



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۳۰ فروردین ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۳ اردیبهشت ۹۸)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۲	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار
گروه ویراستاری	علی ارجمند حمید زرین کفش	علیرضا صابری	علیرضا صابری	حمید زرین کفش سجاد شهبازی فراهانی	متین هوشیار
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفتر چه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفتر چه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

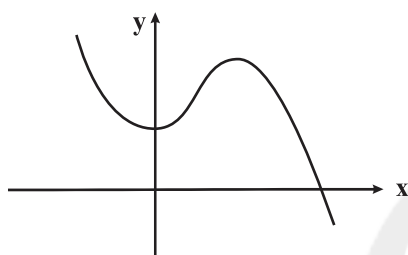
حسابان ۲

کاربردهای مشتق

صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۴۴

۱- تعداد نقاط بحرانی تابع $y = x^2 \sqrt{1-x}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۲- اگر تابعی پیوسته و مشتق‌پذیر باشد و نمودار f' به صورت نمودار شکل زیر باشد، کدام گزینه صحیح است؟(۱) f فاقد اکسترمم است و f' دو اکسترمم منفی دارد.(۲) f یک ماکزیمم نسبی و دو نقطه عطف دارد.(۳) f و f' هر کدام دو اکسترمم دارند.(۴) f دو نقطه عطف دارد و f' فاقد اکسترمم است.۳- اگر تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$ دارای دو نقطه اکسترمم نسبی باشد، حدود a کدام است؟

$$(۱) a > \frac{3}{2} \quad (۲) a < \frac{3}{2}$$

$$(۳) -\frac{3}{2} < a < \frac{3}{2} \quad (۴) |a| > \frac{3}{2}$$

۴- اگر a و b به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی نمودار تابع $f(x) = x^2 + \sqrt{1-x^2}$ در بازه $(-1, 1)$ باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

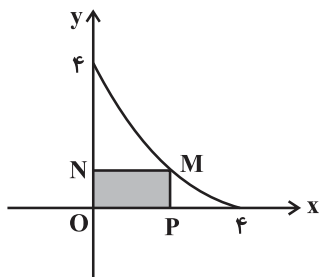
- (۱) $(1, 1)$
(۲) $(2, 2)$
(۳) $(2, 1)$
(۴) $(1, 2)$

۵- به ازای کدام مقدار A ، مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = 3x^5 - 20x^2 + A$ در بازه $[-1, 3]$ ، قرینه یکدیگرند؟

- (۱) $62/5$
(۲) ۸۶
(۳) $-62/5$
(۴) -۸۶



۶- شکل زیر مربوط به قسمتی از نمودار تابع $y = (2 - \sqrt{x})^2$ است. اگر نقطه M همواره روی این تابع قرار داشته باشد، طول



نقطه P کدام باشد تا مساحت مستطیل $ONMP$ ماکزیمم شود؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲)

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۷- جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ چگونه است؟

(۱) همواره به سمت بالا

(۲) همواره به سمت پایین

(۳) ابتدا به سمت بالا سپس به سمت پایین

(۴) ابتدا به سمت پایین سپس به سمت بالا

۸- تابع $f(x) = x^6 + (k-1)x^3 + (k+3)x$ فاقد نقطه عطف است. عرض مینیمم نسبی تابع کدام است؟

(۱) 1 (۲) -1

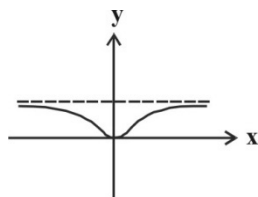
(۳) 3 (۴) -3

۹- در تابع $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + 1$ ، کمترین مقدار شیب خط مماس بر نمودار تابع در کدام نقاط رخ می‌دهد؟

(۱) ± 1 (۲) ± 2

(۳) ± 3 (۴) صفر

۱۰- ضابطه نمودار تابع شکل مقابل، کدام می‌تواند باشد؟



(۲) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

(۱) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

(۴) $y = \frac{|x|}{|x| - 1}$

(۳) $y = \frac{|x|}{|x| + 1}$



هندسه ۳

هندسه ۳

بردارها

صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴

۱۱- اگر بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} ، رابطه $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ برقرار باشد، آنگاه کدام رابطه زیر، همواره برقرار است؟

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \quad (۱)$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \quad (۲)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \quad (۳)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \vec{0} \quad (۴)$$

۱۲- اگر $\vec{a} \cdot \vec{i} = \vec{a} \cdot (\vec{j} - \vec{k}) = \vec{a} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 1$ باشد، اندازه بردار \vec{a} کدام است؟

$$\sqrt{12} \quad (۱)$$

$$\sqrt{13} \quad (۲)$$

$$\sqrt{14} \quad (۳)$$

$$\sqrt{15} \quad (۴)$$

۱۳- اگر فاصله نقطه $M = (x, y, z)$ از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{3}$ باشد، حداکثر مقدار صحیح عبارت $2x - 2y + z$ کدام است؟

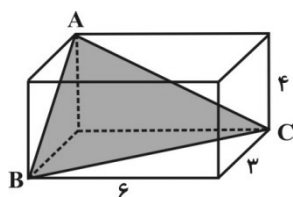
$$4 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$7 \quad (۴)$$

۱۴- مطابق شکل، رئوس مثلث ABC بر سه کنج مکعب مستطیلی با ابعاد ۳، ۴ و ۶ واقع‌اند. کسینوس زاویه B در مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{25} \quad (۴)$$

۱۵- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار ناصفر باشند به طوری که $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = -3(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a} \times \vec{b}|^2$ ، آنگاه زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۴)$$



۱۶- حاصل عبارت $((\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{k} - \vec{i})) \cdot ((\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}))$ برابر کدام است؟ $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بردارهای یک‌ه‌ محورها هستند.

(۱) -۲ (۲) -۱

(۳) ۵ (۴) ۷

۱۷- بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 0)$ ، $\vec{b} = (1, 1, -1)$ و $\vec{c} = (m, n + 1, -3)$ مفروض‌اند. اگر $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی با \vec{c} باشد، آنگاه دو تایی (m, n) کدام

است؟

(۱) $(-1, -3)$ (۲) $(1, -3)$

(۳) $(-1, -1)$ (۴) $(1, -1)$

۱۸- بردار \vec{a} به طول ۲ با بردار \vec{b} زاویه 45° می‌سازد. اگر \vec{a}' و \vec{a}'' به ترتیب تصویر \vec{a} روی \vec{b} و قرینه \vec{a} نسبت به \vec{b} باشند، مساحت

متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار \vec{a}' و \vec{a}'' کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $\frac{\pi}{3}$ است. اگر $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ باشد، اندازه بردار $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۲۰- اگر روی بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = (1, m, 1)$ متوازی‌السطوحی به حجم ۱ ساخته شود، آنگاه مقدار m کدام

می‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) صفر

(۳) ۱ (۴) -۱



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته
ترکیبات (شمارش)

صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵

۲۱- حداقل چند عدد طبیعی متمایز به تصادف انتخاب کنیم تا قطعاً دو عدد a و b در میان آنها وجود

داشته باشد که هم در تقسیم بر ۳ و هم در تقسیم بر ۸، هم باقی مانده بوده و مجموع آنها عددی

زوج باشد؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۷

(۳) ۴۹ (۴) ۹۷

۲۲- در کیسه A به تعداد کافی مهره به رنگ‌های آبی و سفید وجود دارد. می‌خواهیم بخشی از مهره‌های موجود در کیسه A را

به تصادف به کیسه‌های B ، C و D منتقل می‌کنیم. حداقل چند مهره از کیسه A خارج کنیم تا مطمئن شویم در یکی از

کیسه‌های B ، C یا D حداقل دو مهره هم‌رنگ وجود دارد؟

(۱) ۴ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۷

۲۳- ۵۰ عدد حقیقی به تصادف از بازه $(0, 7)$ انتخاب می‌کنیم. بیش‌ترین مقدار m به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل m عدد از

میان اعداد انتخابی دارای جزء صحیح برابر هستند، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷

(۳) ۸ (۴) ۹

۲۴- از مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل جمع دست کم دو عدد از میان

اعداد انتخابی، عددی فرد است؟

(۱) ۴ (۲) ۵

(۳) ۶ (۴) ۷

۲۵- ۷۹ کبوتر می‌خواهند به طور تصادفی در تعدادی لانه بنشینند. حداکثر چند لانه می‌توانیم داشته باشیم تا مطمئن باشیم لانه‌ای

وجود دارد که در آن حداقل ۷ کبوتر نشسته است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳

(۳) ۱۴ (۴) ۱۵



۲۶- هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها برابر ۱۸ است. حداقل مقدار n کدام است؟

۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

۲۷- هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه $A = \{2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n\}$ حداقل دارای دو عضو است که یکی دو برابر دیگری می باشد. حداکثر مقدار n کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

۲۸- چند تابع پوша از $\{a, b, c\}$ به $\{1, 2, 3\}$ وجود دارد؟

۹ (۱)

۲۷ (۲)

۶ (۳)

هیچ (۴)

۲۹- چه تعداد از اعضای مجموعه $M = \{31, 32, 33, \dots, 300\}$ نسبت به ۲۱ اول هستند؟

۱۴۰ (۱)

۱۵۰ (۲)

۱۵۵ (۳)

۱۸۰ (۴)

۳۰- در یک کلاس ۲۴ نفری، ۱۶ نفر فوتبال و ۸ نفر والیبال بازی می کنند و ۳ نفر در هیچ یک از این دو رشته فعالیت نمی کنند. چند نفر در این کلاس فقط فوتبال یا فقط والیبال بازی می کنند؟

۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)



فیزیک ۳

فیزیک ۳

آشنایی با فیزیک اتمی
آشنایی با فیزیک هسته‌ای
صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۵۶

۳۱- اگر طول موج نور نارنجی رنگ در خلأ به‌طور میانگین تقریباً برابر با 600nm باشد، انرژی هر فوتون آن

$$\text{برابر با چند الکترون ولت است؟ } (h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- با فرض آن که طول موج تمام کوانتوم‌های انرژی نور خورشید (فوتون‌ها) را به‌طور میانگین برابر با 5000 \AA در نظر بگیریم، چنان‌چه

شدت تابشی خورشید در یک مکان معین $10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ باشد، تعداد فوتون‌هایی که در هر ثانیه از هر متر مربع آن مکان عبور می‌کنند،

$$\text{تقریباً کدام است؟ } (h = 6.67 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

۱ (۱) $2/5 \times 10^{21}$ ۲ (۲) $2/5 \times 10^{22}$

۳ (۳) 5×10^{21} ۴ (۴) 5×10^{22}

۳۳- اگر انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز سدیم برابر با 2.07eV باشد، بیش‌ترین طول موج فوتون‌هایی که قادر به

$$\text{انجام این کار هستند، برابر با چند نانومتر است؟ } (h = 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

۱ (۱) 6×10^{-7} ۲ (۲) ۶۰۰

۳ (۳) 5×10^{14} ۴ (۴) 5×10^5



۳۴- طیف گسیلی اتمی، طیفی ... است که از پاشیده شدن نور گسیلی از اتم‌های جسم وقتی به حالت ... باشند، تشکیل می‌شود.

(۱) پیوسته، جامد (۲) ناپیوسته، جامد

(۳) پیوسته، گاز (۴) ناپیوسته، گاز

۳۵- یک الکترون اتم هیدروژن در مدار $n = 6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این الکترون به حالت پایه برود، چند

نوع فوتون با انرژی‌های مختلف از آن گسیل می‌شود و کم‌ترین طول موج گسیلی آن چند نانومتر است؟ $(R = 1.097 \times 10^7 \text{ nm}^{-1})$

(۱) $\frac{720}{7}$ ، ۵ (۲) $\frac{900}{11}$ ، ۵

(۳) $\frac{720}{7}$ ، ۱۵ (۴) $\frac{900}{11}$ ، ۱۵

۳۶- رابطه انرژی یک فوتون در اتم هیدروژن که در اثر گذار الکترون از یک تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین تر گسیل می‌شود، به صورت

$E = A \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ می‌باشد. در این رابطه، A کدام است؟ (R : ثابت ریذبرگ، h : ثابت پلانک و c : تندی نور است.)

(۱) R (۲) $\frac{R}{hc}$

(۳) Rhc (۴) $\frac{Rc}{h}$

۳۷- اگر Z عدد اتمی، N عدد نوترونی و A عدد جرمی باشد، برای ایزوتوپ‌های پایدار که در آن‌ها $A > 50$ است، با افزایش A ، نسبت

$\frac{N}{Z}$

(۱) ثابت می‌ماند. (۲) افزایش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد. (۴) گاهی افزایش و گاهی کاهش می‌یابد.



۳۸- در مورد پدیده واپاشی β^+ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) یک نوترون از هسته خارج می‌شود.

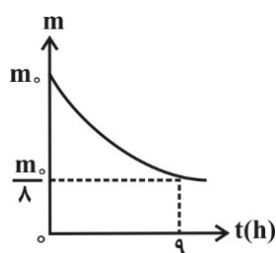
(۲) یک پروتون از هسته خارج می‌شود.

(۳) عدد اتمی هسته مادر، یک واحد بیش‌تر از عدد اتمی هسته دختر است.

(۴) یک نوترون به پروتون تبدیل می‌شود.

۳۹- نمودار جرم فعال باقی‌مانده یک ماده پرتوزا بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است. پس از گذشت چند ساعت از ابتدای پرتوزایی،

$96/875$ درصد از این ماده واپاشی می‌شود؟



۳ (۱)

۱۲ (۲)

۹ (۳)

۱۵ (۴)

۴۰- اگر در مدت ۴ نیمه‌عمر، ۱۵۰ گرم از یک ماده پرتوزا واپاشی شود، چند نیمه‌عمر دیگر باید بگذرد تا تنها ۵ گرم از آن باقی بماند؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۱ (۴)

۵ (۳)



شیمی ۳

شیمی ۳

شیمی، راهی به سوی آینده

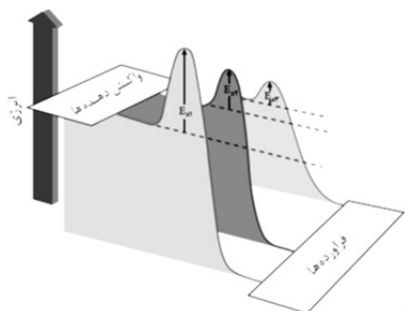
روشن تر

صفحه‌های ۹۳ تا ۱۲۱

۴۱. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) تمام واکنش‌های گرماده، نیاز به انرژی فعال‌سازی برای شروع واکنش دارند.
- (۲) هر چه انرژی فعال‌سازی یک واکنش کمتر باشد، فراورده‌ها پایداری بیشتری دارند.
- (۳) واکنش سوختن هیدروژن نسبت به سوختن فسفر در شرایط دشوارتری انجام می‌شود.
- (۴) اگر رابطه $E_{a(\text{رفت})} = 3E_{a(\text{برگشت})}$ در یک واکنش برقرار باشد، $\Delta H = 2E_{a(\text{برگشت})}$

۴۲. اگر شکل روبه‌رو مربوط به واکنش $H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$ باشد، E_{a_p} مربوط به انجام واکنش با و E_{a_r} مربوط



به انجام واکنش با است.

- (۱) توری پلاتینی - پودر روی
 - (۲) توری پلاتینی - ورقه آهنی
 - (۳) ایجاد جرقه - پودر روی
 - (۴) ایجاد جرقه - ورقه آهنی
۴۳. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(آ) بیشترین مقدار کاهش آلایندگی در مبدل کاتالیستی مربوط به یک گاز قطبی است.

(ب) در سطح سرامیک‌ها درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ میکرومتر وجود دارند.

(پ) تمام واکنش‌دهنده‌های واکنش حذف NO و NO_۲ در خودروهای دیزلی، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(ت) کاتالیزورها همیشه اختصاصی عمل می‌کنند و باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشند.

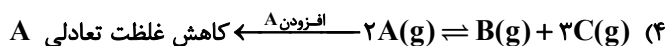
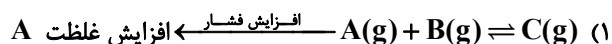
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۴. تعادل $2A(g) \rightarrow B(g) + C(g)$ با ۵ مول از هر یک گازهای B و C در ظرف یک لیتری برقرار است. اگر ۱ مول A

را به مخلوط تعادلی اضافه کنیم، غلظت نمایی C کدام است؟

(۱) ۴/۱ (۲) ۴/۵۵ (۳) ۵/۹ (۴) ۵/۴۵

۴۵. کدام یک از تغییرات اعمال شده و اثر ایجاد شده با توجه به اصل لوشاتلیه نادرست است؟





۴۶. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در فرایند هابر، گازها براساس تفاوت در نقطه جوش از یکدیگر جدا می‌شوند.
- (۲) فرایند هابر شرایط تولید کودهای شیمیایی و افزایش بازدهی فراورده‌های کشاورزی را مهیا کرد.
- (۳) قیمت یک لیتر اتانول از یک لیتر اتیلن گلیکول و یک لیتر نفت خام بیشتر است.
- (۴) فناوری‌های جداسازی و خالص‌سازی می‌توانند تأثیر چشمگیری در قیمت نهایی یک فراورده داشته باشند.

۴۷. چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- (الف) سنتز یک فرایند شیمیایی است که با استفاده از مواد ساده، مواد ساده‌تر به دست می‌آید.
- (ب) برای سنتز یک استر می‌توان از واکنش یک اسید آلی با الکل در شرایط مناسب بهره برد.
- (پ) گاز اتن در واکنش با آب و در حضور کاتالیزگر، یک ضد عفونی کننده تولید می‌کند که خود می‌تواند در تولید حلال چسب استفاده شود.
- (ت) از الکل‌ها می‌توان سه دسته مواد آلی آمین‌ها، کربوکسیلیک اسیدها و کتون‌ها را تولید کرد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۸. کدام گزینه در مورد PET درست است؟

- (۱) تعداد اتم‌های کربن در واحد سازنده آن ۲ برابر اتم‌های اکسیژن است.
 - (۲) این پلیمر در واقع یک پلی‌آمید است که از واکنش اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید به دست می‌آید.
 - (۳) اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید به ترتیب از اتن و بنزن موجود در نفت خام به دست می‌آیند.
 - (۴) جهت تولید ترفتالیک اسید از ماده اولیه مناسب، اتم کربن گروه عاملی ۷ درجه اکسید می‌شود.
۴۹. از واکنش ۹۹۶ گرم ترفتالیک اسید با مقدار کافی از اتیلن گلیکول، تقریباً چند گرم PET به دست می‌آید؟

(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol⁻¹)

(۱) ۱۱۵۲ (۲) ۲۳۰۴ (۳) ۱۱۲۸ (۴) ۲۲۵۶

۵۰. چه تعداد از مواد زیر در مورد بازیافت PET نادرست است؟

- یکی از راه‌های بازیافت آن، شست و شوی مواد پلاستیکی و تبدیل آن به پرک است.
- برای بازیافت شیمیایی PET از الکل بی‌رنگ و بسیار سمی استفاده می‌شود.
- الکل لازم برای بازیافت PET از واکنش اتان و آب به دست می‌آید.
- در بازیافت PET هر چه شمار بیشتری از اتم‌ها به فراورده سودمند تبدیل شود، به صرفه‌تر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



x	$-\infty$	۰	β	$+\infty$
f''		-	+	-

در نتیجه f دارای دو نقطه عطف به طول‌های ۰ و β می‌باشد.

(فریدون ساعتی)

۳- گزینه «۲»

تابع f دارای دو نقطه اکسترمم نسبی است. پس با توجه به ضابطه تابع مشتق

تابع دارای ۲ ریشه متمایز است. در نتیجه باید $\Delta_{f'} > 0$ باشد:

$$f'(x) = 6x^2 + 6x + a \Rightarrow \Delta_{f'} = (6)^2 - 4(6)(a) > 0$$

$$\Rightarrow -24a > -36 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

(فریدون ساعتی)

۴- گزینه «۳»

$$f(x) = x^2 + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$f'(x) = 2x + \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{2x\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x(2\sqrt{1-x^2} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{1-x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1			
$f'(x)$		+	۰	-	۰	+	۰	-
$f(x)$		\nearrow	$\frac{5}{4}$	\searrow	1	\nearrow	$\frac{5}{4}$	\searrow
		max		min		max		

$$\Rightarrow (a, b) = (2, 1)$$

حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

دامنه تابع $[-1, +\infty)$ می‌باشد. حال مشتق آن را بدست می‌آوریم:

$$y' = 2x\sqrt{1-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{1-x}} = \frac{4x(1-x) - x^2}{2\sqrt{1-x}} = \frac{4x - 5x^2}{2\sqrt{1-x}}$$

$$= \frac{x(4-5x)}{2\sqrt{1-x}}$$

مشتق در $x=0$ و $x=\frac{4}{5}$ برابر صفر است که هر دوی این نقاط در دامنه

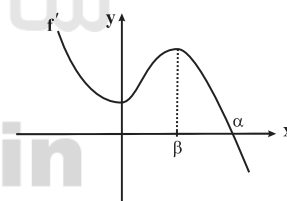
هستند. همچنین در $x=1$ مشتق وجود ندارد ولی چون این نقطه، نقطه درونی

دامنه نیست آن را جزء نقاط بحرانی حساب نمی‌کنیم.

۲- گزینه «۲»

(سیروس نصیری)

فرض کنیم نقطه برخورد f' با محور x ها، α باشد. داریم:



x	α
f'	+ ۰ -

پس $x = \alpha$ نقطه ماکزیمم نسبی $f(x)$ است.

f' در فاصله $(-\infty, 0)$ نزولی اکید و در فاصله $(0, \beta)$ صعودی اکید و مجدداً

در فاصله $(\beta, +\infty)$ نزولی اکید است. پس می‌توان جدول زیر را در نظر گرفت:



۵- گزینه «۳»

(فریرون ساعتی)

$$f(x) = 3x^5 - 20x^3 + A \Rightarrow f'(x) = 15x^4 - 60x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 15x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{0, 2\} = \text{نقاط بحرانی} \Rightarrow [-1, 3] \ni -2$$

x	-1	0	2	3
f(x)	17 + A	A	$\frac{A - 64}{\text{Min مطلق}}$	$\frac{189 + A}{\text{Max مطلق}}$

$$189 + A = -(A - 64) \Rightarrow 2A = 64 - 189$$

$$\Rightarrow 2A = -125 \Rightarrow A = -62.5$$

۶- گزینه «۱»

(سیروس نسیری)

مختصات نقطه M به صورت $M(x, (2 - \sqrt{x})^2)$ خواهد بود. مساحت

مستطیل را بر حسب x محاسبه کرده و مشتق آن را به دست می آوریم.

$$S(x) = x(2 - \sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow S'(x) = (2 - \sqrt{x})^2 + 2x(2 - \sqrt{x})\left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 0$$

$$\Rightarrow S'(x) = (2 - \sqrt{x})(2 - \sqrt{x} - \sqrt{x}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow S = 1 \\ x = 4 \Rightarrow S = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\text{Max}} = 1 \Rightarrow x = 1$$

۷- گزینه «۱»

(کلام ایلامی)

مشتق دوم تابع را تعیین علامت می کنیم.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}^3}$$

 $x > 0$ است، بنابراین $f''(x) > 0$ و جهت تقعر نمودار تابع همواره به سمت

بالاست.

۸- گزینه «۴»

(علی اکبر علیزاده)

$$f'(x) = 4x^3 + 3(k-1)x^2 + k + 3$$

$$\Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 6(k-1)x$$

اگر $k = 1$ باشد، $f''(x) = 12x^2$ و تقعر تابع همواره رو به بالاست و تابع فاقدنقطه عطف خواهد بود. در غیر این صورت معادله $f''(x) = 0$ دارای دو جواب

متمایز می شود که این مقادیر، طول نقاط عطف تابع خواهند بود.

$$k = 1 \Rightarrow f(x) = x^4 + 4x \quad f'(x) = 4x^3 + 4$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'		-	+

بنابراین طول نقطه مینیمم نسبی تابع $x = -1$ و عرض آن $f(-1) = -3$ است.

۹- گزینه «۱»

(میبیب شفیعی)

کمترین مقدار شیب خط مماس زمانی رخ می دهد که y' ، کمترین مقدار باشد.

$$y' = x^4 - 2x^2 + 2 = (x^2 - 1)^2 + 1$$

کمترین مقدار y' به ازای $x^2 - 1 = 0$ حاصل می شود. پس: $x = \pm 1$.

۱۰- گزینه «۱»

(غرهار حامی)

تابع فاقد مجانب قائم است پس گزینه های (۲) و (۴) حذف می شوند. از طرفی

تابع در $x = 0$ مشتق پذیر است پس گزینه (۳) نیز حذف می شود، چون $x = 0$

برای تابع گزینه «۳» نقطه گوشه ای است.



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)

می‌دانیم $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ پس رابطه داده شده در صورتسؤال زمانی برقرار است که $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد. در این حالت داریم:

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ \xrightarrow{\vec{a} \cdot \vec{b} = 0} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2 \\ \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| &= |\vec{a} + \vec{b}| \end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۳»

(مهمان شاعری)

با فرض $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ داریم: $\vec{a} \cdot \vec{i} = a_1$, $\vec{a} \cdot \vec{j} = a_2$ و $\vec{a} \cdot \vec{k} = a_3$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{i} &= \vec{a} \cdot (\vec{j} - \vec{k}) = \vec{a} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 1 \\ \Rightarrow a_1 &= a_2 - a_3 = a_1 - 2a_2 + 3a_3 = 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} a_2 - a_3 = 1 \\ -2a_2 + 3a_3 = 0 \end{cases} &\Rightarrow a_2 = 2, a_3 = 3 \end{aligned}$$

بنابراین $|\vec{a}| = \sqrt{14}$ و $\vec{a} = (1, 2, 3)$ است.

۱۳- گزینه «۲»

(مهمان شاعری)

$$OM = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{3}$$

اگر $\vec{a} = (x, y, z)$ و $\vec{b} = (2, -2, 1)$ فرض شوند، آنگاه طبق نامساوی

کشی شوارتز داریم:

$$\begin{aligned} |\vec{a} \cdot \vec{b}| &\leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |2x - 2y + z| \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{4 + 4 + 1} \\ \Rightarrow |2x - 2y + z| &\leq \sqrt{3} \times 3 \Rightarrow -3\sqrt{3} \leq 2x - 2y + z \leq 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

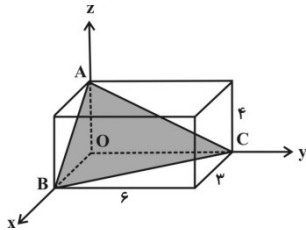
با توجه به این که $3\sqrt{3} = 5/1$ است، پس حداکثر مقدار صحیح عبارت $(2x - 2y + z)$ برابر ۵ است.

۱۴- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)

اگر دستگاه مختصات فضایی را بر یال‌های مکعب مستطیل منطبق کنیم، داریم:

$$A = (0, 0, 4), B = (3, 0, 0), C = (0, 6, 0)$$



$$\vec{BA} = (-3, 0, 4), \vec{BC} = (-3, 6, 0)$$

$$\cos B = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} = \frac{9 + 0 + 0}{5 \times 3\sqrt{5}} = \frac{3}{5\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{25}$$

(مهمان شاعری دلاور نژاد)

۱۵- گزینه «۲»

می‌دانیم بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر بردارهای \vec{a} و \vec{b} عمود است. پس:

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 - 3(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 0 \Rightarrow \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|^2}{(\vec{a} \cdot \vec{b})^2} = 3$$

$$\left(\frac{|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta}{|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta} \right)^2 = 3 \Rightarrow \tan^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan \theta = \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ یا } \theta = \frac{2\pi}{3}$$

(نوید میبیدی)

۱۶- گزینه «۴»

می‌دانیم که $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$ و $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$. داریم:

$$(\vec{3j} + \vec{k}) \times (\vec{k} - \vec{i}) = 3\vec{j} \times \vec{k} - 3\vec{j} \times \vec{i} + \underbrace{\vec{k} \times \vec{k}}_{=0} - \vec{k} \times \vec{i}$$

$$= 3\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j} = 3\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad (*)$$

$$\xrightarrow{(*)} (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \cdot ((\vec{3j} + \vec{k}) \times (\vec{k} - \vec{i}))$$

$$= (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \cdot (3\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) = 3 + 1 + 3 = 7$$



۱۷- گزینه «۱»

(نوبر میبری)

$$\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 0) \times (1, 1, -1) = (1, 2, 3)$$

از آن جا که بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی بردار $\vec{c} = (m, n+1, -3)$ است، پس باید داشته

باشیم:

$$\frac{m}{1} = \frac{n+1}{2} = \frac{-3}{3} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n+1 = -1 \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

بنابراین $(m, n) = (-1, -2)$

(مهرداد ملونزی)

۲۰- گزینه «۳»

$$\vec{b} \times \vec{c} = (0, 1, 1) \times (1, m, 1) = (1-m, 1, -1)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, 1, 0) \cdot (1-m, 1, -1) = 2-m$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 1 \Rightarrow |2-m| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-m=1 \Rightarrow m=1 \\ 2-m=-1 \Rightarrow m=3 \end{cases}$$

ریاضیات گسسته

۱۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = |\vec{a}| \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

می دانیم $|\vec{a}'| = |\vec{a}''|$ و زاویه بین \vec{a}' و \vec{a}'' ، همان زاویه بین \vec{a} و \vec{a}' است، از طرفیزاویه بین \vec{a} و \vec{a}' ، برابر با زاویه حاده بین راستاهای دو بردار \vec{a} و \vec{b} است، پس

داریم:

$$S = |\vec{a}' \times \vec{a}''| = |\vec{a}'| |\vec{a}''| \sin 45^\circ = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

(امیرحسین ابومفیوب)

۲۱- گزینه «۱»

در تقسیم اعداد صحیح بر ۳ و ۸ به ترتیب ۳ و ۸ باقی مانده مختلف وجود دارد.

در ضمن دو عددی که در تقسیم بر ۸ هم باقی مانده باشند، قطعاً هر دو زوج یا

هر دو فرد هستند و در نتیجه مجموع آنها زوج است. پس تعداد اعداد انتخابی

$$3 \times 8 + 1 = 25 \quad \text{برابر است با:}$$

(علیرضا داوودنژاد)

۲۲- گزینه «۴»

حالتی را در نظر بگیرید که در هر یک از کیسه های B، C و D یک مهره

آبی و یک مهره سفید قرار داشته باشد. کافی است یک مهره دیگر از کیسه

A خارج نموده و در یکی از کیسه های دیگر قرار دهیم تا خواسته سؤال

برآورده شود. بنابراین باید حداقل $3 \times 2 + 1 = 7$ مهره از کیسه A خارج

کنیم تا مطمئن باشیم در یکی از کیسه های B، C یا D، حداقل دو مهره

هم رنگ وجود دارد.

(امیرحسین ابومفیوب)

۱۹- گزینه «۳»

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$= 1+1+2 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}$$

بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر بردارهای \vec{a} و \vec{b} و در نتیجه بر $\vec{a} + \vec{b}$ عمود است.

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| \sin 90^\circ$$

$$= |\vec{a} + \vec{b}| (|\vec{a}||\vec{b}| \sin 60^\circ) \sin 90^\circ = \sqrt{3} (1 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \times 1 = \frac{3}{2}$$



۲۳- گزینه «۳»

(معمدعلی نازریور)

اگر $0 < x < 7$ ، آنگاه $|x|$ برابر یکی از اعداد 0 یا 1 یا 2 یا 3 یا 4 یا 5 یا 6 است. 7

لانه با شماره‌های $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ در نظر گرفته و از سوی دیگر 50 عدد را تعداد

کبوترها فرض می‌کنیم. بنا به اصل لانه کبوتری لانه‌ای وجود دارد که در آن

$$\text{حداقل } 8 = 1 + \left\lfloor \frac{50-1}{7} \right\rfloor \text{ کبوتر قرار گیرد.}$$

۲۴- گزینه «۳»

(معمدعلی نازریور)

مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را به دو مجموعه $\{2, 4, 6, 8\}$ و $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ افزایش

می‌کنیم. برای آن که حاصل جمع دو عدد صحیح، فرد باشد باید یکی از دو عدد

زوج و دیگری فرد باشد. پس اگر حداقل 6 عضو انتخاب کنیم (یعنی تمام اعداد

فرد با یک عدد زوج)، حاصل جمع دست کم دو عضو، قطعاً عددی فرد می‌شود.

۲۵- گزینه «۲»

(مهرزاد ملونری)

ابتدا یکی از کبوترها را کنار می‌گذاریم. حال با فرض این که در هر لانه به

تعداد 6 کبوتر وجود داشته باشد، به $\frac{78}{6} = 13$ لانه نیاز داریم. اکنون کبوتر

باقی‌مانده اگر در یکی از لانه‌ها قرار بگیرد، حتماً حکم برقرار می‌شود. پس

حداکثر 13 لانه می‌توانیم داشته باشیم.

۲۶- گزینه «۴»

(سروش موئینی)

حالت‌هایی که مجموع دو عضو از مجموعه S برابر 18 باشند، عبارت است از:

$\{1, 17\}, \{2, 16\}, \{3, 15\}, \{4, 14\}, \{5, 13\}, \{6, 12\}, \{7, 11\}, \{8, 10\}$

بدترین حالت برای انتخاب یک زیرمجموعه از S ، برای آن که مجموع دو عضو

آن برابر 18 نشود، آن است که از هر یک از گروه‌های بالا (هشت گروه) یک

عضو و همچنین اعداد $9, 18, 19, 20$ که در هیچ کدام از این گروه‌ها

نیستند، انتخاب گردند. یعنی با انتخاب 13 عضو، می‌توان زیرمجموعه‌ای داشت

که جمع هیچ دو عضو آن برابر 18 نشود ولی با انتخاب عضو چهاردهم برای این

زیرمجموعه، قطعاً دو عضو با مجموع 18 وجود دارد.

۲۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومشوب)

اگر $n = 10$ باشد، آنگاه می‌توانیم A را به دو گروه $A_1 = \{2^1, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9\}$

و $A_2 = \{2^2, 2^4, 2^6, 2^8, 2^{10}\}$ تقسیم کنیم به گونه‌ای که در هیچ یک از دو

گروه، دو عدد که یکی دو برابر دیگری گردد، موجود نباشد. اما با اضافه کردن

هر عضو از یک مجموعه به مجموعه دیگر، قطعاً دو عضو خواهد داشت که

یکی دو برابر دیگری است. در صورتی که $n = 11$ باشد می‌توان مجموعه

$B = \{2^1, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9, 2^{11}\}$ را در نظر گرفت که فاقد ویژگی مطرح شده در

سؤال است.



$$|A| = \left[\frac{300}{3} \right] - \left[\frac{30}{3} \right] = 90$$

بخش پذیر بر ۳

$$|B| = \left[\frac{300}{7} \right] - \left[\frac{30}{7} \right] = 42 - 4 = 38$$

بخش پذیر بر ۷

$$|A \cap B| = \left[\frac{300}{21} \right] - \left[\frac{30}{21} \right] = 14 - 1 = 13$$

بخش پذیر بر ۲۱

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = 270 - (90 + 38 - 13) = 155$$

(امیرمسین ایومیبوب)

۳۰- گزینه «۴»

اگر A و B به ترتیب مجموعه دانش آموزانی باشند که فوتبال و والیبال بازی

می کنند، آنگاه داریم:

$$|A \cup B| = 24 - 3 = 21$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Rightarrow 21 = 16 + 8 - |A \cap B|$$

$$\Rightarrow |A \cap B| = 3$$

مجموعه (A - B) مجموعه دانش آموزانی است که فقط فوتبال بازی می کنند و

مجموعه (B - A) مجموعه دانش آموزانی است که فقط والیبال بازی می کنند.

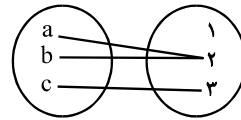
با توجه به این که این دو مجموعه جدا از هم هستند، داریم:

$$|A - B| + |B - A| = (|A| - |A \cap B|) + (|B| - |A \cap B|)$$

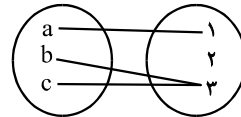
$$= (16 - 3) + (8 - 3) = 18$$

(سروش موئینی)

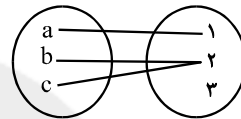
۲۸- گزینه «۳»



۱ پوشیده نشده است.



۲ پوشیده نشده است.



۳ پوشیده نشده است.

A = { توابعی که ۱ را نمی پوشانند }

B = { توابعی که ۲ را نمی پوشانند }

C = { توابعی که ۳ را نمی پوشانند }

$$|S| = 3^3 = 27, |A| = |B| = |C| = 2^3 = 8$$

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 1^3 = 1, |A \cap B \cap C| = 0$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

$$= 27 - (3 \times 8 - 3 \times 1 + 0) = 6$$

(علیرضا شریف فطیعی)

۲۹- گزینه «۳»

اگر عددی نسبت به ۲۱ اول باشد، نسبت به عوامل اول ۲۱ یعنی ۳ و ۷ اول

است. بنا بر اصل شمول و عدم شمول داریم:



فیزیک ۳

گزینه ۲»

(بایک اسلامی)

با استفاده از رابطه انرژی هر فوتون، داریم:

$$E = hf \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 2eV$$

گزینه ۱»

(فرشار لطف اله زاده)

ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می آوریم:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 6/67 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} \approx 4 \times 10^{-19} J$$

$$\text{شدت تابشی خورشید} = \frac{W}{m^2} = 10^3 \text{ است یعنی در هر ثانیه از هر متر مربع، } 10^3 J$$

انرژی ناشی از نور خورشید عبور می کند. بنابراین تعداد فوتون ها برابر است با:

$$n = \frac{E_T}{E} = \frac{10^3}{4 \times 10^{-19}} = 2/5 \times 10^{21} \text{ فوتون}$$

گزینه ۲»

(بایک اسلامی)

انرژی لازم برای کندن الکترون از سطح فلز سدیم باید توسط انرژی فوتون های

فرودی تأمین شود. بنابراین داریم:

$$E = hf \Rightarrow W_0 = hf_{\min}$$

$$\Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda_{\max}} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{2/07}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = 6 \times 10^{-7} m = 600 nm$$

گزینه ۴»

(غلامرضا مصبی)

طیف گسیلی اتمی، طیفی ناپیوسته (گسسته) است که از پاشیده شدن نور

گسیلی از اتم های جسم وقتی به حالت گاز باشند، تشکیل می شود.

گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

اگر الکترون در اتم هیدروژن در تراز n قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن

تمام گذارهای ممکن برای آن، تعداد فوتون هایی که با انرژی های مختلف گسیل

می شود، از رابطه زیر به دست می آید:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=6} N = \frac{6 \times (6-1)}{2} \Rightarrow N = 15$$

کمترین طول موج گسیلی در حالتی است که انرژی فوتون تابشی بیشترین

مقدار را داشته باشد و این در حالتی است که الکترون از تراز n=6 به تراز

$$n' = 1 \text{ برود.}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{n=6, n'=1} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \frac{35}{36} \Rightarrow \lambda = \frac{3600}{35} = \frac{720}{7} nm$$

گزینه ۳»

(اصغر اسرالعفی)

با استفاده از معادله ریدبرگ و تعریف انرژی و طول موج هر فوتون، داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{E=hf} E = Rhc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



۳۷- گزینه «۲»

(مهمین و کیلی ز نور)

وقتی A افزایش می‌یابد، هسته بزرگ‌تر شده و نیروی دافعه الکتریکی بین پروتون‌ها افزایش خواهد یافت. برای این‌که در این حالت هسته پایدار بماند، باید تعداد نوترون‌ها مقدار بیش‌تری افزایش یابد تا نیروی جاذبه هسته‌ای افزایش یابد.

زمانی که $96/875$ درصد از این ماده پرتوزا واپاشی می‌شود، $3/125$ درصد از آن باقی می‌ماند. بنابراین داریم:

$$m' = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow \frac{3/125}{100} m_0 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 5$$

$$\Rightarrow \frac{t'}{T_{1/2}} = 5 \xrightarrow{T_{1/2} = 3h} t' = 15h$$

۳۸- گزینه «۳»

(پیام مرادی)

در واپاشی β^+ ، یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود. در این حالت عدد اتمی هسته مادر، یک واحد بیش‌تر از عدد اتمی هسته دختر است و از هسته یک پوزیترون (ذره‌ای دارای جرم برابر با جرم الکترون و بار مخالف با آن) گسیل می‌شود.

(بهار کاکمران)

۴۰- گزینه «۴»

اگر M_0 جرم اولیه ماده پرتوزا و m_1 جرم واپاشی شده آن بعد از ۴ نیمه‌عمر باشد، داریم:

$$m_1 = M_0 - \frac{M_0}{16} = \frac{15}{16} M_0 = 150g$$

$$\Rightarrow \frac{15}{16} M_0 = 150 \Rightarrow M_0 = 160g$$

حالا مدت زمانی که طول می‌کشد تا تنها ۵ گرم از ماده پرتوزای اولیه باقی بماند

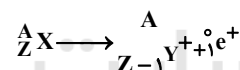
را به دست می‌آوریم:

$$m_2 = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow 5 = 160 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow n_2 = 5$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{T_{1/2}} = 5 \Rightarrow t_2 = 5T_{1/2}$$

دقت کنید در صورت سؤال گفته شده چند نیمه‌عمر دیگر باید بگذرد، بنابراین

چون در ابتدا ۴ نیمه‌عمر گذشته، بنابراین باید ۱ نیمه‌عمر دیگر نیز بگذرد.



۳۹- گزینه «۴»

(بهنام ریحی‌پور)

ابتدا با استفاده از نمودار، نیمه‌عمر ماده پرتوزا را محاسبه می‌کنیم. داریم:

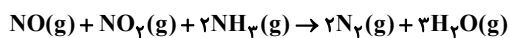
$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{m_0}{8} = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 3 \xrightarrow{t=9h} T_{1/2} = 3h$$



شیمی ۳

پ) واکنش حذف NO و NO_۲ به صورت زیر است:



که در آن تمام واکنش دهنده‌ها در میدان الکتریکی جهت گیری می‌کنند.

(متین هوشیار)

۴۱- گزینه «۲»

انرژی فعال‌سازی و پایداری فرآورده‌ها رابطه مشخصی با یکدیگر ندارند.

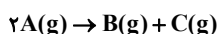
۴۲- گزینه «۱»

(متین هوشیار)

۴۴- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

ابتدا غلظت اولیه A را به دست می‌آوریم:



$$K = \frac{[\text{B}][\text{C}]}{[\text{A}]^2} \Rightarrow 25 = \frac{5 \times 5}{[\text{A}]^2} \Rightarrow [\text{A}] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با اضافه کردن ۱ مول A تغییرات به صورت زیر است:

تعداد اولیه	A	B	C
	۱	۵	۵
تغییرات	+۱-۲x	+x	+x
تعداد ثانویه	۲-۲x	۵+x	۵+x

$$25 = \frac{(5+x)^2}{(2-2x)^2} \Rightarrow 5 = \frac{5+x}{2+2x} \Rightarrow 10-10x = 5+x$$

$$\Rightarrow 5 = 11x \Rightarrow x = 0.45$$

$$[\text{C}] = 5 + 0.45 = 5.45$$

E_a و E_a به ترتیب می‌توانند مربوط به انجام واکنش در حضور توری

پلاتینی و پودر روی باشند. دقت کنید که با ایجاد جرقه E_a تغییر نمی‌کند.

(متین هوشیار)

۴۳- گزینه «۳»

موارد «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) قطر توده‌های فلزی ۲ تا ۱۰ نانومتر است.

ت) کاتالیزورها اغلب اختصاصی عمل می‌کنند.

بررسی موارد درست:

آ) بیشترین مقدار کاهش آلاینده مربوط به گاز CO است که یک گاز قطبی

است.



۴۵- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

گزینه «۱»: در مونومر PET، ۱۰ اتم کربن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد، پس

نسبت اتم‌های کربن به اکسیژن برابر ۲/۵ است.

گزینه «۲»: PET یک پلی‌آمید نیست.

گزینه «۳»: ترفتالیک‌اسید از پارازیلن به‌دست می‌آید.

با افزودن مقداری A به واکنش چهارم غلظت تعادلی تمام گونه‌ها افزایش

می‌یابد. دقت کنید که با افزودن A مقداری از آن مصرف می‌شود ولی تعادل

نمی‌تواند اثر تغییر اعمال شده را به‌طور کامل جبران کند.

۴۶- گزینه «۳»

(متین هوشیار)

(متین هوشیار)

۴۹- گزینه «۱»

$$\frac{\text{ترفتالیک اسید } 1\text{mol}}{166\text{g اسید}} \times \text{ترفتالیک اسید } 996\text{g} = ? \text{ گرم PET}$$

قیمت یک لیتر اتانول از یک لیتر گلیکول کمتر است.

$$\frac{1\text{mol PET}}{1\text{mol اسید}} \times \frac{192\text{g PET}}{1\text{mol PET}} = 1152\text{g PET}$$

۴۷- گزینه «۲»

(متین هوشیار)

(متین هوشیار)

۵۰- گزینه «۱»

تنها مورد سوم نادرست است. الکل لازم برای بازیافت PET از واکنش متان و

تنها مورد «الف» نادرست است. سنتز یک فرایند شیمیایی هدفمند است که در

آن با استفاده از مواد ساده‌تر، مواد شیمیایی دیگر پدید می‌آید.

آب به‌دست می‌آید. سایر موارد با توجه به کتاب درسی درست هستند.

۴۸- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

ترفتالیک‌اسید از پارازیلن به‌دست می‌آید. عدد اکسایش اتم‌های گروه عاملی در

پارازیلن و ترفتالیک‌اسید به ترتیب ۳- و ۴+ است.

بررسی سایر گزینه‌ها: