



# آزمون غیرحضوری

## دروس اختصاصی

### فارغ التحصیلان ریاضی

(۳۰ فروردین ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنیزاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم‌جو	حروف‌چین
سوران نعیمی	ناظر چاپ

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

دیفرانسیل:

مشتق و کاربرد آن

صفحه‌های ۱۹۸ تا ۲۴۹

دیفرانسیل:

۱. حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n} \left( \sum_{i=1}^n \left( 2 + \frac{3i}{n} \right) \right)$  کدام است؟

۱۲ (۲)

(۱)

۱۶ (۴)

(۳)

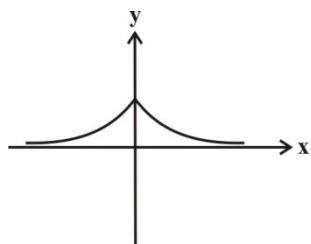
۲. حاصل  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(4n+1)(4n+5)}$  کدام است؟

 $\frac{2}{25}$  $\frac{4}{25}$  $\frac{2}{5}$  $\frac{1}{5}$ 

۳. حاصل  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{17(-1)^n + 2 \times 2^{n+1}}{4^{n+1}}$  کدام است؟

 $\frac{1}{4}$  $-\frac{1}{4}$  $-\frac{1}{8}$  $\frac{1}{8}$ 

۴. ضابطه‌یتابع نمودار مقابل کدام می‌تواند باشد؟



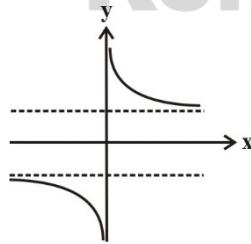
$$y = \frac{1}{x^r + 1}$$

$$y = \frac{1}{|x| + 1}$$

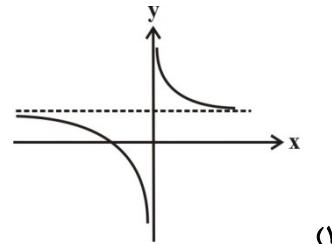
$$y = \frac{x}{|x| + 1}$$

$$y = \frac{|x+1|}{x^r + 1}$$

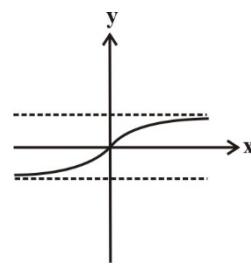
# Konkur.in

۵. نمودار تابع  $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$  کدام است؟

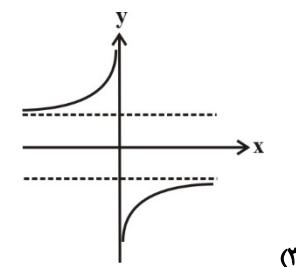
(۲)



(۱)



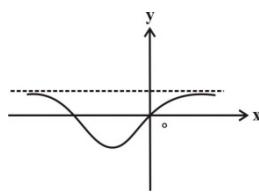
(۴)



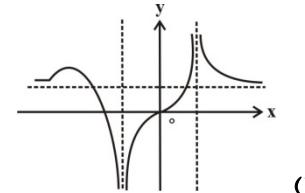
(۳)



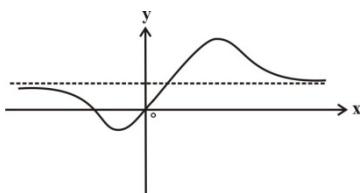
۶. نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^r + x}{x^r - x + 1}$  به صورت کدام یک از شکل‌های زیر است؟



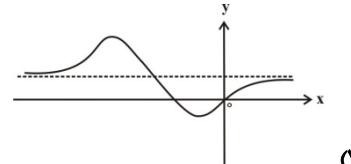
(۲)



(۱)

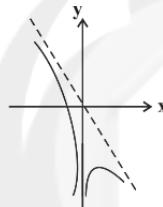


(۴)

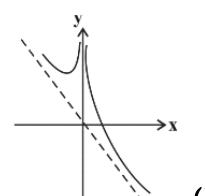


(۳)

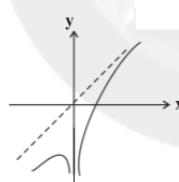
۷. نمودار تابع  $y = \frac{1-x^r}{x^r}$  به کدام صورت زیر است؟



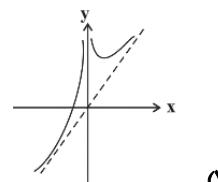
(۲)



(۱)

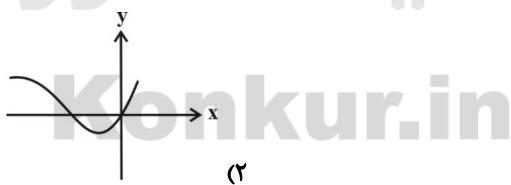


(۴)

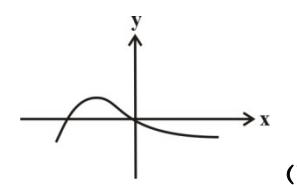


(۳)

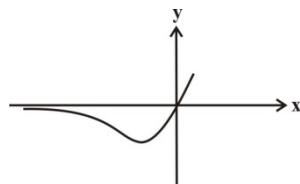
۸. شکل تابع  $y = xe^x$  شبیه کدام شکل است؟



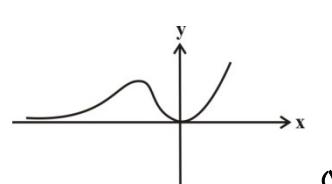
(۲)



(۱)

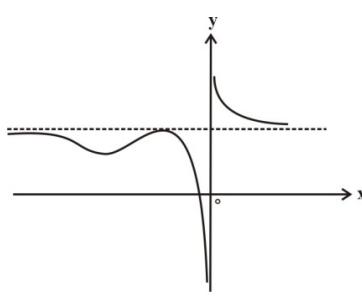


(۴)



(۳)

۹. شکل مقابله نمودار تابع  $y = \frac{2x^4 + x^r + x + a}{x^4}$  می‌باشد. مقدار  $a$  کدام است؟



(۲)

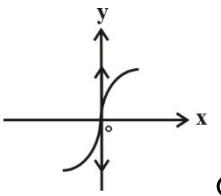
$$-\frac{1}{2} (۴)$$

(۱)

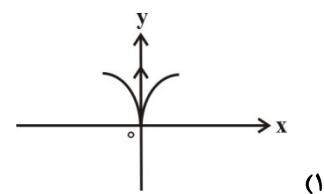
$$\frac{1}{4} (۳)$$



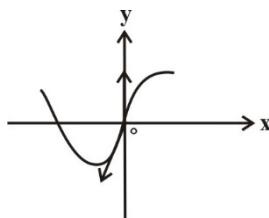
۱۰. نمودار  $y = \sqrt[3]{|x|} \operatorname{sgn} x$  کدام زیر است؟



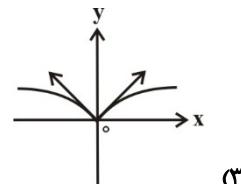
(۲)



(۱)

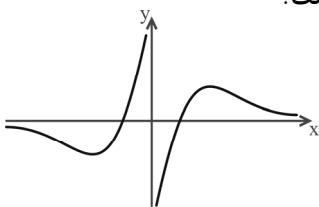


(۴)



(۳)

۱۱. شکل زیر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^r + ax - 3}{x^r + b}$  با ضابطه  $f(x)$  می‌باشد. دو تایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟



۴ (۴)

(۰, ۱) (۲)

(۲, ۰) (۴)

(۰, ۰) (۱)

(۱, ۰) (۳)

۱۲. اگر  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 2$  و  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{r^k + a}{r^k}$  باشد، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳. در تابع  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  در بازه  $[2, m]$  برای  $n = 90$ ، مجموع بالا به اندازه  $\frac{1}{40}$  از مجموع پایین بیشتر است. مقدار  $m$  کدام است؟

# سایت کنکور

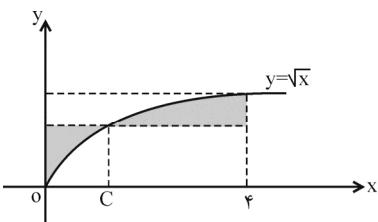
۵ (۲)

 $\frac{5}{2}$  (۱)

# Konkur.in

۴ (۳)

۱۴. با استفاده از قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها، به ازای کدام مقدار  $C$  مساحت دو ناحیه سایه‌زده شکل زیر، برابرند؟

 $\frac{7}{3}$  (۲) $\frac{5}{3}$  (۱) $\frac{16}{9}$  (۴) $\frac{9}{4}$  (۳)

۱۵. اگر  $F''\left(\frac{\pi}{6}\right)$  مقدار  $F(x) = \int_0^{\sin x} \frac{dt}{1-t}$  کدام است؟

 $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{2}{3}$  (۳) $-\frac{2}{3}$  (۲) $-\frac{3}{4}$  (۱)

**هندسه تحلیلی:**

دستگاه معادلات خطی

صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۰

**هندسه تحلیلی**

۱۶. به ازای چه مقدار از  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - mx_3 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$  دارای جواب منحصر به فرد است؟

 $m = 3$  (۴) $m \neq 6$  (۳) $m \neq 3$  (۲) $m = 6$  (۱)

۱۷. ماتریس افزوده دستگاهی بعد از انجام عملیات سطحی مقدماتی به صورت  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ -2 & -2 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  در آمده است، تعداد

جواب‌های این دستگاه کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲) بی‌شمار

۱) صفر

۱۸. اگر در معادله‌ی ماتریسی  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس ضرایب برابر  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $x_2 = 5$  باشد، آنگاه حاصل  $x_1 + x_3$  کدام است؟

۴) صفر

-۲ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۱۹. اگر دستگاه مقابل دارای یک جواب منحصر به فرد باشد،  $m$  چقدر است؟  
 $\begin{cases} x - z = -1 \\ 2x + z = m^2 - 2m + 5 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$

۲ (۴)

-۱ (۳)

۱) صفر

۲۰. اگر  $A$  ماتریس ضرایب یک دستگاه سه معادله سه مجہولی و  $A^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  (ماتریس ترانهاده ماتریس همسازه  $A$ ) باشد، مجموع مجہول‌های دستگاه کدام است؟

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۱. اگر دستگاه همگن سه معادله سه مجہول زیر حداقل یک جواب غیرصفر داشته باشد، آنگاه مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

$$\begin{cases} ax - 2y + z = 0 \\ 2x + y + az = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)



۲۲. سه صفحه  $d$  بر یک خط می‌گذرند. دو تایی ( $b, d$ ) کدام است؟

(۱,۱) ۴

(۱,۰) ۳

(۰,۱) ۲

(۰,۰) ۱

۲۳. اگر در دستگاه معادلات  $\begin{cases} -x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ 2x - y + az = 1 - a \end{cases}$  باشد، آنگاه  $a$  کدام است؟

 $-\frac{1}{10}$  $\frac{1}{10}$  $-\frac{7}{10}$  $\frac{7}{10}$ 

۲۴. اگر در حل یک دستگاه سه معادله سه مجهول به روش حذفی گاوس، در مرحله‌ای به ماتریس رسیده  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{array} \right]$  برسیم، آنگاه  $x_1$  کدام است؟

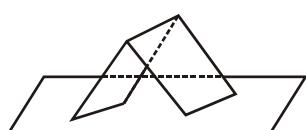
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

(۱) -۳

۲۵. در یک دستگاه سه معادله و سه مجهول هر یک از معادله‌ها را در فضاهای سه بعدی رسم کرده‌ایم شکل زیر حاصل شده است.



این سه معادله چگونه‌اند؟

(۱) دترمینان ضرایب آن‌ها غیرصفر است.

(۲) حداقل یکی از سه معادله مضربی از یکی از دو معادله‌ی دیگر است.

(۳) دترمینان ضرایب آن‌ها صفر است بدون آن‌که هیچ معادله‌ای مضربی از دیگری باشد.

(۴) اگر دو معادله به صورت  $P_1(x) + \lambda P_2(x) = 0$  باشند. معادله‌ی دیگر به صورت  $P_3(x) = 0$  است.

ریاضیات گستته:

احتمال

توزیع‌های گستته احتمال

صفحه‌های ۸۵ تا ۹۹

ریاضیات گستته

۲۶. در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ عدد لامپ همانند موجود است، که در جعبه اول ۵ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب هستند. از اولی ۹ لامپ و از دومی ۶ لامپ به تصادف بر می‌داریم و در جعبه سومی قرار می‌دهیم. احتمال این که لامپ انتخاب شده از جعبه سوم معیوب باشد، کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۰/۲۳ (۲)

(۱) ۰/۲۲

۲۷. کیسه‌ای محتوی ۴ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره سفید است. اگر به طور تصادفی ۶ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آن‌که تعداد مهره‌های آبی خارج شده، دو برابر تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، کدام است؟

 $\frac{2}{15}$  $\frac{7}{30}$  $\frac{1}{5}$  $\frac{8}{35}$



۲۸. دو کیسه داریم، در کیسه اول، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سبز و در کیسه دوم، ۲ مهره قرمز و ۵ مهره سبز وجود دارد. یک مهره به تصادف از یکی از کیسه‌ها برداشته و در کیسه دیگر می‌گذاریم و سپس یک مهره از کیسه اخیر بیرون می‌کشیم. احتمال این که هر دو مهره سبز باشند، کدام است؟

$$\frac{64}{123} \quad (4)$$

$$\frac{43}{140} \quad (3)$$

$$\frac{23}{70} \quad (2)$$

$$\frac{21}{63} \quad (1)$$

۲۹. دو ظرف یکسان داریم که در اولی ۶ گوی آبی و ۳ گوی قرمز و در دومی ۳ گوی آبی و ۵ گوی قرمز وجود دارد. از یکی از ظرف‌ها، گویی بیرون می‌آوریم. اگر این گوی آبی باشد، با کدام احتمال از ظرف اول انتخاب شده است؟

$$0 / 64 \quad (4)$$

$$0 / 60 \quad (3)$$

$$0 / 54 \quad (2)$$

$$0 / 48 \quad (1)$$

۳۰. تاسی را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا عدد زوج بیاید. اگر  $X$  تعداد پرتاب‌های لازم باشد،  $P(X \leq 3)$  کدام است؟

$$\frac{15}{16} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

۳۱. ۳ تاس سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی  $X$  برابر بزرگترین عدد رو شده باشد،  $P(X = 5)$  کدام است؟

$$\frac{61}{216} \quad (4)$$

$$\frac{37}{216} \quad (3)$$

$$\frac{125}{216} \quad (2)$$

$$\frac{8}{27} \quad (1)$$

۳۲. فرض کنیم که از بین هر پنج نفر متهم، سه نفر آن‌ها واقعاً مجرم باشند. اگر با دستگاه دروغ‌سنجدی که احتمال خطای آن  $\frac{1}{3}$  است یکی از متهمین مورد آزمایش قرار گرفته و مجرم تشخیص داده شده باشد، مطلوب است احتمال آن که واقعاً این متهم، مجرم باشد؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۳۳.تابع احتمال متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $P(X = i) = \frac{\binom{9}{2i-1}}{A}$  تعریف می‌گردد.  $P(X \leq 3)$  کدام است؟

$$\frac{91}{128} \quad (4)$$

$$\frac{219}{256} \quad (3)$$

$$\frac{251}{256} \quad (2)$$

$$\frac{103}{128} \quad (1)$$

۳۴. در ظرف A پنج مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در ظرف B چهار مهره سفید و هفت مهره سیاه داریم. از یک ظرف به تصادف دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ آن‌ها متفاوت است؟

$$\frac{29}{55} \quad (4)$$

$$\frac{28}{55} \quad (3)$$

$$\frac{27}{55} \quad (2)$$

$$\frac{6}{11} \quad (1)$$

۳۵. در جعبه‌ای ۲ مهره زرد و ۴ مهره نارنجی وجود دارد، هر بار مهره‌ای را انتخاب می‌کنیم و پس از یادداشت رنگش مهره را به جعبه بر می‌گردانیم، اگر  $X$  تعداد آزمایش‌های لازم برای مشاهده اولین مهره زرد باشد،  $P(X \geq 3)$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

فیزیک پیش‌دانشگاهی:

آشنایی با فیزیک حالت جامد

و ساختار هسته

صفحه‌های ۲۶۷ تا ۲۲۱

۳۶. پیش‌ولت ... سبب ... میدان الکتریکی در ناحیه پیوندگاه دیود می‌شود و همچنین جریان الکتریکی از دیود عبور ...

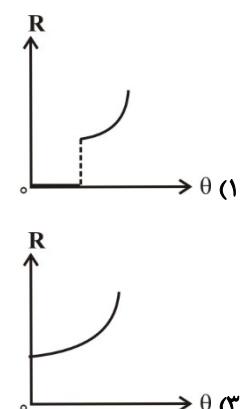
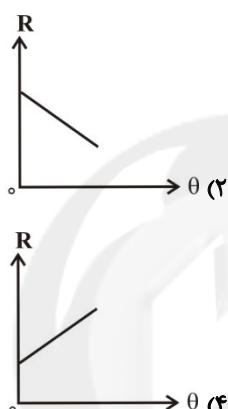
(۱) مخالف- تقویت- می‌کند.

(۲) موافق- تضعیف- می‌کند.

(۳) موافق- تقویت- می‌کند.

۳۷. کدامیک از نمودارهای زیر، می‌تواند نمودار مقاومت الکتریکی بر حسب دمای یک نیمرسانای ذاتی را به طور تقریبی به درستی

نشان دهد؟



۳۸. کدام مطلب در مورد «دیود» درست است؟

(۱) در پیش‌ولت موافق مثل یک مقاومت اهمی عمل می‌کند.

(۲) جریان مستقیم را تبدیل به جریان متناوب سینوسی می‌کند.

(۳) در پیش‌ولت مخالف، تقریباً مثل یک عایق الکتریکی عمل می‌کند.

(۴) جریان ضعیف سینوسی را تبدیل به جریان قابل ملاحظه‌ی مستقیم می‌کند.

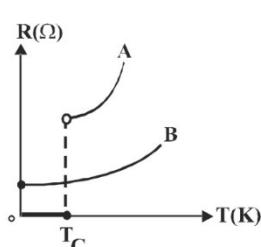
۳۹. مقاومت ویژه باقی‌مانده، مقاومت ویژه الکتریکی یک رسانای فلزی در دمای ... می‌باشد، که ناشی از ... جسم رسانا می‌باشد.

(۱) صفر مطلق - وجود ناخالصی در ساختار

(۲) نقطه ذوب - وجود ناکاملی در ساختار

(۳) صفر مطلق - وجود ناخالصی در ساختار

۴۰. منحنی شکل زیر، مقاومت الکتریکی دو فلز A و B را بر حسب دمای مطلق آن‌ها نشان می‌دهد. با توجه به نمودار، کدام گزینه زیر درست است؟



(۱) هر دو فلز A و B در دمایی کمتر از دمای بحرانی (Tc) ابر رسانا می‌شوند.

(۲) هر دو فلز A و B در دمایی کمتر از دمای بحرانی (Tc) رسانای عادی هستند.

(۳) فلز A در دمایی کمتر از دمای بحرانی (Tc) ابر رسانا و فلز B در آن دما رسانا است.

(۴) فلز B در دمایی کمتر از دمای بحرانی (Tc) ابر رسانا و فلز A در آن دما رسانا است.



۴۱. اگر  $Z$  عدد اتمی،  $N$  عدد نوترونی و  $A$  عدد جرمی باشد، برای ایزوتوپ‌های پایداری که در آن‌ها  $A > 50$  است، با افزایش  $A$ ،

$$\text{نسبت} = \frac{N}{Z}$$

(۲) افزایش می‌یابد.

(۴) گاهی افزایش و گاهی کاهش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد.

۴۲. کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

(۱) اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته اتم‌های سیک در حدود کیلوالکترون ولت است.

(۲) اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته اتم‌های سنگین در حدود میلیون الکترون ولت است.

(۳) نوکلئون‌های وابسته به هسته، هر انرژی دلخواهی را می‌توانند داشته باشند.

(۴) نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب مقدار مشخص انرژی به ترازهای بالاتر رفته و هسته را برانگیخته سازند.

۴۳. در یکی از پدیده‌های فیزیکی، هر پوزیترون ساکن در محیط با یک الکترون ساکن از محیط ترکیب شده و سپس مجموعه جرم

آن‌ها به دو فوتون هم‌انرژی تبدیل می‌شوند. انرژی هر فوتون چند کیلو الکترون ولت است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

$$\text{جرم الکترون} = 1 / 62 \times 10^{-19} \text{C} \quad \text{و} \quad c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۴۰۰۰

(۳) ۵۰۰۰

(۴) ۲۰۰۰

۴۴. برای تولید یک مگاوات ساعت انرژی، چند میلی‌گرم ماده باید به انرژی تبدیل شود؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۰۰۴

(۳) ۴

(۴) ۰/۰۴

(۳)

(۴)

(۱)

(۲)

(۳) یک نوترون از هسته خارج می‌شود.

(۴) یک پروتون از هسته خارج می‌شود.

(۱) عدد اتمی هسته مادر، یک واحد بیشتر از عدد اتمی هسته دختر است.

(۲) یک نوترون به پروتون تبدیل می‌شود.

۴۶. اگر یک هسته پرتوزا، سه ذره آلفا و دو ذره بتای منفی تابش کند، به ترتیب از راست به چپ، عدد اتمی آن ... واحد ... و عدد

جرمی آن ... واحد ... می‌یابد.

(۱) ۴، افزایش، ۱۲، کاهش

(۲) ۶، کاهش، ۸، افزایش

(۳) ۴، کاهش، ۱۲، افزایش

(۴) ۶، افزایش، ۱۲، کاهش



۴۷. در هسته‌های یک عنصر، جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌ی هسته آن،  $2.2 \times 10^{-27}$  کیلوگرم می‌باشد. انرژی بستگی هسته‌ی این عنصر چند ژول است؟

$$\text{جرم اتمی (u)} = \frac{m}{s} = 3 \times 10^8 \text{ کیلوگرم}$$

۱)  $1.494 \times 10^{-10}$

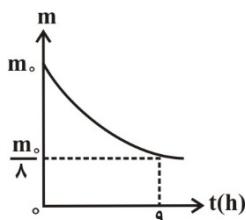
۲)  $2.988 \times 10^{-13}$

۳)  $1.8 \times 10^{-14}$

۴)  $7.47 \times 10^{-8}$

۴۸. نمودار جرم فعال باقی مانده یک ماده پرتوزا بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است. پس از گذشت چند ساعت از ابتدای

پرتوزا، ۹۶٪ درصد از این ماده واپاشی می‌شود؟



۱) ۳

۲) ۱۲

۳) ۹

۴) ۱۵

۴۹. اگر در مدت ۴ نیمه‌عمر، ۱۵۰ گرم از یک ماده پرتوزا واپاشی شود، چند نیمه‌عمر دیگر باید بگذرد تا تنها ۵ گرم از آن باقی

بماند؟

## سایت Konkur.in

۱) ۴

۲) ۳

۵۰. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در رابطه با یک راکتور هسته‌ای نادرست است؟

۱) نوترон در برخورد با گرافیت، بخش قابل ملاحظه‌ای از انرژی اولیه خود را از دست می‌دهد.

۲) از میله‌های کنترل برای تنظیم آهنگ واکنش استفاده می‌شود.

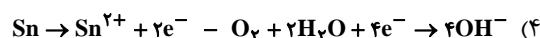
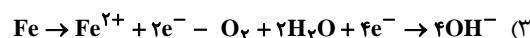
۳) آبی که سوخت هسته‌ای را احاطه کرده است، تحت فشار زیاد برای خارج ساختن گرما استفاده می‌شود.

۴) آبی که بر اثر واکنش شکافت هسته‌ای گرم شده است، مستقیماً با ایجاد بخار، ژنراتور الکتریسیته را به کار می‌اندازد.



شیمی پیش‌دانشگاهی: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۹

۵۱- در صورت به وجود آمدن خراشی در سطح حلبی نیم‌واکنش ... در کاتد و نیم‌واکنش ... در آند انجام می‌شود.



۵۲- کدام عبارت در مورد سلول دانز نادرست است؟

(۱) نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در این سلول غیر خودبه خودی است.

(۲) افزودن کلسیم کلرید، دمای ذوب  $\text{NaCl}$  را کاهش می‌دهد.

(۳) یک سلول الکتروولتی برای تولید سدیم است.

(۴) علاوه بر تولید فلز سدیم در آند، گاز کلر نیز در کاتد تولید می‌شود.

۵۳- در فرایند هال جنس کدام است و با توجه به واکنش کلی، به ازای تولید ۲۱۶ کیلوگرم آلومینیم چند کیلوگرم آند مصرف می‌شود؟ ( $C = 12, Fe = 56, Al = 27 : g.mol^{-1}$ )

(۱) گرافیت-۱۴۴      (۲) آهن-۱۴۴      (۳) گرافیت-۷۲      (۴) آهن-۷۲

۵۴- کدام عبارت در خصوص آبکاری قاشق آهنی با روکشی از نقره درست است؟

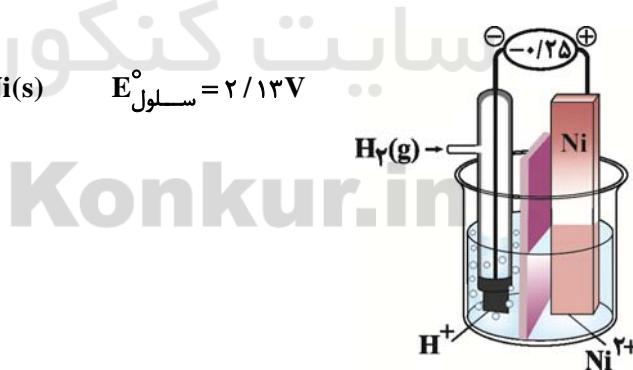
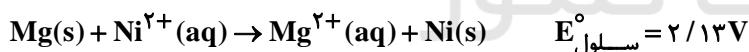
(۱) قاشق به آند وصل می‌شود.

(۲) این واکنش یک سلول گالوانی محسوب می‌شود.

(۳) درون ظرف محلولی از نمک آهن وجود دارد.

(۴) قاشق آهنی، به قطب منفی سلول متصل می‌شود.

۵۵- با توجه به سلول الکتروشیمیایی استاندارد نشان داده شده و واکنش زیر، پتانسیل کاهشی الکترود استاندارد منیزیم چند ولت است؟



(۱) ۱/۸۸

(۲) -۲/۳۸

(۳) ۲/۳۸

(۴) -۱/۸۸

۵۶- اگر در یک سلول گالوانی شامل نیم‌سلول A و نیم‌سلول B باستن قطب منفی ولتسنجی به الکترود نیم‌سلول B و قطب مثبت آن به الکترود نیم‌سلول A، علامت منفی روی صفحه نمایشگر نشان داده شود، آن‌گاه: (A و B فلز هستند).

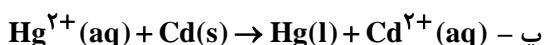
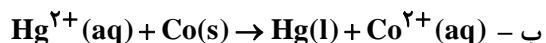
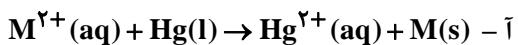
(۱) واکنش  $B(s) + ne^- \rightarrow B^{n+}(\text{aq}) + n\text{e}^-$  در این سلول به طور خودبه خودی انجام می‌شود.(۲)  $B^{n+}(\text{aq})$  کاهنده‌تر از  $A^{m+}(\text{aq})$  است.

(۳) کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول B مهاجرت می‌کنند.

(۴) قطعاً  $E^\circ(A^{m+}/A) < E^\circ(B^{n+}/B)$  و  $E^\circ(A^{m+}/A) < E^\circ(\text{SHE})$  خواهد بود.



و نیز این که  $M^{2+}$  می‌تواند باعث اکسایش فلزات  $Co$  و  $Cd$  شود و با  $Hg$  واکنش نمی‌دهد؛ چند واکنش زیر در جهت برگشت خودبه‌خودی است؟



(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۵۷- کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) در سلول الکتروشیمیایی دیواره متخلخل از مخلوطشدن دو الکترولیت همواره جلوگیری می‌کند.

۲) در سلول گالوانی، در مدار بیرونی، از سمت الکترود دارای  $E^\circ$  بیشتر به الکترود دیگر، الکترون جریان می‌یابد.

۳) واکنش‌های اکسایش یا کاهش در سلول الکتروشیمیایی در سطح الکترود روی می‌دهد.

۴) هنگامی که یک رسانای الکترونی در تماس با یک رسانای یونی قرار گیرد، مجموعه حاصل سلول نامیده می‌شود.

۵۹- فرض می‌کنیم در سلول گالوانی ( $Zn - H_2$ ) الکترولیت نیم‌سلول کاتدی شامل ۵ لیتر هیدروکلریک اسید یک مولار باشد.

پس از گذشت  $t$  ثانیه از شروع کارکرد این سلول،  $0.22 \times 10^{-3} / 6$  الکترون در طول انجام واکنش در آن مبادله می‌شود. در

این مدت زمان چه مقدار بر جرم الکترود کاتدی افزوده می‌شود و غلظت الکترولیت کاتدی به چند مولار می‌رسد؟

(۱)  $0.8M - 2g / 0$   
 (۲) ثابت می‌ماند -

(۳)  $0.4M - 2g / 0$   
 (۴) ثابت می‌ماند -

۶۰- چند مورد از مطالبات زیر در مورد سلول‌های الکترولیتی درست است؟

آ - تغییرات انرژی آزاد گیبس ( $\Delta G$ ) در این سلول‌ها عددی منفی است.

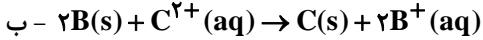
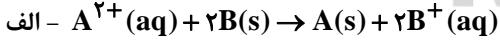
ب - در سلول‌های الکترولیتی برخلاف سلول‌های گالوانی، کاتیون به سمت کاتد و آنیون به سمت آند حرکت می‌کند.

پ - در این سلول‌ها الکترود متصل به قطب مثبت منبع جریان مستقیم، نقش کاتد را دارد.

ت - در سلول‌های الکترولیتی و گالوانی در آند فرایند اکسایش و در کاتد فرایند کاهش رخ می‌دهد.

(۱)  $0.4 / 4$   
 (۲)  $0.3 / 3$   
 (۳)  $0.2 / 2$   
 (۴)  $0.1 / 1$

۶۱- سلول  $E^\circ$  برای واکنش‌های «الف» و «ب» به ترتیب مثبت و منفی می‌باشد. کدام نتیجه‌گیری در مورد آن‌ها صحیح است؟



(۱) مقایسه پتانسیل الکترودی استاندارد کاهشی برای این یون‌ها، به صورت  $C^{2+} < B^+ < A^{2+}$  است.

(۲) قدرت کاهنده‌گی فلز  $C < B < A$  است.

(۳) واکنش  $A(s) + C^{2+}(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + C(s)$  در شرایط استاندارد خودبه‌خودی است.

(۴) محلول نمک‌های فلز  $A$  را می‌توان در ظرف ساخته شده از فلز  $B$  نگهداری کرد.

۶۲- در یک سلول سوختی  $110$  گرم متان به نیم‌سلول آندی و  $400$  گرم اکسیژن به نیم‌سلول کاتدی وارد می‌شود. اگر  $20\%$  از متان ورودی از نیم‌سلول آندی خارج شود، چند درصد از گاز اکسیژن ورودی، می‌تواند بدون انجام واکنش، از نیم‌سلول کاتدی

$$\text{خارج شود؟ } (O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)



## «۴» - ۵ گزینه

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \Rightarrow e^x - e^{-x} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

مجاذب قائم  $x = 0$ 

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x} = 1 \quad \text{مجاذب افقی } y = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{-e^{-x}} = -1 \quad \text{مجاذب افقی } y = -1$$

پس گزینه «۲» صحیح است.

## «۴» - ۶ گزینه

$$\text{در تابع } f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - x + 1}, \text{ مخرج کسر همواره مثبت است پس نمودار تابع}$$

فاقد مجاذب قائم است در نتیجه گزینه (۱) نادرست است از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{مجاذب افقی}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x^2 - x + 1) - (2x-1)(x^2 + x)}{(x^2 - x + 1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{2}} \quad \text{بنابراین گزینه (۴) می‌تواند صحیح باشد.}$$

## «۴» - ۷ گزینه

$$\text{داریم } y = -x + \frac{1}{x^2} \quad \text{پس خط } y = -x \text{ مجازب مایل تابع است پس}$$

گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند. از طرفی تابع یک ریشه مثبت دارد.

پس گزینه ۲ نیز نادرست است.

## دیفرانسیل

## «۳» - ۱ گزینه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \left( 2 + \frac{i}{n} \right) \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n 2 + \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( 2n + \frac{n(n+1)}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 + \frac{n+1}{n} \right) = 2 + 1 = 3$$

## «۴» - ۲ گزینه

$$A = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n+5)-(4n+1)}{(4n+1)(4n+5)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{4n+1} - \frac{1}{4n+5} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{قاعده داغام}} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{25} \right) = \frac{2}{25}$$

## «۴» - ۳ گزینه

با تفکیک کسر داریم:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{17(-1)^n + 7 \times 2^{n+1}}{4^{2n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{17(-1)^n}{4^{2n+1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \times 2^{n+1}}{4^{2n+1}}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{17}{4} \left( -\frac{1}{16} \right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \times 2}{4} \left( \frac{1}{16} \right)^n$$

مجموع بالا، مجموع دنباله هندسی نامحدود است.

$$\text{در یک دنباله } a_1 = \frac{7}{16} \text{ و } q = \frac{1}{16} \text{ داریم: } a_n = -\frac{17}{64}, q = -\frac{1}{16}$$

$$S = \frac{-\frac{17}{64}}{1 - (-\frac{1}{16})} + \frac{\frac{7}{16}}{1 - \frac{1}{16}} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

## «۱» - ۴ گزینه

در نمودار  $f(x) \neq 0$  است پس گزینه (۴) نمی‌تواند صحیح باشد. نمودار در

$$y = \frac{1}{1+x^2} \text{ مشتق ناپذیر است پس گزینه (۲) حذف می‌شود. (۱) روی}$$

 $R$  مشتق‌پذیر است). همچنین تابع گزینه (۳) در  $x = -1$  مشتق‌ناپذیر است

که با توجه به نمودار این گزینه نیز نمی‌تواند صحیح باشد. پس گزینه (۱)

صحیح است.



$$\Rightarrow y = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & ; \quad x > 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x} \\ \sqrt[3]{x} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع  $y = \sqrt[3]{x}$  به صورت فوق است.

#### «۱۱» گزینه

اولاً تابع مجانب قائم  $x = 0$  را دارد، لذا  $x = 0$  ریشه مخرج است و از آنجا

$b = 0$  خواهد بود، بنابراین ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{x^2 + ax - 3}{x^3}$$

از طرفی با توجه به نمودار، تابع نسبت به مبدأ مختصات متقارن است، پس تابعی

فرد است، مخرج کسر تابعی فرد است، باید صورت تابعی زوج باشد و اینجا

زمانی ممکن است که ضریب  $x$ ، یعنی  $a = 0$  باشد، لذا:

$$(a, b) = (0, 0)$$

#### «۱۲» گزینه

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{\gamma^k + a}{\gamma^k} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\gamma}\right)^k + a \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\gamma}\right)^k$$

$$= \left(\frac{1}{\gamma} + \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{\gamma}\right)^n + a\left(\frac{1}{\gamma} + \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{\gamma}\right)^n\right)\right)$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \left(\frac{\frac{1}{\gamma}}{1 - \frac{1}{\gamma}}\right) + a\left(\frac{\frac{1}{\gamma}}{1 - \frac{1}{\gamma}}\right) = 1 + \frac{a}{\gamma} = 2 \Rightarrow a = \gamma$$

#### «۱۳» گزینه

$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \text{تابع در بازه داده شده نزولی است.}$$

$$\Delta x = \frac{m - \gamma}{90}$$

$$U_n(f) - L_n(f) = (f(\gamma) - f(m))\Delta x = \left(\gamma - \frac{m}{m-1}\right)\left(\frac{m-\gamma}{90}\right) = \frac{1}{90}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m-\gamma}{m-1}\right)\left(\frac{m-\gamma}{9}\right) = \frac{1}{9} \Rightarrow 4m^2 - 25m + 25 = 0$$

$$(4m-5)(m-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 > \gamma \\ m = 1/25 < \gamma \end{cases}$$

#### «۱۴» گزینه

برای رسم این تابع کافی است علامت مشتق اول را تعیین کنیم و با محاسبه حد تابع در  $\pm\infty$  مجانب‌های آن را بدست آوریم.

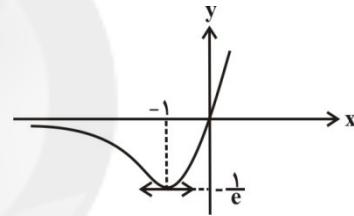
$$y' = e^x + xe^x = e^x(1+x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	-	0	+
y	$\circ$	$-\frac{1}{e}$	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = +\infty \times e^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = -\infty \times 0 \xrightarrow{\text{رسد مخرج از صورت}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{+x}} \xrightarrow{\text{بیشتر است.}} \frac{x}{e^{+x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$$



#### «۱۵» گزینه

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + x^2 + x + a}{x^5} = 2 \Rightarrow 2x^5 + x^2 + x + a = 2x^5$$

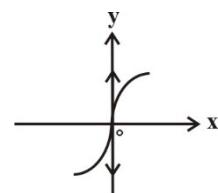
است. با توجه به نمودار، تابع بر خط  $y = 2$  مماس است. پس معادله تقاطع دارای ریشه مضاعف است.

$$\begin{aligned} \frac{2x^5 + x^2 + x + a}{x^5} = 2 &\Rightarrow 2x^5 + x^2 + x + a = 2x^5 \\ &\Rightarrow x^2 + x + a = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 1 - 4a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

#### «۱۶» گزینه

$$y = \sqrt[3]{|x|} \operatorname{sgn} x = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & ; \quad x > 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \\ -\sqrt[3]{-x} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$





## «۲- گزینه»

چون دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است، از طرفی دو صفحه  $-2x - 2y - 4z = -8$  و  $x + y + 2z = 4$  بر هم منطبقند، پس دستگاه بی شمار جواب دارد.

## «۴- گزینه»

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$2 - b_2 + 6 = 5 \Rightarrow b_2 = 3$$

$$x_1 = 1 - 6 + 2 = -3$$

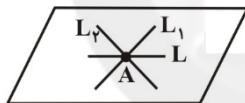
$$x_3 = -2 + 3 + 2 = 3$$

$$x_1 + x_3 = 0$$

## «۹- گزینه»

این دستگاه بیانگر اوضاع نسبی ۳ خط در دستگاه دو بعدی می باشد که باید محل برخورد دو تای آنها را به دست آورده و در معادلات سومی قرار دهیم، پس:

$$\begin{cases} x - z = -1 \\ 2x - z = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1, z = 2$$



$$A \left| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right. \in \left| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right. \text{معادله دوم} \Rightarrow 2(1) + (2) = m^2 - 2m + 5$$

$$\Rightarrow (m - 1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

## «۱- گزینه»

$$\text{اگر } A \text{ ماتریس ضرایب، } B \text{ ماتریس مقادیر ثابت و } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ ماتریس}$$

مجھول‌های یک دستگاه معادلات خطی باشد، خلاصه شده فرم ماتریسی این دستگاه به صورت معادله ماتریسی  $AX = B$  است. برای حل آن، طرفین را از

سمت چپ در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم:

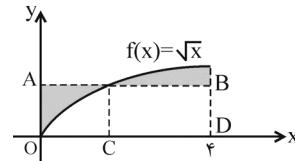
$$X = A^{-1}B, A^{-1} = \frac{1}{|A|}A^*$$

$$|A^*| = |A|^{n-1} \Rightarrow 9 = |A|^2 \Rightarrow |A| = 3 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 5 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

## «۱۴- گزینه»

برای آنکه مساحت‌های هاشورزده در شکل زیر برابر باشند، کافی است مساحت مستطیل OABD با مساحت زیر نمودار برابر باشد.



$$S_{OABD} = f(C) \times 4 = 4\sqrt{C}$$

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{C} = \frac{16}{3} \Rightarrow C = \frac{16}{9}$$

## «۱۵- گزینه»

می‌دانیم اگر  $f(x) = \int_0^x g(t) dt$  باشد، آنگاه با استفاده از قاعدة زنجیری داریم:

$$f'(x) = g'(x) \times h(g(x))$$

خواهیم داشت:

$$F'(x) = \cos x \times \frac{1}{1 - \sin^2 x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x}$$

$$\Rightarrow F''(x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow F''\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

هندسه تحلیلی

## «۱۶- گزینه»

$$|A| \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -m \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0$$

با استفاده از قاعدة ساروس داریم:

$$(-4 - m + 3) - (6 - 1 - 2m) \neq 0$$

$$\Rightarrow m - 6 \neq 0 \Rightarrow m \neq 6$$



## «گزینه ۲۴»

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{array} \right] \xrightarrow[\text{سطر سوم جمع می کنیم}]{\text{سطر دوم را با } \frac{5}{3}} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \Rightarrow x_1 = 4 \\ -3x_2 - 6x_3 = -12 \Rightarrow x_2 = -2 \\ -x_3 = -3 \Rightarrow x_3 = 3 \end{cases}$$

## «گزینه ۳۵»

فصل مشترک دو به دوی این صفحات، سه خط دو به دو موازی است. چون دستگاه جواب ندارد پس دترمینان ضرایب صفر است بدون آن که هیچ معادله‌ای مضربی از دیگری باشد زیرا در آن صورت دو صفحه منطبق می‌شوند. با کمی دقت متوجه می‌شود که گزینه‌های ۲ و ۴ یکسان هستند.

ریاضیات گستته

## «گزینه ۲۶»

ممکن است لامپ انتخابی از جعبه سوم، از بین لامپ‌های معیوب جعبه اول باشد یا از بین لامپ‌های معیوب جعبه دوم، پس با کمک فرمول احتمال کل خواهیم داشت:

$$P = \frac{9}{15} \times \frac{5}{20} + \frac{6}{15} \times \frac{3}{15} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{2}{25} = \frac{15+8}{100} = \frac{23}{100}$$

## «گزینه ۲۷»

پیشامد تصادفی مورد نظر شامل ۲ حالت است: یکی خروج ۲ مهره آبی و یک مهره سفید و در نتیجه خروج ۳ مهره قرمز و دیگری خروج ۴ مهره آبی و دو مهره سفید. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \binom{2}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{48+1}{210} = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$$

## «گزینه ۱۲»

با توجه به فرض مسئله نتیجه می‌شود که دترمینان ماتریس ضرایب باید برابر صفر باشد.

$$\left| \begin{array}{ccc|c} a & -2 & 1 \\ 2 & 1 & a \\ 2 & 4 & 3 \end{array} \right| = 0 \Rightarrow (3a - 4a + a) - (2 - 12 + 4a^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4a^2 - a + 18 = 0 \Rightarrow a = 2, -\frac{9}{4}$$

## «گزینه ۲۲»

چون هر سه صفحه بر یک خط می‌گذرند پس دترمینان ضرایب مجھولات برابر صفر است. داریم:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 \\ 1 & b & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{array} \right| = 0 \Rightarrow b = 0$$

و یک نقطه مشترک سه صفحه، به صورت  $(-1, 0, 1)$  است، پس

## «گزینه ۲۳»

می‌دانیم که اگر ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی  $3 \times 3$  مانند  $A$ ،

دترمینان ناصرف داشته باشد، آنگاه مقدار  $Z$  به صورت  $Z = \frac{|A_3|}{|A|}$  به دست

می‌آید که در آن  $A_3$  ماتریسی است که از جایگزینی مقادیر ثابت سمت راست دستگاه با ستون سوم  $A$  به دست آمده است، از این رو خواهیم داشت:

$$1 = \left| \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1-a \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1-a \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & a \end{array} \right|$$

$$\xrightarrow[\text{دترمینان } 3R_1 + 2R_2 \text{ و } R_3 \text{ به اضافه می کنیم.}]{\text{}} \left| \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & 3 & 3-a \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & a-2 \end{array} \right|$$

$$-(5(3-a) - 5 \times 3) = -(5(a-2) - (3 \times -1))$$

$$\Rightarrow -5a = 5a - 11 \Rightarrow a = \frac{11}{10}$$



$$\Rightarrow P(X \leq 3) = \frac{7}{8}$$

راه دوم:  $X \leq 3$  یعنی کار به بار چهارم نمی‌رسد. پس در ۳ بار اول هر سه فرد نیست.

$$\begin{aligned} P(X \leq 3) &= 1 - P(X > 3) = 1 - P(\text{ففف}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

### «۲۸- گزینهٔ ۴»

احتمال مورد نظر تابع آن است که ابتدا کدام کیسه انتخاب شود. با انتخاب هر کیسه و برداشتن یک مهره از آن و افزودن مهره به کیسه دوم، ترکیب کیسه دوم دچار تغییر می‌شود. در صورتی که ابتدا مهره سبز از کیسه اول انتخاب شود، در کیسه دوم ۲ مهره قرمز و ۶ مهره سبز و در صورتی که ابتدا مهره سبز از کیسه دوم انتخاب شود، در کیسه اول ۳ مهره قرمز و ۳ مهره سبز وجود خواهد داشت.

داریم:

$$\begin{aligned} P &= (\text{دومی سبز و اولی سبز}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{6} \\ &= \frac{23}{40} \end{aligned}$$

### «۲۹- گزینهٔ ۴»

گیریم A پیشامد انتخاب ظرف اول، B پیشامد انتخاب ظرف دوم و C پیشامد آن باشد که گوی انتخابی آبی است. احتمال مورد نظر برابر است با  $P(A | C)$ . پس بنابر قاعدة بیز داریم:

$$P(A | C) = \frac{P(A)P(C | A)}{P(A)P(C | A) + P(B)P(C | B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{6}{9}}{\frac{1}{2} \times \frac{6}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{48}{25}}{\frac{1}{2} + \frac{16}{25}} = \frac{1}{3} \times \frac{48}{25} = \frac{16}{25} = 0.64$$

توجه کنید که احتمال انتخاب هر ظرف برابر  $\frac{1}{3}$  می‌باشد.

### «۳۰- گزینهٔ ۴»

$P(X \leq 3)$  یعنی احتمال آن که در حداکثر ۳ پرتاب به عدد زوج برسیم.

$$P(X \leq 3) = P(1) + P(2) + P(3)$$

بار سوم زوج بار دوم زوج بار اول زوج

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

$$n(S) = 6^3 = 216$$

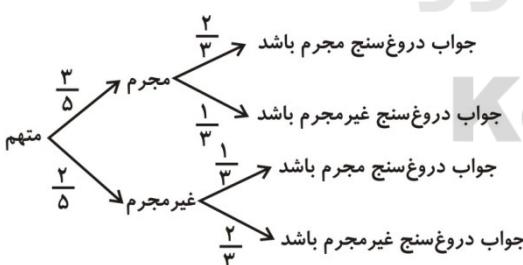
$$n(A) = (\text{کل برآمدهای فاقد } 6, 5) - (\text{کل برآمدهای فاقد } 6$$

$$= 6^3 - 4^3 = 125 - 64 = 61$$

$$P(A) = \frac{61}{216}$$

### «۳۱- گزینهٔ ۴»

از فرمول بیز و نمودار درختی برای محاسبه احتمال استفاده می‌کنیم.



اگر پیشامد X را مجرم تشخیص دادن بنامیم و پیشامدهای  $A_1$  و  $A_2$  را به

ترتیب واقعاً مجرم بودن و واقعاً مجرم نبودن در نظر بگیریم، آنگاه:

$$P(A_1 | X) = \frac{P(X | A_1)P(A_1)}{P(X | A_1)P(A_1) + P(X | A_2)P(A_2)}$$

$$= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}}{\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

فیزیک پیش‌دانشگاهی

«۳۳» - گزینه ۳

داریم:

با اعمال پیش‌ولت موافق به دو سر یک دیود، اختلاف پتانسیل دو سر ناحیه تهی

آن کاهش می‌باید و دیود جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهد، در حالی که

با اعمال پیش‌ولت مخالف به دو سر دیود، اختلاف پتانسیل دو سر ناحیه تهی آن

افزایش می‌باید و دیود جریان الکتریکی را از خود عبور نمی‌دهد.

داریم:

با افزایش دما، مقاومت ویژه نیمرسانها کاهش یافته و در نتیجه مقاومت

الکتریکی آنها نیز کاهش می‌باید.

داریم:

دیود در پیش‌ولت مخالف، جریان را از خود عبور نمی‌دهد و مانند یک عایق

الکتریکی عمل می‌کند.

داریم:

برخی از اجسام رسانا، در صفر مطلق هم دارای مقاومت الکتریکی می‌باشند که

به آن مقاومت ویژه باقی‌مانده می‌گوییم. این مقاومت ناشی از بینظمی‌هایی در

ساختار جسم جامد می‌باشد که به آن ناکاملی می‌گوییم.

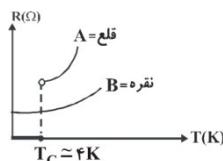
داریم:

با توجه به نمودار مقاومت الکتریکی رساناها و ابر رساناها بر حسب دمای مطلق

آنها، فلز A در دمای  $T_C$  گذار به ابر رسانایی را از خود نشان می‌دهد، اما فلز

B در دمای پایین‌تر از دمای بحرانی ( $T_C$ ) گذار به ابر رسانایی را از خود نشان

نمی‌دهد و همچنان رسانا است.



$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$$

$$= \frac{\binom{9}{1} + \binom{9}{3} + \binom{9}{5} + \binom{9}{7} + \binom{9}{9}}{A} = 1$$

$$A = \binom{9}{1} + \binom{9}{3} + \binom{9}{5} + \binom{9}{7} + \binom{9}{9}$$

$$A = \binom{9}{1} + \binom{9}{6} + \binom{9}{4} + \binom{9}{2} + \binom{9}{0}$$

$$2A = \sum_{i=0}^9 \binom{9}{i} = 2^9 \Rightarrow A = 2^4 = 256$$

$$P(X \leq 3) = 1 - P(4) - P(5) = 1 - \frac{\binom{9}{4} + \binom{9}{5}}{256}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{37}{256} = \frac{219}{256}$$

داریم:

$$\frac{1}{2} \rightarrow A \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

یک سفید و یک سیاه  
ظرف انتخابی

$$\frac{1}{2} \rightarrow B \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

یک سفید و یک سیاه

$$P = \frac{1 \times 5}{211 \times 5} + \frac{1 \times 7 \times 4}{211 \times 5} = \frac{130 + 28}{55} = \frac{29}{55}$$

داریم:

اولاً دقت کنید که  $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 2)$  پس ما باید  $P(X = 1)$  و  $P(X = 2)$  را حساب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} P(X = 1) &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ P(X = 2) &= \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{9} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(X \geq 2) = 1 - \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) = \frac{4}{9}$$



## «گزینه ۴۴»

ابتدا تعیین می کنیم یک مگاوات ساعت انرژی، معادل با چند ژول انرژی است.

$$1\text{MWh} = 1 \times 10^6 \text{W} \times 3600 \text{s} = 3.6 \times 10^9 \text{J}$$

حال با استفاده از رابطه اینشتین، مقدار جرم مورد نیاز برای این مقدار انرژی را

محاسبه می کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow 3.6 \times 10^9 = m(3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{3.6 \times 10^9}{9 \times 10^{16}} = 4 \times 10^{-8} \text{kg} \Rightarrow m = 0.04 \text{mg}$$

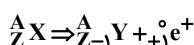
## «گزینه ۴۵»

در واپاشی  $\beta^+$ ، یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می شود. در

این حالت عدد اتمی هسته مادر، یک واحد بیشتر از عدد اتمی هسته دختر

است و از هسته یک پوزیترون (ذرهای دارای جرم برابر با جرم الکترون و بار

مخالف با آن) گسیل می شود.



## Konkur.in

## «گزینه ۴۲»

انرژی نوکلئون های واپسنه به هسته کوانتیده است و نوکلئون واپسنه به هسته

نمی تواند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند. اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون ها

در هسته های سبک در حدود میلیون الکترون ولت (MeV) و در هسته های

سنگین در حدود کیلوالکترون ولت (keV) است. مشابه الکترون های اتم،

نوکلئون ها نیز می توانند با جذب انرژی به ترازهای انرژی بالاتر رفته و هسته را

برانگیخته سازند.

## «گزینه ۴۳»

با استفاده از قانون اینشتین، داریم:

$$E = 2mc^2 \Rightarrow E = 2 \times 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 \text{J}$$

این انرژی بر حسب ژول می باشد. برای تبدیل آن به الکترون ولت، داریم:

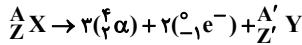
$$E' = \frac{2 \times 9 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}}{1/62 \times 10^{-19}} \Rightarrow E' = 1000 \text{keV}$$

طبق صورت سؤال، این انرژی برابر با مجموع انرژی دو فوتون هم انرژی می باشد.

بنابراین انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E = \frac{1000}{2} \Rightarrow E = 500 \text{keV}$$

بنابراین، عدد اتمی ۴ واحد کاهش و عدد جرمی ۱۲ کاهش می باید.



$$\Rightarrow \begin{cases} A = (3 \times 4) + (2 \times 0) + A' \Rightarrow A' = A - 12 \\ Z = (3 \times 2) - (2 \times 1) + Z' \Rightarrow Z' = Z - 4 \end{cases}$$



## «۴۹- گزینه ۴»

اگر  $M_0$  جرم اولیه ماده پرتوزا و  $m_1$  جرم واپاشی شده آن بعد از ۴ نیمه عمر

باشد، داریم:

$$m_1 = M_0 - \frac{M_0}{16} = \frac{15}{16}M_0 = 150\text{g}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{16}M_0 = 150 \Rightarrow M_0 = 160\text{g}$$

حالا مدت زمانی که طول می کشد تا تنها ۵ گرم از ماده پرتوزا اولیه باقی بماند

را به دست می آوریم:

$$m_2 = \frac{M_0}{t_2} \Rightarrow 5 = \frac{160}{t_2} \Rightarrow 2T = 32 \Rightarrow t_2 = 5T$$

دقت کنید در صورت سؤال گفته شده چند نیمه عمر دیگر باید بگذرد، بنابراین

چون در ابتدا ۴ نیمه عمر گذشته، بنابراین باید ۱ نیمه عمر دیگر نیز بگذرد.

## «۴۷- گزینه ۱»

با توجه به این که هر واحد جرم اتمی معادل  $10^{-27}\text{kg}$  است، اختلاف

جرم نوکلئون‌ها و هسته (بر حسب کیلوگرم) برابر است با:

$$\Delta m = 0 / 002 \times 1 / 66 \times 10^{-27} = 3 / 32 \times 10^{-30}\text{kg}$$

با توجه به رابطه همارزی جرم و انرژی (اینشتین) می‌توان انرژی بستگی را برابر

حسب ژول محاسبه کرد.

$$B = \Delta mc^2 = 3 / 32 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow B = 2 / 988 \times 10^{-13}\text{J}$$

## «۴۸- گزینه ۴»

ابتدا با استفاده از نمودار، نیمه عمر ماده پرتوزا را محاسبه می‌کنیم. داریم:

## «۵- گزینه ۴»

$$m = \frac{m_0}{t} \Rightarrow \frac{m_0}{t} = \frac{m_0}{\frac{t}{2T}} \Rightarrow 2T = 3 \quad \frac{t=9h}{T=3h}$$

در یک راکتور هسته‌ای، آبی که سوخت هسته‌ای را احاطه کرده است، بر اثر

واکنش شکافت هسته‌ای گرم شده و به دستگاهی با فشار آب کمتر منتقل

می‌شود که با تولید بخار، توربین و ژنراتور الکتریستی را به کار می‌اندازد. از این

رو، از دو دستگاه آب به طور جداگانه استفاده می‌شود تا مواد پرتوزا وارد توربین

نشوند.

آن باقی می‌ماند. بنابراین داریم:

$$m' = \frac{m_0}{t'} \Rightarrow \frac{3 / 125}{100} m_0 = \frac{m_0}{t'} \Rightarrow 2 \frac{t'}{T} = 32 \Rightarrow 2 \frac{t'}{T} = 15$$

$$\frac{T=3h}{t'=3 \times 5 = 15h}$$



## «۵۵- گزینه ۲»

در سلول گالوانی قطب مثبت ولتسنج باید به کاتد و قطب منفی ولتسنج به آند متصل باشد.

اگر علامت اختلاف پتانسیل منفی باشد، جای آند و کاتد عوض می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{SHE} \\ \text{Ni} \end{array} \right. \Rightarrow E^\circ = ۰/۲۵ \quad \text{آند} - E^\circ = ۰/۲۵ \quad \text{کاتد}$$

$$\Rightarrow ۰ - E^\circ = ۰/۲۵ \Rightarrow E^\circ = ۰/۲۵ \quad \text{آند}$$

در واکنش مشاهده می‌شود که منیزیم، اکسایش (آند) و نیکل، کاهش (کاتد) می‌یابد. بنابراین:

$$E^\circ = ۰/۱۳ \Rightarrow -۰/۲۵ - E^\circ = ۰/۱۳ \quad \text{آند} - \text{کاتد}$$

$$E^\circ = -۰/۳۸ \text{ V}$$

## «۵۶- گزینه ۳»

از آنجایی که ولتسنج عددی منفی را نشان می‌دهد، قطبهای ناهمنام

سلول الکتروشیمیایی و ولتسنج به هم متصل شده‌اند. بنابراین نیم‌سلول

**B** قطب مثبت (کاتد) و نیم‌سلول **A** قطب منفی (آند) است.

نیم‌واکنش اکسایش در آند به صورت  $A(s) \rightarrow A^{m+}(aq) + me^-$  است.

برای خنثی‌شدن بار مثبت الکتروولیت آندی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول **B** مهاجرت می‌کنند.

## «۵۷- گزینه ۱»

با توجه به  $E^\circ$ ‌های داده شده، ابتدا جدول  $E^\circ$  را می‌نویسیم: (۰ کمتر

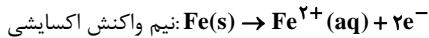
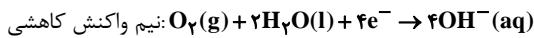
را بالا و  $E^\circ$  بیشتر را پایین می‌نویسیم).

اکسیده نیم‌سلول پایین‌تر با کاهنده نیم‌سلول بالاتر در جهت رفت واکنش خودبه‌خودی انجام می‌دهد. با توجه به این توضیح تنها واکنش الف در جهت رفت غیر‌خودبه‌خودی است. به عبارت دیگر این واکنش از راست به چپ خودبه‌خودی است.

## شیمی پیش‌دانشگاهی

## «۵۱- گزینه ۳»

پس از ایجاد خراش در حلبی نیم واکنش‌های زیر در کاتد و آند شکل می‌گیرند:



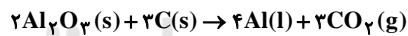
تذکر: در صورت ایجاد خراش در سطح حلبی، فلز قلع (Sn) کاتد به حساب می‌آید، اما به هیچ وجه کاهش نمی‌یابد و تنها در نقش رسانای الکترونی، الکترون‌ها را در اختیار مولکول‌های اکسیژن می‌گذارد تا آن‌ها کاهش یابند.

## «۵۲- گزینه ۴»

نیم واکنش‌های سلول دائز به صورت زیر است:



## «۵۳- گزینه ۳»



در فرایند هال همراه با تولید آلومینیم، آند گرافیتی مصرف می‌شود.

$$\begin{aligned} ?kgC &= ۲۱۶kgAl \times \frac{۱۰۰۰gAl}{1kgAl} \times \frac{1molAl}{۲۷gAl} \times \frac{3molC}{4molAl} \\ &\times \frac{12gC}{1molC} \times \frac{1kgC}{1000gC} = ۷۲ \end{aligned}$$

## «۵۴- گزینه ۴»

عبارت‌های درست در خصوص آبکاری قاشق آهنی با روکشی از نقره، به شرح

زیر است:

بررسی گزینه‌ی «۱»: قاشق به کاتد (قطب منفی) متصل می‌شود.

بررسی گزینه‌ی «۲»: این واکنش یک سلول الکتروولیتی محسوب می‌شود.

بررسی گزینه‌ی «۳»: درون ظرف محلولی از نمک نقره وجود دارد.

بررسی گزینه‌ی «۴»: قاشق آهنی، به قطب منفی (کاتد) سلول متصل می‌شود.



بنابراین به مقدار یک مول  $H^+(aq)$  از مجموع تعداد مول‌های  $(H^+(aq))$  اولیه که در الکترولیت نیم‌سولول کاتدی وجود داشته است، مصرف شده است.

$$\frac{\text{تعداد مول‌های اولیه حل شونده}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر}} = \frac{(H^+(aq))}{\text{مولارتیه}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{\text{تعداد مول‌های اولیه حل شونده}}{5L}$$

$$\Rightarrow H^+(aq) = \text{تعداد مول‌های اولیه} = 5\text{mol}$$

$$(H^+(aq)) = 5 - 1 = 4\text{mol}$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{4\text{mol}H^+(aq)}{5L} = 0.8M$$

#### ۶۰- گزینه «۱»

فقط عبارت (ت) درست است. در زیر به بررسی تمام عبارت‌ها می‌پردازیم:  
 عبارت (آ): در سولول‌های الکترولیتی با انجام یک واکنش غیرخودبه‌خودی ( $\Delta G > 0$ ) انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.  
 عبارت (ب): در هر دو سولول الکترولیتی و گالوانی، جهت حرکت کاتیون‌ها به‌سمت کاتد و جهت حرکت آنیون‌ها به‌سمت آند است.

عبارت (پ): در سولول‌های الکترولیتی، الکترود متصل به قطب مثبت منبع جریان مستقیم، نقش آند را دارد.

توجه: در سولول‌های الکترولیتی، آند قطب مثبت سولول است. (برخلاف سولول‌های گالوانی)  
 عبارت (ت): در هر دو سولول الکترولیتی و گالوانی، آند محل اکسایش و کاتد محل کاهش است.

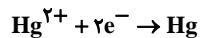
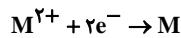
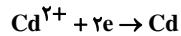
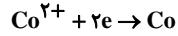
#### ۶۱- گزینه «۱»

يعني واکنش «الف» خودبه‌خودی و واکنش «ب» غیرخودبه‌خودی است.

يعني  $B^{2+}$  می‌تواند یون‌های  $A^{2+}$  را کاهش بدهد ولی نمی‌تواند یون‌های

$C^{2+}$  را بکاهد. پس:  $C > B > A$

$E^\circ$ : اکسیدگی و  $C^{2+} < B^{2+} < A^{2+}$



#### «۳- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

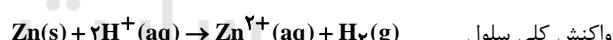
گزینه «۱»: دیواره متخلخل از مخلوط شدن سریع و مستقیم دو الکترولیت جلوگیری می‌کند.

گزینه «۲»: در سولول گالوانی، در مدار بیرونی، جریان الکترون از سمت الکترود

دارای  $E^\circ$  کمتر به الکترود دارای  $E^\circ$  بیشتر ایجاد می‌شود.

گزینه «۴»: هنگامی که یک رسانای الکترونی (الکترود) در تماس با یک رسانای یونی (الکترولیت) قرار گیرد، مجموعه حاصل نیم‌سولول نامیده می‌شود.

#### «۴- گزینه «۲»



اگر یک سولول گالوانی شامل SHE باشد جرم تیغه پلاتینی در آن هیچ تغییری نمی‌کند و در این واکنش که SHE الکترود کاتد را تشکیل می‌دهد، جرم الکترود کاتدی ثابت می‌ماند. برای محاسبه تعداد مول‌های

مصرفی  $H^+(aq)$  در نیم‌سولول کاتدی به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{?molH^+(aq)}{6/0.22 \times 10^{23} e^-} = \frac{1mol e^-}{6/0.22 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{1molH^+(aq)}{1mol e^-} = 1molH^+(aq)$$



پس A نمی‌تواند بونهای  $C^{2+}$  را کاهش داده و از محلول آن خارج کند

یعنی واکنش  $A(s) + C^{2+}(aq) \rightarrow$  .... غیرخودبهخودی است.

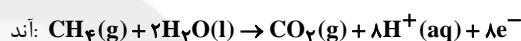
چون B کاهنده‌تر از A است، پس فلز ظرف B با محلول نمک‌های فلز

واکنش می‌دهد، پس نمی‌توان محلول نمک‌های فلز A را در ظرفی از

جنس فلز B نگهداری کرد.

### «۳- گزینه ۶۲»

واکنش‌های انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



%۲۰ متان از آند خارج شده، پس %۸۰ آن وارد واکنش می‌شود.

$$\text{مصرفی} = \frac{11.0 \text{ g } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{100} \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 35.2 \text{ g } O_2$$

$$\text{خروجی} = \frac{40.0 - 35.2}{40.0} = 12\%$$

سابت کنکور  
Konkur.in



سایت کنکور

**Konkur.in**