm}^2$  است.)



(۲) ۵

(۱) ۳

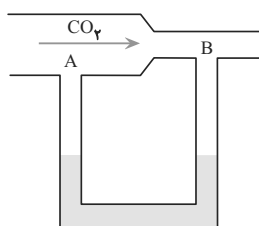
(۴) ۷/۵

(۳) ۴/۵

۶۵- مطابق شکل یک لوله افقی با سطح مقطع متغیر به یک لوله U شکل حاوی مایعی به چگالی  $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  که به حال تعادل قرار دارد،

متصل است. هرگاه جریان از گاز  $\text{CO}_2$  از چپ به راست در لوله برقرار شود، اختلاف فشاری معادل  $500\text{Pa}$  بین دو نقطه A و B

ایجاد می‌شود. در این صورت سطح مایع در شاخه A در لوله U شکل ..... سانتی‌متر ..... از سطح مایع در شاخه



B قرار خواهد گرفت. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

(۲) ۲/۵ - پایین‌تر

(۱) ۲/۵ - بالاتر

(۴) ۲۵ - پایین‌تر

(۳) ۲۵ - بالاتر



۶۶- انبساط طولی یک پل بتونی به طول  $100\text{ m}$ ، هنگامی که دما به اندازه  $20^\circ\text{C}$  افزایش می یابد، چند سانتی متر است؟

$$\left(\alpha_{\text{بتون}} = 12 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}\right)$$

$$2/4 \quad (2)$$

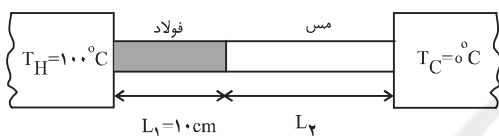
$$2/4 \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$1/2 \quad (4)$$

$$1/2 \times 10^{-2} \quad (3)$$

۶۷- دو میله فولادی و مسی به ترتیب با طول های  $L_1$  و  $L_2$  و سطح مقطع یکسان، بین دو منبع حرارتی قرار دارند. اگر رسانندگی گرمایی

فولاد و مس به ترتیب  $50 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$  و  $400 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$  و دمای سطح مشترک دو میله  $20^\circ\text{C}$  درجه سلسیوس باشد، طول میله  $L_2$  چند



سانتی متر است؟

$$20 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$40 \quad (4)$$

$$30 \quad (3)$$

۶۸- یک کیلوگرم آب  $20^\circ\text{C}$  را با  $2\text{ kg}$  یخ صفر درجه سلسیوس مخلوط می کنیم. اگر تبادل گرمایی مخلوط با محیط ناچیز باشد، کدام

$$\text{گزینه صحیح است؟ } (c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

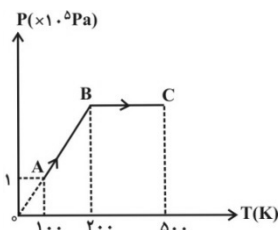
(۱) ۳ کیلوگرم آب بین صفر تا  $20^\circ\text{C}$  خواهیم داشت.

(۲) ۳ کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

(۳)  $1/75$  کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس و  $1/25$  کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

(۴)  $1/5$  کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس و  $1/5$  کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

۶۹- نمودار  $P - T$  فرایندهایی که نیم مول گاز کامل تک اتمی طی می کند، مطابق شکل زیر است. مجموع گرمای مبادله شده در این



$$\text{فرایندها، چند ژول است؟ } (R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, C_P = \frac{5}{2} R, C_V = \frac{3}{2} R)$$

$$2900 \quad (2)$$

$$2400 \quad (1)$$

$$4800 \quad (4)$$

$$3600 \quad (3)$$

۷۰- ضریب عملکرد یک کولر گازی ۵ و توان مصرفی آن ۸۰۰ وات است. در چه مدت  $3/6$  مگاژول گرما از هوای اتاق گرفته می شود؟

$$150 \text{ دقیقه} \quad (2)$$

$$1 \text{ ساعت} \quad (1)$$

$$1500 \text{ ثانیه} \quad (4)$$

$$15 \text{ دقیقه} \quad (3)$$



## شیمی ۲

شیمی ۲  
کل کتاب

۷۱. کدام گزینه جمله زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«در هر ..... شعاع اتمی کاهش می یابد زیرا .....»

(۱) گروه، از پایین به بالا - تعداد لایه های الکترونی افزایش می یابد.

(۲) تناوب، از راست به چپ - با ثابت ماندن تعداد لایه های الکترونی، قدرت جاذبه هسته افزایش می یابد.

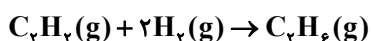
(۳) گروه، از بالا به پایین - تعداد پروتون های هسته افزایش می یابد.

(۴) تناوب، از چپ به راست - در عناصر اصلی علی رغم افزایش تعداد الکترون های ظرفیتی، هسته با قدرت بیشتری الکترون ها را به سمت خود می کشد.

۷۲. اگر در آزمایشی ۴۵/۵ گرم فلز روی با خلوص ۷۵٪ را با مقدار کافی هیدروکلریک اسید واکنش دهیم و سپس گاز  $H_2$  حاصل را

در آزمایش دیگری، مطابق واکنش زیر که بازده آن ۸۰٪ است، با اتین ترکیب کرده و به اتان تبدیل کنیم، چند گرم گاز اتان در

پایان به دست می آید؟ (واکنش اول را کامل فرض کنید.) ( $Zn = 65, C = 12, H = 1; g.mol^{-1}$ )



۵/۲۵ (۴)

۶/۳ (۳)

۷/۸۷۵ (۲)

۰/۵۲۵ (۱)

۷۳. چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

(آ) فرمول مولکولی گریس و وازلین به ترتیب  $C_{18}H_{38}$  و  $C_{28}H_{52}$  است.

(ب) در اثر آغشته شدن پوست به هیدروکربن های مختلف مانند وازلین، بنزین و ... چربی پوست بیشتر می شود.

(پ) شستن پوست یا تماس آن با آلکان های مایع در دراز مدت به بافت های پوست آسیب می رساند.

(ت) با استفاده از آلکان ها می توان از خوردگی فلزها جلوگیری کرد.

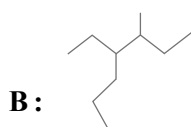
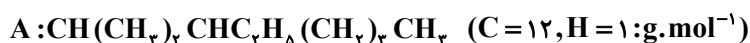
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۴. با توجه به ترکیب های زیر، کدام مقایسه نادرست است؟



C: ۳-اتیل - ۲-متیل پنتان

(۲) نقطه جوش:  $A < C$

(۱) چسبندگی:  $C < B$

(۴) درصد جرمی کربن:  $A > C$

(۳) تعداد پیوندهای C-H:  $A = B$

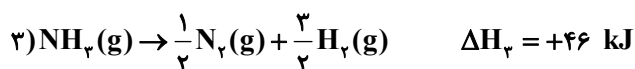
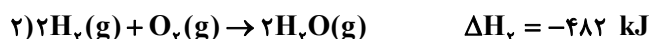
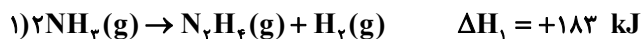


۷۵. اگر گرمای سوختن یک گرم اتانول، بتواند ۱۰۰ گرم آب با دمای  $29^{\circ}\text{C}$  را در فشار  $1\text{atm}$  به جوش آورد،  $\Delta H$  واکنش سوختن

آن، به تقریب چند کیلوژول بر مول است؟ ( $C = 12, O = 16, H = 1, c(\text{آب}) = 4/2\text{J.g}^{-1}.^{\circ}\text{C}^{-1}$ )

- (۱) -۱۵۶۱ (۲) -۱۶۴۸ (۳) -۱۳۷۲ (۴) -۲۷۴۳

۷۶. با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش  $N_2H_4(g) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$ ، چند کیلوژول است؟



- (۱) +۶۱۹ (۲) -۶۱۹ (۳) +۵۷۳ (۴) -۵۷۳

۷۷. با توجه به واکنش:  $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ ، از سوختن  $6/72$  گرم گاز  $CO$ ، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

(متوسط آنتالپی پیوندهای  $C=O$ ،  $C \equiv O$  و  $O=O$  به ترتیب برابر با  $805$ ،  $1075$  و  $498$  کیلوژول بر مول است.)

( $O = 16\text{g.mol}^{-1}$  و  $C = 12\text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱)  $68/64$  (۲)  $137/28$  (۳)  $34/32$  (۴)  $17/16$

۷۸. اگر در واکنش  $2A(g) \rightarrow 4B(g) + C(g)$ ، مقدار  $75\%$  مول گاز  $A$  را در ظرف دو لیتری قرار دهیم تا تجزیه شود و پس از

$10$  دقیقه  $50\%$  از آن تجزیه شده باشد، نسبت سرعت متوسط تولید  $B$  به سرعت متوسط تولید  $C$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۸

۷۹. چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



(ب)

(آ)

(آ) چگالی پلی اتن (آ) و پلی اتن (ب) به ترتیب می‌تواند  $0/92$  و  $0/97$  گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد.

(ب) نیروی بین مولکولی هر دو ترکیب (آ) و (ب) از نوع واندروالسی می‌باشد.

(پ) استحکام پلی اتن (آ) از (ب) بیشتر است.

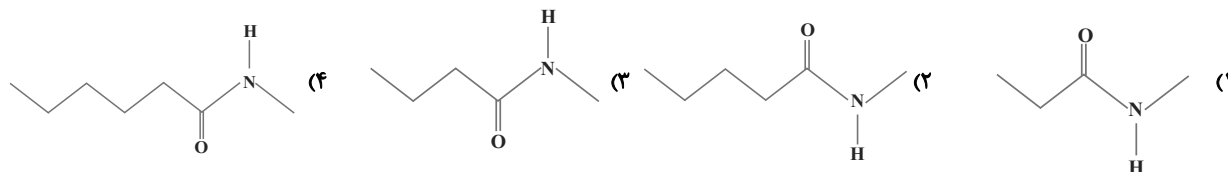
(ت) درصد جرمی کربن در هر دو ترکیب یکسان است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۸۰. اگر  $۱۰/۲$  گرم از یک کربوکسیلیک اسید، با  $۳/۱$  گرم متیل آمین به طور کامل واکنش می دهد. آمید حاصل از این واکنش،

کدام یک از آمیدهای زیر می تواند باشد؟ ( $C = ۱۲, N = ۱۴, H = ۱: g.mol^{-1}$ )



شیمی ۱  
کل کتاب

### شیمی ۱

۸۱. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) وویجر ۱ و ۲ برای شناخت بیشتر سامانه خورشیدی راهی فضا شدند.

(۲) آخرین عکسی که وویجر ۱ گرفت از فاصله‌ی تقریباً ۷ میلیون کیلومتری از زمین ثبت شده است.

(۳) شناسنامه فیزیکی و شیمیایی سیارات تنها حاوی اطلاعات نوع عنصرهای سازنده، ترکیبات شیمیایی در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد می باشد.

(۴) دو فضاپیما از کنار سیارات مشتری، زحل، اورانوس، عطارد، نپتون گذر نمودند.

۸۲. در یک واکنش هسته‌ای طی تبدیل هیدروژن به هلیوم،  $۰/۰۰۴۹۴$  گرم ماده به انرژی تبدیل می شود. این میزان انرژی تقریباً چند

گرم آهن را ذوب می کند؟ (برای ذوب شدن یک گرم آهن  $۲۴۷$  ژول انرژی نیاز است.) ( $c^2 = ۹ \times 10^{16} m^2.s^{-2}$ )

(۱)  $1/8 \times 10^{10}$  (۲)  $1/8 \times 10^7$  (۳)  $1/8 \times 10^8$  (۴)  $1/8 \times 10^9$

۸۳. چه تعداد از موارد زیر، صحیح است؟

(آ) در هیچ موردی، طیف نشری خطی دو عنصر متفاوت یکسان نیست.

(ب) تعداد خطوط مرئی و نامرئی موجود در طیف نشری خطی لیتیم و هیدروژن یکسان است.

(پ) در میان طیف نشری خطی سه عنصر هلیوم، نئون و هیدروژن، پراثرترین خط در ناحیه مرئی، در طیف نشری خطی هیدروژن دیده می شود.

(ت) از طیف نشری خطی یک عنصر می توان مانند اثر انگشت برای شناسایی آن عنصر استفاده کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴. در کاتیون  $X^{2+}$  پنج الکترون موجود در زیرلایه  $I = 2$  می باشد. بر این اساس می توان گفت:

(۱) عنصر X دارای ۷ الکترون با  $I = 0$  است.

(۲) این کاتیون دارای ۳۱ نوترون است.

(۳) عنصر X در گروه ۷ قرار دارد.

(۴) در بیرونی ترین لایه کاتیون  $X^{3+}$ ، چهار الکترون وجود دارد.



۸۵. کدام گزینه در ارتباط با سبک‌ترین گاز کمیاب، نادرست است؟

- (۱) منبع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تهیه آن در مقیاس صنعتی مناسب‌تر است.
  - (۲) حدود ۷ درصد از مخلوط گاز طبیعی را این گاز تشکیل می‌دهد.
  - (۳) این گاز در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود.
  - (۴) از این گاز برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.
۸۶. در میان ترکیب‌های زیر، چند ترکیب مولکولی به درستی نام‌گذاری شده‌اند؟

•  $\text{BaBr}_4$ : باریم دی‌برمید

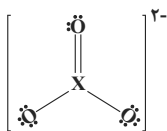
•  $\text{N}_4\text{O}_8$ : دی‌نیتروژن پنتاکسید

•  $\text{Fe}_7\text{O}_3$ : آهن (III) اکسید

•  $\text{P}_4\text{O}_6$ : تترافسفر هگزااکسید

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۸۷. با توجه به ساختار لوویس مولکول مقابل، اتم X به عنصر کدام گروه جدول تناوبی تعلق دارد و در آرایش الکترون - نقطه‌ای



اتم آن چند الکترون به صورت جفت نشده وجود دارند؟

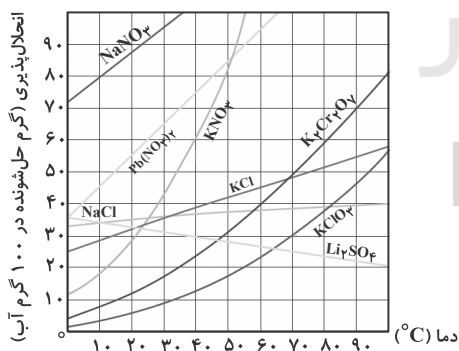
(۱) ۲-۱۶      (۲) ۲-۱۴      (۳) ۴-۱۶      (۴) ۴-۱۴

۸۸. اگر غلظت یون  $\text{Mg}^{2+}$  در آب دریا برابر  $60 \text{ ppm}$  باشد، غلظت مولار آن کدام است؟ (چگالی آب دریا برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  است.)

( $\text{Mg} = 24 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۰/۰۵      (۲) ۰/۰۲۵      (۳) ۰/۰۱۲۵      (۴) ۰/۰۰۵

۸۹. با توجه به نمودار روبه‌رو، اگر ۹۰ گرم محلول سیر شده پتاسیم‌نیترات ( $\text{KNO}_3$ ) را از دمای  $49^\circ\text{C}$  تا دمای  $21^\circ\text{C}$  سرد کنیم،



حدود چند گرم از آن به صورت بلور از محلول جدا می‌شود؟

(۱) ۵۰

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۲۵

(۴) ۶

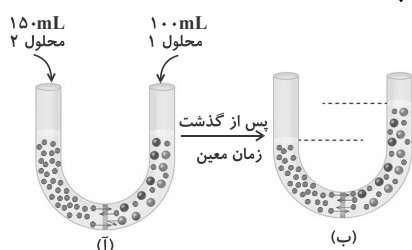
۹۰. با توجه به شکل زیر، اگر محلول‌های ۱ و ۲، محلول‌هایی متفاوت از سدیم کلرید باشند، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در شروع فرایند، سرعت عبور مولکول‌های آب به ستون سمت راست کمتر از ستون سمت چپ است.

(۲) ارتفاع محلول در حالت (ب) در ستون سمت راست بیشتر می‌شود.

(۳) رسانایی الکتریکی محلول ۱ بیشتر از محلول ۲ است.

(۴) غلظت محلول ۱ بیشتر از محلول ۲ است.







## ریاضی پایه

## گزینه «۳»

(سیرممو، رضا اسلامی)

وارون عدد حقیقی  $a, \frac{1}{a}$  و قرینه آن  $-a$  است:

$$a = \sqrt{5} + \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3} \\ -a = -\sqrt{5} - \sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین مجموع سه برابر وارون و قرینه عدد  $a$  برابر است با:

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} + (-\sqrt{5} - \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$$

## گزینه «۴»

(جمال الدین عسینی)

$$a_n = \frac{\frac{1}{2}(fn + 5) - \frac{5}{2} + 1}{fn + 5} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2fn + 5}$$

$$n > 9 \Rightarrow n \geq 10 \Rightarrow fn \geq 40 \Rightarrow fn + 5 \geq 45 \Rightarrow 0 < \frac{1}{fn + 5} \leq \frac{1}{45}$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{3}{2fn + 5} \leq \frac{1}{30} \Rightarrow -\frac{1}{30} \leq -\frac{3}{2fn + 5} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{7}{15} \leq \frac{1}{2} - \frac{3}{2fn + 5} < \frac{1}{2} \Rightarrow a_n \in \left[ \frac{7}{15}, \frac{1}{2} \right)$$

## گزینه «۳»

(عبت سررار)

جملات اول، دوم و چهارم دنباله هندسی یعنی  $a, aq, aq^3$  و جملات اول، سوم و شصت و سوم دنباله حسابی اند. لذا داریم:

$$\frac{aq^3 - aq}{63 - 3} = \frac{aq - a}{3 - 1} \Rightarrow \frac{aq(q^2 - 1)}{60} = \frac{a(q - 1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{aq(q - 1)(q + 1)}{60} = \frac{a(q - 1)}{2} \xrightarrow{q \neq 1} q^2 + q = 30$$

$$\Rightarrow q^2 + q - 30 = 0 \Rightarrow (q + 6)(q - 5) = 0 \Rightarrow q = 5 \text{ یا } q = -6$$

## گزینه «۳»

(علی دارابی نیا)

$$2S_n = n^2 + n \Rightarrow S_n = \frac{n^2 + n}{2} \text{ و } a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$\Rightarrow a_{10} = S_{10} - S_9 = \frac{10^2 + 10}{2} - \frac{9^2 + 9}{2} = 10$$

## گزینه «۲»

(امیر هوشنگ فمسه)

معادله سهمی به صورت  $y = a(x-1)(x-5)$  خواهد بود و چون سهمی از نقاط  $(1,0), (5,0)$  می‌گذرد، طول رأس  $x = 3$  است که روی  $y = |x-1| - 4$  قرار دارد. یعنی:

$$x_s = 3 \Rightarrow y_s = |3-1| - 4 = -2$$

$$S(3, -2) \in \text{ سهمی } \Rightarrow -2 = a(3)(-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = \frac{1}{2}(x-1)(x-5)$$

چون عرض رأس سهمی  $y = -2$  است،  $k = -1$  خواهد بود که آن را با سهمی تلاقی می‌دهیم.

$$-1 = \frac{1}{2}(x-1)(x-5) \Rightarrow -2 = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$$

قد مطلق تفاضل جواب‌های این معادله، جواب مسأله خواهد بود.

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{36 - 28}}{1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(کظم ایلالی)

## گزینه «۱»

می‌دانیم  $\max\{a, -a\} = |a|$  داریم:

$$|2x-1| < |x-3| \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$4x^2 - 4x + 1 < x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0$$

x	-2	4/3
3x <sup>2</sup> + 2x - 8	+	-

لذا مجموعه جواب، بازه  $(-\frac{4}{3}, 2)$  است.

$$\Rightarrow a + b = -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

(جمال الدین عسینی)

## گزینه «۳»

$\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $2x^2 + x - 2 = 0$  هستند. لذا:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{1}{2} \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

از طرف دیگر  $\frac{1}{\alpha^2}$  و  $\frac{1}{\beta^2}$  جواب‌های معادله  $4x^2 + kx + 4 = 0$  می‌باشند.

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{k}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2(-1)}{(-1)^2} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -9$$



$$\Rightarrow \ell_{CC'} : y = -x + 6$$

$$H \in \ell_{CC'}, \ell_{AM} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 6 \end{cases} \Rightarrow H \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

از طرفی H وسط CC' است، پس:

$$H \begin{cases} \frac{x_C + x_{C'}}{2} = \frac{5}{2} \\ \frac{y_C + y_{C'}}{2} = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3 + x_{C'}}{2} = \frac{5}{2} \\ \frac{2 + y_{C'}}{2} = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow C' \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow 2 + 4 = 6$$

(سعید مدیر فراسانی)

۱۱- گزینه «۲»

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

با تقسیم تساوی‌های فوق بر عبارت  $\frac{1}{2} abc$  داریم:

$$\frac{\sin \hat{C}}{c} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{a} \Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin \hat{C}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{A} = 30^\circ \end{cases}$$

(علی شهبازی)

۱۲- گزینه «۴»

$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - x) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} + x)}{3 \cos(\pi + x) - \sin(3\pi - x)} = \frac{-3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos x + 2 \sin x}{-3 \cos x - \sin x} = \frac{-3}{5} \Rightarrow -5 \cos x + 10 \sin x = 9 \cos x + 3 \sin x$$

$$\Rightarrow \sin x = 2 \cos x \Rightarrow \tan x = 2 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan(\frac{7\pi}{2} + x) = -\cot x = -\frac{1}{2}$$

(سعید مدیر فراسانی)

۱۳- گزینه «۴»

$$\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos(x + 45^\circ) \Rightarrow \cos 10^\circ - \sin 10^\circ = \sqrt{2} \cos 55^\circ$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos 55^\circ + \cos 10^\circ - \sin 10^\circ = \sqrt{2} \cos 55^\circ + \sqrt{2} \cos 55^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \cos 55^\circ$$

(میثم ممزه‌لوی)

۸- گزینه «۱»

$$x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2$$

بنابراین در معادله داریم:

حال با فرض  $\frac{x^2 + 1}{x} = t$  معادله به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$t + \frac{1}{t} = 2 \xrightarrow{t \neq 0} t^2 + 1 = 2t$$

$$\Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x^2 + 1} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{معادله جواب ندارد.}$$

(میلاد منصوری)

۹- گزینه «۲»

واضح است که باید  $x \geq 0$  باشد. حال قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = T$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{1}{T}$$

بنابراین داریم:

در نتیجه معادله به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$T + \frac{1}{T} = 5 \Rightarrow T^2 + \frac{1}{T^2} + 2 = 25$$

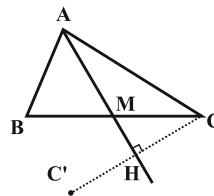
$$\Rightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 23$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 23$$

این معادله فقط یک جواب مثبت دارد.

(ظاهر راستانی)

۱۰- گزینه «۱»



$$M \begin{cases} \frac{x_B + x_C}{2} = 1 \\ \frac{y_B + y_C}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \ell_{AM} : y = x + 1$$

$$m_{CC'} = \frac{-1}{m_{AM}} = \frac{-1}{1} = -1, C \in \ell_{CC'}$$



۱۴- گزینه «۳»

(شماره شهسواریان)

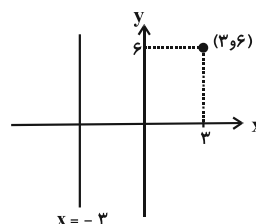
$$f \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$a = 3 : f = \{(2, 9), (2, 9), (3, b-1), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow (2, b-1) = (3, 5) \Rightarrow b-1 = 5 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow (a, b) = (3, 6)$$

$$a = -3 : f = \{(2, 9), (2, 9), (-2, b-1), (3, 5)\}$$

b-1 هر عددی می تواند باشد.

بنابراین نقطه (3, 6) و خط  $x = -3$  پاسخ مسئله هستند.

۱۵- گزینه «۲»

(ممد شتران)

چون  $f$  تابعی خطی است، پس قابل نمایش به صورت  $f(x) = ax + b$  است و چون  $f \circ g$  و  $f \circ f$  هر دو درجه ۲ هستند،  $g(x)$  یک تابع درجه ۲ است.

$$f(g(x)) = ag(x) + b = 6x^2 - 2x + 3$$

داریم:

$$\Rightarrow g(x) = \frac{6}{a}x^2 - \frac{2}{a}x + \frac{3-b}{a}$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = \frac{6}{a}f^2(x) + \frac{3-b}{a} - \frac{2}{a}f(x)$$

$$= \frac{6}{a}(ax+b)^2 - \frac{2}{a}(ax+b) + \frac{3-b}{a} = 12x^2 - 14x + 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6ax^2 = 12x^2 \Rightarrow a = 2 \\ 12bx - 2x = -14x \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f(2) = 3$$

۱۶- گزینه «۴»

(سیف اله غلامپور)

$$g^{-1}(18) = a \Rightarrow g(a) = 18 \Rightarrow g(a) = (f^{-1}(a))^2 + \sqrt{f^{-1}(a)} = 18$$

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = 4 \Rightarrow f(4) = a \Rightarrow f(4) = 2g^{-1}(18) - 4\sqrt{4} = a$$

$$\Rightarrow 2a - 8 = a \Rightarrow a = 8$$

۱۷- گزینه «۱»

(ممد مصطفی ابراهیمی)

$$2^{x+y} = \frac{1}{2^{y-x}} \Rightarrow 2^{x+y} \times 2^{y-x} = 1 \Rightarrow 2^{2y} = 1 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

حال در معادله  $x \log(x+y) + \log x - x - 1 = 0$ ،  $y$  را برابر صفر قرار

$$x \log x + \log x - x - 1 = 0 \Rightarrow x \log x - x + \log x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x(\log x - 1) + (\log x - 1) = 0 \Rightarrow (\log x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x - 1 = 0 \Rightarrow x = 10 & \text{ق ق} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین  $x + y = 10 + 0 = 10$  است.

۱۸- گزینه «۴»

(فریدون ساعتی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \text{تابع } f \text{ در } x = 2 \text{ دارای حد است. بنابراین:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = a[-(2)^+] + (2a-1)[2^+] = -3a + 4a - 2 = a - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a[-(2)^-] + (2a-1)[2^-] = -2a + 2a - 1 = -1$$

$$a - 2 = -1 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2a = 2(1) = 2$$

۱۹- گزینه «۲»

(امیر هوشنگ فمسه)

$$x \rightarrow (-2)^+ ; \quad (-2)^+ = (-1/9) \Rightarrow [(-1/9)^2] = [4^-] = 3$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1, -2$$

x	-2	-1
$x^2 + 3x + 2$	+	-

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow x^2 + 3x + 2 < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{|x^2| - x - 5}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{3 - x - 5}{-(x^2 + 3x + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-2 - x}{-(x^2 + 3x + 2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2 + x}{(2 + x)(1 + x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{1 + x} = -1$$

۲۰- گزینه «۳»

(ممد مصطفی ابراهیمی)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x\sqrt{1 - \cos x} \times (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sqrt{1 - \cos x})^2}{x\sqrt{1 - \cos x} \times 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - (1 - 2\sin^2 \frac{x}{2})}}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{2x} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

حد چپ تابع در نقطه  $x = 0$  برابر  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  است. بنابراین برای آنکه تابع در $x = 0$  از چپ پیوسته باشد، باید مقدار  $f(0)$  نیز برابر  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  باشد.

$$\Rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

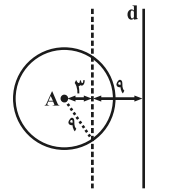


## هندسه ۱

۲۱- گزینه «۳»

(شروین سیاح‌نیا)

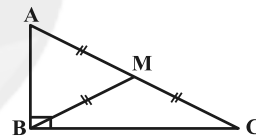
مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۹ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۹ می‌باشد و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۹ قرار دارند، دو خط موازی d در طرفین آن است و محل تلاقی این دو خط با دایره جواب مسأله است که در این‌جا دقیقاً دو نقطه می‌باشد.



۲۲- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها در وسط وتر واقع است. پس کافی است فاصله M از سه رأس مثلث را به دست آوریم.



$$\Delta ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow [2(a+1)]^2 = (a+2)^2 + (2a)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = 4 \Rightarrow AC = 2(4+1) = 10$$

چون M پای میانه نظیر وتر است، داریم:

$$BM = \frac{AC}{2} = 5$$

$$MB + MA + MC = 5 + 5 + 5 = 15$$

حال:

۲۳- گزینه «۱»

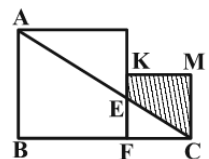
(ممدرضا سیوری)

$$AB \parallel EF \longrightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} \Rightarrow \frac{EF}{6} = \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow EF = \frac{24}{10} = 2 \frac{4}{5}$$

$$KE = KF - EF = 4 - 2 \frac{4}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

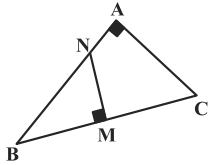
$$S_{KMCE} = \frac{KM(KE + MC)}{2} = \frac{4(1 \frac{1}{5} + 4)}{2} = 2(5 \frac{1}{5}) = 11 \frac{1}{5}$$



۲۴- گزینه «۲»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

نقطه وسط وتر را M فرض می‌کنیم.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10 \text{ و } MB = 5$$

دو مثلث ABC و BMN به حالت تساوی زاویه‌ها، متشابه‌اند:

$$\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \frac{BN}{10} = \frac{5}{8} \Rightarrow BN = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$$

$$AN = AB - BN = 8 - \frac{25}{4} \Rightarrow AN = \frac{7}{4}$$

۲۵- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = k$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{دو زنگه}}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{(5 + 2\sqrt{6}) - 2}{2} = \frac{3 + 2\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2} + \sqrt{6}$$

۲۶- گزینه «۴»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

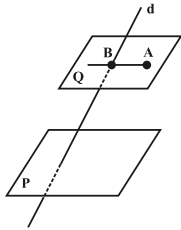
هر چهار ضلعی که دو قطر آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع یا حالت

خاصی از متوازی‌الاضلاع است.



واقع اند، بنابراین خط  $d$  لزوماً با صفحه  $P$  موازی می‌شود که با متقاطع بودن

خط  $d$  و صفحه  $P$  در تناقض است.



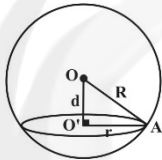
(معمربراهیم کیتی زاده)

۳- گزینه «۲»

اگر کره را توسط صفحه‌ای قطع کنیم، آنگاه مطابق شکل زیر، دایره‌ای به مرکز

$O'$  و به شعاع  $r$  ایجاد می‌شود.

$$2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$$



$$\Delta OAO' : OA^2 = OO'^2 + O'A^2$$

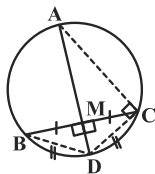
$$\Rightarrow R^2 = d^2 + r^2 = (2\sqrt{5})^2 + 4^2 = 36 \Rightarrow R = 6$$

$$\Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{1}{3}R = 2$$

هندسه ۲

(معمربندان)

۳۱- گزینه «۳»



از آنجا که  $AD$ ، وتر و کمان  $BC$  را نصف کرده است، پس قطر دایره است.

در نتیجه مثلث  $ACD$  قائم‌الزاویه است. چون  $AD = 2BC = 4CM$  و

$CM$  ارتفاع وارد بر وتر است، پس  $\widehat{DAC} = 15^\circ$  (در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که

ارتفاع وارد بر وتر یک چهارم وتر باشد، یک زاویه  $15^\circ$  است)، داریم:

$$\widehat{ADC} = 75^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} = 15^\circ$$

(معمربلی نازپرور)

۲۷- گزینه «۳»

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است پس

$$AM = \frac{BC}{2} \text{ و در مثلث } AMC \text{ داریم } \widehat{A} = \widehat{C} = 30^\circ \text{ و } \widehat{M}_1 = 120^\circ.$$

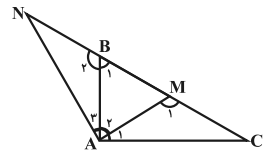
طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر است پس

$$AB = \frac{BC}{2} \text{ و مثلث } ABM \text{، متساوی‌الاضلاع است. پس } \widehat{B}_2 = 120^\circ$$

$$\widehat{A}_3 = 90^\circ - \widehat{A}_2 = 30^\circ. \text{ در نتیجه دو مثلث } ABN \text{ و } AMC \text{ به حالت دو}$$

زاویه و ضلع بین، هم‌نهشت هستند. پس داریم:

$$AN = AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$



(رضا عباسی اصل)

۲۸- گزینه «۴»

ارتفاع  $BH$  را رسم می‌کنیم، داریم:

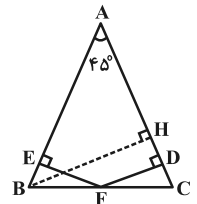
$$\Delta ABH : \widehat{A} = 45^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\xrightarrow{AB=12} BH = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

$$FE + FD = BH$$

$$EF + FD = 6\sqrt{2}$$

پس:



از طرفی می‌دانیم:

(شروین سیاح‌نیا)

۲۹- گزینه «۱»

از نقطه  $A$ ، صفحه  $Q$  را موازی با صفحه  $P$  رسم می‌کنیم. این صفحه، خط  $d$

را در نقطه  $B$  قطع می‌کند. خط گذرنده از  $A$  و  $B$  همان خط مطلوب است،

یعنی موازی با  $P$  و متقاطع با  $d$  است. این خط منحصر به فرد است، زیرا اگر

دو خط از  $A$  موازی با  $P$  و متقاطع با  $d$  وجود داشته باشند، آن‌گاه از این دو

خط، صفحه  $Q'$  می‌گذرد که این صفحه با  $P$  موازی خواهد بود. از طرفی اگر

نقاط تقاطع دو خط با خط  $d$ ، نقاط  $B$  و  $B'$  باشد،  $B$  و  $B'$  در صفحه  $Q'$



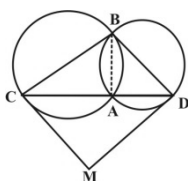
$$\Delta OBH : OH^2 = OB^2 - BH^2 = r^2 - \left(\frac{11}{4}\right)^2$$

$$= 49 - \frac{121}{4} = \frac{75}{4} \Rightarrow OH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

(نویس میبیری)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{DCM} \text{ زاویه ظللی} \\ \widehat{ABC} \text{ زاویه محاطی} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{CDM} \text{ زاویه ظللی} \\ \widehat{ABD} \text{ زاویه محاطی} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{CDM} = \widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2}$$



$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DBA} + \widehat{CBA} = \widehat{MDC} + \widehat{MCD} \quad (1)$$

$$\Delta MCD : \widehat{MCD} + \widehat{MDC} + \widehat{CMD} = 180^\circ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{CMD}$$

پس این دو زاویه رو به رو، در چهارضلعی BCMD مکمل یکدیگرند، در نتیجه دو زاویه دیگر هم مکمل اند که نشان می‌دهد BCMD چهارضلعی محاطی است.

با توجه به نامساوی‌های داده شده،  $CB + DM > CM + DB$  است و چهارضلعی قطعاً محیطی نیست.

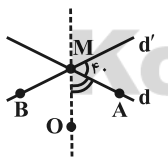
(تفسیر ممی نزار)

گزینه «۴» ۳۶-

مرکز دوران مطابق شکل بر نیمساز زاویه  $140^\circ$  واقع است. داریم:

$$\widehat{AMB} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{OMA} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$



(داریوش ناظمی)

گزینه «۴» ۳۷-

بازتاب نسبت به دو خط موازی، معادل با انتقال با برداری به طول دو برابر فاصله دو خط و عمود بر دو خط است و در جهتی که جهت آن از خط اول به طرف خط دوم است.

بنابراین بازتاب نسبت به خطوط  $y=1$  و  $y=-1$ ، معادل انتقال با بردار  $(0, -4)$  است.

(ممدابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۳» ۳۲-

$$l = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

طول مماس مشترک خارجی

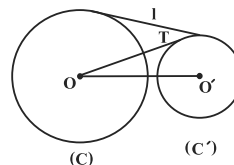
$$O : \text{طول مماس بر دایره } C' \text{ از نقطه } O : OT = \sqrt{d^2 - R'^2}$$

$$OT = l$$

$$\Rightarrow \sqrt{d^2 - R'^2} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow d^2 - R'^2 = d^2 - R^2 + 2RR' - R'^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 2RR' \Rightarrow R = 2R'$$



(امیرمسین ابومفیوب)

گزینه «۱» ۳۳-

$$\widehat{AOB} = \widehat{AMB} \Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{\widehat{ACB}}{2} \Rightarrow \widehat{ACB} = 2\widehat{AMB}$$

$$\widehat{ACB} + \widehat{AMB} = 36^\circ$$

$$\Rightarrow 3\widehat{AMB} = 36^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 12^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{AMB} = 12^\circ$$

$$\widehat{AMB} + \widehat{AC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B_2} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 30^\circ$$

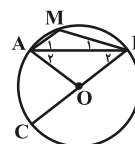
در چهارضلعی OAMB داریم:

$$\widehat{AOB} + \widehat{OAM} + \widehat{AMB} + \widehat{OBM} = 36^\circ$$

$$\Rightarrow 12^\circ + 2\widehat{OBM} + 12^\circ + \widehat{OBM} = 36^\circ$$

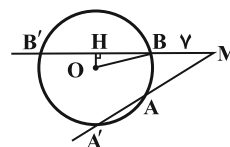
$$\Rightarrow 3\widehat{OBM} = 12^\circ \Rightarrow \widehat{OBM} = 4^\circ \Rightarrow \widehat{B_1} = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AM} = 2^\circ$$



(نویس میبیری)

گزینه «۱» ۳۴-



با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$

$$\Rightarrow 9(9+x) = 7(7+2x+1)$$

$$\Rightarrow 81+9x = 56+14x \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5$$

واضح است که  $BB' = 11$ ، وتر بزرگ تر است. داریم:



۳۸- گزینه «۱»

(کاتخم ابلالی)

تساوی داده شده را به صورت  $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\cos \hat{C}}$  می نویسیم. از طرفی طبق قانون

سینوس ها  $\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$  است، بنابراین داریم:

$$\frac{c}{\cos \hat{C}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \cos \hat{C} = \sin \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (130^\circ + 45^\circ) = 5^\circ$$

در نتیجه:

۳۹- گزینه «۳»

(سروش موئینی)

$$S = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}(\Delta)(\Delta) \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{\Delta^2} = 0/6$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \pm 0/8$$

طول ضلع سوم را با قضیه کسینوس ها پیدا می کنیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 5^2 + 8^2 - 2(\Delta)(\Delta)(\pm 0/8)$$

$$= 89 \pm 64 = 25 \text{ یا } 153$$

۴۰- گزینه «۲»

(محمدابراهیم کیتی زاده)

در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه رو را به نسبت دو ضلع آن زاویه

قطع می کند.

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow DB = \frac{2}{3}DC, AB = \frac{2}{3}AC$$

از طرفی می دانیم:

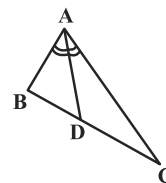
$$AD^2 = AB.AC - DB.DC$$

$$= \left(\frac{2}{3}AC\right).AC - \left(\frac{2}{3}DC\right)DC$$

$$= \frac{2}{3}AC^2 - \frac{2}{3}DC^2$$

$$DC = \frac{1}{2}AC \Rightarrow AD^2 = \frac{2}{3}AC^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}AC\right)^2$$

$$= \frac{1}{3}AC^2 \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{3}AC$$



## آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

در گزینه «۲»، اگر گزاره  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$  نادرست باشد، آنگاه گزاره  $p$ درست و گزاره  $r \Rightarrow q$  نادرست است. با توجه به نادرستی گزاره  $q \Rightarrow r$ ,گزاره  $q$  درست و گزاره  $r$  نادرست است، یعنی ارزش هر سه گزاره  $p$ ,  $q$ و  $r$  به طور منحصر به فرد تعیین می شود.در گزاره های «۱» و «۳»، به ترتیب گزاره های  $p \Rightarrow q$  و  $p \vee q$  قطعاً درستهستند ولی نمی توان در مورد درستی یا نادرستی گزاره های  $p$  و  $q$  دقیقاًاظهار نظر کرد. در گزینه «۴»، گزاره  $q \wedge r$  قطعاً نادرست است ولی نمی توانارزش درستی گزاره های  $q$  و  $r$  را به طور دقیق مشخص نمود.

۴۲- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به تساوی  $A \cup \{1\} = A \cap \{1,2\}$ ، رابطه  $A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1,2\}$ 

برقرار است و داریم:

$$\{1\} \subseteq A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1,2\} \subseteq A \Rightarrow \{1\} \subseteq A$$

$$A \subseteq A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1,2\} \subseteq \{1,2\} \Rightarrow A \subseteq \{1,2\}$$

بنابراین تنها مجموعه های ممکن برای  $A$  عبارتند از  $\{1\}$  و  $\{1,2\}$ .

۴۳- گزینه «۲»

(هومن نورانی)

$$5 < x^2 < 65 \Rightarrow 3 \leq x \leq 8 \Rightarrow A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 5 \Rightarrow A \cap B = \{4, 5\}$$

$$\Rightarrow A - B = \{3, 6, 7, 8\}$$

$$n[(A - B) \times B] = n(A - B) \times n(B) = 20 \Rightarrow 4n(B) = 20$$

$$\Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

از طرفی  $A' - B' = B - A$  است، پس داریم:

$$n[(A' - B') \times A] = n[(B - A) \times A] = n(B - A) \times n(A)$$

$$= 3 \times 6 = 18$$



$$P(A) = 2P(A \cap B') \Rightarrow P(A) = 2P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{5} \xrightarrow{A \text{ و } B \text{ مستقل اند}} P(A) = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{3+10-2}{15} = \frac{11}{15}$$

(رضا پورحسینی)

گزینه «۴» - ۴۸

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 12$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 120$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n+2} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 8 + 16}{12} = \frac{120 + 24}{12}$$

$$= \frac{144}{12} = 12$$

$$\bar{y} - \bar{x} = 0$$

(عزیزاله علی اصغری)

گزینه «۲» - ۴۹

چون واریانس ۴ داده برابر صفر است، این ۴ داده مساوی یکدیگرند. اگر هر کدام از این ۴ داده را برابر  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$y = \frac{4x + 5 + 7 + 9}{4} \Rightarrow 49 = 4x + 21 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = 7$$

بنابراین داده‌ها به صورت ۷، ۷، ۷، ۷، ۷ و ۵ می‌باشند. واریانس

داده‌های جدید برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{2^2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2^2}{7} = \frac{8}{7} \approx 1/14$$

(ایمان پینی فروشان)

گزینه «۳» - ۵۰

دمای اتاق، متغیر کمی پیوسته، انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)،

متغیر کیفی اسمی، تعداد حرف «م» در سؤالات این آزمون، متغیر کمی گسسته

و نوع بارندگی (باران، برف)، متغیر کیفی اسمی است.

(شمیر کروی)

گزینه «۴» - ۴۴

$$\begin{cases} P(1) = \frac{x}{1}, P(2) = \frac{x}{2}, P(3) = \frac{x}{3} \\ P(4) = \frac{x}{4}, P(5) = \frac{x}{5}, P(6) = \frac{x}{6} \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \dots + \frac{x}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{60x + 30x + 20x + 15x + 12x + 10x}{60} = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147}$$

$$= \frac{20}{49}$$

$$P(\text{اول آمدن } 4) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{20}{49} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{20}{49} \times \frac{31}{30} = \frac{62}{147}$$

(مهردی زاهدی)

گزینه «۴» - ۴۵

$$S = \{(1,2), (2,1), (2,4), (4,2), (3,3), (1,5), (5,1),$$

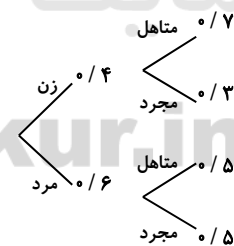
$$, (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (6,6)\}$$

حالت‌های  $A = \{(3,3), (1,5), (5,1)\}$  قابل قبول می‌باشند.

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(عباس اسدی امیرآبازی)

گزینه «۲» - ۴۶



اگر پیشامد متاهل بودن را  $A$  و پیشامد مرد بودن را  $B_1$  بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{60}{100} \times \frac{50}{100}}{\frac{60}{100} \times \frac{50}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{70}{100}} = \frac{3000}{5800} = \frac{30}{58} = \frac{15}{29}$$

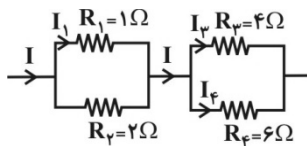
(رضا پورحسینی)

گزینه «۴» - ۴۷

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای  $A$  و  $B$ ، دو پیشامد  $A$  و  $B'$  نیز مستقل

هستند و داریم:





برای جریان عبوری از مقاومت  $4\Omega$  می توان نوشت:

$$I_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I = \frac{6}{4 + 6} \times 3 = \frac{6}{10} \times 3 \Rightarrow I_2 = 1.8 \text{ A}$$

(سراسری ریاضی - ۷۴)

۵۶- گزینه «۲»

افت پتانسیل در مدار برابر با IR و در مولد برابر با Ir می باشد. داریم:

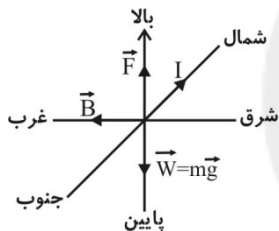
$$Ir = \frac{1}{9} IR \Rightarrow r = \frac{R}{9}$$

حال می توانیم رابطه شدت جریان در مدار تک حلقه را بنویسیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow \frac{I = 0.2 \text{ A}}{R + \frac{R}{9}} = \frac{\mathcal{E} = 6 \text{ V}}{\frac{10}{9} R} \Rightarrow R = 27 \Omega$$

(اهمدرگره میان)

۵۷- گزینه «۳»



نیروی وزن همواره به سمت پایین وارد می شود، اگر بخواهیم قطعه سیم در حالت تعادل باشد، باید نیروی مغناطیسی وارد بر آن به سمت بالا باشد و بنابراین طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی از شرق به غرب خواهد بود. از طرفی باید اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم با اندازه نیروی وزن آن، برابر باشد، یعنی:

$$F = W \Rightarrow BIl \sin \alpha = mg$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow I = \frac{mg}{Bl} \Rightarrow I = \frac{80 \times 10^{-3} \times 10}{0.2} \Rightarrow I = 40 \text{ A}$$

(اغشبین مینو)

۵۸- گزینه «۴»

در هر حالت، تعداد حلقه های پیچ به برابر است با:

با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در داخل یک پیچ، داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{\mu_0 \times \frac{L}{2\pi r} \times I}{2r} = \frac{\mu_0 LI}{4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{I_2}{I_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{B_2}{B} = 1 \times \frac{2I}{I} \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{2}r_1}\right)^2 = 2 \times 4 = 8$$

$$\Rightarrow B_2 = 8B$$

## فیزیک ۲

۵۱- گزینه «۲»

(مسن پیکان)

چون اندازه بارها ثابت است و فقط فاصله بین آنها تغییر می کند، با استفاده از رابطه مقایسه ای قانون کولن، داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = (\tan 37^\circ)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{16}$$

۵۲- گزینه «۱»

(روبن هوانسیان)

اندازه تغییر پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت، از رابطه زیر به دست می آید.

$$|\Delta V| = Ed \cos \alpha \Rightarrow E = 1.5 \frac{\text{N}}{\text{C}}, \alpha = 0, d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$|\Delta V| = 1.5 \times 0.1 \times 1 = 1.5 \text{ V}$$

با حرکت در جهت خط های میدان، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد، بنابراین  $\Delta V = -1.5 \text{ V}$  خواهد بود.

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\Delta U = q \times \Delta V = (-1 \times 10^{-6}) \times (-1.5) = +1.5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

چون بار الکتریکی در خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن حرکت می کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می یابد.

۵۳- گزینه «۲»

(سیرعلی میرنوری)

طبق رابطه ظرفیت یک خازن تخت، داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{4}{1} \times \frac{d}{2d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 2$$

۵۴- گزینه «۳»

(مسن اسحاق زاده)

ولت سنج ایده آل، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت های متوالی R و  $3\Omega$  و آمپرسنج ایده آل جریان عبوری از آنها را نشان می دهد. بنابراین با استفاده از قانون اهم، می توان نوشت:

$$V = (R + 3)I$$

$$\Rightarrow 18 = (R + 3) \times 2 \Rightarrow R = 6\Omega$$

۵۵- گزینه «۳»

(رامین فروتنی)

در مقاومت های موازی، جریان کل به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود. بنابراین ابتدا جریان I را حساب می کنیم. جریان در مقاومت یک اهمی  $2A$  می باشد، بنابراین داریم:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \Rightarrow 2 = \frac{2}{3} I \Rightarrow I = 3 \text{ A}$$



$$\Rightarrow \rho = \frac{24 + 28}{\frac{24}{4} + \frac{28}{2}} = \frac{52}{6 + 14} = 2 / 6 \frac{g}{cm^3}$$

(ملیحه بعفری)

۶۲- گزینه «۱»

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله را در نقطه C به دست می آوریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow 0 - mgL \cos \theta = \frac{1}{2} mv_C^2 - mg(L + 0 / 45)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} mv_C^2 = mg \left[ L(1 - \cos 60^\circ) + 0 / 45 \right]$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 20 \left[ 0 / 4 \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + 0 / 45 \right] \Rightarrow v_C = \sqrt{13} \frac{m}{s}$$

(رضا خیاض)

۶۳- گزینه «۳»

فشار در نقطه‌های هم تراز یک مایع ساکن برابر است، بنابراین داریم:

$$P_B = P_A \Rightarrow P_B = P_{\text{ستون مایع}} + P_0$$

ابتدا فشار ستونی از مایع به ارتفاع  $6 / 8 \text{ cm}$  و چگالی  $2 \frac{g}{cm^3}$  را برحسب

سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$\text{جیوه } (\rho_h) = \text{مایع } (\rho)$$

$$\Rightarrow 2 \times 6 / 8 = 13 / 6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 1 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ستون مایع}} = 1 \text{ cmHg}$$

با توجه به این که فشار هوا معادل با  $76 \text{ cmHg}$  است، بنابراین داریم:

$$P_B = P_{\text{ستون مایع}} + P_0 = 1 + 76 \Rightarrow P_B = 77 \text{ cmHg}$$

(ناصر فوارزمی)

۶۴- گزینه «۱»

در حالتی که وزنه در شاخه سمت چپ قرار دارد، با استفاده از برابری فشار در

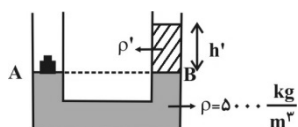
نقاط هم تراز یک مایع ساکن، چون سطح مایع با چگالی  $5000 \frac{kg}{m^3}$  در دو طرف

لوله یکسان است، بنابراین فشار ناشی از وزنه به پیستون سمت چپ معادل فشار

ستون مایع مجهول سمت راست است. بنابراین:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A} + P_0 = \rho'gh' + P_0$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho'gh' \quad (1)$$



(سیدعلی میرنوری)

۵۹- گزینه «۲»

در ابتدا تعداد حلقه‌های سیملوله را محاسبه می کنیم:

$$A = \pi R^2 \Rightarrow \pi \times 10^{-4} = \pi \times R^2 \Rightarrow R = 10^{-2} \text{ m}$$

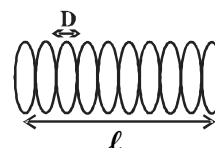
$$\text{محیط هر حلقه} = 2\pi R = 2\pi \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-2}} \Rightarrow N = \frac{50}{\pi}$$

حال برای تعیین طول سیملوله‌ای با N حلقه از سیم روکش‌داری به قطر D داریم:

$$\ell = ND = \frac{50}{\pi} \times 10^{-3} \text{ m}$$

اکنون برای تعیین ضریب القاوری داریم:



$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \left(\frac{50}{\pi}\right)^2 \times \pi \times 10^{-4}}{\frac{50}{\pi} \times 10^{-3}} \Rightarrow L = 2\pi \times 10^{-6} \text{ H}$$

(ناصر فوارزمی)

۶۰- گزینه «۲»

طبق رابطه  $L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$  با نصف شدن طول سیملوله، ضریب القاوری آن

نصف و نیز مقاومت الکتریکی آن نیز نصف می گردد. با نصف شدن مقاومت

الکتریکی، بنابه رابطه  $I = \frac{V}{R}$ ، جریان الکتریکی عبوری از مدار دو برابر

می گردد. از رابطه انرژی ذخیره شده در سیملوله خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \times 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 2$$

## فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از نمودار، چگالی دو ماده A و B را حساب می کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \begin{cases} \text{ماده A: } \rho_A = \frac{40}{10} = 4 \frac{g}{cm^3} \\ \text{ماده B: } \rho_B = \frac{20}{10} = 2 \frac{g}{cm^3} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه چگالی مخلوط می توان نوشت:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$



(سراسری ریاضی - ۹۰)

۶۷- گزینه «۲»

آهنگ شارش گرما در دو میله یکسان است، بنابراین داریم: (فولاد: ۱ و مس:

(۲)

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \Delta \theta_1}{L_1} = \frac{k_2 \Delta \theta_2}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{50 \times (100 - 20)}{10} = \frac{400 \times (20 - 0)}{L_2} \Rightarrow L_2 = 20 \text{ cm}$$

(مهمبرابری اسری)

۶۸- گزینه «۳»

ابتدا گرمای تولید شده از تبدیل ۱kg آب  $20^\circ\text{C}$  به آب صفر درجه سلسیوس و همچنین گرمای لازم برای تبدیل ۲kg یخ صفر درجه سلسیوس به آب صفر درجه سلسیوس را حساب کرده و با مقایسه آنها با هم، متوجه می‌شویم که در نهایت چه چیزی خواهیم داشت:

$$|Q_{\text{آب}}| = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta T_{\text{آب}} = 1 \times 4200 \times |0 - 20| \Rightarrow |Q_1| = 84 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = m_{\text{یخ}} L_F = 2 \times 336 \Rightarrow Q_2 = 672 \text{ kJ}$$

چون  $|Q_1| > Q_2$  است، بنابراین تمام یخ به آب تبدیل نمی‌شود و در نهایت مخلوط آب و یخ صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت. برای به دست آوردن مقداری از یخ صفر درجه سلسیوس که به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود، داریم:

$$|Q_1| = m' L_F \Rightarrow 84 = m' \times 336 \Rightarrow m' = 0.25 \text{ kg}$$

بنابراین در نهایت  $1 + 0.25 = 1.25 \text{ kg}$  آب صفر درجه سلسیوس و  $2 - 0.25 = 1.75 \text{ kg}$  یخ صفر درجه سلسیوس خواهیم داشت.

(مسئله اسفندی ۹۰)

۶۹- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، فرایند AB فرایندی هم حجم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_{AB} = n C_V \Delta T_{AB} = 0.5 \times \frac{3}{2} \times 8 \times (200 - 100) = 600 \text{ J}$$

فرایند BC، فرایندی هم فشار است، بنابراین داریم:

$$Q_{BC} = n C_P \Delta T_{BC} = 0.5 \times \frac{5}{2} \times 8 \times (500 - 200) = 3000 \text{ J}$$

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = 3600 \text{ J}$$

(علی اصغر مهمبر)

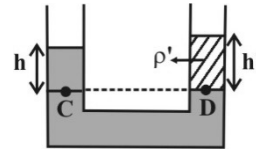
۷۰- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف ضریب عملکرد یک کولر گازی (یخچال) می‌توان نوشت:

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{P \cdot t} \Rightarrow t = \frac{Q_L}{P \cdot K}$$

$$\Rightarrow t = \frac{3/6 \times 10^6}{800 \times 5} = 900 \text{ s} = 15 \text{ min}$$

وقتی که وزنه را از روی پیستون شاخه سمت چپ برمی‌داریم، سطح مایع در آن بالا می‌رود تا دوباره تعادل برقرار شود، در این حالت می‌توان نوشت:



$$P_C = P_D \Rightarrow \rho g h + P_0 = \rho' g h' + P_0$$

$$\Rightarrow \rho g h = \rho' g h' \quad (1)$$

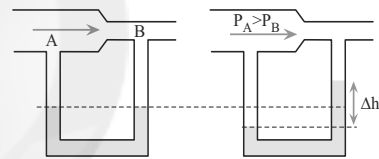
$$\frac{(1), (2)}{(1)} \rightarrow \frac{m g}{A} = \rho g h$$

$$\Rightarrow h = \frac{m}{\rho A} = \frac{150 \times 10^{-3}}{5000 \times 5 \times 10^{-4}} \Rightarrow h = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین مایع در شاخه سمت چپ  $6 \text{ cm}$  نسبت به حالت اولیه خود بالا رفته است، زیرا سطح مایع در شاخه سمت راست نیز  $3 \text{ cm}$  پایین می‌آید و به این ترتیب اختلاف ارتفاع مایع در دو شاخه به  $6 \text{ cm}$  خواهد رسید.

(کتاب آبی)

۶۵- گزینه «۲»



مطابق شکل تندی گاز در بخش پهن تر لوله افقی (بخش A) کم‌تر و فشار آن بیش‌تر از بخش باریک لوله (بخش B) است یعنی  $P_A > P_B$ . این اختلاف فشار باعث پایین رفتن سطح مایع در شاخه سمت چپ و بالا رفتن در شاخه سمت راست می‌شود. به طوری که داریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \xrightarrow{\Delta P = 500 \text{ Pa}, \rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Delta h = \frac{500}{2000 \times 10} \text{ m} = 2.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{5}{200} \text{ m} = \frac{5}{2} \text{ cm} = 2.5 \text{ cm}$$

(بابک اسلامی)

۶۶- گزینه «۲»

چون تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس با تغییرات دما برحسب کلونین یکسان است، بنابراین:

$$\Delta \theta = 20^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = 20 \text{ K}$$

با استفاده از رابطه بین انبساط طولی و تغییرات دمای جامدها، می‌توان نوشت:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \Delta L = 100 \times 12 \times 10^{-6} \times 20$$

$$\Rightarrow \Delta L = 2/4 \times 10^{-2} \text{ m} = 2/4 \text{ cm}$$



## شیمی ۲

۷۱- گزینه «۴»

(سپهر رامی پور)

گزینه «۱»: در هر گروه از بالا به پایین تعداد لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

گزینه «۲»: در هر تناوب از راست به چپ، شعاع اتمی افزایش می‌یابد زیرا با ثابت ماندن تعداد لایه‌های الکترونی، قدرت جاذبه هسته کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: در هر گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد زیرا تعداد لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

۷۲- گزینه «۳»

(سپهر رامی پور)

تعداد مول گاز  $H_2$  حاصل از واکنش (۱) عبارت است از:

$$? \text{ mol } H_2 = 45 / 5gZn \times \frac{75gZn}{100gZn} \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{65gZn}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2}{525 \text{ mol } H_2} = 0 / 525 \text{ mol } H_2$$

اکنون با توجه به واکنش دوم و بازده درصدی آن جرم اتان را به دست می‌آوریم:

$$? g C_2H_6 = 0 / 525 \text{ mol } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{2 \text{ mol } H_2} \times \frac{30gC_2H_6}{1 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{80}{100}$$

$$= 6 / 3 g C_2H_6$$

۷۳- گزینه «۳»

(سپهر رامی پور)

فقط مورد «ب» نادرست است.

گشتاور دو قطبی هیدروکربن‌های مختلف مانند ازلین، بنزین و ... و همچنین مولکول‌های جریبی، تقریباً برابر صفر است؛ پس هیدروکربن‌ها می‌توانند جریبی‌های پوست دست را در خود حل کنند. بنابراین پس از شستن دست با بنزین، پوست دست خشک می‌شود.

۷۴- گزینه «۲»

(سپهر رامی پور)

گزینه «۱»:  $B > C$ : چسبندگی  $\Rightarrow$

$\left. \begin{array}{l} B = 10 \\ C = 8 \end{array} \right\}$  تعداد اتم‌های کربن در ترکیب

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{array}{l} 10 = \text{تعداد اتم‌های کربن در ترکیب A} \\ 8 = \text{تعداد اتم‌های کربن در ترکیب C} \end{array} \right\}$$

 $A > C$ : نقطه جوش  $A > C$ :  $\Rightarrow$  نیروهای بین مولکولی  $\Rightarrow$ 

گزینه «۳»: تعداد اتم‌های کربن در هر دو ترکیب A و B برابر ۱۰ عدد است؛ بنابراین تعداد پیوندهای C-H در هر دو ترکیب برابر است.

نکته: تعداد پیوندهای C-H در هیدروکربن‌ها، برابر با تعداد اتم‌های هیدروژن است. پس در آلکان‌ها با فرمول عمومی  $C_nH_{2n+2}$ ،  $C_nH_{2n+2}$  اتم هیدروژن و در نتیجه  $2n+2$  پیوند C-H وجود دارد.

گزینه «۴»: برای محاسبه درصد جرمی کربن، می‌توانیم از فرمول مولکولی ترکیبات استفاده کنیم:

هر دو ترکیب آلکان هستند و به راحتی با استفاده از تعداد کربن‌ها، فرمول مولکولی آن‌ها ( $C_nH_{2n+2}$ ) را به دست می‌آوریم:

$$A \rightarrow C_10H_{22}: \text{فرمول مولکولی} \Rightarrow 10 \text{ اتم کربن دارد}$$

$$C \rightarrow C_8H_{18}: \text{فرمول مولکولی} \Rightarrow 8 \text{ اتم کربن دارد}$$

$$I) A: \text{درصد جرمی کربن در ترکیب} = \frac{10C}{10C + 22H} \times 100$$

$$= \frac{10 \times 12}{10 \times 12 + 22 \times 1} \times 100 = 84 / 51\%$$

$$II) C: \text{درصد جرمی کربن در ترکیب} = \frac{8C}{8C + 18H} \times 100$$

$$= \frac{8 \times 12}{8 \times 12 + 18 \times 1} \times 100 = 84 / 21\%$$

$$I, II \rightarrow A > C: \text{درصد جرمی کربن}$$

نکته: در آلکان‌ها با افزایش تعداد کربن در مولکول، درصد جرمی کربن افزایش می‌یابد.

۷۵- گزینه «۳»

(سپهر رامی پور)

$$q = mc\Delta T \Rightarrow q = 100 \times 4 / 2 \times (100 - 29) = 29820 \text{ J} = 29 / 82 \text{ kJ}$$

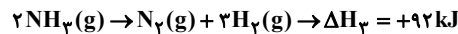
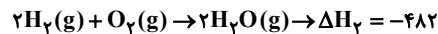
$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } C_7H_8OH \times \frac{46gC_7H_8OH}{1 \text{ mol } C_7H_8OH}$$

$$\times \frac{29 / 82 \text{ kJ}}{1gC_7H_8OH} = 1372 \text{ kJ}$$



۷۶- گزینه «۴»

(سهند رامنی پور)

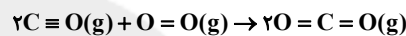


$$\Delta H_{\text{مجهول}} = -\Delta H_1 + \Delta H_2 + 2\Delta H_3$$

$$= -183 - 482 + 2(92) = -573 \text{ kJ}$$

۷۷- گزینه «۱»

(سهند رامنی پور)



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2(\text{C} \equiv \text{O}) + (\text{O} = \text{O})] - [4(\text{C} = \text{O})]$$

$$= [2(1075) + (498)] - [4(805)]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -572 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 6 / 72 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} \times \frac{572 \text{ kJ}}{2 \text{ mol CO}} = 68 / 64 \text{ kJ}$$

۷۸- گزینه «۲»

(سهند رامنی پور)

با توجه به ضرایب B و C در معادله واکنش می توان گفت در هر بازه ی زمانی،

نسبت سرعت متوسط تولید B به سرعت متوسط تولید C برابر ۴ است.

۷۹- گزینه «۱»

(سهند رامنی پور)

فقط مورد «پ» نادرست است.

شکل «ب» نشان دهنده ساختار خطی پلی اتن و شکل آ نشان دهنده ساختار

شاخه ای آن است. در ساختار خطی مولکول ها در فاصله کمتری از هم قرار

می گیرند. لذا حجم کمتری به ازای مقدار جرم ثابت اشغال می کنند و چگالی

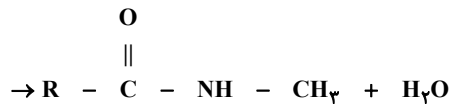
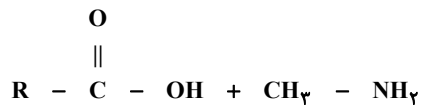
آن ها بیشتر است. پلی اتن چگال تر به پلی اتن سنگین معروف است که استحکام

بیشتری نیز دارد.

۸۰- گزینه «۲»

(سهند رامنی پور)

واکنش مورد نظر به صورت زیر می باشد:



ابتدا مول کربوکسیلیک اسید مصرفی را به دست می آوریم:

$$3 / 1 \text{ g CH}_3\text{NH}_2 \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2}{31 \text{ g CH}_3\text{NH}_2} \times \frac{1 \text{ mol RCOOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2} = 0 / 1 \text{ mol}$$

جرم مولی کربوکسیلیک اسید را از روی جرم داده شده و مول محاسبه شده

به دست می آوریم:

$$\frac{10 / 2}{0 / 1} = 102 \text{ g.mol}^{-1}$$

فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدها  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  است:

$$102 = 12n + 2n + 32 \Rightarrow n = \frac{70}{14} = 5$$

کربوکسیلیک اسید مربوطه پنتانویک اسید بوده است. پس ساختار امید باید در

بخش مربوط به اسید، دارای ۵ کربن باشد.

### شیمی ۱

۸۱- گزینه «۱»

(سهند رامنی پور)

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۲»: آخرین عکسی که وویجر ۱ پیش از خروج از سامانه خورشیدی

گرفت، از فاصله تقریباً ۷ میلیارد کیلومتری از زمین ثبت شده است.

گزینه «۳»: کلمه تنها غلط است و به جای آن «می تواند» صحیح می باشد.

گزینه «۴»: سیاره عطارد در مأموریت دو فضاپیما نبود.

۸۲- گزینه «۴»

(سهند رامنی پور)

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0 / 00494 \times 10^{-3} \times (9 \times 10^{16}) = 4 / 446 \times 10^{11} \text{ J}$$

$$\text{گرم} = \frac{1 \text{ J}}{447 \text{ J}} \times 4 / 446 \times 10^{11} \text{ J} = 1 / 8 \times 10^9 \text{ گرم} = ? \text{ گرم آهن}$$



۸۳- گزینه «۳»

(سهند رامنی پور)

تعداد خطوط موجود در طیف نشری خطی لیتیم و هیدروژن در ناحیه‌ی مرئی یکسان است و در کل با هم متفاوت است.

۸۴- گزینه «۳»

(سهند رامنی پور)

آرایش الکترونی این کاتیون به  $3d^5$  ختم می‌شود. بنابراین در حالت خنثی آرایش الکترونی آن  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$  می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه «۱»: اتم X، ۸ الکترون با  $I = 0$  (زیرلایه S) دارد.- گزینه «۲»:  $Z = 25 \Rightarrow N = A - Z = 54 - 25 = 29$ - گزینه «۴»: بیرونی‌ترین لایه  $X^{3+}$  لایه سوم است که از این زیرلایه‌ها تشکیلشده است:  $3s^2 3p^6 3d^4$ 

بنابراین جمعاً ۱۲ الکترون دارد.

۸۵- گزینه «۳»

(سهند رامنی پور)

سبک‌ترین گاز کمیاب، هلیم ( ${}^4\text{He}$ ) است.

گازی که در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود، آرگون ( ${}^{36}\text{Ar}$ ) است. گاز هلیم در کشور ما جداسازی نمی‌شود؛ زیرا این کار به دانش و فناوری پیشرفته‌ای نیاز دارد.

۸۶- گزینه «۲»

(سهند رامنی پور)

نام صحیح  $\text{BaBr}_2$  (که یک ترکیب یونی است)، باریم برمید می‌باشد. $\text{Fe}_3\text{O}_4$  نیز یک ترکیب یونی می‌باشد.

۸۷- گزینه «۴»

(سهند رامنی پور)

$$24 = 3 \times 6 + X - (-2) \Rightarrow X = 4$$

بنابراین در لایه‌ی ظرفیت عنصر M، ۴ الکترون وجود دارد و عنصر M در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد.

آرایش الکترون-نقطه‌ای عناصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای به صورت  $\cdot \ddot{X} \cdot$  می‌باشد.

۸۸- گزینه «۲»

(سهند رامنی پور)

یک نمونه‌ی یک لیتری را در نظر می‌گیریم.

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 600 = \frac{x(\text{g})}{1000(\text{g})} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 0.6 \text{ g Mg}^{2+}$$

$$? \text{ mol Mg}^{2+} = 0.6 \text{ g Mg}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} = 0.025 \text{ mol Mg}^{2+}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0.025(\text{mol})}{1(\text{L})} = 0.025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۸۹- گزینه «۳»

(سهند رامنی پور)

انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دماهای  $49^\circ\text{C}$  و  $21^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر ۸۰ و ۳۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. بنابراین:

$$\text{رسوب } 25\text{g} = \text{رسوب } 50\text{g} \times \frac{\text{آب } 100\text{g}}{\text{محلول } 180\text{g}} \times \frac{\text{محلول } 90\text{g}}{\text{رسوب } 90\text{g}}$$

۹۰- گزینه «۱»

(سهند رامنی پور)

در شروع فرایند، سرعت عبور مولکول‌های آب به ستون سمت راست بیشتر از ستون سمت چپ است.