



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۱۶ فروردین ۱۳۹۸)

(مباحث ۳۰ فروردین ۹۸)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی حمید زرین کفش	علی ارجمند	علی ارجمند	حمید زرین کفش	سهند راحمی پور
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی پور

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفتر چه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

مشتق،

کاربردهای مشتق

صفحه‌های ۹۶ تا ۱۲۶

۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+2) - f(2)}{x} = 3$ و f یک تابع با مشتق پیوسته باشد به طوری که

$g(x) = f(3x - 4)$ ، $g'(2)$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶

(۳) ۱۲ (۴) ۹

۲- تابع $f(x) = (1 - \cos 2\pi x)[x]$ روی بازه $(0, 4)$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) در تمام نقاط مشتق پذیر است.

۳- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ و $f(x)f''(x) + (f'(x))^2 = \frac{k}{x^n}$ باشد، حاصل $k + n$ کدام است؟ ($k, n \in \mathbb{Z}$)

(۱) ۴ (۲) ۲

(۳) ۱ (۴) صفر

۴- مشتق دوم تابع $y = (3x-1)^2 \sqrt[3]{6x-1}$ به ازای $x = \frac{1}{3}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۶

(۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۵- آهنگ تغییر مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول وتر a و زاویه متغیر حاده α در لحظه‌ای که $\alpha = 22/5^\circ$ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} a^2$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2} a^2$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4} a^2$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4} a^2$



۶- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{1}{4}x(2[x] + x - 1)$ کدام است؟ ([] ، نماد جز صحیح است.)

(۱) \mathbb{Z} (۲) $\mathbb{Z} - \{0\}$

(۳) $\mathbb{Z} \cup \{\frac{1}{4}\}$ (۴) $\mathbb{Z} \cup \{\frac{3}{4}\}$

۷- به ازای چند مقدار صحیح a ، تابع $y = x + \sin ax$ صعودی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۸- اگر $f(x) = \text{Max}\left\{x^2, \left|x - \frac{3}{4}\right|\right\}$ باشد، کمترین مقدار تابع $f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $y = \frac{1 + \cos 2x}{\sin x - 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\sqrt{3} + 2}$ (۲) $\frac{3}{\sqrt{3} - 2}$

Konkur.in

(۳) ۱ (۴) صفر

۱۰- مساحت بزرگترین مستطیلی که درون نیم‌دایره‌ای به شعاع ۲ محاط شده است و یک ضلع مستطیل روی قطر نیم‌دایره قرار

دارد، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴

(۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$



هندسه ۳

هندسه ۳
بردارها

صفحه‌های ۶۹ تا ۸۰

۱۱- بردار \vec{a} به طول ۴ مفروض است. اگر طول تصویر قائم بردار \vec{a} روی محور Z ها برابر ۳ باشد، طولتصویر قائم بردار \vec{a} بر روی صفحه XY کدام است؟

$$\sqrt{7} \quad (1) \qquad \sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3) \qquad 2 \quad (4)$$

۱۲- دو بردار $\vec{a} = (3, -1, 1)$ و $\vec{b} = (1, -3, 1)$ نسبت به بردار \vec{c} قرینه یکدیگرند. بردار \vec{c} کدام می‌تواند باشد؟

$$(2, -2, 1) \quad (1) \qquad (2, 2, -1) \quad (2)$$

$$(1, -1, 2) \quad (3) \qquad (1, 1, -2) \quad (4)$$

۱۳- برای دو بردار \vec{a} و \vec{b} ، اگر $\vec{a} + \vec{b} = (-3, 1, 2)$ و $\vec{a} - \vec{b} = (1, -3, -2)$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

$$30^\circ \quad (2) \qquad \text{صفر} \quad (1)$$

$$90^\circ \quad (4) \qquad 60^\circ \quad (3)$$

۱۴- نقاط $A = (-3, -5, 1)$ و $B = (-1, -1, -1)$ مفروض‌اند. نقطه M در فضای R^3 طوری قرار دارد که $\vec{AM} = 3\vec{BM}$ است. فاصلهنقطه M از مبدأ مختصات کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad (2) \qquad \sqrt{13} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \quad (4) \qquad \sqrt{5} \quad (3)$$

۱۵- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار و $|\vec{a}| = 13$ ، $|\vec{b}| = 19$ و $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$ باشد، طول بردار $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

$$23 \quad (2) \qquad 24 \quad (1)$$

$$21 \quad (4) \qquad 22 \quad (3)$$



۱۶- بردارهای غیر صفر \vec{a} و \vec{b} طوری مفروض اند که $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ و بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - 3\vec{b}$ برهم عمود هستند. زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

(۱) 60° (۲) 30°

(۳) 120° (۴) 150°

۱۷- بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ به طول ۵ مفروض است. بیشترین مقدار عبارت $x - 2y + 2z$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵

(۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۱۸- اگر $|\vec{AC}|^2 = 4\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری در مورد نقاط A، B و C صحیح است؟

(۱) تشکیل مثلث متساوی‌الاضلاع می‌دهند.

(۲) تشکیل مثلث قائم‌الزاویه می‌دهند.

(۳) تشکیل مثلث متساوی‌الساقین با زاویه رأس 120° می‌دهند.

(۴) بر روی یک خط راست قرار دارند.

۱۹- اگر $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ دو ضلع از اضلاع مثلثی باشند، طول تصویر قائم بردار \vec{a} روی ضلع سوم مثلثی که

بر روی این دو بردار بنا می‌شود چقدر است؟

(۱) $\frac{6\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(۳) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{3\sqrt{6}}{3}$

۲۰- نقاط A، B و C روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۲ طوری قرار دارند که کمان‌های AB، BC و CA مساوی‌اند. حاصل

عبارت $x = \vec{OA} \cdot \vec{OB} + \vec{OB} \cdot \vec{OC} + \vec{OC} \cdot \vec{OA}$ کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۴

(۳) -۶ (۴) -۸



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

ترکیبات (شمارش)
(تاسر اصل لانه کبوتری)

صفحه‌های ۶۲ تا ۸۰

۲۱- تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰۱ که مضرب حداقل یکی از اعداد ۶، ۸ و ۱۶ باشند، کدام است؟

۵۰ (۱)

۵۸ (۲)

۶۲ (۳)

۷۲ (۴)

۲۲- با رقم‌های ۰، ۲، ۳ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان ساخت، به گونه‌ای که هر یک از رقم‌های زوج حداقل یک بار در آن

ظاهر شوند؟

۱۱۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۸۳ (۳)

۷۳ (۴)

۲۳- به چند طریق می‌توان بین روستاهای a ، b ، c و d راه‌های روستایی ساخت به طوری که هیچ کدام از روستاهای a و b منفرد

نماند؟

۴۰ (۱)

۴۵ (۲)

۵۰ (۳)

۵۵ (۴)

۲۴- در یک نظرخواهی از ۵۰ دانش‌آموز یک دبیرستان، این نتایج به دست آمده است: ۳۰ نفر آن‌ها مجله A ، ۲۵ نفر مجله B ، ۲۵

نفر مجله C ، ۱۵ نفر مجله‌های A و B ، ۱۰ نفر مجله‌های B و C ، ۲۰ نفر مجله‌های A و C و بالاخره ۵ نفر هر سه مجله A ، B و C

را می‌خوانند. چند دانش‌آموز دقیقاً ۲ مجله می‌خوانند؟

۳۵ (۱)

۳۰ (۲)

۲۵ (۳)

۲۰ (۴)

۲۵- چند تابع پوша از $B = \{1, 2, 3, 4\}$ به $A = \{1, 2, 3\}$ و شامل $(2, 3)$ وجود دارد؟

۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)



۲۶- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که باقی مانده تقسیم آن بر هر کدام از اعداد ۳ و ۴ برابر ۱ نباشد؟

۵۳ (۱) ۵۱ (۲)

۴۶ (۳) ۴۴ (۴)

۲۷- چند تابع اکیداً صعودی از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ می توان نوشت به گونه ای که $f(2) = 5$ باشد؟

۲۰ (۱) ۲۴ (۲)

۴۰ (۳) ۴۸ (۴)

			۱
z	۲		x
۱			
	y	۳	

۲۸- در مربع لاتین مقابل، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲)

۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲۹- مجموع درایه های یک مربع لاتین از مرتبه n کدام است؟

$$\frac{n(n+1)^2}{2} \quad (۲) \quad \frac{n^2(n+1)}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad (۴) \quad \frac{n^2(n^2+1)}{4} \quad (۳)$$

۳۰- اگر مربع لاتین A تحت جایگشت $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix}$ به مربع لاتین B تبدیل شود، آنگاه حاصل $a + b + c$ کدام است؟

$$A = \begin{matrix} \begin{matrix} & 2 & & \\ & & & \\ 3 & & 1 & \\ & & 3 & \end{matrix} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} \begin{matrix} & & & \\ & a & & b \\ & & & \\ c & & & \end{matrix} \end{matrix}$$

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)



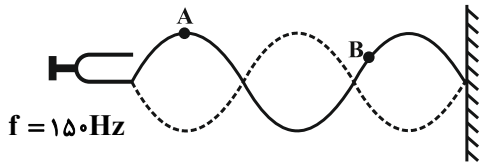
فیزیک ۳

فیزیک ۳:

برهم کنش‌های موج
آشنایی با فیزیک اتمی
صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۳۶

۳۱- شکل زیر، تار افقی به طول ۱۲۰cm و جرم ۱۰g را نشان می‌دهد که در آن امواج ایستاده تشکیل

شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟ (هر دو انتهای تار ثابت فرض شود).



(۱) نیروی کشش تار افقی برابر با ۱۲۰N است.

(۲) اختلاف فاز نقطه‌های A و B برابر با صفر است.

(۳) فاصله دو گره متوالی در این تار برابر با ۴۰cm است.

(۴) با دو برابر کردن بسامد نوسان‌ها، اگر بخواهیم تعداد گره‌ها ثابت بماند باید اندازه نیروی افقی وارد بر سیم نیز دو برابر شود.

۳۲- در یک تار افقی با دو انتهای بسته که امواج ایستاده در آن تشکیل شده است، ۶ شکم وجود دارد. اگر نیروی کشش تار را ۹ برابر

کنیم، با ثابت ماندن بسامد نوسان‌ها، دوباره در تار امواج ایستاده تشکیل خواهد شد. تعداد شکم‌های موج ایستاده تشکیل شده در

تار چگونه تغییر می‌کند؟

(۲) ۲ واحد کاهش می‌یابد.

(۱) ۴ واحد افزایش می‌یابد.

(۴) ۲ واحد افزایش می‌یابد.

(۳) ۴ واحد کاهش می‌یابد.

۳۳- اگر نوری تک‌فام به رنگ بنفش را بر سطح فلزی بتابانیم، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. در کدام حالت زیر، بیشینه سرعت

فوتوالکترون‌های خروجی الزاماً افزایش می‌یابد؟

(۱) به جای یک لامپ بنفش، از یک لامپ سبز استفاده کنیم.

(۲) به جای یک لامپ بنفش، از چند لامپ بنفش استفاده کنیم.

(۳) به جای یک لامپ بنفش، از یک لامپ آبی استفاده کنیم.

(۴) از فلزی با بسامد قطع کمتر استفاده کنیم.

۳۴- یک ژول معادل چند مگا الکترون ولت است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

(۲) $1/6 \times 10^{-13}$

(۱) $1/6 \times 10^{-19}$

(۴) $6/25 \times 10^{12}$

(۳) $6/25 \times 10^{18}$

۳۵- تابع کار فلزی برابر با 5eV است. اگر طول‌موج‌های $\lambda_A = 400\text{nm}$ و $\lambda_B = 310\text{nm}$ را به آن بتابانیم، کدام پرتو یا پرتوها باعث

گسیل فوتوالکترون از سطح فلز می‌شود؟ ($hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$)

(۲) B

(۱) A

(۴) هیچ کدام

(۳) هر دو



۳۶- در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر طول موج پرتوی فرودی $30 \cdot \text{nm}$ و تابع کار فلز برابر با 2eV باشد، بیشینه انرژی جنبشی

$$\text{فوتوالکترون‌ها برابر با چند الکترون ولت است؟ (} h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{)}$$

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۱ (۴) ۲

۳۷- در کدام الگوی اتمی، اتم به صورت توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت در نظر گرفته شد که الکترون‌ها درون آن قرار داشتند؟

(۱) تامسون (۲) بالمر

(۳) رادرفورد (۴) بور

۳۸- بلندترین طول موج رشته بالمر ($n' = 2$) مربوط به اتم هیدروژن تقریباً چند نانومتر است؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}$)

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s})$$

(۱) ۳۶۷ (۲) ۶۳۵

(۳) ۷۴۵ (۴) ۱۲۰

۳۹- در اتم هیدروژن الکترون ابتدا در تراز $n = 4$ قرار دارد. اگر در گذار این الکترون به تراز n' ، فوتونی با انرژی $\frac{3}{16} E_R$ گسیل

شود، انرژی الکترون در تراز n' چند برابر E_R است؟

(۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) -1

۴۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) در گسیل خود به خود، فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

(۲) فوتون‌های باریکه لیزر همگی هم جهت، هم فاز و هم انرژی هستند.

(۳) در وارونی جمعیت الکترون‌ها، تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین، بسیار کمتر است.

(۴) بعد از هر مرحله گسیل القایی، تعداد فوتون‌ها دو برابر می‌شود.



شیمی ۳

شیمی ۳

شیمی جلوه‌ای از هنر،

زیبایی و ماندگاری

شیمی، راهی به سوی آینده

روشن‌تر

صفحه‌های ۸۱ تا ۱۰۱

۴۱. کدام گزینه درست است؟

(۱) پس از دوره سنگی در دوره آهن و سپس برنز، جوامع دچار دگرگونی شدند.

(۲) فلزها تنها در دسته‌های s، p و d جدول تناوبی یافت می‌شوند و رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متنوعی

دارند.

(۳) در مدل دریای الکترونی، همه الکترون‌های موجود در اتم، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

(۴) دو ویژگی چکش‌خواری و رسانایی الکتریکی را می‌توان به کمک مدل دریای الکترونی توجیه کرد.

۴۲. چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) احساس و درک نور به دلیل نورهایی با طول موج ۴۰۰mm تا ۷۰۰mm است.

(ب) شکل روبه‌رو، می‌تواند رنگ دانه سفید (TiO_۲) را نشان بدهد.

(پ) رنگ‌دانه‌ها در گذشته از منابع طبیعی و برخی کانی‌ها به دست می‌آمد.

(ت) رنگ نوعی کلئوئید است که افزون بر زیبایی مانع خوردگی در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۳. طول موج نور محلول نمک وانادیم (V) ... از محلول نمک وانادیم (III) است و انرژی رنگ محلول وانادیم (IV) ... از

محلول وانادیم (II) است.

سایت کنکور

Konkur.in

(۱) بیش‌تر-کم‌تر

(۲) کم‌تر-بیش‌تر

(۳) کم‌تر-کم‌تر

(۴) بیش‌تر-بیش‌تر

۴۴. کدام گزینه در مورد فلز تیتانیم نادرست است؟

(۱) در ویژگی‌هایی هم‌چون سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با فلز سدیم متفاوت است.

(۲) از تیتانیم به دلیل چگالی بسیار کم و مقاومت در برابر سایش در ساخت پروانه کشتی‌ها استفاده می‌شود.

(۳) موتور جت را از جنس تیتانیم می‌سازند زیرا هنگامی که موتور جت کار می‌کند همه اجزای سازنده دمای بالایی دارند.

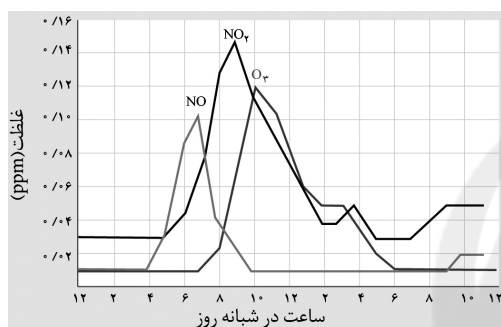
(۴) نیتینول آلیاژی از تیتانیم و نیکل است که در ساخت فرآورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد.



۴۵. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) فناوری تولید بنزین به حمل و نقل سرعت بخشید و مبدل‌های کاتالیستی آلودگی‌های ناشی از آن را کاهش داد.
- (۲) فناوری تصفیه آب، مانع گسترش بیماری‌هایی از جمله وبا در جهان شده است.
- (۳) فناوری بازیافت پلاستیک، صنعت پوشاک و صنعت بسته‌بندی را دگرگون ساخت.
- (۴) فناوری شناسایی و تولید آنتی‌بیوتیک، راه را برای جراحی‌های گوناگون هموار کرد.

۴۶. چه تعداد از موارد زیر با توجه به نمودار زیر درست است؟



(الف) در یک متر مکعب هوا در ساعت ۷ صبح، حدوداً 4×10^{-5} گرم NO وجود دارد.

(چگالی هوا 1.29 g.L^{-1})

(ب) غلظت NO_2 در تمام ساعات از غلظت اکسید دیگر نیتروژن بیش تر است.

(پ) گاز اوزون موجود در هوای شهر از واکنش $\text{NO} + \text{O}_3 \rightarrow \text{NO}_2 + \text{O}_2$ به دست می‌آید.

(ت) علاوه بر آلاینده‌های موجود در نمودار، گازهای CO , SO_2 و C_xH_y نیز در هوا پیدا می‌شوند.

سایت کنکور

۳ (۲)

۴ (۱)

Konkur.in

۱ (۴)

۲ (۳)

۴۷. کدام گزینه در مورد انرژی فعال‌سازی واکنش‌های شیمیایی درست است؟

- (۱) انرژی فعال‌سازی به مقدار معینی از انرژی می‌گویند که برای شروع واکنش لازم است.
- (۲) هرچه انرژی فعال‌سازی واکنش کم‌تر باشد، سرعت آن کمتر است.
- (۳) انرژی فعال‌سازی واکنش‌های گرماگیر همواره بیش‌تر از واکنش‌های گرماده است.
- (۴) انرژی فعال‌سازی را با E_a نمایش می‌دهند و با یکای کیلوکالری بر مول گزارش می‌دهند.



۴۸. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کاتالیزورها در واکنش شرکت می‌کنند، اما در پایان واکنش مصرف نشده باقی می‌مانند.
- (۲) سرب درون بنزین می‌تواند باعث اختلال در کار مبدل‌های کاتالیستی شود.
- (۳) گازهای هیدروژن و اکسیژن در حضور جرقه و توری فلز روی به صورت انفجاری واکنش می‌دهند.
- (۴) ΔH واکنش $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$ ، در دمای $25^\circ C$ در حضور و عدم حضور کاتالیزگر ثابت و برابر -572 kJ است.

۴۹. چه تعداد از موارد زیر در مورد مبدل‌های کاتالیستی درست است؟

- الف) فلزهای Rh ، Pd و Pt را بر روی قطعه‌های سرامیکی این مبدل می‌نشانند.
- ب) تمام گازهای خروجی از مبدل کاتالیستی خودروها، ناقطبی هستند و در میدان مغناطیسی جهت‌گیری نمی‌کنند.
- پ) همه کاتالیزگر درون مبدل کاتالیستی می‌تواند هر سه واکنش را سرعت ببخشد.
- ت) در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی نیتروژن آمونیاک کاهش می‌یابد و به N_2 تبدیل می‌شوند.

سایت کنکور

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

Konkur.in

۵۰. ΔH یک واکنش فرضی برابر $+90 \text{ kJ}$ است. E_a آن برابر 200 kJ باشد و کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی واکنش در مسیر برگشت را

۴۰ درصد کاهش دهد، E_a واکنش کاتالیز شده چند است؟

۱۲۰ (۲)

۶۶ (۱)

۱۵۶ (۴)

۸۰ (۳)



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه دروس اختصاصی

آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۱۶ فروردین ۱۳۹۸)

(مباحث ۳۰ فروردین ۱۳۹۸)

سایت کنکور

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستند سازی
حسن خرم جو	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



حسابان ۲

گزینه ۴» ۱-

(غیر یون ساعتی)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - f(2)}{x} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3$$

$$g(x) = f(3x-4) \Rightarrow g'(x) = 3f'(3x-4)$$

$$g'(2) = 3f'(3(2)-4) = 3f'(2) = 3 \times 3 = 9$$

گزینه ۴» ۲-

(معمردضا شوکتی بیرق)

راه حل اول: در نقاط ناصحیح، تابع f پیوسته و مشتق پذیر است. در نقاط صحیحتابع $y = [x]$ ناپیوسته است. پیوستگی f را در نقاط صحیح k بررسی می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = (1 - \cos 2k\pi) |k^\pm| = 0 \times \text{عدد } 0 = 0 \text{ و } f(k) = 0$$

در \mathbb{R} پیوسته است.با توجه به این که $(1 - \cos 2\pi x)' = 2\pi \sin 2\pi x$ داریم:

$$f'_+(k) = [k^+] (2\pi) \sin 2\pi k = 0$$

$$f'_-(k) = [k^-] 2\pi \sin 2\pi k = 0$$

تابع در نقاط صحیح و در نتیجه در \mathbb{R} مشتق پذیر است.

راه حل دوم:

نکته: اگر تابع $y = [g(x)]$ در $x = a$ ناپیوسته باشد، تابع $y = h(x)[g(x)]$ در $x = a$ مشتق پذیر است، به شرط این که $h(a) = 0$ و $h'(a) = 0$ باشد. یعنی $x = a$ ریشه مضاعف $h(x)$ باشد.چون نقاط صحیح ریشه مضاعف $1 - \cos 2\pi x$ است، پس تابع داده شده در هر

نقطه ای مشتق پذیر است.

گزینه ۱» ۳-

(میلاد سوارای لاریبانی)

$$f(x)f''(x) + (f'(x))^2 = (f(x).f'(x))'$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{2x\sqrt{x}}$$

$$f(x) \times f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{-1}{2x\sqrt{x}} = \frac{-1}{2x^2}$$

$$f(x) \times f'(x) = \frac{-1}{2x^2} \Rightarrow (f(x) \times f'(x))' = \frac{4x}{4x^3} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x^3} = \frac{k}{x^n} \Rightarrow k = 1, n = 3 \Rightarrow k + n = 4$$

گزینه ۴» ۴-

(سید عارل عسینی)

$$y = \frac{(3x-1)^2}{f(x)} \sqrt[3]{6x-1} \Rightarrow y'' = f''g + 2f'g' + g''f$$

$$\frac{f\left(\frac{1}{3}\right) = f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0}{\rightarrow y''\left(\frac{1}{3}\right) = f''\left(\frac{1}{3}\right)g\left(\frac{1}{3}\right)}$$

$$f(x) = (3x-1)^2 \Rightarrow f'(x) = 6(3x-1) \Rightarrow f''(x) = 18$$

$$\Rightarrow y''\left(\frac{1}{3}\right) = 18 \times \sqrt[3]{6 \times \frac{1}{3} - 1} = 18$$

گزینه ۳» ۵-

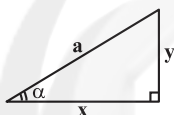
(معمردضا کلاته باری)

$$S = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{(a \cdot \cos(\alpha)) \cdot (a \cdot \sin(\alpha))}{2} = \frac{a^2 \cdot \sin(2\alpha)}{4}$$

$$\Rightarrow S(\alpha) = \frac{1}{4} a^2 \cdot \sin(2\alpha)$$

$$\Rightarrow S'(\alpha) = \frac{1}{4} a^2 \times 2 \cos(2\alpha)$$

$$\Rightarrow S'(22/5^\circ) = \frac{1}{4} a^2 \times 2 \cos(44^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{4} a^2$$



گزینه ۳» ۶-

(سیروس نفیری)

می دانیم اگر $c \in D_f$ باشد و $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد، $x = c$ یک نقطه بحرانی تابع f محسوب می شود.این تابع در نقاط صحیح غیر صفر $(\mathbb{Z} - \{0\})$ ناپیوسته است و در نتیجه ایننقاط بحرانی هستند. در $x = 0$ پیوسته است اما مشتق پذیر نیست. زیرا:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} (2[x] + x - 1) = 1$$

اما در نقاط صحیح پیوسته و مشتق پذیر است.

$$f(x) = x[x] + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} f'(x) = [x] + x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow [x] = -x + \frac{1}{2} \quad (1)$$

اگر دو تابع $y = -x + \frac{1}{2}$ و $y = [x]$ را رسم کنیم، نقاط برخورد جواب

معادله (۱) خواهد بود.



$$\Rightarrow 4x^2 + 4x - 3 = 0 \xrightarrow{x_0 \in (0, \frac{3}{4})} x_0 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \min f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \text{Max}\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\} = \frac{1}{4}$$

(مهمربمطقی ابراهیمی)

۹- گزینه «۴»

راه حل اول:

چون $1 + \cos 2x \geq 0$ و $\sin x - 1 \leq 0$ است، مقدار کسر همواره غیر مثبتاست. در نتیجه $0 \leq \frac{1 + \cos 2x}{\sin x - 1} \leq 0$ است و ماکزیم آن یعنی صفر زمانی رخمی دهد که $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ باشد.دقت کنید که دامنه تابع $\mathbb{R} - \left\{2k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ است.

راه حل دوم:

با ساده سازی ضابطه تابع داریم:

$$y = \frac{1 + \cos 2x}{\sin x - 1} = \frac{2 \cos^2 x}{\sin x - 1} = \frac{2(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{\sin x - 1}$$

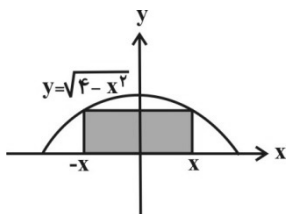
$$= -2(1 + \sin x)$$

$$\Rightarrow y = -2 - 2 \sin x$$

می دانیم مقدار ماکزیم این تابع صفر است.

(مهمربوری وزیر)

۱۰- گزینه «۲»

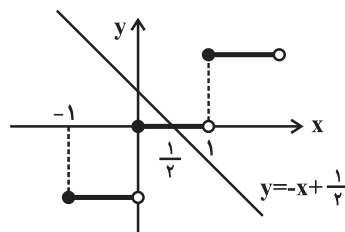
فرض می کنیم محور y ها، محور تقارن نیم دایره باشد. معادله نیم دایره بهصورت $y = \sqrt{4 - x^2}$ می تواند باشد. برای تعیین بیشترین مقدار مساحت مستطیل به صورت زیر عمل می کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = 2x\sqrt{4 - x^2}$$

$$S' = 2\sqrt{4 - x^2} - \frac{2x}{\sqrt{4 - x^2}}(2x) = \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow 8 - 2x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\max(S) = 2(\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 4$$

ملاحظه می کنیم که معادله $f'(x) = 0$ ، یک جواب $x = \frac{1}{2}$ را دارد، پسمجموعه طول نقاط بحرانی تابع $\mathbb{Z} \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ خواهد بود.

(مهمربضا شوکتی بیرق)

۷- گزینه «۳»

$$y = x + \sin ax \Rightarrow y' = 1 + a \cos ax$$

$$|\cos ax| \leq 1 \Rightarrow |a \cos ax| \leq |a| \Rightarrow -|a| \leq a \cos ax \leq |a|$$

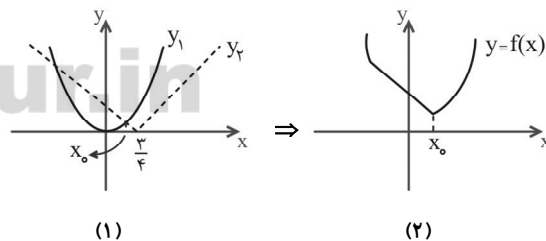
$$\Rightarrow 1 - |a| \leq 1 + a \cos ax \leq 1 + |a|$$

$$\Rightarrow 1 - |a| \leq y' \leq 1 + |a| \Rightarrow 1 - |a| \geq 0 \Rightarrow |a| \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq a \leq 1 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = -1, 0, 1$$

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

۸- گزینه «۱»

برای رسم نمودار $y = f(x)$ کافی است نمودار دو تابع $y_1 = x^2$ و $y_2 = \left|x - \frac{3}{4}\right|$ را رسم کنیم، در هر فاصله ای که y_1 بالای y_2 یا برابر آن بودنمودار y_1 و در غیر اینصورت y_2 را رسم می کنیم:با توجه به نمودار (۲)، مینیمم تابع f در x_0 ، در بازه $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ اتفاق می افتد،بنابراین کافی است معادله $x^2 = \left|x - \frac{3}{4}\right|$ را برای این بازه حل کنیم و x_0 را

بیابیم:

$$x^2 = \left|x - \frac{3}{4}\right| \xrightarrow{x \in \left(0, \frac{3}{4}\right)} x^2 = -x + \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 + x - \frac{3}{4} = 0$$



هندسه ۳

۱۱ - گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

با فرض $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ داریم:

$$\begin{cases} |\vec{a}| = 4 \Rightarrow a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 16 & (1) \\ |a_3| = 3 = \text{طول تصویر قائم } \vec{a} \text{ بر روی محور } Z \text{ ها} & (2) \end{cases}$$

از معادلات (۱) و (۲) داریم $a_1^2 + a_2^2 = 7$.طول تصویر قائم \vec{a} بر روی صفحه xy برابر است با:

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{7}$$

۱۲ - گزینه «۱»

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

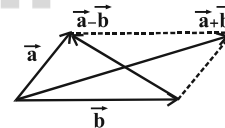
هر دو بردار هم‌اندازه که هم راستا نباشند، نسبت به هر برداری که در امتداد نیمساز زاویه بین آنها قرار دارد، قرینه‌اند. چون \vec{a} و \vec{b} هم‌اندازه و نسبت به \vec{c} قرینه‌اند، پس بردار $\vec{a} + \vec{b}$ (نیمساز زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b}) با بردار \vec{c} موازی است.

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (3, -1, 1) + (1, -3, 1) = (4, -4, 2) \text{ و } \vec{c} \parallel (\vec{a} + \vec{b})$$

با توجه به گزینه‌ها، بردار \vec{c} تنها می‌تواند برابر $(2, -2, 1)$ باشد.

۱۳ - گزینه «۴»

(شاهرخ مهمدی)

مطابق شکل، اگر بردارهای a و b را اضلاع یک متوازی‌الاضلاع قرار دهیم، $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ اضلاع این متوازی‌الاضلاع خواهند بود. با توجه به فرض داریم:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$$

می‌دانیم متوازی‌الاضلاع که قطرهاى برابر دارد الزاماً مستطیل است که در آن

اضلاع بر هم عمودند، پس زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 90° است.

۱۴ - گزینه «۳»

(مهرزاد ملونری)

با فرض $M = (x, y, z)$ داریم:

$$\vec{AM} = 3\vec{BM} \Rightarrow (x + 3, y + 5, z - 1) = 3(x + 1, y + 1, z + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 3x + 3 \Rightarrow x = 0 \\ y + 5 = 3y + 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow M = (0, 1, -2) \\ z - 1 = 3z + 3 \Rightarrow z = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{0 + 1 + 4} = \sqrt{5}$$

۱۵ - گزینه «۳»

(مهمد رضا داور نژاد)

برای دو بردار a و b داریم:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2) - |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2(13^2 + 19^2) - 24^2$$

$$= 2(169 + 361) - 576 = 484$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 22$$

۱۶ - گزینه «۱»

(علی ساویبی)

زاویه مورد نظر را θ می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$(\vec{2a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - 3\vec{b}) \Rightarrow (\vec{2a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow 2|\vec{a}|^2 - 6\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - 3|\vec{b}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2|\vec{a}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 5\vec{a} \cdot \vec{b} = 5|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\frac{|\vec{a}| = 2|\vec{b}|}{\rightarrow} 2 \times 4|\vec{b}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 5 \times 2|\vec{b}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{5|\vec{b}|^2}{10|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



ریاضیات گسسته

(شاهرخ ممدری)

۱۷- گزینه «۲»

(بهتر از نظام هاشمی)

۲۱- گزینه «۱»

$$\vec{a} = (x, y, z) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$$

با فرض $\vec{b} = (1, -2, 2)$ و طبق نامساوی کشی - شوارتس داریم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |x - 2y + 2z| \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{1 + 4 + 4}$$

$$\Rightarrow |x - 2y + 2z| \leq 5 \times 3 \Rightarrow \max(x - 2y + 2z) = 15$$

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$$

$$A = \{x \in S \mid x = 6k, k \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in S \mid x = 8k, k \in \mathbb{N}\} \\ C = \{x \in S \mid x = 16k, k \in \mathbb{N}\} \Rightarrow C \subseteq B \Rightarrow B \cup C = B$$

$$|A \cup B \cup C| = |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$= \left| \frac{200}{6} \right| + \left| \frac{200}{8} \right| - \left| \frac{200}{24} \right| = 33 + 25 - 8 = 50$$

(امیرمسین ابومصوب)

۱۸- گزینه «۴»

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$

$$\text{فرض } |\overline{AC}|^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC}$$

$$\Rightarrow |\overline{AB}|^2 + |\overline{BC}|^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{AB} \cdot \overline{BC}$$

$$\Rightarrow |\overline{AB}|^2 + |\overline{BC}|^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0 \Rightarrow |\overline{AB} - \overline{BC}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow \overline{AB} - \overline{BC} = 0 \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$$

بنابراین قطعاً نقاط A، B و C بر روی یک خط راست واقع هستند.

(نوید میبری)

۲۲- گزینه «۴»

اگر S را برابر با مجموعه همهٔ عددهای چهاررقمی ممکن، A_1 را مجموعهٔعددهای چهاررقمی بدون ۰ و A_2 را مجموعهٔ همهٔ عددهای چهاررقمی بدون

رقم ۲ در نظر بگیریم، داریم:

$$S: \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 4 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow |S| = 3 \times 4^3 = 192$$

$$A_1: \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow |A_1| = 3^4 = 81$$

$$A_2: \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow |A_2| = 2 \times 3^3 = 54$$

$$A_1 \cap A_2: \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow |A_1 \cap A_2| = 2^4 = 16$$

حال به کمک اصل شمول و عدم شمول خواهیم داشت:

$$|A_1 \cup A_2| = |S| - (|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|)$$

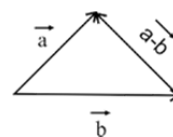
$$= 192 - (81 + 54 - 16) = 73$$

(ممنون ربیبی)

۱۹- گزینه «۳»

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (2, -2, 4)$$

$$|\vec{a}'| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|} = \frac{(3, -1, 2) \cdot (2, -2, 4)}{\sqrt{16 + 4 + 4}} \\ = \frac{6 + 2 + 8}{\sqrt{24}} = \frac{16}{2\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{6} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$



(ممدرضا دلورنژار)

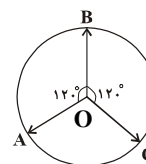
۲۰- گزینه «۳»

$$A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}A = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = |\overline{OA}| |\overline{OB}| \cos \theta = 2(2) \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

$$\text{به دلیل مشابه } \overline{OB} \cdot \overline{OC} = \overline{OC} \cdot \overline{OA} = -2$$

$$\Rightarrow x = (-2) + (-2) + (-2) = -6$$





چنانچه اطلاعات سؤال را در نمودار ون پیاده‌سازی کنیم، نمودار بالا به دست می‌آید. به عنوان مثال با توجه به داده‌های سؤال، ۱۰ دانش‌آموز این دبیرستان هیچ مجله‌ای نمی‌خوانند.

تعداد دانش‌آموزانی که دقیقاً ۲ مجله می‌خوانند برابر است با:

$$۱۵ + ۱۰ + ۵ = ۳۰$$

(رضا بشنوره)

۲۵- گزینه «۲»

اگر مجموعه تمام توابع $f: B \rightarrow A$ را با S و مجموعه‌ی تابعی که هیچ عضوی از B را به i ($i=1,2$) نسبت نمی‌دهند با A_i نمایش دهیم، تعداد توابع مورد نظر برابر است با:

$$\begin{aligned} |\overline{A_1 \cup A_2}| &= |S| - |A_1 \cup A_2| \\ &= |S| - (|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|) \end{aligned}$$

در واقع باید تعداد کل توابع را منهای تعداد توابع غیربوشا کنیم.

از مجموعه S ، با توجه به این که تمام توابع شامل $(2,3)$ هستند، پس عضو

$2 \in B$ فقط یک انتخاب دارد اما سه عضو دیگر B هر یک ۳ انتخاب مستقل

دارند که از اصل ضرب نتیجه می‌شود $|S| = 3^3 = 27$. در مجموعه A_1 ، با

توجه به این که هیچ عضوی از B نمی‌تواند به عضو $1 \in A$ نسبت داده شود، پس

هر یک از سه عضو دیگر B ، ۲ انتخاب مستقل دارند و $|A_1| = 2^3 = 8$ و به

طور مشابه $|A_2| = 8$. در مجموعه $A_1 \cap A_2$ ، با توجه به این که هیچ عضوی

از B نمی‌تواند به ۱ یا ۲ نسبت داده شود، پس هر سه عضو دیگر B ، ۱ انتخاب

دارند یعنی باید به $3 \in A$ نسبت داده شوند، بنابراین $|A_1 \cap A_2| = 1$ است و

داریم:

$$\begin{aligned} |\overline{A_1 \cup A_2}| &= |S| - (|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|) \\ &= 27 - (8 + 8 - 1) = 27 - 15 = 12 \end{aligned}$$

۲۳- گزینه «۳»

(معمور رضا اسلامی)

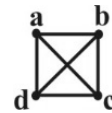
مجموعه‌ی حالت‌هایی که روستای a منفرد باشد را با A و مجموعه‌ی حالت‌هایی که روستای b منفرد باشد را با B نمایش می‌دهیم. حالتی که نه روستای a منفرد بوده و نه روستای b منفرد باشد، همان $\overline{A} \cap \overline{B}$ است که تعداد حالات آن را به کمک اصل شمول و عدم شمول به دست می‌آوریم:

$$|\overline{A} \cap \overline{B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

از آن‌جا که کلاً ۶ راه روستایی می‌تواند ساخته شود، تعداد کل حالات

$2^6 = 64$ است، زیرا هر راه، دو حالت دارد یا ساخته می‌شود و یا ساخته

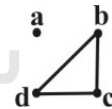
نمی‌شود. پس: $|S| = 64$



تعداد حالاتی که روستای a منفرد باشد، برابر $|A| = 2^3 = 8$ است، زیرا به

روستای a راهی کشیده نمی‌شود ولی ۳ راه دیگر هر کدام ۲ حالت دارد. البته

به دلیل مشابه $|B| = 8$ است.



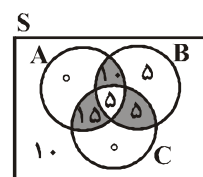
تعداد حالاتی که روستای a و b منفرد باشند، $|A \cap B| = 2^1 = 2$ می‌باشد، زیرا

تنها راه بین c و d دو حالت دارد. لذا خواهیم داشت:

$$|\overline{A} \cap \overline{B}| = 64 - 8 - 8 + 2 = 50$$

(مهرادر ملونری)

۲۴- گزینه «۲»





۲۶- گزینه «۳»

(هنریک سرکیسیان)

$$S = \{1, 11, 12, \dots, 99\}$$

$A = \{ \text{اعدادی از } S \text{ که باقی مانده تقسیمشان بر } 3 \text{، یک است.} \}$

$B = \{ \text{اعدادی از } S \text{ که باقی مانده تقسیمشان بر } 4 \text{، یک است.} \}$

مطلوب مسئله $|\overline{A \cup B}|$ می باشد. داریم:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$A: 10 \leq 3k + 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{9}{3} \leq k \leq \frac{98}{3} \Rightarrow |A| = 32 - 3 + 1 = 30$$

$$B: 10 \leq 4k + 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{9}{4} \leq k \leq \frac{98}{4} \Rightarrow |B| = 24 - 3 + 1 = 22$$

$$A \cap B: 10 \leq 12k + 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{9}{12} \leq k \leq \frac{98}{12}$$

$$\Rightarrow |A \cap B| = 8 - 1 + 1 = 8 \Rightarrow |\overline{A \cup B}| = 90 - (30 + 22 - 8) = 46$$

۲۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به این که تابع اکیداً صعودی است، پس $f(1)$ لزوماً یکی از اعداد ۱ تا ۴ از

مجموعه B و $f(3)$ و $f(4)$ هر کدام یکی از اعداد ۶ تا ۱۰ از مجموعه B هستند

با شرط آن که $f(3) < f(4)$ باشد. بنابراین برای $f(1)$ به تعداد $\binom{4}{1} = 4$

انتخاب و برای $f(3)$ و $f(4)$ به تعداد $\binom{5}{2} = 10$ انتخاب داریم که در همگی

انتخاب‌های اخیر، عدد کوچک‌تر مربوط به $f(3)$ و عدد بزرگ‌تر مربوط به $f(4)$

است. در نتیجه تعداد توابع مورد نظر برابر $4 \times 10 = 40$ است.

۲۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

اعداد X و Z ، قطعاً هیچ کدام برابر ۱ و ۲ نیستند (چون در سطر دوم وجود دارد و در

ستون‌های اول و چهارم ۱ دیده می‌شود)، پس یکی برابر ۳ و دیگری برابر ۴ است.

بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم برابر ۱ است و با توجه به این که در هر سطر یا

ستون هر عدد فقط یک بار تکرار می‌شود، مقدار Y نیز لزوماً برابر ۱ خواهد بود و در

نتیجه داریم:

$$x + y + z = (x + z) + y = 7 + 1 = 8$$

(امیرحسین ابومصوب)

۲۹- گزینه «۱»

در هر سطر یا ستون یک مربع لاتین از مرتبه n ، هر یک از اعداد ۱ تا n دقیقاً یک بار

وجود دارد. بنابراین مجموع درایه‌های هر سطر یا ستون برابر است با:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های یک مربع لاتین از مرتبه n (مجموع درایه‌های n سطر یا

n ستون) برابر است با:

$$S = n \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2(n+1)}{2}$$

(امیرحسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۳»

با اطلاعات داده شده مربع لاتین A به صورت منحصر به فرد زیر پر می‌شود:

۱	۲	۴	۳
۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۳	۴

با اعمال جایگشت داده شده، مربع لاتین B به صورت زیر به دست می‌آید:

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۳	۴
۱	۲	۴	۳
۳	۴	۱	۲

در نتیجه $a = 1$ ، $b = 4$ و $c = 3$ است و داریم:

$$a + b + c = 1 + 4 + 3 = 8$$



فیزیک ۳

۳۱- گزینه «۴»

(اسماعیل امام)

همانطور که از شکل تار مرتعش مشخص است، در طول تار سه شکم و چهار گره تشکیل شده است، بنابراین هماهنگ سوم در تار تشدید شده است و $n = 3$ می باشد. حال به بررسی گزینه ها می پردازیم.

گزینه «۱» صحیح است.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 150 = \frac{3v}{2 \times 1/2} \Rightarrow v = 120 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F.L}{m}} \Rightarrow 120 = \sqrt{\frac{F \times 1/2}{10 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 120 N$$

گزینه «۲» صحیح است. در امواج ایستاده تمام نقاط بین دو گره متوالی هم فاز و نقطای که در طرفین یک گره قرار دارند، در فاز مخالف هستند. بنابراین نقاط A و B هم فاز هستند و اختلاف فاز آن ها برابر با صفر است.

گزینه «۳» صحیح است.

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow 120 = 3 \times \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = 80 \text{ cm}$$

$$\text{فاصله بین دو گره متوالی} = \frac{\lambda_3}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}$$

گزینه «۴» نادرست است. اگر بخواهیم تعداد گره ها ثابت بماند یعنی هماهنگ

تشدید شده در تار تغییر نکند، داریم:

$$f_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{m.L}} \Rightarrow \frac{f'_n}{f_n} = \frac{n'}{n} \times \sqrt{\frac{F'}{F}} \rightarrow \frac{f'_n = 2f_n}{n'=n} \rightarrow 2 = 1 \times \sqrt{\frac{F'}{F}}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = 4$$

(اسماعیل امام)

۳۲- گزینه «۳»

با ۹ برابر شدن نیروی کشش تار افقی و ثابت ماندن بسامد نوسان ها، داریم:

$$f_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{m.L}} \Rightarrow \frac{f'_n}{f_n} = \frac{n'}{n} \times \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow 1 = \frac{n'}{6} \times \sqrt{\frac{9F}{F}} \Rightarrow n' = 2$$

بنابراین تعداد شکم های تشکیل شده در تار از $n = 6$ به $n' = 2$ می رسد و ۴ واحد کاهش می یابد.

(بابک اسلامی)

۳۳- گزینه «۴»

در طیف نور مرئی، فوتون های نور بنفش دارای بیشترین انرژی هستند، بنابراین اگر آزمایش فوتوالکتریک با نور بنفش انجام می شود، ممکن است با فوتون های کم انرژی تر مانند نورهای سبز و آبی انجام نشود. از طرفی اگر با این نورها آزمایش انجام و فوتوالکترون ایجاد شود، چون انرژی فوتون های آن از نور بنفش کمتر است، طبق رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ ، انرژی جنبشی بیشینه و در نتیجه سرعت بیشینه فوتوالکترون های خروجی قطعاً کاهش خواهد یافت. استفاده از دو لامپ بنفش هم فقط تعداد فوتوالکترون های خروجی را افزایش می دهد و در بیشینه سرعت آن ها تأثیری ندارد.

اما اگر از فلزی با بسامد قطع کمتر استفاده کنیم، طبق رابطه

$$K_{\max} = hf - W_0$$

فوتوالکترون های خروجی افزایش می یابد.

(بابک اسلامی)

۳۴- گزینه «۴»

طبق تعریف الکترون ولت داریم:

$$1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

بنابراین:

$$1 \text{ J} = 6/25 \times 10^{18} \text{ eV}$$

$$= 6/25 \times 10^{12} \text{ MeV}$$



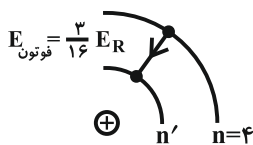
$$\Delta E = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow h \frac{c}{\lambda} = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = 13.6 \times \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1.08 \times 10^{-7}}{17} \text{ m} \approx 635 \text{ nm}$$

(غاروق مردانی)

«۳۹- گزینه ۲»



با توجه به رابطه انرژی هر یک از ترازها، می‌توان نوشت:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

$$\Rightarrow E_4 = \frac{-E_R}{4^2} = \frac{-E_R}{16}$$

اختلاف انرژی بین دو تراز، برابر با اندازه انرژی فوتون گسیلی است، داریم:

$$E_n - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

$$\Rightarrow E_4 - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

$$\Rightarrow \frac{-E_R}{4^2} - E_{n'} = \frac{3E_R}{16} \Rightarrow E_{n'} = \frac{-E_R}{4}$$

(بابک اسلامی)

«۴۰- گزینه ۳»

در گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

در گسیل القایی، فوتون‌هایی که گسیل می‌شوند، همگی هم‌جهت، هم‌فاز و

هم‌انرژی هستند. (مانند باریکه لیزر)

بعد از هر مرحله گسیل القایی، تعداد فوتون‌ها دو برابر می‌شود.

در وارونی جمعیت الکترون‌ها، تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به

ترازهای پایین، بسیار بیشتر است.

(غاروق مردانی)

«۳۵- گزینه ۴»

ابتدا انرژی وابسته به فوتون‌های این پرتوها را محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = hf_A = \frac{hc}{\lambda_A} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

$$E_B = hf_B = \frac{hc}{\lambda_B} = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$

چون انرژی فوتون این موج‌ها کمتر از تابع کار فلز مورد استفاده در این

آزمایش است ($hf < W_0$)، بنابراین هیچ کدام از این موج‌ها نمی‌توانند باعث

گسیل فوتوالکترون شوند.

(بابک اسلامی)

«۳۶- گزینه ۴»

در پدیده فوتوالکترونیک، انرژی فوتون فرودی صرف کندن الکترون و دادن

انرژی جنبشی اولیه به آن می‌شود. بنابراین داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} - 2$$

$$\Rightarrow K_{\max} = 2 \text{ eV}$$

(بهار گلبران)

«۳۷- گزینه ۱»

نخستین الگوی اتمی توسط تامسون ارائه شد که در این الگو، اتم به صورت

توزیع کروی یکنواختی از جرم و بار مثبت در نظر گرفته شده است که

الکترون‌ها (بارهای منفی) مانند کشمش‌های درون یک کیک کشمش، درون آن

قرار دارند.

(امیرمسین برادران)

«۳۸- گزینه ۲»

بلندترین طول موج (کمترین بسامد) رشته‌ای بالمر ($n' = 2$) زمانی ساطع می‌شودکه الکترون از مدار $n = 3$ به مدار $n' = 2$ برود. داریم:

$$E = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \Delta E = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



شیمی ۳

۴۱- گزینه «۴»

(متن هوشیار)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: دوره برنز پیش از آهن بوده است.

گزینه «۲»: فلزها در دسته‌های s, p, d و f یافت می‌شوند.

گزینه «۳»: دریای الکترونی را سست‌ترین الکترون‌های هر اتم می‌سازند.

۴۲- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

موارد «الف» و «ب» نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) طول موج نور مرئی بین ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm است.

ب) شکل یک رنگدانه رنگی (به جز سیاه و سفید) را نشان می‌دهد.

۴۳- گزینه «۱»

(متن هوشیار)

رنگ محلول‌های وانادیم به‌صورت زیر است:

وانادیم (II): بنفش

وانادیم (III): سبز

وانادی (IV): آبی

وانادیم (V): زرد

۴۴- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

از تیتانیوم به‌خاطر واکنش ناچیز با ذره‌های موجود در آب، در ساخت پروانه کشتی‌ها استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلزهای واسطه (تیتانیوم) در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با فلزات دسته s و p (سدیم) تفاوت دارند.

گزینه «۳»: تیتانیوم نقطه ذوب بالایی دارد به همین دلیل در ساخت موتور جت کاربرد دارد.

۴۵- گزینه «۳»

(متن هوشیار)

فناوری تولید پلاستیک (نه بازیافت آن) صنعت پوشاک و بسته‌بندی را دگرگون ساخت.

۴۶- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

تنها مورد (ب) نادرست است، غلظت NO در بین ساعات ۷ - ۵ صبح از NO_۲ بیش‌تر است.

بررسی مورد الف)

غلظت NO در این ساعت حدود ۱ppm / ۱۰ است، پس داریم:

$$? \text{ g NO} = 1 \text{ m}^3 \text{ هوا} \times \frac{1000 \text{ L هوا}}{1 \text{ m}^3 \text{ هوا}} \times \frac{0.4 \text{ g هوا}}{1 \text{ L هوا}} \times \frac{0.1 \text{ g NO}}{10^6 \text{ g هوا}}$$

$$= 4 \times 10^{-5} \text{ g NO}$$

۴۷- گزینه «۱»

(متن هوشیار)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: هرچه انرژی فعال‌سازی واکنش بیش‌تر باشد، سرعت آن کمتر است.

گزینه «۳»: مقدار انرژی فعال‌سازی ربطی به گرماگیر یا گرماده بودن واکنش ندارد.

گزینه «۴»: انرژی فعال‌سازی (E_a) را با یکای کیلوژول گزارش می‌دهند.

۴۸- گزینه «۳»

(متن هوشیار)

واکنش گازهای هیدروژن و اکسیژن در حضور توری پلاتین و جرقه انفجاری و در حضور پودر روی با سرعت بالا انجام می‌شود.

۴۹- گزینه «۱»

(متن هوشیار)

تنها مورد الف) درست است.

بررسی موارد نادرست:

ب) گازهای خروجی N_۲، CO_۲ و H_۲O هستند که H_۲O قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ) کاتالیزورها اختصاصی عمل می‌کنند.

ت) عدد اکسایش نیتروژن در NH_۳ -۳ و در N_۲ صفر است. پس آمونیاک اکسید شده است.

۵۰- گزینه «۴»

(متن هوشیار)

ابتدا E_a واکنش برگشت را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H = E_{a(\text{رفت})} - E_{a(\text{برگشت})} \rightarrow$$

$$+90 = 200 - x \rightarrow x = 110 \text{ kJ}$$

کاتالیزگر (برگشت) E_a را ۴۰٪ کاهش می‌دهد، یعنی ۴۴kJ. کاتالیزگر انرژیفعال‌سازی رفت و برگشت را به یک اندازه کاهش می‌دهد پس E_a رفت نیز

۴۴kJ کاهش می‌یابد:

$$E_{a(\text{رفت})} = 200 - 44 = 156 \text{ kJ}$$