



# آزمون غیر حضوری

## درس اختصاصی

### فارغ التحصیلان ریاضی

#### (۱۷ اسفند ۱۳۹۷)

#### (مباحث ۷ فروردین ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم‌جو	حروف‌چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## ریاضی پایه

## ریاضی ۲:

«الگو و دنباله»، «تابع»  
«توابع خاص، نامعادله و تعیین

علامت»، «مثلثات»

صفحه‌های ۱ تا ۲۴، ۵۹ تا ۶۱

۶۴ تا ۷۳، ۸۴ تا ۶۴

و ۱۲۱ تا ۱۵۸

## حسابان:

«محاسبات جبری، معادلات و

نامعادلات»، «مثلثات»

صفحه‌های ۱ تا ۲۴ و ۱۰۴ تا ۱۲۳

۱. حاصل خارج قسمت تقسیم عبارت  $x^9 + 1$  بر  $x + 1$  به ازای  $x = -1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۹

۲. اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $P_1(x)$  بر  $x^2 - 3x + 5$  برابر  $3 - 2x$  و چند جمله‌ای

$P_2(x)$  بر  $x^2 - 3x + 5$  برابر  $2x - 4$  باشد، باقی مانده تقسیم  $P_1(x)P_2(x)$  بر  $x^2 - 3x + 5$  به ازای

$x = 3$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۳. مقدار کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عبارت  $x^2 - x - 2$  و  $x^3 - x^2 - x + 10$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۲ (۴) ۱۲

۴. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $4x^2 - 2x - 1 = 0$  باشد، به ازای کدام مقدار  $m$  مجموعه جواب‌های معادله  $4x^2 - 6x + m = 0$  به صورت

$(\alpha + 2\beta, \beta + 2\alpha)$  است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۵. معادله‌ای با ضرایب صحیح که یکی از جواب‌های آن  $x = \sqrt{6} - \sqrt{5}$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $x^2 - 22x^2 + 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 22x^2 - 1 = 0$  (۳)  $x^2 - 11x^2 + 1 = 0$  (۴)  $x^2 - 11x^2 - 1 = 0$

۶. حاصل  $\frac{\cos^2 70^\circ - \sin^2 10^\circ}{\sin 10^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۷. اگر  $\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$  باشد، به کمک محاسبه  $\cos 4x$  زاویه حاده  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{5}$  (۲)  $\frac{2\pi}{5}$  (۳)  $\frac{\pi}{7}$  (۴)  $\frac{2\pi}{7}$

۸. اگر  $x + y = \frac{\pi}{6}$  باشد، حاصل  $\frac{2 \sin(x-y) + 1}{\sqrt{3} - 2 \cos(x-y)}$  کدام است؟

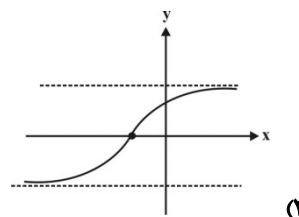
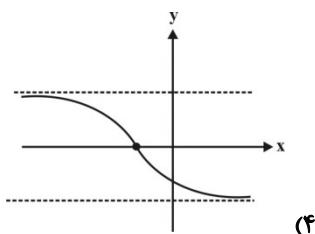
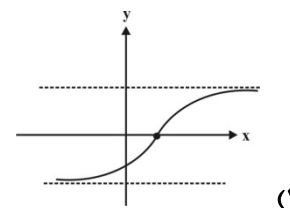
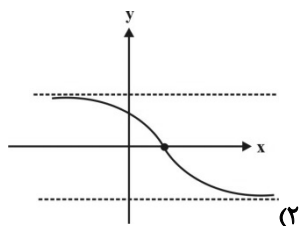
- (۱)  $-\tan x$  (۲)  $-\tan y$  (۳)  $-\cot x$  (۴)  $-\cot y$

۹. جواب‌های کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x = \sin x$  به صورت  $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$  بیان شده است. مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{7, 9\}$  (۲)  $\{1, 3, 5\}$  (۳)  $\{1, 4, 7\}$  (۴)  $\{1, 5, 9\}$



۱۰. تابع  $f(x) = 1 - \tan x$  در فاصله  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  تعریف شده است. نمودار وارون تابع کدام است؟



### آمار و مدل سازی

### آمار و مدل سازی

کل کتاب

صفحه‌های ۳ تا ۱۶۲

۱۱. در جدول فراوانی زیر، فراوانی تجمعی آخرین داده ۳۰ می‌باشد، فراوانی نسبی دسته دوم کدام است؟

مرکز دسته	$x_i$	۲	۵	۸	۱۱
فراوانی مطلق	$f_i$	۶	x	۴	۱۴

۰/۳ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۳۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۱۲. در داده‌های آماری با نمودار ساقه و برگ زیر، اختلاف مد و میانه چقدر است؟

ساقه	برگ				
۲	۱	۲	۳	۵	۸
۳	۰	۱	۴	۶	
۴	۲	۲	۲	۳	۷

۱۰/۵ (۴)

۹/۵ (۳)

۹ (۲)

۱۱ (۱)

۱۳. میانگین و انحراف معیار داده‌های آماری  $x_1, x_2, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_n$  به ترتیب ۴ و ۱ می‌باشد. ضریب تغییرات داده‌های آماری

$x_1 + 4, \dots, x_p + 4, x_{p+1} + 4, \dots, x_n + 4$  کدام است؟

۱ (۴)

۰/۱۲۵ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۱۴. مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی یک جدول داده‌ها به طول دسته ۵، برابر ۱۰۰ می‌باشد اگر دسته‌ها در هفت طبقه دسته‌بندی

شده و مختصات پنجمین نقطه در نمودار (۲۵، ۸) باشد درصد فراوانی نسبی دسته وسط چقدر است؟

۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

۴۰ (۲)

۳۲ (۱)

۱۵. اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_n$  برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_n$  چقدر از میانگین قبلی

بیش تر است؟

صفر (۴)

۲ (۳)

۲/۴ (۲)

۱/۴۴ (۱)



۱۶. داده آماری با انحراف معیار ۱ و میانگین ۵ و ۱۰ داده دیگر با انحراف معیار ۲ و میانگین ۶ را با یکدیگر ترکیب می‌کنیم.

واریانس این ۲۰ داده جدید کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $3/25$  (۳) ۲ (۴)  $2/75$

۱۷. کدام عبارت صحیح نیست؟

(۱) اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.

(۲) اندازه‌گیری اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است.

(۳) بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی گوئیم.

(۴) متغیر تصادفی، متغیری است که قابل اندازه‌گیری باشد.

۱۸. در جدول فراوانی تجمعی داده‌های آماری زیر، اگر میانگین جامعه ۴۱ باشد، در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به دسته (۳۹، ۴۳] چند درجه است؟

نماینده دسته	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
فراوانی تجمعی	۷	۱۷	۳۲	۴۴	a

- (۱) ۹۶ (۲) ۹۸ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۸

۱۹. در یک جدول توزیع فراوانی، کران بالایی دسته اول برابر ۶۶ و کران پایینی دسته پنجم برابر ۱۲۶ است. اگر تعداد دسته‌ها برابر ۸ باشد، آنگاه کدام یک از مقادیر زیر، می‌تواند دامنه تغییرات داده‌ها باشد؟

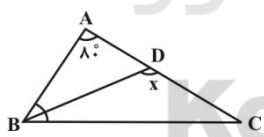
- (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۸۰

۲۰. در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه، جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها  $27/5$  باشد، آنگاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲)  $28/5$  (۳) ۲۹ (۴)  $29/5$

### هندسه ۱

هندسه ۱  
کل کتاب



- (۱)  $130^\circ$  (۲)  $120^\circ$  (۳)  $110^\circ$  (۴)  $100^\circ$

۲۲. در دوزنقه متساوی الساقین ABCD، طول قاعده AB با طول دو ساق برابر است. قطرهای این دوزنقه، نیمساز کدام زوایای آن هستند؟

- (۱) A و B (۲) C و D (۳) A و D (۴) B و C

۲۳. مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) با فرض  $BC = 3\sqrt{5}$  و  $AC = 3$  مفروض است. اگر D نقطه‌ای روی ضلع AB با فاصله برابر از دو رأس B و C باشد، فاصله آن از رأس A کدام است؟

- (۱)  $9/2$  (۲)  $15/4$  (۳)  $9/4$  (۴)  $3/2$



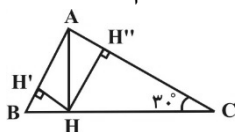
۲۴. در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) با مساحت ۲۴ واحد مربع، ارتفاع و میانه وارد بر وتر به نسبت ۲ و ۳ هستند. اگر پای  $M$  میانه و  $H$  پای ارتفاع یاد شده باشند، اندازه  $HM$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$  (۲)  $8\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴)  $\sqrt{10}$

۲۵. یک دوازده ضلعی منتظم درون دایره‌ای به شعاع واحد، محاط شده است. طول ضلع این دوازده ضلعی چه قدر است؟

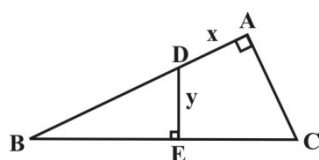
- (۱)  $\sqrt{2+\sqrt{3}}$  (۲)  $\sqrt{2-\sqrt{3}}$  (۳)  $\sqrt{\sqrt{2}+1}$  (۴)  $\sqrt{\sqrt{2}-1}$

۲۶. در شکل زیر،  $AH$  ارتفاع مثلث قائم الزاویه  $ABC$  است. نسبت مساحت مثلث  $CHH''$  به مساحت مثلث  $BHH'$  کدام است؟



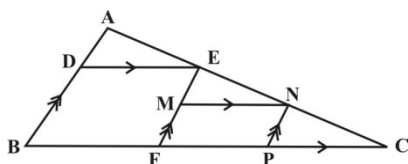
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۹

۲۷. در شکل زیر  $AB=4$  و  $AC=3$  و  $BE=2$  حاصل  $xy$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\frac{9}{2}$  (۳)  $2/\sqrt{5}$  (۴)  $2/\sqrt{25}$

۲۸. در شکل زیر  $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$  است و  $M$  وسط  $EF$  است. نسبت مساحت متوازی الاضلاع کوچک تر به مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

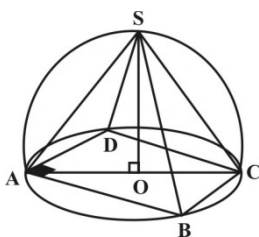


- (۱)  $0/18$  (۲)  $0/08$  (۳)  $0/12$  (۴)  $0/24$

۲۹. قطر وجه‌های یک مکعب مستطیل برابر  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{6}$  و  $\sqrt{5}$  هستند. قطر مکعبی هم حجم با این مکعب مستطیل چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{6}$  (۳) ۳ (۴)  $2\sqrt{3}$

۳۰. مطابق شکل زیر، یک هرم منتظم با قاعده مربع در یک نیم کره به شعاع ۶ واحد محاط شده است. حجم ناحیه بین این دو شکل



چند واحد مکعب است؟

- (۱)  $72(\pi-2)$  (۲)  $72(\pi-1)$  (۳)  $144(2\pi-1)$  (۴)  $144(\pi-1)$

### جبر و احتمال

#### جبر و احتمال

استدلال ریاضی / مجموعه‌ها  
(مجموعه، زیر مجموعه،  
مجموعه توانی، نمایش هندسی  
مجموعه‌ها، جبر مجموعه‌ها)  
صفحه‌های ۱ تا ۵۶

۳۱. اگر نامساوی  $\binom{k}{2} > (k+2)!$  به ازای جمیع مقادیر طبیعی بزرگ تر یا مساوی  $m$  برقرار باشد آنگاه

حداقل مقدار طبیعی برای  $m$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۳۲. در اثبات گنگ بودن  $\sqrt{2}$  با برهان خلف، به کدام تناقض می‌رسیم؟

(۱)  $\sqrt{2}$  گویاست

(۲) دو عدد صحیح و نسبت به هم اول، هر دو زوجند.

(۳)  $2 = 0$

(۴)  $a^2 = 2b^2$  در  $Z$  جواب دارد.

۳۳. مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  مفروض است. زیرمجموعه  $A \subseteq S$  طوری است که در آن دو عضو  $x$  و  $y$  یافت می‌شوند، که نسبت به هم اول هستند. حداقل تعداد عضوهای  $A$  برای این که قطعاً شامل چنین دو عضوی باشد، کدام است؟

(۱) ۴۹

(۲) ۵۱

(۳) ۱۰۱

(۴) ۱۵۱

۳۴. یک کد ۱۰۰ رقمی از کنار هم قرار گرفتن ۱۲ رقم یک و ۸۸ رقم صفر ایجاد شده است. بزرگ‌ترین عدد  $n$  که قطعاً بتوان ادعا کرد «حداقل  $n$  رقم صفر به طور متوالی در کنار یکدیگر قرار دارند» کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۳۵. اگر  $A = \{1, 2, \{1\}, \{1, \{1\}\}, \{1, 2, \{1\}\}\}$  آنگاه مجموعه  $B = \{x \in A \mid x \subseteq A\}$  چند عضو دارد؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۳۶. اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  و  $B = \{a, b, \{a, b\}\}$ ، عدد اصلی مجموعه  $P(A) \cap (A \cup B)$  کدام است؟ ( $P(A)$  مجموعه توانی  $A$  است.)

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۵

۳۷. اگر برای دو مجموعه غیر تهی  $A$  و  $B$ ، رابطه  $A \Delta B = \emptyset$  برقرار باشد، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

(۱)  $(A \cup B) - A$

(۲)  $A - (A \cap B)$

(۳)  $A \cap (A - B)$

(۴)  $A \cup (B - A)$

۳۸. اگر  $n$  عددی طبیعی و  $A_n$  بازه  $(-2n, (-1)^n n)$  باشد، چند عدد صحیح به  $\bigcup_{n=1}^5 A_n$  تعلق دارد؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۳

(۳) ۱۴

(۴) ۱۵

۳۹. مجموعه  $A$  دارای ۱۳، مجموعه  $B$  دارای ۱۹ و مجموعه  $A \cup B$  دارای ۲۵ عضو است، تفاضل متقارن  $A$  و  $B$  چند عضو دارد؟

(۱) ۲۰

(۲) ۲۲

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

۴۰. اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه باشند،  $[(A \cap B) - (B \cup C)] \cup [(A - C) - (A \cup (B - C))]$  کدام است؟

(۱)  $A$

(۲)  $A - B$

(۳)  $A \cap B \cap C$

(۴)  $\emptyset$

### فیزیک ۳

۴۱. مقدار معینی گاز کامل سه اتمی طی یک فرایند هم‌فشار،  $J = 90$  گرما از دست می‌دهد. طی این

فرایند گاز چند ژول کار بر روی محیط انجام می‌دهد؟ ( $C_{MP} = \frac{9}{2} R$ )

(۱) ۲۰۰

(۲) ۳۶۰

(۳) -۳۶۰

(۴) -۲۰۰

فیزیک ۳

کل کتاب

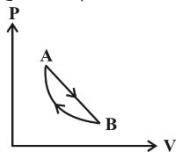
فیزیک ۱

الکتریسته

صفحه‌های ۴۶ تا ۷۶



۴۲. در شکل زیر، چرخه  $P-V$  یک ماشین گرمایی فرضی نشان داده شده است. اگر فرایند  $A \rightarrow B$  بی دررو باشد، کدام یک از



گزینه‌های زیر در مورد فرایند  $A \rightarrow B$  صحیح است؟

(۱) در این فرایند گرمایی مبادله نشده است.

(۲) در این فرایند ماشین هم گرما از دست داده، هم گرما گرفته و هم بر روی محیط کار انجام داده است.

(۳) در این فرایند دستگاه فقط گرما گرفته و بر روی محیط کار انجام داده است.

(۴) در این فرایند دستگاه فقط گرما از دست داده و بر روی محیط کار انجام داده است.

۴۳. دو کره کوچک رسانای مشابه دارای بار الکتریکی  $q_1 = -4\mu C$  و  $q_2 = +2\mu C$ ، در فاصله ۱ متری، نیروی الکتریکی ای به اندازه  $F$

را به یکدیگر وارد می‌کنند. هرگاه این دو کره را با هم تماس داده و سپس در فاصله ۲ متری از هم قرار دهیم، نیروی

الکتریکی ای به اندازه  $F'$  را به هم وارد می‌کنند. حاصل  $\frac{F}{F'}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{9}{20}$  (۳)  $\frac{20}{9}$  (۴)  $\frac{9}{20}$

۴۴. دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $-27\mu C$  و  $+3\mu C$  در فاصله ۳۰ cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار نقطه‌ای  $5\mu C$  را در چند سانتی متری از

بار  $-27\mu C$  و روی امتداد خط واصل دو بار الکتریکی قرار دهیم تا در حالت تعادل بماند؟

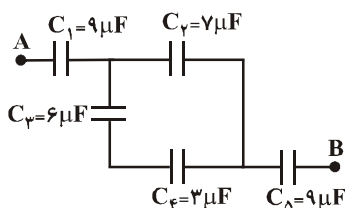
- (۱)  $7/5$  (۲)  $37/5$  (۳) ۱۵ (۴) ۴۵

۴۵. اگر بار الکتریکی مثبت در جهت خط‌های یک میدان الکتریکی یک‌نواخت حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ... و اگر بار

الکتریکی منفی در خلاف جهت خط‌های یک میدان الکتریکی یک‌نواخت حرکت کند، پتانسیل الکتریکی نقطه‌های میدان ...

می‌یابد.

- (۱) افزایش - افزایش (۲) افزایش - کاهش (۳) کاهش - افزایش (۴) کاهش - کاهش



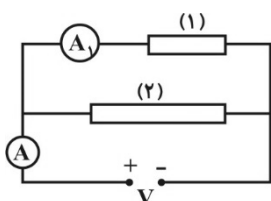
۴۶. در شکل مقابل، ظرفیت خازن معادل بین دو نقطه  $A$  و  $B$ ، چند میکروفاراد است؟

- (۱)  $1/5$  (۲) ۳ (۳) ۲۷ (۴) ۹

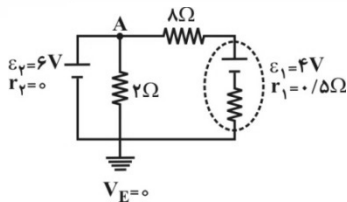
۴۷. در شکل زیر، دو سیم رسانای فلزی (۱) و (۲) دارای سطح مقطع مساوی بوده، اما طول سیم (۱) نصف طول سیم (۲) است. اگر

عددی که آمپرسنج ایده‌آل  $A$  نشان می‌دهد، ۳ برابر عددی باشد که آمپرسنج ایده‌آل  $A_1$  نشان می‌دهد، مقاومت ویژه سیم (۱)

چند برابر مقاومت ویژه سیم (۲) است؟



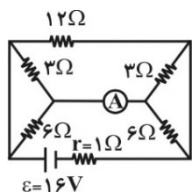
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۴



۴۸. در مدار شکل مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

(۱) -۵ (۲) -۶

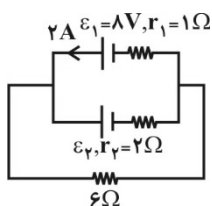
(۳) ۵ (۴) ۶



۴۹. در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده آل چه عددی را بر حسب آمپر نشان می دهد؟

(۱) ۳۰ (۲) ۱۰

(۳) ۴۰ (۴) ۳



۵۰. در مدار شکل زیر، نیروی محرکه مولد  $\epsilon_2$  چند ولت است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۰

## فیزیک ۱ و ۲

### فیزیک ۱:

انرژی / دما و گرما / نورشناخت  
صفحه های ۴۵ تا ۷۷ و ۱۴۶ تا ۱۴۶

### فیزیک ۲:

کار و انرژی / ویژگی های ماده  
گرما  
صفحه های ۷۶ تا ۱۵۹

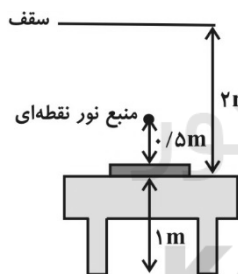
۵۱. آینه تختی به مساحت  $0.2$  مترمربع روی میزی به ارتفاع  $1$  m قرار دارد و در فاصله  $0.5$  متری بالای آن، یک منبع نور نقطه ای قرار دارد. مساحت لکه روشنی که روی سقف و در فاصله  $2$  m از آینه تشکیل می شود، چند مترمربع است؟ (ضخامت آینه تخت ناچیز است.)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵



۵۲. جسمی عمود بر محور اصلی و در مرکز آینه کاوی قرار دارد. وقتی جسم را  $5$  سانتی متر به آینه نزدیک می کنیم، طول تصویر آن  $2$  برابر طول جسم می گردد. اگر جسم را  $5$  سانتی متر از مرکز آینه دور سازیم، طول تصویر آن در این حالت چند برابر طول جسم می گردد؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۵۳. پرتوی نور تک رنگی با زاویه تابش  $45^\circ$  از هوا به محیطی که ضریب شکست آن  $\sqrt{2}$  است، می تابد و قسمتی از آن بازتاب شده و به هوا برمی گردد و قسمتی دیگر شکست می یابد و وارد محیط شفاف می شود. زاویه بین پرتوی بازتاب و پرتوی شکست چند درجه است؟

(۱) ۷۵ (۲) ۹۰

(۳) ۱۰۵ (۴) ۱۲۰

(۱) ۹۰ (۲) ۹۰

(۳) ۷۵ (۴) ۱۲۰





۵۴. جسمی به طول ۶cm عمود بر محور اصلی عدسی همگرایی با فاصله کانونی f قرار دارد. این جسم را در فاصله ۲f تا ۴f جابه‌جا می‌کنیم. در این جابه‌جایی طول تصویر:

(۱) ۴ سانتی‌متر افزایش می‌یابد.

(۲) ۳ سانتی‌متر کاهش می‌یابد.

(۳) ۳ سانتی‌متر افزایش می‌یابد.

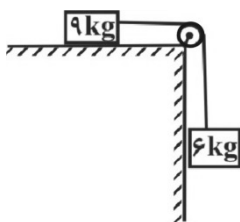
(۴) ۴ سانتی‌متر کاهش می‌یابد.

۵۵. گلوله‌ای که با سرعت  $40 \frac{m}{s}$  در حال حرکت است، ناگهان به مانعی برخورد نموده و ۶۰٪ از انرژی جنبشی اولیه آن صرف گرم شدن خودش می‌گردد. اگر گرمای ویژه گلوله  $400 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$  باشد، دمای گلوله چند درجه سلسیوس افزایش می‌یابد؟

(۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

۵۶. در شکل زیر، جرم نخ، قرقره و اصطکاک بین آن‌ها ناچیز است و دستگاه از حال سکون به حرکت درمی‌آید. در لحظه‌ای که

جابه‌جایی هر یک از وزنه‌ها به یک متر می‌رسد، سرعت هر یک از وزنه‌ها به  $2 \frac{m}{s}$  می‌رسد. گرمایی که تا این لحظه بر اثر



اصطکاک تولید شده، چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰

(۳) ۲۰ (۴) ۴۰

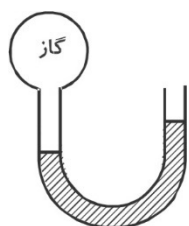
۵۷. فشار کل در عمق ۵ متری یک استخر، چند برابر فشار کل در عمق ۲ متری همان استخر است؟ ( $P_0 = 10^5 Pa$ ،  $g = 10 \frac{N}{kg}$  و  $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ )

$$(\rho_{\text{آب}} = 10^3 \frac{kg}{m^3})$$

(۱) ۱/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۰/۷۵

۵۸. در شکل زیر، قطر دو شاخه یکسان است. اگر در مخزن گاز سوراخی ایجاد کنیم، سطح مایع در شاخه سمت راست، ۱ متر پایین

می‌آید. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن قبل از سوراخ کردن، چند کیلوپاسکال بوده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و  $\rho_{\text{مایع}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ )



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۱۰

(۴) ۲۰

۵۹. حداکثر چند گرم آب صفر درجه سلسیوس را با ۶۴۰ گرم یخ  $10^\circ C$  - مخلوط کنیم تا تمام آب منجمد شود؟

$$(L_F = 336 \frac{J}{g}, c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{J}{g \cdot ^\circ C})$$

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶۰. اگر در فشار ثابت دمای مقدار معینی گاز کامل را از  $100^\circ C$  به  $300^\circ C$  برسانیم، حجم آن .....

(۱) دو برابر می‌شود. (۲) سه برابر می‌شود.

(۳) بیش از دو برابر و کم‌تر از سه برابر می‌شود. (۴) کم‌تر از دو برابر می‌شود.



شیمی ۲: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸، ۳۲ تا ۴۵، ۶۸، ۶۹ و ۹۳ تا ۱۰۸

شیمی ۳: صفحه‌های ۶ تا ۱۱، ۱۸ تا ۲۸، ۳۲ تا ۳۴ و ۳۹ تا ۶۳

شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۱ تا ۱۲، ۲۳ و ۲۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۶۱- اگر برای عنصری از دوره چهارم جدول تناوبی، مجموع اعداد کوانتومی اسپینی الکترون‌های موجود در لایه سوم برابر ۲ باشد، چند مورد از عبارات‌های زیر نادرست هستند؟

• آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن فقط می‌تواند به صورت  $3d^6 4s^2$  باشد.

• اختلاف عدد اتمی آن با عنصر Y برابر ۱۰ است.

• مجموع اعداد کوانتومی مغناطیسی الکترون‌های با عدد کوانتومی  $l=2$ ، نمی‌تواند ۲- باشد.

• تعداد الکترون‌های موجود در بیرونی‌ترین زیرلایه آن و بیرونی‌ترین زیرلایه اتم X برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- در عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی، ..... عنصر دارای الکترون جفت‌نشده هستند که ..... عنصر فقط یک الکترون جفت‌نشده دارند و ..... عنصر دارای دو الکترون جفت‌نشده می‌باشند.

(۱) چهارده - چهار - سه

(۲) پانزده - پنج - سه

(۳) چهارده - چهار - چهار

(۴) پانزده - پنج - چهار

۶۳- برای ترکیبی با فرمول  $C_7H_8$ ، چند ایزومر ساختاری وجود دارد؟

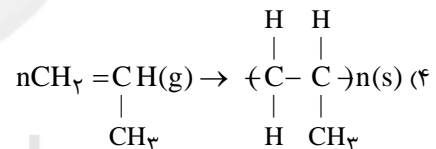
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۶۴- کدام یک از واکنش‌های زیر به شکلی که نوشته شده است، انجام نمی‌شود؟

(۱)  $2 - 2$  دی برمواتان  $\rightarrow$  برم مایع + اتن

(۲) وینیل کلرید  $\rightarrow$  گاز کلر + اتین

(۳) برمواتان  $\rightarrow$  هیدروژن برمید + اتن



۶۵- در واکنش ۸ تن  $Fe_2O_3$  با خلوص ۸۰ درصد با مقدار کافی کربن، مقدار آهن تولید شده برابر ۳/۳۶ تن است. بازده درصدی

واکنش کدام است؟ ( $Fe = 56, O = 16; g.mol^{-1}$ )

(۱) ۳۷/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۸۵ (۴) ۷۵

۶۶- کدام عبارت درست است؟

(۱) اتانول را می‌توان از واکنش گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن به‌دست آورد.

(۲) سدیم کلرید در طبیعت به صورت کانه هماتیت یافت می‌شود.

(۳) در واکنش آلومینیم با آهن (III) اکسید، آهن مذاب تولید می‌شود.

(۴) یکی از روش‌های تولید گاز کلر، واکنش هیدروکلریک‌اسید با منگنز (II) اکسید است.

۶۷- چند مورد از عبارات‌های زیر درست‌اند؟

• مطابق واکنش  $C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ ، آنتالپی استاندارد تشکیل  $CO_2$  و آنتالپی استاندارد سوختن کربن (گرافیت) با هم برابرند.

• اتین از عناصر سازنده خود سطح انرژی بالاتری دارد.

• آنتالپی استاندارد تشکیل هیدرازین را به روش مستقیم نمی‌توان اندازه‌گیری کرد.

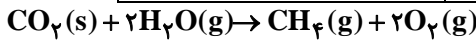
• در صورت تشکیل  $CO_2$  از الماس و اکسیژن، گرمای بیشتری نسبت به هنگام تشکیل آن از گرافیت و اکسیژن تولید می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



۶۸- به کمک جدول زیر تعیین کنید، آنتالپی واکنش داده شده کدام است؟

نوع آنتالپی	$\Delta H^\circ$ سوختن $\text{CH}_4$	$\Delta H^\circ$ تبخیر $\text{H}_2\text{O}$	$\Delta H^\circ$ تصعید $\text{CO}_2$
مقدار آنتالپی ( $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	-۸۹۰	+۴۱/۱	+۲۵



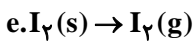
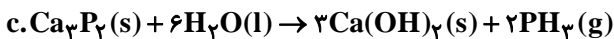
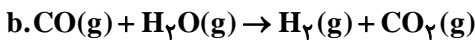
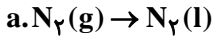
(۴) ۹۸۶/۶

(۳) ۹۱۲/۱

(۲) ۵۷۸/۴

(۱) ۸۳۲/۸

۶۹- با توجه به واکنش‌های داده شده کدام گزینه نادرست است؟

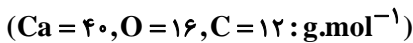


(۱) در واکنش c،  $w < 0$  است. (۲) در واکنش a،  $\Delta H > 0$  است.

(۳) در واکنش b،  $\Delta H \approx \Delta E$  است. (۴) در واکنش e،  $\Delta H > 0$  است.

۷۰- در یک ظرف سرباز، ۴۰ گرم کلسیم کربنات مطابق واکنش  $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$  تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط

واکنش برابر  $0.25 \text{ mol}\cdot\text{min}^{-1}$  باشد، پس از گذشت ۶۰ ثانیه از آغاز واکنش، جرم مخلوط واکنش چند درصد کاهش می‌یابد؟



(۴) ۱۸/۵ %

(۳) ۲۰ %

(۲) ۲۷/۵ %

(۱) ۳۲/۵ %

شیمی ۲: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۸، ۴۸ تا ۵۵، ۵۷ تا ۶۰ و ۷۲ تا ۹۲/ شیمی ۳: صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۰ تا ۱۴، ۱۸ تا ۲۲، ۲۴ تا ۲۸، ۷۳ تا ۸۳ و ۸۵ تا ۹۴ شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸

۷۱- جرم اتم X دو برابر جرم اتمی کربن - ۱۲ و جرم اتم Y، ۱/۵ برابر جرم اتمی X است. تفاوت جرم اتمی کربن - ۱۲ و اتم Y

تقریباً چند گرم است؟ ( $1 \text{ amu} = 1/66 \times 10^{-24} \text{ g}$ )

(۱)  $39/84 \times 10^{-24}$  (۲)  $19/92 \times 10^{-24}$  (۳)  $59/76 \times 10^{-24}$  (۴)  $16/6 \times 10^{-24}$

۷۲- کدام مطلب، توصیف نادرستی درباره طیف نشری خطی هیدروژن است؟

(۱) خطوط رنگی آن در ناحیه دارای انرژی کمتر، فاصله بیشتری از هم دارند.

(۲) هر چه طول موج کوتاه‌تر باشد، پس از عبور از منشور به میزان بیشتری منحرف می‌شوند.

(۳) اگر انرژی‌ای معادل انرژی خط سبز به یک الکترون هیدروژن که در تراز دوم قرار دارد، داده شود به دو تراز بالاتر منتقل می‌شود.

(۴) آنگستروم، پس از توجیه طیف نشری خطی هیدروژن توسط بور، موفق به اندازه‌گیری دقیق طول موج هر خط شد.

۷۳- کدام مطلب درست است؟

(۱) یون هیدرید ( $\text{H}^-$ ) برخلاف یون هیدروژن ( $\text{H}^+$ ) کمتر متداول است.

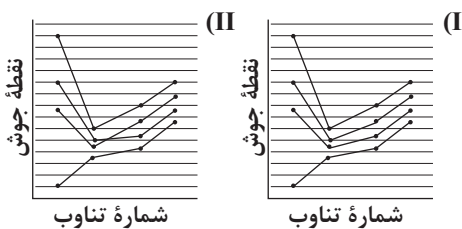
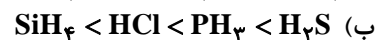
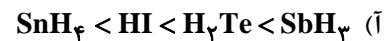
(۲) نسبت تعداد آنیون‌ها به کاتیون‌ها در سدیم نیتريد با نسبت تعداد کاتیون‌ها به آنیون‌ها در سدیم‌یدید یکسان است.

(۳) در ترکیب یونی  $\text{XPO}_4$  کاتیون ترکیب به صورت  $\text{X}^+$  است.

(۴) فرمول  $\text{CuMnO}_4$  می‌تواند مربوط به دو ترکیب یونی مختلف باشد.

۷۴- کدام نمودار روند تغییرات نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار عنصرهای گروه‌های چهاردهم تا هفدهم جدول را به درستی

نشان می‌دهد و براساس آن کدام مقایسه برای نقطه جوش ترکیب‌ها درست است؟



(۲) نمودار (II) و مقایسه «پ»

(۴) نمودار (I) و مقایسه «ب»

(۱) نمودار (II) و مقایسه «آ»

(۳) نمودار (I) و مقایسه «ت»



۷۵- محلول پتاسیم کرومات را به محلول سرب (II) نیترات اضافه می‌کنیم، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) یکی از فراورده‌ها در آب نامحلول است.
- (۲) نمونه‌ای از واکنش جانشینی دوگانه است.
- (۳) رنگ محلول واکنش دهنده‌ها یکسان نیست.
- (۴) مجموع ضرایب مواد محلول در آب برابر ۵ می‌باشد.

۷۶- گروه عاملی مشترک در ویتامین C و ویتامین A، گروه عاملی ..... می‌باشد. ویتامین C ..... ویتامین A در آب حل شده و با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد و مصرف بیش از اندازه ویتامین ..... برای بدن مشکلی ایجاد نمی‌کند.

- (۱) الکی - برخلاف - C
- (۲) استری - همانند - A
- (۳) الکی - برخلاف - A
- (۴) استری - برخلاف - C

۷۷- ۴۸ گرم محلول سدیم هیدروکسید با ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۵ مولار فریک کلرید واکنش داده و هر دو واکنش دهنده به‌طور کامل مصرف می‌شوند. درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول اولیه آن چقدر است؟ ( $O = ۱۶, H = ۱, Na = ۲۳ : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۸/۳
- (۲) ۲۵
- (۳) ۸۳
- (۴) ۲/۵

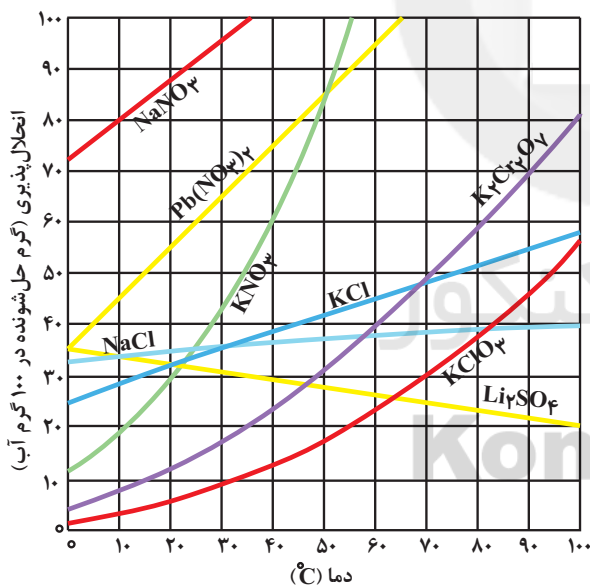
۷۸- کدام گزینه در مورد شیر منیزی نادرست است؟

- (۱) یکی از راه‌های کاهش غلظت اسید معده استفاده از این ضد اسید است.
- (۲) این ماده متداول‌ترین ضد اسید است که منیزیم هیدروکسید سازنده اصلی آن است.
- (۳) در معادله واکنش ماده اصلی سازنده شیر منیزی با اسید معده، فراورده‌ها در یک فاز قرار دارند.
- (۴) این ضد اسید به‌صورت محلول با هیدروکلریک اسید واکنش داده و یک نمک محلول در آب تولید می‌کند.

۷۹- با توجه به نمودار روبه‌رو، اگر ۵۴۰ گرم محلول سیر شده سرب (II) نیترات را از دمای ۴۵ درجه به ۱۵ درجه سلسیوس برسانیم، ..... گرم رسوب برجای می‌ماند و غلظت مولال محلول تقریباً ..... واحد ..... می‌شود.

( $Pb = ۲۰۷, N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۶۰ - ۰/۹۱ - زیاد
- (۲) ۹۰ - ۰/۹۱ - کم
- (۳) ۶۰ - ۰/۶۰ - کم
- (۴) ۹۰ - ۰/۶۰ - کم



۸۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) واکنشی با ثابت تعادل بزرگ، در جهت رفت با سرعت زیاد پیشرفت می‌کند.
- (ب) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در ظرف سرباز هیچ‌گاه به تعادل نمی‌رسد و فقط در جهت رفت (تجزیه کلسیم کربنات) انجام می‌شود.
- (پ) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در دمای معمولی با وجود K (ثابت تعادل) بزرگ انجام نمی‌شود، زیرا سرعت واکنش در این دما ناچیز است.

(ت) در واکنش‌هایی با K بسیار بزرگ تمام واکنش دهنده‌ها تقریباً به‌طور کامل مصرف می‌شوند.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



## ریاضی پایه

گزینه «۴» -۱

$$x^9 + 1 = (x+1) \underbrace{(x^8 - x^7 + x^6 - \dots - x + 1)}_{R(x)}$$

بنابراین خارج قسمت تقسیم  $x^9 + 1$  بر  $x+1$  برابر  $R(x)$  است. پس داریم:

$$\begin{aligned} R(-1) &= (-1)^8 - (-1)^7 + (-1)^6 - \dots - (-1) + 1 \\ &= \underbrace{1+1+\dots+1}_9 = 9 \end{aligned}$$

گزینه «۳» -۲

اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $P_1(x)$  بر چند جمله‌ای  $f(x)$  برابر  $R_1(x)$  و باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $P_2(x)$  بر چند جمله‌ای  $f(x)$  برابر  $R_2(x)$  باشد، در آن صورت باقی مانده تقسیم  $P_1(x)P_2(x)$  بر  $f(x)$  برابر است با حاصل تقسیم  $R_1(x)R_2(x)$  بر  $f(x)$ .

$$\left. \begin{aligned} R_1(x) &= -2x - 3 \\ R_2(x) &= 2x - 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (R_1 R_2)(x) = (-2x - 3)(2x - 4) = -4x^2 + 2x + 12$$

$$\begin{array}{r|l} -4x^2 + 2x + 12 & x^2 - 3x + 5 \\ -4x^2 + 12x - 20 & -4 \\ \hline + & - \\ + & + \\ \hline & -10x + 32 \end{array}$$

$$\Rightarrow R(x) = -10x + 32 \Rightarrow R(3) = 2$$

گزینه «۴» -۳

تجزیه عبارت  $x^2 - 7x + 10$  به صورت  $(x-2)(x-5)$  است. ریشه‌های ۲ و ۵ را در عبارت درجه ۳ امتحان می‌کنیم. عبارت به ازای  $x=2$  صفر می‌شود، پس بر  $(x-2)$  بخش پذیر است:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - x - 2 & x - 2 \\ \hline -(x^3 - 2x^2) & \\ \hline & x^2 - x - 2 \end{array}$$

$$x^2 - x - 2$$

$$-(x^2 - 2x)$$

$$x - 2$$

$$-(x - 2)$$

۰

$$x^3 - x^2 - x - 2 = (x-2)(x^2 + x + 1)$$

$$م.م.ک = (x-2)(x^2 + x + 1)(x-5) \xrightarrow{x=1} -1 \times 3 \times (-4) = 12$$

گزینه «۱» -۴

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-(-2)}{4} = \frac{1}{2} \\ P = \alpha\beta = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

برای معادله جدید داریم:

$$P' = (\alpha + 2\beta)(\beta + 2\alpha) = 5\alpha\beta + 2(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$5\alpha\beta + 2((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 5P + 2S^2 - 4P = 2S^2 + P$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow P' = \frac{m}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = 1$$

گزینه «۱» -۵

$$x = \sqrt{6} - \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^2 = 6 + 5 - 2\sqrt{30}$$

$$\Rightarrow 11 - x^2 = 2\sqrt{30} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 121 + x^4 - 22x^2 = 4 \times 30$$

$$\Rightarrow x^4 - 22x^2 + 1 = 0$$

گزینه «۱» -۶

$$\frac{\cos^2 70^\circ - \sin^2 10^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{1 + \cos 140^\circ}{2} - \frac{1 - \cos 20^\circ}{2} \sin 10^\circ$$

$$= \frac{\cos 140^\circ + \cos 20^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \cos 80^\circ \cos 60^\circ}{2 \sin 10^\circ}$$

$$= \frac{\cos 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{\sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{1}{2}$$

گزینه «۲» -۷

$$\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad (1)$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 2x = 2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 \Rightarrow \cos 4x = 2\left(-\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \cos 4x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \cos 4x = \cos x \Rightarrow 4x = 2k\pi \pm x$$

$$\xrightarrow{\text{با منفی حل می‌کنیم}} x = \frac{2k\pi}{5} \quad k=1 \rightarrow x = \frac{2\pi}{5}$$



۸- گزینه «۴»

مد هم ۴۲ است که بیشترین تکرار را دارد. پس:

$$\text{مد} = ۴۲ - ۳۲/۵ = ۹/۵$$

۱۳- گزینه «۳»

$$\overline{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8} = 0.125$$

دقت کنید که با افزودن  $a$  واحد به تمامی داده‌ها، میانگین داده‌ها به اندازه  $a$  واحد افزوده می‌شود ولی واریانس و انحراف معیار داده‌ها تغییر نمی‌کند.

۱۴- گزینه «۲»

مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی برابر است و در نمودار مستطیلی با توجه به این که طول دسته ۵ می‌باشد پس:

$$\sum f_i = 5f_1 + 5f_2 + \dots = 5(f_1 + f_2 + \dots) = 100$$

پس تعداد کل داده‌ها ۲۰ می‌باشد. از طرفی در نمودار چندبر فراوانی دو نقطه با فراوانی صفر قبل از مرکز دسته اول و بعد از دسته آخر در نظر می‌گیریم یعنی پنجمین نقطه همان مختصات دسته وسط را مطرح کرده و منظور از آن (۲۵، ۸) است که فراوانی دسته وسط برابر ۸ است. داریم:

$$\frac{8}{20} \times 100 = 40 = \text{درصد فراوانی نسبی دسته وسط}$$

۱۵- گزینه «۴»

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{10} = 12$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 120$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n+2} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n + 8 + 16}{12} = \frac{120 + 24}{12}$$

$$= \frac{144}{12} = 12$$

$$\bar{y} - \bar{x} = 0$$

۱۶- گزینه «۴»

با توجه به رابطه  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i)^2}{n} - \bar{x}^2$  در هر گروه از داده‌ها، مجموع مربعات داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$1^2 = \frac{\sum (a_i)^2}{10} - 5^2 \Rightarrow \sum (a_i)^2 = 260$$

$$2^2 = \frac{\sum (b_i)^2}{10} - 6^2 \Rightarrow \sum (b_i)^2 = 400$$

حال مجموع مربعات ۲۰ داده و میانگین آن‌ها را خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{20} (x_i)^2 = 260 + 400 = 660$$

$$\bar{x} = \frac{10 \times 5 + 10 \times 6}{20} = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{660}{20} - \left(\frac{11}{2}\right)^2 = 33 - 30.25 = 2.75$$

پس داریم:

$$x + y = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin(x+y) = \frac{1}{2}, \cos(x+y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2 \sin(x-y) + 1}{\sqrt{3} - 2 \cos(x-y)} = \frac{2 \left( \sin(x-y) + \frac{1}{2} \right)}{2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos(x-y) \right)}$$

$$= \frac{\sin(x-y) + \sin(x+y)}{\cos(x+y) - \cos(x-y)} = \frac{2 \sin x \cos y}{-2 \sin x \sin y}$$

$$= \frac{\cos y}{-\sin y} = -\cot y$$

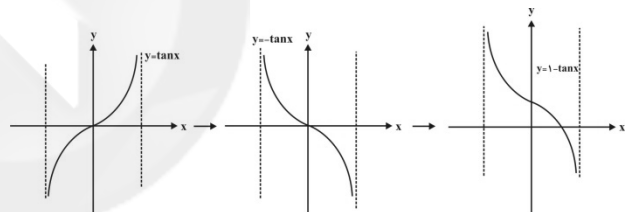
۹- گزینه «۲»

$$\cos 2x = \sin x \rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = \sin x \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

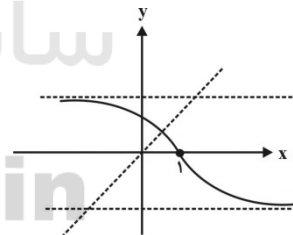
$$a+c=b \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} = 2k\pi + \frac{9\pi}{6} \\ \sin x = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

مقادیر  $x$  برابر است با:  $\{9, 1, 5\}$ 

۱۰- گزینه «۲»



برای محاسبه معکوس  $y = 1 - \tan x$  کافیه نمودار تابع  $y$  را نسبت به خط  $y = x$  قرینه کنیم.



آمار و مدل سازی

۱۱- گزینه «۳»

می‌دانیم فراوانی تجمعی دسته آخر همواره برابر با مجموع فراوانی‌های مطلق (کل داده‌ها) است. پس:

$$6 + x + 4 + 14 = 30 \Rightarrow x = 6 = f_2$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته دوم} = \frac{f_2}{n} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۱۲- گزینه «۳»

۱۴ داده داریم پس میانگین هفتمی و هشتمی برابر میانه است:

$$\text{میانه} = \frac{31 + 34}{2} = 32.5$$

## هندسه ۱

۲۱- گزینه «۱»

$$\hat{A} = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \Rightarrow \hat{B} < 100^\circ \Rightarrow \hat{ABD} = \frac{\hat{B}}{2} < 50^\circ$$

$$\triangle ABD: \hat{BDC} \Rightarrow \hat{BDC} = 80^\circ + \hat{ABD}$$

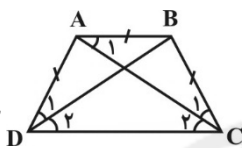
$$\Rightarrow 80^\circ < \hat{BDC} < 130^\circ$$

۲۲- گزینه «۲»

مطابق شکل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB = BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

$$\hat{D}_1 = \hat{D}_2 \quad \text{و به طریق مشابه می توان ثابت کرد.}$$



۲۳- گزینه «۳»

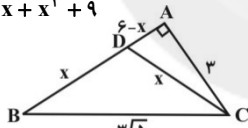
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 = (3\sqrt{5})^2 - 3^2 = 45 - 9 = 36 \\ \Rightarrow AB = 6$$

بنابه فرض  $BD = CD = x$  پس  $AD = 6 - x$  و

$$x^2 = (6-x)^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 36 - 12x + x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 12x = 45 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$A \text{ فاصله از رأس } = 6 - \frac{15}{4} = \frac{9}{4}$$



۲۴- گزینه «۳»

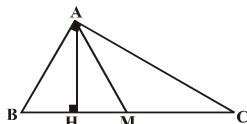
می دانیم که در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است. از سوی

دیگر همواره  $AH < AM$ ، زیرا کوتاه ترین فاصله، همیشه فاصله قائم است.

پس می توانیم بنویسیم:

$$\frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \xrightarrow{AM = \frac{BC}{2}} \frac{AH}{\frac{BC}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{BC}{3} \quad (*)$$



$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AH}{2} = 24 \xrightarrow{(*)} \frac{BC^2}{3} = 48$$

$$\Rightarrow BC^2 = 144 \Rightarrow BC = 12$$

$$\xrightarrow{(*)} \Rightarrow AH = \frac{12}{3} = 4 \xrightarrow{\text{رابطه فیثاغورس در } \triangle AHM} HM^2 = AM^2 - AH^2$$

$$= \left(\frac{BC}{3}\right)^2 - AH^2 \Rightarrow HM^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow HM = 2\sqrt{5}$$

۱۷- گزینه «۴»

تمامی متغیرهای تصادفی، قابل اندازه گیری نیستند. این دسته از متغیرهای تصادفی را متغیر کیفی می نامیم.

۱۸- گزینه «۴»

جدول فراوانی متناظر با داده های مفروض به صورت زیر است:

$x_i$	۳۳	۳۷	۴۱	۴۵	۴۹
$f_i$	۷	۱۰	۱۵	۱۲	$a-44$

میانگین جامعه برابر ۴۱ است، پس داریم:

$$\sum f_i x_i = \bar{x} \cdot \sum f_i$$

$$\Rightarrow 7 \times 33 + 10 \times 37 + 15 \times 41 + 12 \times 45 + (a-44) \times 49$$

$$= 41 \times a \Rightarrow 1756 + 49a - 2156 = 41a \Rightarrow 8a = 40$$

$$\Rightarrow a = 50$$

می دانیم زاویه متناظر با داده  $x_i$  در نمودار دایره ای برابر است با ضرب فراوانینسبی آن دسته در  $360^\circ$ ، یعنی  $\frac{f_i}{\sum f_i} \times 360^\circ$ ؛ پس زاویه مربوط به دسته

$$\frac{15}{a} \times 360^\circ = \frac{15}{50} \times 360^\circ = 108^\circ$$

[۳۹، ۴۳] برابر است با:

۱۹- گزینه «۳»

فاصله بین کران بالایی دسته اول و کران پایینی دسته پنجم، در واقع برابر

مجموع طول دسته های دوم، سوم و چهارم است یعنی ۳ برابر طول یک دسته

پس داریم:

$$20 = \text{طول یک دسته} \Rightarrow 126 - 66 = 60 \Rightarrow \text{مجموع طول ۳ دسته}$$

بنابراین مجموع طول هشت دسته، برابر  $8 \times 20 = 160$  خواهد بود. با توجه به

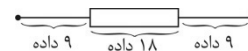
این که دسته ها باید به نوعی باشند که مجموع طول آن ها از دامنه تغییرات

کم تر نباشد، عدد ۱۵۰ برای دامنه تغییرات، معقول به نظر می رسد. لازم به

یادآوری است که در صورتی که مقادیر ۹۰ یا ۱۲۰، دامنه تغییرات داده ها

باشد، با توجه به طول دسته ها، کم تر از هشت دسته، مورد نیاز است.

۲۰- گزینه «۳»

در هر یک از دو طرف جعبه،  $\frac{1}{4}$  داده ها یعنی ۹ داده قرار دارد و نصف داده هایعنی ۱۸ داده نیز در داخل جعبه قرار دارد. میانگین داده های داخل جعبه را  $m$ 

در نظر می گیریم.

$$990 = 27/5 \times 36 = 990$$

داده ها

از طرفی:

$$\text{مجموع کل داده ها} = 9 \times 22 + 18 \times m + 9 \times 30 = 468 + 18m$$

$$\Rightarrow 990 = 468 + 18m \Rightarrow m = \frac{522}{18} = 29$$





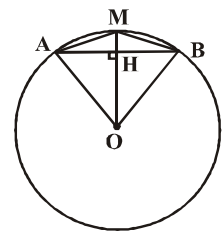
۲۵- گزینه «۲»

اگر  $AB$  یکی از اضلاع شش ضلعی منتظم محاط در دایره باشد و از نقطه  $O$  (مرکز دایره) عمودی بر  $AB$  رسم نماییم تا دایره را در نقطه  $M$  قطع کند، آن گاه  $AM$  و  $BM$  دو ضلع از اضلاع دوازده ضلعی منتظم محاط در دایره هستند.

در مثلث  $OAB$ ،  $OA = OB$  و  $\hat{AOB} = 60^\circ$ ، پس این مثلث، متساوی الاضلاع است و  $AB = 1$  و  $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$  و در نتیجه

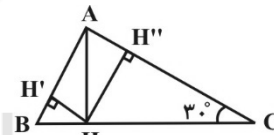
$$MH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{از طرفی} \quad AH = BH = \frac{1}{2} \quad \text{و داریم:}$$

$$\begin{aligned} AM^2 &= AH^2 + MH^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2 - \sqrt{3} \\ \Rightarrow AM &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} \end{aligned}$$



۲۶- گزینه «۴»

ابتدا توجه کنید که دو مثلث قائم الزاویه  $BHH'$  و  $CHH''$  طبق حالت تساوی زاویه‌ها متشابهند. پس اگر مساحت‌های آن‌ها را به ترتیب با  $S_1$  و  $S_2$  نشان دهیم، آنگاه:



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{CH}{BH}\right)^2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} AC^2 = CH \times BC \\ AB^2 = BH \times BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{CH}{BH} \quad (2) \quad \text{از طرفی می‌دانیم:}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 \xrightarrow[\hat{C}=30^\circ]{\hat{A}=90^\circ} \frac{S_2}{S_1} = (\sqrt{3})^2 = 9$$

تذکر: در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $AB$  برابر  $\frac{1}{2}$  وتر و ضلع  $AC$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر است.

۲۷- گزینه «۴»

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEB \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{4-x}{5} = \frac{2}{4} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \\ 8 - 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x, y = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

۲۸- گزینه «۱»

چون  $BDEF$  و  $MNPF$  متوازی الاضلاع اند، لذا  $DE \parallel BC$  و  $AB \parallel FE \parallel NP$ .

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{FB} = \frac{CE}{EA} = \frac{3}{2}$$

$$MN \parallel FC \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EC} = \frac{MN}{FC} = \frac{1}{2}$$

از طرفی  $MN = FP$  لذا  $MN = PC$ . بنابراین  $N$  و  $P$  به ترتیب وسط  $CE$  و

$CF$  هستند. لذا مساحت مثلث‌های  $\triangle NPC$  (اگر از رأس  $C$  به مثلث  $CEF$  نگاه کنیم) و  $\triangle MNE$  (اگر از رأس  $E$  نگاه کنیم) هر کدام  $\frac{1}{4}$  مساحت  $\triangle EFC$  است.

لذا مساحت  $MNPF$  نصف مساحت  $\triangle EFC$  است.

نسبت تشابه  $\triangle CEF$  به  $\triangle ABC$  نیز ۳ به ۵ است، لذا نسبت مساحت‌های آن‌ها ۹ به ۲۵ است.

$$S_{MNPF} = \frac{1}{2} S_{EFC} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{25} S_{ABC} = \frac{9}{50} S_{ABC} \quad \text{لذا:}$$

۲۹- گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{3} \\ \sqrt{b^2 + c^2} &= \sqrt{6} \\ \sqrt{a^2 + c^2} &= \sqrt{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 3 \\ b^2 + c^2 = 6 \\ a^2 + c^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 14$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 7 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 2 \\ c^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{2} \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow V = abc = 2\sqrt{2}$$

$$V_{\text{مکعب}} = x^3 = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \Rightarrow d = \sqrt{3x} = \sqrt{6}$$

۳۰- گزینه «۴»

به طور کلی، فرض می‌کنیم  $OA = R$  و  $V$  حجم نیم کره،  $a$  طول ضلع مربع قاعده و  $SO = h$  ارتفاع و  $V'$  حجم هرم باشد. طول قطر مربع محاطی یک دایره با قطر دایره برابر است.

$$\text{طول ارتفاع هرم با شعاع دایره برابر است.} \quad AC = \sqrt{2}a \Rightarrow \sqrt{2}a = 12 \Rightarrow a = 6\sqrt{2}$$

$$SO = h = R \Rightarrow h = 6$$

$$\text{حجم نیم کره} \quad V = \frac{2}{3} R^3 \pi = \frac{2}{3} (6)^3 \pi \Rightarrow V = 144\pi$$

$$\text{حجم هرم} \quad V' = \frac{1}{3} \times (\text{مساحت قاعده}) \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{3} \times S \times h$$

$$\Rightarrow V' = \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times 6 \Rightarrow V' = 144$$

$$V - V' = 144\pi - 144 = 144(\pi - 1)$$





## جبر و احتمال

گزینه ۳۱ - «۳»

$$k = 2 \Rightarrow 3^{\binom{2}{2}} > (2+2)! \Rightarrow 3 > 24 \text{ نادرست}$$

$$k = 3 \Rightarrow 3^{\binom{3}{2}} > (3+2)! \Rightarrow 27 > 120 \text{ نادرست}$$

$$k = 4 \Rightarrow 3^{\binom{4}{2}} > (4+2)! \Rightarrow 729 > 720 \Rightarrow m = 4 \text{ درست}$$

گزینه ۳۲ - «۲»

در این اثبات فرض می‌شود  $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$  و  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول‌اند. بعد در دو مرحله نشان می‌دهیم که  $a$  و  $b$  هر دو زوجند و این با فرض  $(a, b) = 1$  تناقض دارد.

دقت کنید که در گزینه ۴ تناقضی نیست و  $a^2 = 2b^2$  در  $Z$  جواب دارد  
( $a = b = 0$ )

گزینه ۳۳ - «۳»

از میان عضوهای  $S$ ، نیمی از آنها (۱۰۰ تا) فرد و نیمی دیگر زوج هستند. اگر  $O$  و  $E$  به ترتیب نشانگر زیرمجموعه عددهای زوج و فرد از  $S$  باشند، آنگاه  $S = E \cup O = \{2, 4, 6, \dots, 200\} \cup \{1, 3, 5, \dots, 199\}$  پس اگر مثلاً تعداد اعداد زوج را تعداد لانه‌های کبوتر در نظر بگیریم، آنگاه بنابر اصل لانه کبوتر، با انتخاب ۱۰۱ عدد از میان عضوهای  $S$ ، قطعاً می‌دانیم که حداقل دو عدد یافت می‌شوند که نسبت به هم اول باشند.

تذکر: دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند، پس یک عدد فرد، نسبت به دو عدد زوج مجاور خود، قطعاً اول است.

گزینه ۳۴ - «۲»

با قرار دادن ۱۲ رقم یک در این کد ۱۰۰ رقمی، ۱۳ مکان برای قرار دادن ردیف‌هایی از صفر ایجاد می‌شود. با توجه به این که ۸۸ رقم صفر موجود است و  $88 > 13 \times 6$  و  $88 < 13 \times 7$ ، پس می‌توان به طور قطع ادعا کرد، حداقل ۷ رقم صفر به طور متوالی در کنار یکدیگر قرار دارند.

گزینه ۳۵ - «۲»

اعضای مجموعه  $B$ ، عضوهایی از مجموعه  $A$  هستند که زیر مجموعه  $A$  نیز باشند؛

$$\{\} \in A, \{\} \subseteq A$$

(این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه تک عضوی  $A$  نیز هست.)

$$\{\}, \{\} \in A, \{\}, \{\} \subseteq A$$

(این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه دو عضوی  $A$  نیز هست.)

$$\{1, 2, \{\}\} \in A, \{1, 2, \{\}\} \subseteq A$$

(این عضو  $A$ ، یک زیرمجموعه سه عضوی  $A$  نیز هست.)

بنابراین از ۵ عضو  $A$ ، ۳ عضو هستند که زیرمجموعه  $A$  نیز محسوب می‌شوند. پس  $B$ ، سه عضو دارد.

گزینه ۳۶ - «۳»

با توجه به مجموعه‌های  $A$  و  $B$ ، داریم:

$$A \cup B = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

مجموعه  $P(A)$  شامل تمامی زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$  می‌باشد. بنابراین قطعاً مجموعه‌های  $\{a\}$  و  $\{b\}$  و  $\{a, b\}$  که در  $A \cup B$  نیز قرار دارند، عضو  $P(A)$  هستند. بنابراین مجموعه  $P(A) \cap (A \cup B)$  دارای ۳ عضو است یا به عبارت دیگر، عدد اصلی این مجموعه برابر ۳ است.

گزینه ۳۷ - «۴»

اگر  $A \Delta B = \phi$ ، آنگاه قطعاً  $(A - B)$  و  $(B - A)$  تهی هستند. یعنی  $A \subset B$  و  $B \subset A$ ، پس  $A = B$  داریم:

$$1 \text{ گزینه } 1: (A \cup B) - A = B - A = \phi$$

$$2 \text{ گزینه } 2: A - (A \cap B) = A - B = \phi$$

$$3 \text{ گزینه } 3: A \cap (A - B) = \phi$$

$$4 \text{ گزینه } 4: A \cup (B - A) = A$$

بنابراین تنها مجموعه گزینه ۴، با سایر گزینه‌ها متفاوت است.

گزینه ۳۸ - «۲»

طبق فرض داریم:

$$A_1 = (-2, -1) \text{ و } A_2 = (-4, 2)$$

$$A_3 = (-6, -3) \text{ و } A_4 = (-8, 4) \text{ و } A_5 = (-10, -5)$$

بنابراین  $\bigcup_{n=1}^5 A_n = (-10, 4)$  که مجموعه اعداد صحیح  $\{-9, -8, \dots, 3\}$  در این بازه قرار دارد که شامل ۱۳ عضو می‌باشد.

گزینه ۳۹ - «۴»

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Rightarrow 25 = 13 + 19 - |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = 7$$

$$|A \Delta B| = |A \cup B| - |A \cap B| = 25 - 7 = 18$$

گزینه ۴۰ - «۴»

$$(A \cap B) \subseteq B \subseteq (B \cup C) \Rightarrow (A \cap B) - (B \cup C) = \phi$$

$$(A - C) \subseteq A \subseteq (A \cup (B - C))$$

$$\Rightarrow ((A - C) - (A \cup (B - C))) = \phi$$

با توجه به این که هر دو عبارت  $\phi$  هستند پس کل عبارت نیز  $\phi$  است.



## فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه گرمای مبادله شده در فرایند هم فشار، می توان نوشت:

$$Q = nC_{MP}\Delta T \xrightarrow{PAV=nR\Delta T} Q = \frac{C_{MP}}{R} P\Delta V$$

$$\xrightarrow{PAV=-W} Q = -\frac{9}{2}W \xrightarrow{Q=-900J} -900 = -\frac{9}{2}W \Rightarrow W = 200J$$

دقت کنید کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط قرینه کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز است؛ بنابراین کاری که گاز بر روی محیط انجام می دهد برابر است با:

$$W' = -W \Rightarrow W' = -200J$$

۴۲- گزینه «۲»

با توجه به این که چرخه مربوط به یک ماشین گرمایی است و با توجه به قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی که بازده هیچ ماشین گرمایی صد در صد نیست، طی این چرخه، ماشین گرما گرفته، گرما از دست داده و بر روی محیط نیز کار انجام می دهد و چون در فرایند بی دررو هیچ گرمایی مبادله نمی شود، بنابراین در فرایند AB ماشین هم گرما گرفته، هم گرما از دست داده و چون این فرایند انبساطی است، دستگاه بر روی محیط کار انجام می دهد.

۴۳- گزینه «۱»

ابتدا اندازه بار هر کره پس از تماس را به دست آورده و سپس با استفاده از قانون کولن، حاصل  $\frac{F}{F'}$  را محاسبه می کنیم.

چون کره ها مشابه اند، پس از تماس آن ها با یک دیگر، با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، بار هر یک از آن ها برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-4 + 20}{2} = 8 \mu C$$

و با استفاده از قانون کولن، می توان نوشت:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{q_1 q_2}{q'_1 q'_2} \times \left(\frac{r'}{r}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{20 \times 4}{8 \times 8} \times \left(\frac{2}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{F'} = 5$$

۴۴- گزینه «۴»

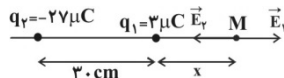
چون دو بار غیر هم نام هستند، نقطه مورد نظر M، خارج از فاصله بین دو بار، روی امتداد خط واصل و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر ( $3 \mu C$ ) می باشد؛ بنابراین داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r+x)^2} \Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(30+x)^2}$$

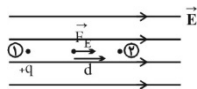
$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{30+x} \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

فاصله از بار  $-27 \mu C$  خواسته شده است، پس:

$$r_2 = 15 + 30 = 45 \text{ cm}$$



۴۵- گزینه «۳»



با حرکت بار الکتریکی مثبت در جهت خط های میدان الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می یابد. زیرا تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در یک میدان الکتریکی، برابر منفی کار نیروی میدان بر روی این بار می باشد.

$$U_2 - U_1 = -W_{FE} \text{ و } W_{FE} = |\vec{F}_E| d \cos 0^\circ = |\vec{E}| q |d|$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 = -|\vec{E}| q |d| \xrightarrow{\Delta U < 0} U_2 < U_1$$

اما باید دقت کنید که تغییرات پتانسیل الکتریکی بستگی به نوع بار جابه جا شده در میدان الکتریکی نخواهد داشت. به طور کلی هر گاه در جهت خط های میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش یافته و هر گاه در خلاف جهت خط های میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد.

۴۶- گزینه «۲»

خازن های  $C_3$  و  $C_4$  متوالی و حاصل آن ها با خازن  $C_2$  موازی است و خازن معادل  $C_{2,3,4}$  با خازن های  $C_1$  و  $C_5$  متوالی است و می توان نوشت:

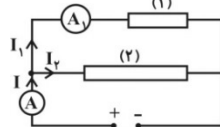
$$\left\{ \begin{aligned} C_{2,3,4} &= \frac{C_2 C_3 C_4}{C_2 + C_3 + C_4} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \mu F \\ C_{2,3,4} &= C_2 + C_3 + C_4 = 2 + 7 = 9 \mu F \\ C_1 = C_{2,3,4} = C_5 &\rightarrow C_T = \frac{9}{3} = 3 \mu F \end{aligned} \right.$$

۴۷- گزینه «۴»

در نقطه گره جمع جریان های ورودی و خروجی با هم برابرند، بنابراین خواهیم داشت:

$$I_2 = I - I_1 = 3I_1 - I_1$$

$$\Rightarrow I_2 = 2I_1$$



چون مقاومت های (۱) و (۲) موازی هستند، ولتاژ دو سر آن ها با هم برابر

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1} = 2$$

می باشد، بنابراین خواهیم داشت:

از طرف دیگر، طبق رابطه مقایسه ای مقاومت سیم فلزی بر حسب ساختمان آن،

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1}$$

می توان نوشت:

$$\Rightarrow 2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$



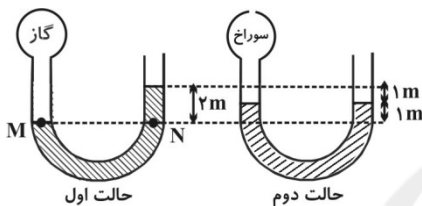


$$= 1/2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1/5 \times 10^5}{1/2 \times 10^5} = 1/25$$

۵۸- گزینه «۴»

اگر مخزن گاز را سوراخ کنیم، فشار در سطح مایع در دو شاخه برابر می‌شود و در نتیجه مایع در شاخه سمت راست پایین می‌آید تا سطح دو مایع یکسان شود. چون قطر دو شاخه یکسان است، مطابق شکل اختلاف ارتفاع مایع در ابتدا برابر ۲m بوده است و می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_{\text{هوا}} + \rho gh \Rightarrow P_{\text{مخزن}} - P_{\text{هوا}} = \rho gh$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه ای}} = 1000 \times 10 \times 2 = 20000 \text{ Pa} \Rightarrow P_{\text{پیمانه ای}} = 20 \text{ kPa}$$

۵۹- گزینه «۴»

آب صفر درجه سلسیوس گرما از دست می‌دهد و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود و یخ  $10^\circ\text{C}$  گرما می‌گیرد و به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود. بنابراین دمای تعادل صفر است و می‌توان نوشت:

$$\text{یخ } (0^\circ\text{C}) \xrightarrow{Q = -mL_F} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$\text{یخ } (-10^\circ\text{C}) \xrightarrow{Q' = m'c\Delta\theta} \text{یخ } (0^\circ\text{C})$$

$$Q + Q' = 0 \Rightarrow -mL_F + m'c\Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow -m(g) \times 336 \left(\frac{\text{J}}{\text{g}}\right) + 640(g) \times 2/1 \left(\frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}}\right) \times (0 + 10)(^\circ\text{C}) = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{640 \times 21}{336} \Rightarrow m = 40 \text{ g}$$

۶۰- گزینه «۴»

$$T_1 = 100 + 273 = 373 \text{ K}, T_2 = 300 + 273 = 573 \text{ K}$$

با استفاده از قانون گازها داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P=\text{ثابت}} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{573}{373} \Rightarrow 1 < \frac{V_2}{V_1} < 2$$

۵۴- گزینه «۴»

می‌دانیم وقتی جسم بر روی  $2f$  قرار دارد، طول تصویر برابر طول جسم است. بنابراین در این حالت طول تصویر برابر  $(A'B')_1 = AB = 6 \text{ cm}$  است.

وقتی جسم بر روی  $4f$  قرار می‌گیرد، طول تصویر برابر است با:

$$m = \frac{f}{p-f} \xrightarrow{p=4f} m = \frac{f}{4f-f} = \frac{1}{3}, m = \frac{(A'B')_2}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{(A'B')_2}{6} \Rightarrow (A'B')_2 = 2 \text{ cm}$$

ملاحظه می‌شود با جابه‌جایی جسم از  $2f$  تا  $4f$ ، طول تصویر از  $6 \text{ cm}$  به  $2 \text{ cm}$  تغییر می‌کند. بنابراین طول تصویر به اندازه  $6 - 2 = 4 \text{ cm}$  کاهش می‌یابد.

۵۵- گزینه «۳»

با توجه به قانون پایستگی انرژی،  $0/6$  انرژی جنبشی به گرما تبدیل می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q \text{ گلوله} = 0/6 K \text{ گلوله}$$

$$mc\Delta\theta = \frac{60}{100} \times \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 400 \times \Delta\theta = \frac{60}{100} \times \frac{1}{2} \times 4000$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{60}{100} \times \frac{1}{2} \times 400 = 120^\circ\text{C}$$

۵۶- گزینه «۱»

بر روی جسم‌ها نیروی وزن و نیروی اصطکاک و وزن ۹ کیلوگرمی کار انجام می‌دهند. با استفاده از قضیه کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$K_{\text{کل}} - K_{\text{کل}} = W_f + W_W \Rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = 0$$

$$= W_f + W_W$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (6+9) \times 2^2 = 0 = W_f + 6 \times 10 \times 1 \Rightarrow W_f = -30 \text{ J}$$

بنابراین گرمای ایجاد شده بر اثر اصطکاک تا لحظه موردنظر برابر با  $30$  ژول می‌باشد.

۵۷- گزینه «۱»

ابتدا فشار کل را در عمق‌های موردنظر به دست می‌آوریم:

$$P_1 = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 5$$

$$= 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 2$$





$$?gCO_2 = 0.25molCO_2 \times \frac{44gCO_2}{1molCO_2} = 11gCO_2$$

$$100 \times \frac{\text{جرم } CO_2 \text{ تولید شده}}{\text{جرم اولیه مخلوط}} = \text{درصد کاهش جرم مخلوط}$$

$$= \frac{11gCO_2}{40gCaCO_3} \times 100 = \%27.5$$

## شیمی ۲

## ۷۱- گزینه ۱»

$$X = 2 \times 12 = 24 \text{amu}$$

$$Y = 1/5 \times 24 = 36 \text{amu}$$

$$Y - 12C = 36 - 12 = 24 \text{amu}$$

$$\Rightarrow 24 \times 1/66 \times 10^{-24} = 39/84 \times 10^{-24} \text{g}$$

## ۷۲- گزینه ۴»

آنگستروم در سال ۱۸۶۲، چهار خط طیف نشری هیدروژن را یافت و ۹ سال بعد طول موج دقیق آن‌ها را اندازه‌گیری کرد. بور در سال ۱۹۱۳ طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کرد.

در مورد گزینه «۱»: خطوط رنگی در ناحیه دارای طول موج بلندتر (انرژی کم‌تر)، فاصله بیش‌تری از هم دارند.

در مورد گزینه «۳»: اگر انرژی معادل خط سبز را به الکترونی در  $n = 2$  بدهیم، به تراز  $n = 4$  می‌رود.

## ۷۳- گزینه ۴»

این فرمول شیمیایی می‌تواند مربوط به مس (I) پرمنگنات (کوپروپرمنگنات) یا مس (II) منگنات (کوپریک منگنات) باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یون هیدرید ( $H^-$ ) و یون هیدروژن ( $H^+$ ) هر دو کمتر متداول هستند. گزینه «۲»: در سدیم نیتريد ( $Na_3N$ ):  $\frac{\text{تعداد آنیون‌ها}}{\text{تعداد کاتیون‌ها}} = \frac{1}{3}$ ، ولی در

$$\text{سدیم‌یدید (NaI): } \frac{\text{تعداد کاتیون‌ها}}{\text{تعداد آنیون‌ها}} = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه «۳»: در ترکیب یونی  $XPO_4$  کاتیون ترکیب به صورت  $X^{3+}$  است.

## ۷۴- گزینه ۲»

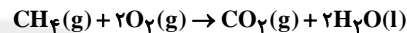
با توجه به نمودار صفحه ۹۲ کتاب درسی نمودار (II) و مقایسه «پ» درست می‌باشد.

مورد سوم: چون همراه با واکنش تشکیل هیدرازین، واکنش تبدیل هیدرازین به آمونیاک هم انجام می‌شود، آنتالپی استاندارد تشکیل هیدرازین را به روش غیرمستقیم محاسبه می‌کنند.

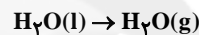
مورد چهارم: چون سطح انرژی الماس حدود  $1/9 kJ \cdot mol^{-1}$  از گرافیت بالاتر است، پس موقع تشکیل  $CO_2$  از الماس، گرمای بیشتری تولید خواهد شد.

## ۶۸- گزینه ۱»

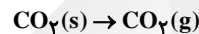
در آغاز واکنش‌های مربوط به جدول داده شده را می‌نویسیم:  
واکنش موازنه‌شده سوختن متان در شرایط استاندارد:



فرایند تبخیر آب:



فرایند تصعید کربن‌دی‌اکسید:



اگر وارونه نخستین واکنش را با دو برابر وارونه واکنش دوم و واکنش سوم جمع کنیم به واکنش داده شده در سؤال خواهیم رسید. پس به کمک معادله زیر به پاسخ می‌رسیم:

$$\Delta H = -(-890) + 2(-41/1) + (+25) = 832 / kJ$$

## ۶۹- گزینه ۲»

واکنش a فرایند میعان را نشان می‌دهد. ( $\Delta H < 0$ )

واکنش e فرایند تصعید را نشان می‌دهد. ( $\Delta H > 0$ )

در واکنش c تعداد مول گازی در طرف دوم بیشتر است ( $\Delta V > 0$ )، در نتیجه علامت کار منفی است.

در واکنش b تعداد مول گازی طرفین برابر است، در نتیجه:

$$\Delta V \simeq 0 \Rightarrow w \simeq 0$$

$$\Delta H = \Delta E - w \xrightarrow{w \simeq 0} \Delta E \simeq \Delta H$$

## ۷۰- گزینه ۲»

میزان کاهش جرم مخلوط واکنش برابر با مقدار جرم گاز  $CO_2$  تولید شده پس از گذشت ۶۰ ثانیه است.

$$\bar{R}CO_2 = 0.25mol \cdot min^{-1} = \frac{\Delta n(CO_2)}{(\frac{60}{60})min}$$

$$\Rightarrow \Delta n(CO_2) = 0.25mol$$



## ۷۵- گزینه «۴»

دمای  $15^{\circ}\text{C}$ :

جرم حل شونده	جرم حلال
۵۰	۱۰۰
y	۳۰۰

$$\Rightarrow y = 150\text{g}$$

بنابراین ۹۰ گرم رسوب بر جای می ماند.

$$\text{غلظت مولال} = \frac{\text{mol حل شونده}}{\text{kg حلال}}$$

غلظت مولال در دمای  $45^{\circ}\text{C}$  - غلظت مولال در دمای  $15^{\circ}\text{C}$  = تغییر غلظت مولال

$$\Rightarrow \text{تغییر غلظت مولال} = \frac{150 - 240}{300} = \frac{-300}{300} = -1$$

## ۸۰- گزینه «۴»

هر ۴ مورد نادرست هستند.

دلیل نادرستی هر مورد:

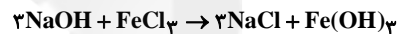
مورد (ا) ثابت تعادل بزرگ نشان از پیشرفت زیاد واکنش است و دلیلی مبنی بر سریع بودن واکنش نمی باشد.

مورد (ب) قسمت اول این مورد صحیح است و واکنشها در سامانه باز به تعادل نمی رسند، اما این واکنش در هر ۲ جهت انجام می شود و نمی توان گفت فقط در جهت رفت انجام می شود.

مورد (پ) واکنش تجزیه کلسیم کربنات در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  ثابت تعادل بسیار کوچکی دارد و به همین دلیل این واکنش در دمای معمولی انجام نمی شود.

مورد (ت) در واکنشهایی با **K** بسیار بزرگ، پیشرفت تقریباً به طور کامل است اما نمی توان گفت همه واکنش دهندهها به طور کامل مصرف می شوند زیرا ممکن است از واکنش دهندهای مقدار اضافی داشته باشیم، ولی می توان گفت واکنش دهنده محدود کننده تقریباً کامل مصرف می شود.

## ۷۷- گزینه «۲»

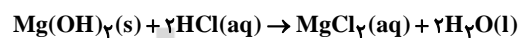


$$? \text{gNaOH} = \frac{0}{2} \text{LFeCl}_3 \times \frac{0}{1} \frac{\text{molFeCl}_3}{\text{LFeCl}_3} \times \frac{3 \text{molNaOH}}{1 \text{molFeCl}_3}$$

$$\times \frac{40 \text{gNaOH}}{1 \text{molNaOH}} = 12 \text{gNaOH}$$

$$\text{دمای درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{12}{48} \times 100 = 25\%$$

## ۷۸- گزینه «۴»



در مورد گزینه «۳»: مطابق واکنش فوق فرآوردهها در یک فاز قرار دارند.

در مورد گزینه «۴»: با توجه به واکنش، حالت فیزیکی منیزیم هیدروکسید جامد است.

## ۷۹- گزینه «۲»

دمای  $45^{\circ}\text{C}$ :

جرم حل شونده	جرم محلول
۸۰	۱۸۰
x	۵۴۰

$$\Rightarrow x = 240\text{g} \Rightarrow \text{جرم حلال} = 540 - 240 = 300\text{g}$$



سایت کنکور

**Konkur.in**