



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۷ فروردین ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۶ فروردین ۹۸)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار
گروه ویراستاری	حمید زرین کفش	علیرضا صابری سید عادل حسینی	علیرضا صابری سید عادل حسینی	حمید زرین کفش	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم چی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

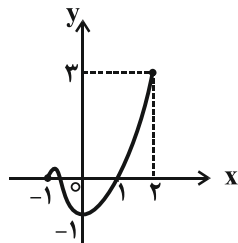


حسابان ۲

تابع، مثلثات
حدهای نامتناهی
حد در بی نهایت
صفحه‌های ۱ تا ۶۹

حسابان ۲

۱- اگر تمام نمودار تابع $y = 3f(4x-2) + 5$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع



$g(x) = 2 - 3f(6x)$ کدام است؟

(۱) $[-6, 12]$

(۲) $[-6, 6]$

(۳) $[-36, 36]$

(۴) $[-1, 1]$

۲- نمودار تابع $f(x) = 1 - |2x|$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا تابع $g(x)$ به دست آید.

فاصله نقطه تلاقی این دو تابع از محور x ها کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۱

۳- اگر $y = 9x^2 - 7x + 2$ باشد، مجموع طول بازه‌هایی از x که در آن $xy < 0$ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۴- تابع $f(x) = (x+2)|x-1|$ در کدام بازه نزولی است؟

(۱) $[-1, 1]$ (۲) $[1, 2]$

(۳) $[-2, \frac{1}{2}]$ (۴) $[-\frac{1}{2}, 1]$

۵- تابع f با ضابطه $f(x) = \log_{0.1}(-2x-3)$ مفروض است. کدام نتیجه‌گیری زیر صحیح است؟

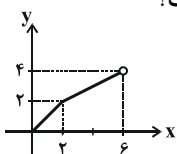
(۱) $f(-\sqrt{3}) < f(-\sqrt{2})$ (۲) $f(-2\sqrt{2}) < f(-\sqrt{3})$

(۳) $f(-\sqrt{5}) < f(-2\sqrt{3})$ (۴) $f(-3\sqrt{2}) > f(-2\sqrt{3})$

۶- اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $5x^4 - 3x^2 + ax - 1$ بر $x+1$ برابر با ۷ باشد، a کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷- نمودار شکل زیر، تابع متناوب f را در یک دوره تناوب آن نشان می‌دهد. حاصل $f(34) - f(13)$ کدام است؟

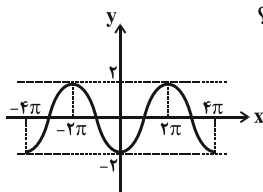


(۱) صفر (۲) ۲

(۳) -۲ (۴) ۴



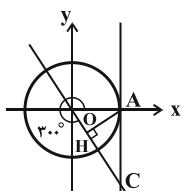
۸- نمودار زیر مربوط به قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(bx) + c$ است. حاصل $b^2(a+c)$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) ۱ (۴) -۱

۹- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مقدار $|HC|$ کدام است؟



(۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$

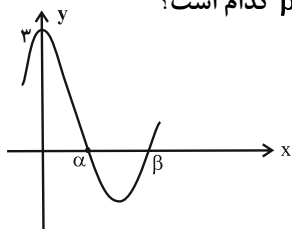
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۰- حاصل عبارت $2 \tan x - 4 \tan 2x - \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

(۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۱- شکل مقابل بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + 2 \cos x$ است. با توجه به شکل مقدار β کدام است؟



(۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{3}$

۱۲- تعداد جوابهای معادله $\frac{3 + 3 \tan x}{1 - \tan x} = \sqrt{3}$ در بازه $(-\pi, \pi)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳- تعداد جوابهای معادله $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 4x$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x^2+ax+b} = +\infty$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3bx - 2}{x^2 + ax}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۱ (۴) $\frac{9}{2}$



۱۵- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $+\infty$
(۴) $-\infty$

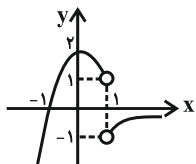
۱۶- به ازای چند مقدار برای a ، تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + ax}$ دارای ۲ مجانب قائم است؟

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{\log \frac{1}{x}} \right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$
(۲) -۱
(۳) صفر
(۴) $+\infty$

۱۸- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ f \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) صفر

۱۹- اگر $f(2x+1) = \left[\frac{3x+2}{x-1} \right]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f \circ f(4-x)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) ۳
(۴) ∞

۲۰- اگر فاصلهٔ مجانب‌های افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + b|x|(|x+1|) + 2}{2x+3}$ از یکدیگر برابر ۲ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) -۲



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
آشنایی با مقاطع مخروطی
صفحه‌های ۹ تا ۵۰

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 9 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ ، $D = ABC$ باشد،

آنگاه درایهٔ مربوط به سطر دوم و ستون اول ماتریس D کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) -۱۴

(۳) ۲۲ (۴) -۴

۲۲- اگر A یک ماتریس مربعی از مرتبهٔ n و $B = I_n - A$ باشد، ماتریس $A^2 + AB + B$ همواره برابر کدام است؟

(۱) A (۲) B

(۳) AB (۴) I_n

۲۳- مقدار x در معادلهٔ مقابل کدام است؟

$$\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- برای دو ماتریس مربعی و هم مرتبهٔ A و B اگر $A^2 B^{-1} = B^{-1} A$ باشد، آنگاه حاصل $B^{-1} A^2 B$ همواره کدام است؟

(۱) A^{40} (۲) A^{80}

(۳) A^{20} (۴) A^{10}

۲۵- اگر A ماتریس مربعی از مرتبهٔ ۳ بوده و داشته باشیم $A^3 = 5I$ ، آنگاه حاصل $(A - I)^{-1} + (A + I)^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{12}(A^2 + 5A + I)$ (۲) $\frac{1}{6}(A^2 + 5A + I)$

(۳) $\frac{1}{12}(5A^2 + A + 5I)$ (۴) $\frac{1}{6}(5A^2 + A + 5I)$

۲۶- اگر S مکان هندسی نقاطی از صفحه باشد که از دو ضلع AB و AC از مثلث ABC به فاصلهٔ مساوی و از دو رأس B و C به یک

فاصله باشند، آنگاه S همواره ... یا ... را مشخص می‌کند.

(۱) یک خط راست - یک نقطه (۲) یک نقطه - یک دایره

(۳) یک نقطه - تهی (۴) یک خط راست - تهی



۲۷- معادله دایره‌ای که مرکز آن روی خط $D: x + y - 6 = 0$ باشد و از دو نقطه $A(1, -2)$ و $B(-1, 2)$ بگذرد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 5 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 5 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0 \quad (4)$$

۲۸- معادله دایره مماس بر خطوط $y - 1 = 0$ و $y + 5 = 0$ که مرکز آن بر خط $y - x + 1 = 0$ واقع باشد، کدام است؟

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad (1)$$

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9 \quad (2)$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad (3)$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9 \quad (4)$$

۲۹- در مکان هندسی نقاطی از صفحه مانند (x, y) ، که فاصله آن‌ها از نقطه $A = (2, -3)$ ، $\sqrt{2}$ برابر فاصله آن‌ها از نقطه

$B = (0, -1)$ است، بیشترین فاصله بین نقاط کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

$$2\sqrt{6} \quad (1)$$

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

۳۰- نقاط $F(2 - \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ و $F'(2 + \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ دو کانون یک بیضی اند. اگر کمترین فاصله مرکز این بیضی تا نقاط واقع بر آن، برابر

$2\sqrt{3}$ واحد باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

گراف و مدل‌سازی

صفحه‌های ۱ تا ۴۲

Konkur.in

۳۱- کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

(۱) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آنگاه $ac < bd$.

(۲) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آنگاه $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ ($c, d \neq 0$).

(۳) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آنگاه $a - c < b - d$.

(۴) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آنگاه $a - d < b - c$.

۳۲- اگر a, b و c سه عدد طبیعی باشند به طوری که $a | b + c$ و $b | a$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

$$c | a \quad (4)$$

$$a | c \quad (3)$$

$$c | b \quad (2)$$

$$b | c \quad (1)$$



۳۳- در یک عمل تقسیم، مقسوم علیه برابر ۱۴۹ و باقی مانده، ۷ برابر مربع خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد برای مقسوم کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴)

۳۴- اگر p و q دو عدد اول متمایز و A و B به ترتیب مجموعه ضرب های طبیعی p و q باشند، آنگاه کوچک ترین عضو مجموعه $A \cap B$ چند شمارنده طبیعی دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۳۵- رقم یکان عدد دو رقمی x که در معادله $71x \equiv 1 \pmod{57}$ صدق می کند، کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۳۶- اگر $72x \equiv 84y \pmod{15}$ آنگاه کدام گزینه نادرست است؟ ($x, y \neq 0$)

- ۶ $x \equiv 7y \pmod{1}$ (۱)
 ۲ $x \equiv 3y \pmod{2}$ (۲)
 ۳ $x \equiv 2y \pmod{3}$ (۳)
 ۳ $x \equiv y \pmod{4}$ (۴)

۳۷- اگر $(m, 6) = 1$ باشد، آنگاه معادله سیاله $(m^2 - 1)x + ay = 2$ به ازای کدام یک از مقادیر a ، ممکن است در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب باشد؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴)

۳۸- گرافی دارای ۲۱ یال است و رئوس آن همگی از درجه ۴ یا ۵ هستند. اگر تعداد رئوس فرد ۲ برابر رئوس زوج باشد، مرتبه این گراف کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)

۳۹- در گراف ساده G از مرتبه ۷، $\delta = 3$ است. تفاوت بین حداکثر و حداقل یال های گراف کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲)

- ۸ (۳) ۹ (۴)

۴۰- در یک گراف ساده که درجات رئوس آن به صورت ۱، ۲، ۲، ۳، ۴ است، چند دور وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲)

- ۲ (۳) ۳ (۴)



فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست، دینامیک و حرکت دایره‌ای، نوسان و موج
صفحه‌های ۱ تا ۷۴

۴۱- متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، 40m را با سرعت $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و سپس 30m بعدی را با

سرعت $3\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در یک جهت طی نموده و در نهایت 5m را با سرعت $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باز می‌گردد. سرعت متوسط

آن در طول این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

$$1/8 \quad (4)$$

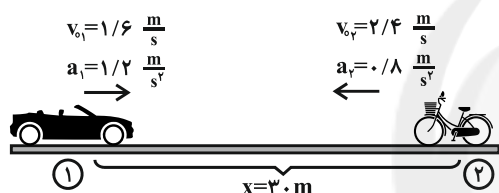
$$2/6 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$3/6 \quad (1)$$

۴۲- در شکل زیر، سرعت اولیه و شتاب دو متحرک که در مسیری مستقیم به سوی یکدیگر در حال حرکت هستند، در مبدأ زمان نشان

داده شده است. پس از شروع حرکت، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دوباره فاصله آن‌ها از یکدیگر 30m می‌شود؟



$$10 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۴۳- در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع 125 متری سطح زمین رها می‌کنیم. چند ثانیه بعد، گلوله دیگری را از همان ارتفاع رها کنیم تا

حداکثر فاصله آنها در طول مسیر 45 متر شود؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۴- یک خودروی سواری و یک کامیون که جرم کامیون $1/5$ برابر جرم خودروی سواری است، هر دو با سرعت ثابت v در جاده‌ای

مستقیم و افقی در حرکت‌اند. اگر اندازه نیروی لازم برای متوقف کردن سواری در مسافت d برابر با F باشد، اندازه این نیرو برای

متوقف کردن کامیون در همان مسافت چند F است؟

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۵- در شکل زیر درون سطلی به جرم 5kg ، 1 وزنه‌ای به جرم 1kg گذاشته شده و با نیروی قائم \vec{F} به سمت بالا حرکت داده می‌شود.

اگر اندازه نیرویی که از سوی وزنه به کف سطل وارد می‌شود 12N باشد، اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$20 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$40 \quad (4)$$

$$30 \quad (3)$$



۴۶- اگر اندازهٔ تکانهٔ جسمی ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد افزایش خواهد یافت؟ (جرم جسم ثابت است).

۴۰ (۱)

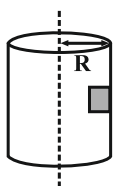
۲۲ (۲)

۲۰ (۳)

۴۴ (۴)

۴۷- در شکل زیر حداکثر دورهٔ دوران استوانه برای این که جسمی که به دیوارهٔ آن تکیه دارد، به پایین نلغزد، T است. در صورتی که جرم

جسم و شعاع داخلی استوانه، هر کدام دو برابر شود، حداکثر دورهٔ دوران استوانه چند برابر شود تا مجدداً جسم به پایین نلغزد؟



$\sqrt{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۴)

۴۸- معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.3 \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ است. این نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا

$t_2 = 5$ ، چه مسافتی را بر حسب سانتی‌متر طی کرده است؟

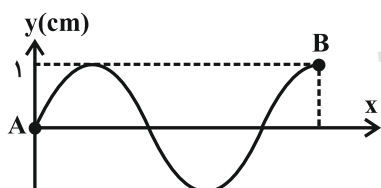
۶ (۱)

$7/5$ (۲)

۱۲ (۳)

(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۴۹- در شکل زیر، $2/5$ ثانیه طول می‌کشد تا موج از نقطهٔ A به B برود. بسامد نوسان‌ها چند هرتز است؟



۱ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

$0/5$ (۴)

۵۰- دو تار مرتعش هم‌جنس (۱) و (۲) در اختیار داریم. اگر نیروی کشش و سطح مقطع تار (۱) به ترتیب سه برابر نیروی کشش و سطح

مقطع تار (۲) باشد، سرعت انتشار امواج عرضی در تار (۱) چند برابر تار (۲) است؟

۳ (۱)

۱ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)



شیمی ۳

۵۱. کدام گزینه درست است؟

شیمی ۳
فصل‌های ۱ و ۲
صفحه‌های ۱ تا ۶۴

- (۱) در هر مولکول اسید چرب، حداقل ۶ اتم از گروه ۱۶ جدول تناوبی وجود دارد.
 (۲) مخلوط آب و صابون یک مخلوط ناهمگن است که در اثر زمان ته‌نشین می‌شود.
 (۳) مقایسه ارتفاع کف صابون در محلول‌های حاوی Ca^{2+} و K^{+} به صورت: محلول $\text{K}^{+} > \text{Ca}^{2+}$ است.
 (۴) لکه روغن زیتون همانند وازلین در آب حل نمی‌شود ولی می‌تواند توسط صابون تمیز شود.
 ۵۲. چه تعداد از موارد زیر در مورد اسیدها و بازها نادرست است؟

- ماده ترشح شده از یاخته‌های دیواره معده، در سطح پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.
- برای کاهش pH خاک به آن اکسیدی از فلز گروه دو جدول دوره‌ای می‌افزایند.
- در محلول HCl یک مولار برخلاف محلول HF یک مولار، یون هیدروکسید وجود ندارد.
- رفتار اسید و باز آرنیوس براساس غلظت یون‌های H^{+} و OH^{-} قابل توجه است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۳. درصد یونش محلول ۰/۱ مولار HF برابر ۰/۱ است. غلظت یون هیدرونیوم این محلول چند برابر غلظت یون کلرید در محلول HCl با pH = ۴ است؟

۱ (۱) ۱ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۰۱ (۴)

۵۴. در واکنش تعادلی $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{HI}(\text{g}), k = 49$ اگر یک مول از هر یک از گازهای H_2 و I_2 را وارد ظرفی با حجم V بکنیم، در پایان چند مول گاز H_2 در ظرف موجود است؟

۱ (۱) ۰/۷۸ (۲) ۰/۲۲ (۳) ۴ (۴) اطلاعات کافی نیست.

۵۵. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

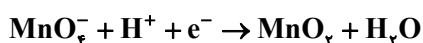
- (آ) رسانایی محلول سدیم هیدروکسید همیشه از محلول شیشه‌شور بیشتر است.
 (ب) واکنش خنثی شدن ($\text{H}^{+} + \text{OH}^{-} \rightarrow \text{H}_2\text{O}$) از نظر بار الکتریکی موازنه است.
 (پ) آسپیرین ($\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_2$) یک داروی اسیدی است که می‌تواند باعث تشدید زخم معده شود.
 (ت) رایج‌ترین ضد اسید منیزیم هیدروکسید $\text{Mg}(\text{OH})_2$ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۵۶. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اغلب فلزها در واکنش اکسایش می‌یابند و الکترون از دست می‌دهند.
 - (۲) گونه کاهش یافته در یک واکنش دچار افزایش شعاع می‌شود.
 - (۳) واکنش‌های اکسایش - کاهش را با قرار دادن الکترون در طرفین موازنه می‌کنند.
 - (۴) با قرار دادن تیغه روی در محلول Cu^{2+} ، با گذشت زمان جرم محلول افزایش می‌یابد.
۵۷. در واکنش زیر پس از موازنه ضریب e^- چند است و به ازای تولید یک مول آب چند الکترون مبادله می‌شود؟



- (۱) $3 - 1/5$ (۲) $3 - 3$ (۳) $4 - 3$ (۴) $4 - 1/5$

۵۸. چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- (آ) در فناوری ساخت باتری‌های جدید، کم‌چگال‌ترین فلز نقش مهمی دارد؛ زیرا کمترین E° را در میان فلزات دارد.
- (ب) سلول سوختی بدون تولید بخار آب، انرژی سوخت را آزاد می‌کند.
- (پ) در نیم سلول SHE، محلول شامل اسید قوی HCl با غلظت یک مولار از آن است.
- (ت) در سلول سوختی کاتد همانند آند کاتالیزگرهایی دارد که به واکنش سرعت می‌بخشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) ۴

۵۹. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) خوردگی فرآیند ترد شدن و فرو ریختن فلزها بر اثر واکنش شیمیایی است.
- (۲) برای محافظت از آهن در برابر خوردگی می‌توان از فلزی پایین آهن در سری الکتروشیمیایی استفاده کنیم.
- (۳) در فرآیند آبکاری غلظت محلول الکترولیت در پایان واکنش هیچ تغییری نمی‌کند.
- (۴) فلز آلومینیم در مقابل اکسید شدن مقاوم است و برای مدت طولانی دست نخورده باقی می‌ماند.

۶۰. در جریان انجام فرآیند هال اگر ۱۷۰ گرم از اکسید فلز مصرف شود، چند گرم از جرم آند کاسته می‌شود و چند لیتر گاز در

شرایط STP تولید می‌شود؟ ($\text{Al} = 27, \text{O} = 16, \text{C} = 12; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $56\text{L} - 30\text{g}$ (۲) $112\text{L} - 30\text{g}$

- (۳) $56\text{L} - 60\text{g}$ (۴) $112\text{L} - 60\text{g}$



حسابان ۲

۱- گزینه «۴»

(موری ملازمسانی)

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -6 \leq 4x - 2 \leq 6 \Rightarrow D_{f(x)} = [-6, 6]$$

$$D_g : -6 \leq 6x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_{f(6x)} = [-1, 1]$$

$$\Rightarrow D_{g(x)} = [-1, 1]$$

۲- گزینه «۲»

(ممدمصطفی ابراهیمی)

$$g(x) = 1 - |2(x+2)| - 1 = -|2x+4|$$

برای پیدا کردن نقاط برخورد توابع f و g ، آنها را مساوی یکدیگر قرار

می‌دهیم:

$$1 - |2x| = -|2x+4|$$

$$\text{غ ق } 1 - 2x = -(2x+4) \Rightarrow 1 - 2x = -2x - 4 \Rightarrow 1 = -4$$

$$-2 \leq x < 0 : 1 - (-2x) = -(2x+4) \Rightarrow 1 + 2x = -2x - 4$$

$$\Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \text{ ق ق}$$

$$\text{غ ق ق } 1 - (-2x) = 2x + 4 \Rightarrow 1 + 2x = 2x + 4 \Rightarrow 1 = 4$$

طول نقطه برخورد $x = -\frac{5}{4}$ است. فاصله نقطه برخورد از محور x ها در واقع

همان قدر مطلق عرض آن نقطه است.

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = 1 - \left|2\left(-\frac{5}{4}\right)\right| = 1 - \left|-\frac{5}{2}\right| = -\frac{3}{2}$$

بنابراین فاصله نقطه برخورد از محور x ها برابر $\frac{3}{2}$ است.

۳- گزینه «۴»

(سیدعادل حسینی)

با امتحان کردن اعداد ساده ۰، ۱ و -۱ می‌بینیم که $y(-1) = 0$ یعنی $(x+1)$ یکی از عامل‌های تابع است.

$$\Rightarrow y = (x+1)(9x^2 - 9x + 2) = (x+1)(3x-1)(3x-2)$$

$$xy < 0 \Rightarrow x(x+1)(3x-1)(3x-2) < 0$$

x	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x+1	-	+	+	+
3x-1	-	-	-	+
3x-2	-	-	-	-
y	-	+	+	-
xy	+	-	+	-

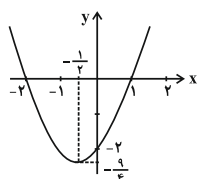
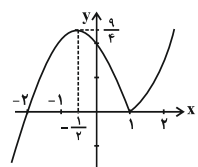
$$\Rightarrow \forall x \in (-1, 0) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) ; xy < 0$$

$$\Rightarrow \text{طول بازه‌ها} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

۴- گزینه «۴»

(ممدمصطفی ابراهیمی)

$$f(x) = (x+2)|x-1| = \begin{cases} (x+2)(x-1) & ; x \geq 1 \\ -(x+2)(x-1) & ; x < 1 \end{cases}$$

نمودار تابع $g(x) = (x+2)(x-1)$ به شکل زیر است:توجه کنید که رأس سهمی در نقطه $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{9}{4}\right)$ قرار دارد. حال اگر بخواهیمنمودار تابع $f(x)$ را بکشیم، برای $x \geq 1$ باید $g(x)$ را رسم کرده و برای $x < 1$ تابع $-g(x)$ را رسم کنیم، بنابراین تابع f به صورت زیر خواهد شد:با توجه به شکل، نمودار تابع در بازه $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$ نزولی است.



$$y_{\max} = |a| + c = |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

اما چون در $x = 0$ ، تابع کم‌ترین مقدار خود را دارد، $a = -2$ قابل قبول است. از طرفی از نمودار به دست می‌آید که دوره تناوب تابع مورد نظر برابر 4π است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow b^2(a+c) = \frac{1}{4} \times (-2) = -\frac{1}{2}$$

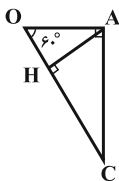
(یاسین سپهر)

-۹ گزینه «۲»

زاویه O برابر 60° است. پس:

$$AC = \tan 60^\circ \Rightarrow AC = \sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه زیر داریم:



$$AC^2 = HC \times OC \Rightarrow (\sqrt{3})^2 = HC \times 2$$

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \xrightarrow{OA=1} OC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow OC = 2$$

$$\Rightarrow HC \times 2 = 3 \Rightarrow HC = \frac{3}{2}$$

(ایمان نستین)

-۱۰ گزینه «۳»

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}}_{2 \cot x} - 2 \tan x = 4 \tan 2x$$

$$= \underbrace{2 \cot x - 2 \tan x}_{2(2 \cot 2x)} - 4 \tan 2x$$

$$= 4 \cot 2x - 4 \tan 2x = 8 \cot 4x$$

$$x = \frac{\pi}{12} \Rightarrow 8 \cot \frac{\pi}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

(یاسین سپهر)

-۵ گزینه «۲»

تابع $f(x) = \log_{0.1}(-2x-3)$ تابعی صعودی هست، پس برای هر دو مقدار a و b از دامنه f که $a < b$ باشد، داریم: $f(a) < f(b)$. در نتیجه داریم:

$$-2\sqrt{2} < -\sqrt{3} \Rightarrow f(-2\sqrt{2}) < f(-\sqrt{3})$$

دقت کنید که ترکیب دو تابع نزولی، تابع صعودی است. هم‌چنین $-\sqrt{2}$ جزو دامنه تابع نیست. بنابراین نمی‌توان در مورد $f(-\sqrt{2})$ (که وجود ندارد) بحث کرد.

(علی یوسفی)

-۶ گزینه «۴»

$$5x^4 - 3x^2 + ax - 1 = (x+1)Q(x) + R$$

چون مجموع ضرایب $Q(x)$ برابر ۷ است پس $Q(1) = 7$ ، در نتیجه:

$$x=1 \Rightarrow 5-3+a-1=2 \times 7 + R \Rightarrow a=13+R \quad (1)$$

$$x=-1 \Rightarrow 5-3-a-1=0+R \Rightarrow 1-a=R \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$a=7$$

(سیرعادل حسینی)

-۷ گزینه «۲»

تابع f را در یک دوره تناوب آن می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x + 1 & ; 2 \leq x < 6 \end{cases}$$

از طرفی برای تابع متناوب f با دوره تناوب T داریم:

$$f(x+kT) = f(x) \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(34) = f(4+5 \times 6) = f(4) = 3 \\ f(13) = f(1+2 \times 6) = f(1) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(34) - f(13) = 3 - 1 = 2$$

(سعید مدیرفراسانی)

-۸ گزینه «۲»

$$\left. \begin{array}{l} y_{\max} = 2 \\ y_{\min} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad x \in [0, \pi] \rightarrow x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi \\ 2 \sin 2x + 1 = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \quad x \in [0, \pi] \rightarrow x = \frac{11\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \quad x \in [0, \pi] \rightarrow x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$k \in \mathbb{Z}$ است.

پس معادله داده شده، پنج جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد.

(علی یوسفی)

۱۴- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x^2+ax+b} = +\infty$$

چون حد صورت برابر ۳ است، برای اینکه حاصل حد $+\infty$ باشد، باید $x=1$

ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x-1)^2$$

$$x^2 + ax + b = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow a = -2, b = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 1)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2}{x} = \frac{9}{2}$$

(رضا نیازی)

۱۵- گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\cos 2x + \cos x}{\cos x \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{2(\cos 2x \cos x)}{\cos x \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{2 \cos 2x}{\cos 2x} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

(محمدمصطفی ابراهیمی)

۱۱- گزینه «۳»

اول اینکه $f(0) = 3$ می‌باشد. پس:

$$f(x) = a + 2 \cos x \Rightarrow f(0) = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین $f(x) = 1 + 2 \cos x$ بدست می‌آید.

α و β جواب‌های معادله $1 + 2 \cos x = 0$ هستند.

$$1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

در مقادیر مثبت x ، اولین جایی که کسینوس $-\frac{1}{2}$ می‌شود در $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ و

دومین جا هم در $\beta = \frac{4\pi}{3}$ است.

پس β که دومین ریشه است، برابر $\frac{4\pi}{3}$ می‌شود.

(مهری ملارمسانی)

۱۲- گزینه «۳»

$$\frac{2 + 2 \tan x}{1 - \tan x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2(1 + \tan x)}{1 - \tan x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} + x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در بازه $(-\pi, \pi)$ ، معادله فوق دارای جواب‌های $-\frac{\pi}{12}$ و $\frac{11\pi}{12}$ است.

(مسین اسفینی)

۱۳- گزینه «۱»

$$(\sin x + \cos x)^2 = \cos 4x \Rightarrow 1 + \sin 2x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x (2 \sin 2x + 1) = 0$$



گزینه «۲»

(رضا نیازی)

گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} fof(x-x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} fof(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} fof(2x+1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(\left[\frac{3x+2}{x-1}\right]\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(2x+1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x+2}{x-1}\right] = [3^+] = 3$$

دقت کنید چون $3 > 0$ است، در آخرین مرحله محاسبات $[3^+]$

را در نظر گرفتیم.

کیا مقرر نیاک

گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx^2 + b|x| + 2}{2x+3} = \frac{(a+b)x^2 + b|x| + 2}{2x+3}$$

برای اینکه نمودار تابع مجانب افقی داشته باشد، ضریب x^2 در صورت باید

برابر صفر باشد.

$$a+b=0 \Rightarrow a=-b \Rightarrow f(x) = \frac{b|x|+2}{2x+3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{bx}{2x} = \frac{b}{2} & \text{خط } y = \frac{b}{2} \text{ مجانب افقی است.} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{bx}{2x} = -\frac{b}{2} & \text{خط } y = -\frac{b}{2} \text{ مجانب افقی است.} \end{cases}$$

$$\frac{b}{2} - \left(-\frac{b}{2}\right) = b = 2 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow ab = -4$$

$$x^2 + ax = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 + a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 : x = 0 & \text{غ ق ق} \\ a < 0 : x = 0, x = \pm\sqrt{-a} \end{cases} \Rightarrow \text{مخرج سه ریشه دارد.}$$

$$\text{ریشه‌های صورت: } x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

برای اینکه تابع دو مجانب قائم داشته باشد، حتماً باید یکی از ریشه‌های مخرج

و صورت یکسان باشند.

$$a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ دو مجانب قائم}$$

$$a = -4 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{x-1}{x(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \text{ دو مجانب قائم}$$

گزینه «۲»

(سید عادل حسینی)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log \frac{1}{x} = \log 0^+ = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{\log \frac{1}{x}} \right] = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{t} \right] = [0^-] = -1$$

(علی یوسفی)

گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} fof\left(\frac{x-1+2}{x-1}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} fof\left(1 + \frac{2}{x-1}\right) = fof(1^-)$$

$$= f(f(1^-)) = f(1^+) = -1$$



$$\Rightarrow \begin{cases} (A-I)^{-1} = \frac{1}{4}(A^2 + A + I) \\ (A+I)^{-1} = \frac{1}{6}(A^2 - A + I) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A-I)^{-1} + (A+I)^{-1} = \frac{1}{12}(\delta A^2 + A + \delta I)$$

(رضا عباسی اصل)

۲۶- گزینه «۱»

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشند،

نیمساز زاویه A است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه B و C به

یک فاصله باشند، عمودمنصف BC است. فصل مشترک نیمساز زاویه A و

عمودمنصف BC، مکان هندسی مورد نظر است.

اگر $AB = AC$ ، نیمساز و عمودمنصف بر هم منطبق اند و مکان هندسی یک

خط راست است. در غیر این صورت نیمساز و عمودمنصف متقاطع اند و مکان

هندسی مورد نظر یک نقطه است.

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

۲۷- گزینه «۱»

مرکز دایره از طرفی روی خط D و از طرفی دیگر روی خط Δ عمودمنصف وتر

AB قرار دارد، بنابراین مرکز دایره نقطه تلاقی دو خط D و Δ است. معادله

خط Δ ، عمودمنصف وتر AB را پیدا می کنیم:

$$M = \frac{A+B}{2} = (0,0) \text{ : وسط پاره خط AB}$$

$$m_{AB} = \frac{2 - (-2)}{-1 - 1} = -2 \Rightarrow m_{\Delta} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta \text{ معادله خط } y = \frac{1}{2}x$$

$$x + y - 6 = 0 \xrightarrow{y = \frac{1}{2}x} x + \frac{1}{2}x = 6 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 6 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 2$$

بنابراین $O(4,2)$ مرکز دایره است و داریم:

$$R = OA = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-2)^2} = 5$$

$$\text{معادله دایره: } (x-4)^2 + (y-2)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$$

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۴»

(ممنن ربی)

d_{P_1} : درایه مربوط به سطر دوم و ستون اول ماتریس D

= ستون اول C × ماتریس B × سطر دوم A

$$\Rightarrow d_{P_1} = [3 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = [9 \ 13] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = -4$$

(ممدعلی نادرپور)

۲۲- گزینه «۴»

$$B = I_n - A \Rightarrow A + B = I_n$$

$$A^2 + AB + B = A(A+B) + B = AI_n + B = A + B = I_n$$

(داریوش ناظمی)

۲۳- گزینه «۱»

با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\Rightarrow (-4x - 2x + 0) - (-2 + 0 - 4x) + x[(0 - 4 + 2) - (0 - 4 - 2)] = 4$$

$$\Rightarrow -2x + 2 + 4x = 4 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

(سید عادل رضا مرتضوی)

۲۴- گزینه «۲»

طرفین تساوی را از سمت راست در B ضرب می کنیم.

$$(A^2 B^{-1})B = (B^{-1}A)B \Rightarrow A^2 = B^{-1}AB$$

$$B^{-1}A^2 B = (B^{-1}AB)^2 = (A^2)^2 = A^4$$

(مهدی صادق نیک کار)

۲۵- گزینه «۳»

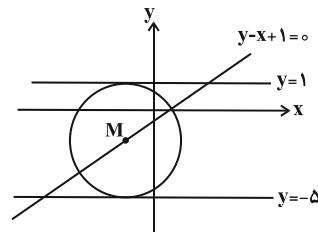
$$\begin{cases} A^3 - I = 4I \\ A^3 + I = 6I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (A-I)(A^2 + A + I) = 4I \\ (A+I)(A^2 - A + I) = 6I \end{cases}$$



۲۸- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

با توجه به شکل زیر داریم:



$$2R = 1 - (-2) = 3 \Rightarrow R = \frac{3}{2}$$

$$y_M = \frac{1 - 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

مختصات M در خط $y - x + 1 = 0$ صدق می کند، پس:

$$-2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

پس مرکز دایره، نقطه $M(-1, -\frac{1}{2})$ است و معادله دایره عبارت است از:

$$(x + 1)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4}$$

۲۹- گزینه «۳»

(نوید میبری)

با فرض این که نقطه متغیر $P(x, y)$ روی این مکان هندسی واقع باشد، باید داشته باشیم:

$$|PA| = \sqrt{2} |PB| \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{2} \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2[x^2 + (y+1)^2]$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$$

حال با دسته بندی معادله اخیر خواهیم داشت: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$ که معادله دایره ای به شعاع $R = \sqrt{16} = 4$ است. از آن جا که در هر دایره، بیش ترین فاصله دو نقطه از یکدیگر، برابر طول قطر دایره است، پس این فاصله برابر است با: $2 \times 4 = 8$

۳۰- گزینه «۴»

(نوید میبری)

چون عرض دو کانون $F(2 - \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ و $F'(2 + \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ با هم برابر است، پس داریم:

$$2c = |FF'| = |2 + \sqrt{6} - (2 - \sqrt{6})| = 2\sqrt{6} \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

از سوی دیگر کم ترین فاصله مرکز بیضی تا نقاط روی بیضی، برابر با مقدار ثابت b (نصف طول قطر کوچک) است. در نتیجه $b = 2\sqrt{3}$ و از این رو خواهیم داشت:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{12 + 6} = 3\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

(علی ساویبی)

$$\begin{cases} 2 < 3 \\ -4 < -3 \end{cases} \Rightarrow 2(-4) < 3(-3) \quad \text{مثال نقض گزینه «۱»}$$

$$\begin{cases} 2 < 3 \\ -2 < -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{-2} < \frac{3}{-1} \quad \text{مثال نقض گزینه «۲»}$$

$$\begin{cases} 2 < 3 \\ -2 < -1 \end{cases} \Rightarrow 2 - (-2) < 3 - (-1) \quad \text{مثال نقض گزینه «۳»}$$

$$\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} a < b \\ -d < -c \end{cases} \Rightarrow a - d < b - c \quad \text{اثبات گزینه «۴»}$$

توجه کنید که طرفین دو نامساوی هم جهت را می توان با هم جمع کرد.

۳۲- گزینه «۱»

(رضا پورعسینی)

$$\left. \begin{array}{l} b | a \\ a | b + c \end{array} \right\} \Rightarrow b | b + c \Rightarrow b | (b + c) - b \Rightarrow b | c$$

۳۳- گزینه «۳»

(علیرضا شریف ظهیری)

$$\left. \begin{array}{l} a = 149q + r \\ r = 7q^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 149q + 7q^2 \xrightarrow{r < b} 7q^2 < 149$$

$$\Rightarrow q^2 \leq 21 \Rightarrow q = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow q_{\max} = 4$$

$$\Rightarrow a_{\max} = (149 \times 4) + 7 \times 4^2 = 596 + 112 = 708$$

$$\text{مجموع ارقام} = 7 + 8 = 15$$

۳۴- گزینه «۳»

(علی ساویبی)

می دانیم اگر $p \neq q$ و p و q هر دو عدد اول باشند، آنگاه $(p, q) = 1$. در نتیجه داریم:

$$A = \{p, 2p, 3p, \dots\}$$

$$B = \{q, 2q, 3q, \dots\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{pq, 2pq, 3pq, \dots\} \Rightarrow \min(A \cap B) = pq$$

شمارنده های طبیعی عدد pq عبارت اند از: $1, pq, q, p$ ، یعنی ۴ شمارنده طبیعی دارد.



گزینه «۱» - ۳۵

(علیرضا کلاتری)

$$71x \equiv 1 \Rightarrow 14x \equiv 1 \Rightarrow 14x \equiv 58 \xrightarrow{+2} 7x \equiv 29 \pmod{(2,57)=1}$$

$$7x \equiv 29 - 57 \Rightarrow 7x \equiv -28 \xrightarrow{+7} x \equiv -4 \Rightarrow x = 57k - 4$$

$$10 \leq 57k - 4 \leq 99 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = 53$$

تنها عدد دو رقمی که در این معادله صدق می‌کند، ۵۳ است و در نتیجه رقم

یکان آن برابر ۳ می‌باشد.

گزینه «۲» - ۳۶

(سیروس زوالفقاری)

مثال نقض گزینه «۲»:

$$\begin{cases} x = 2 & 72 \times (2) \equiv 144 \times (1) \Rightarrow 144 \equiv 84 \\ y = 1 & 2 \times 2 \equiv 3 \times 1 \Rightarrow 4 \equiv 3 \end{cases}$$

اثبات گزینه «۱»:

$$72x \equiv 84y \xrightarrow{+12} 6x \equiv 7y \pmod{(15,12)=3}$$

اثبات گزینه «۳»:

$$6x \equiv 7y \Rightarrow 6x \equiv 12y \xrightarrow{+6} x \equiv 2y \pmod{(6,5)=1}$$

اثبات گزینه «۴»:

$$6x \equiv 7y \Rightarrow 21x \equiv 7y \xrightarrow{+7} 3x \equiv y \pmod{(7,5)=1}$$

گزینه «۳» - ۳۷

(امیرمسین ابومویب)

اگر $(m, 6) = 1$ باشد، آنگاه $(m, 2) = (m, 3) = 1$ یعنی m عددی فرد است و

مضرب ۳ نمی‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} m \text{ فرد است} & \Rightarrow m^2 = 8k + 1 \Rightarrow m^2 - 1 = 8k \\ m \text{ مضرب ۳ نیست} & \Rightarrow m^2 = 3k' + 1 \Rightarrow m^2 - 1 = 3k' \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 = 24q \quad (k, k', q \in \mathbb{Z})$$

شرط این که معادله $(m^2 - 1)x + ay = 2$ دارای جواب در مجموعه اعدادصحیح باشد آن است که $(m^2 - 1, a) | 2$ ، حال برای گزینه‌های ۱ تا ۴ داریم:

$$1 \text{ گزینه } 1: (m^2 - 1, 6) = 6 / 2 \quad 2 \text{ گزینه } 2: (m^2 - 1, 8) = 8 / 2$$

$$3 \text{ گزینه } 3: (m^2 - 1, 10) = 2 \text{ یا } 10 \quad 4 \text{ گزینه } 4: (m^2 - 1, 15) = 3 \text{ یا } 15 / 2$$

بنابراین در صورتی که $m^2 - 1$ مضرب ۵ نباشد، آنگاه $(m^2 - 1, 10) = 2$ و معادله سیاله در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است.

(علیرضا سیف)

گزینه «۳» - ۳۸

اگر تعداد رئوس فرد را با x و تعداد رئوس زوج را با y نمایش دهیم، داریم:

$$p = x + y$$

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 5x + 4y = 2q = 2 \times 21 = 42$$

$$x = 2y \Rightarrow 5(2y) + 4y = 14y = 42$$

$$y = 3, x = 6 \Rightarrow p = 3 + 6 = 9$$

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۲» - ۳۹

اگر در گراف، $\delta = 3$ باشد، آنگاه حداقل تعداد یال‌های گراف از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{2q}{\gamma} \geq 3 \Rightarrow q \geq 10 / 5 \Rightarrow q_{\min} = 11$$

برای یافتن حداکثر تعداد یال‌های گراف، ابتدا گراف K را ساخته و سپس رأس دیگر را با ۳ یال به رأس‌های گراف K متصل می‌کنیم. در این صورت

$$\frac{6 \times 5}{2} + 3 = 18 \text{ حداکثر تعداد یال‌های گراف برابر است با } 18$$

در نتیجه اختلاف بین حداکثر و حداقل تعداد یال‌ها برابر است با:

$$18 - 11 = 7$$

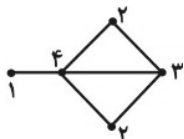
(مهرراز ملونری)

گزینه «۴» - ۴۰

رئوس با درجات ۴ و ۳ مجاورند و نمودار گراف به شکل زیر خواهد بود.

این گراف ۲ دور به طول ۳ و یک دور به طول ۴ دارد، یعنی در مجموع ۳ دور

دارد.





$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow -125 = -\frac{1}{2} \times 10t^2 + 0 \Rightarrow t = 5s$$

حداکثر فاصله دو گلوله وقتی اتفاق می افتد که گلوله اول به سطح زمین رسیده است. اگر حداکثر فاصله دو گلوله ۴۵m باشد، گلوله دوم بایستی ارتفاعی معادل $80m = 125 - 45$ را طی کرده باشد.

مدت زمانی که طول می کشد تا گلوله دوم مسافت ۸۰m را طی کند، برابر است با:

$$y' = -\frac{1}{2}gt'^2 + y'_0 \Rightarrow -80 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t'^2 + 0 \Rightarrow t' = 4s$$

بنابراین اختلاف زمان حرکت آنها $5 - 4 = 1s$ می باشد.

(فسن اسحاق زاده)

۴۴- گزینه «۳»

شتاب توقف برای خودرو و کامیون به جرم آنها بستگی ندارد، زیرا:

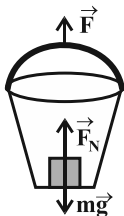
$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \frac{v_2=0}{v_1=v} \Rightarrow |a| = \frac{v^2}{2d}$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتون ($F = ma$) می توان نوشت:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1/5 \times 1 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1/5$$

(ناصر فوارزمی)

۴۵- گزینه «۳»



با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر وزنه و جهت حرکت آن، شتاب حرکت سطل و وزنه به دست می آید.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\frac{F_N = 12N}{m = 1kg, g = 10 \frac{N}{kg}} \rightarrow 12 - 10 = 1a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون برای سطل و وزنه درون آن، اندازه نیروی \vec{F} به دست می آید.

$$F_{net} = (m_{net})a \Rightarrow F - (m + m')g = (m + m')a$$

$$\frac{m = 1kg, m' = 1/5kg}{a = 2 \frac{m}{s^2}} \rightarrow F - (1 + 1/5) \times 10 = (1 + 1/5) \times 2$$

$$\Rightarrow F = 30N$$

فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۳»

(مجتبی مدنی)

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{|\frac{\Delta x_1}{v_1}| + |\frac{\Delta x_2}{v_2}| + |\frac{\Delta x_3}{v_3}|} \Rightarrow v_{av} = \frac{40 + 30 + 5}{\frac{40}{4} + \frac{30}{3} + \frac{5}{1}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{65}{25} = 2 \frac{m}{s}$$

(فسرو ارغوانی فرد)

۴۲- گزینه «۳»

راه حل اول:

مبدأ مکان را مکان اولیه متحرک (۱) و جهت مثبت را به طرف راست در نظر می گیریم و معادله حرکت هر دو را می نویسیم. داریم:

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_{01}t + x_{01} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 1/2 \times t^2 + 1/6t + 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0/6t^2 + 1/6t$$

$$x_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + v_{02}t + x_{02} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}(-0/8)t^2 + (-2/4)t + 30$$

$$\Rightarrow x_2 = -0/4t^2 - 2/4t + 30$$

در لحظه ای که دوباره فاصله آنها از هم ۳۰m می شود، داریم:

$$x_1 - x_2 = t^2 + 4t - 30 = 30 \Rightarrow t^2 + 4t - 60 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6s & \text{ق. ق.} \\ t_2 = -10s & \text{غ. ق. ق.} \end{cases}$$

راه حل دوم:

فرض کنید متحرک (۲) ساکن و متحرک (۱) با سرعت اولیه نسبی

$$4 \frac{m}{s} = \frac{m}{s} + 2/4 + 1/6 = 2 \frac{m}{s} \text{ و شتاب نسبی } 1/2 + 0/8 = 2 \frac{m}{s^2} \text{ باید مسافت } 30$$

متر را طی کرده تا به دومی برسد و سپس ۳۰ متر دیگر (جمعاً ۶۰ متر) را طی کند تا دوباره فاصله آنها به ۳۰ متر برسد. داریم:

$$\Delta x \text{ نسبی} = \frac{1}{2}a \text{ نسبی} t^2 + v_0 \text{ نسبی} t \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 4t$$

$$\Rightarrow t^2 + 4t - 60 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6s & \text{ق. ق.} \\ t_2 = -10s & \text{غ. ق. ق.} \end{cases}$$

(بهار گلبران)

۴۳- گزینه «۱»

زمان رسیدن گلوله اول به زمین از رابطه زیر محاسبه می شود:



(روح اله علی پور)

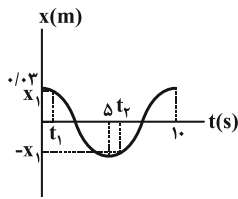
گزینه «۱» - ۴۸

(مهم نازری)

گزینه «۴» - ۴۶

ابتدا دوره حرکت نوسانها را حساب می کنیم، داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{\delta} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

در مدت زمان $t_1 = 0 / \delta s$ تا $t_2 = \delta / \delta s$ ، یعنی معادل نصف یک دوره نوسان،فاز نوسانگر π رادیان تغییر می کند. فرض کنیم مکان نوسانگر در لحظه t_1 برابر x_1 باشد.

$$d = (A - x_1) + A + |x_1| = 2A$$

$$\frac{A=3\text{cm}}{\rightarrow} d = 2 \times 3 = 6\text{cm}$$

(رامین شادویی)

گزینه «۴» - ۴۹

این فاصله از روی شکل معادل $\frac{\lambda}{4}$ است.

داریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda f$$

$$\Rightarrow \frac{1/25\lambda}{2/5} = \lambda f \Rightarrow f = 0 / 5\text{Hz}$$

(آرش قاسمی)

گزینه «۲» - ۵۰

چون دو تار هم جنس هستند، چگالی آنها یکسان است و بنابراین داریم:

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_1}{A_1 L_1} = \frac{m_2}{A_2 L_2}$$

$$\frac{A_1 = 2A_2}{\rightarrow} \frac{m_1}{L_1} = 2 \frac{m_2}{L_2} \Rightarrow \mu_1 = 2\mu_2$$

حال با استفاده از رابطه سرعت انتشار امواج عرضی در یک تار مرتعش، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2} \times \frac{\mu_2}{\mu_1}} = \sqrt{3 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 1$$

با استفاده از رابطه بین اندازه تکانه و انرژی جنبشی یک جسم، خواهیم داشت:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_1 + 0 / 2p_1}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{1/2 p_1}{p_1}\right)^2 = 1/4 \Rightarrow K_2 = 1/4 K_1$$

$$\text{درصد تغییر انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = +44\%$$

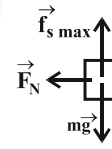
(غلامرضا ممینی)

گزینه «۱» - ۴۷

در این حالت نیروی عمودی سطح تأمین کننده نیروی مرکزگرای لازم برای

$$F_N = 4\pi^2 \frac{mR}{T^2}$$

دوران جسم است.



برای محاسبه حداکثر دوره دوران استوانه برای نلغزیدن جسم، باید جسم در

آستانه حرکت در راستای قائم قرار بگیرد.

برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$F_N = 4\pi^2 \frac{mR}{T_{\max}^2}$$

$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow mg - f_s \max = 0 \Rightarrow mg = \mu_s F_N = 4\pi^2 \mu_s \frac{mR}{T_{\max}^2}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_s R}{g}}$$

با توجه به رابطه فوق، حداکثر دوره دوران به جرم جسم بستگی ندارد، داریم:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{R'}{R}} \quad R' = 2R \rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{2}$$



شیمی ۳

گزینه «۴»

(متین هوشیار)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در مولکول اسید چرب حداقل ۲ اتم اکسیژن (گروه ۱۶) حضور دارد.

(۲) مخلوط آب و صابون یک کلوئید است که ته‌نشین نمی‌شود.

(۳) مقایسه صحیح به صورت: محلول $Ca^{2+} > K^{+}$ محلول است.

گزینه «۳»

(متین هوشیار)

تنها مورد آخر درست است.

بررسی موارد نادرست:

- ماده ترشح شده خصلت اسیدی دارد و پوست را لیز نمی‌کند.

- برای کاهش میزان اسیدی (افزایش pH) خاک، به آن آهک (اکسید فلز

گروه ۲) می‌افزایند.

- در هر دو محلول یون OH^{-} یافت می‌شود.

گزینه «۲»

(متین هوشیار)

ابتدا غلظت یون H^{+} را در محلول HF محاسبه می‌کنیم:

$$[H^{+}] = \alpha \cdot M = \frac{0.1}{100} \times 0.1 = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

در محلول HCl نیز غلظت H^{+} با Cl^{-} برابر است. پس غلظت H^{+} را در

آن محلول نیز به دست می‌آوریم.

$$[H^{+}] = 10^{-pH} = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۳»

(متین هوشیار)



$$K = \frac{\left(\frac{2x}{V}\right)^2}{\left(\frac{1-x}{V}\right)\left(\frac{1-x}{V}\right)} = 49 \Rightarrow \frac{2x}{1-x} = 7$$

$$\Rightarrow 7 - 7x = 2x \Rightarrow x \approx 0.78$$

$$\Rightarrow \text{mol } H_2 = 1 - x = 0.22 \text{ mol } H_2$$

گزینه «۲»

(متین هوشیار)

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(آ) در شرایط یکسان این وضعیت برقرار است نه همیشه!

(پ) فرمول آسپیرین $(C_9H_8O_4)$ است.

گزینه «۳»

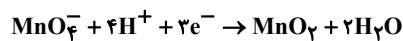
(متین هوشیار)

نیم واکنش‌ها را با قرار دادن الکترون می‌توان موازنه کرد نه واکنش‌ها را.

گزینه «۱»

(متین هوشیار)

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای تولید هر ۲ مول آب ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

گزینه «۱»

(متین هوشیار)

تنها مورد «ب» نادرست است. در سلول سوختی نیز بخار آب ایجاد می‌شود.

مثلاً در سلول سوختی هیدروژن اکسیژن.

گزینه «۴»

(متین هوشیار)

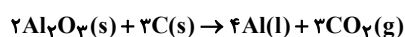
فلز آلومینیوم در برابر خوردگی مقاوم است ولی اکسید می‌شود و با اکسیژن

(لایه‌های سطحی) واکنش می‌دهند.

گزینه «۱»

(متین هوشیار)

فرآیند هاال به شکل زیر است:



$$?gC = 170g Al_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al_2O_3}{102g Al_2O_3} \times \frac{3 \text{ mol } C}{2 \text{ mol } Al_2O_3} \times \frac{12gC}{1 \text{ mol } C}$$

$$= 30gC$$

$$?LCO_2 = 30gC \times \frac{1 \text{ mol } C}{12gC} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C} \times \frac{22/4L}{1 \text{ mol } CO_2} = 56L$$



سایت کنکور

Konkur.in