



آزمون غیر حضوری

دوازدهم ریاضی

(۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۸)

(مباحث ۲۷ اردیبهشت ۹۸)

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی حمید زرین کفش	علیرضا صابری سید عادل حسینی	علیرضا صابری سید عادل حسینی	حمید زرین کفش	متین هوشیار
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	متین هوشیار

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفتر چه آزمون غیر حضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفتر چه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

مشتق، کاربردهای مشتق
صفحه‌های ۷۱ تا ۱۴۴

۱- اگر فاصله افقی ۲ نقطه با شیب صفر روی نمودار تابع $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax$ برابر $\frac{2}{3}$ باشد،

کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۱

۲- اگر $f(1 + \sin x) = 2 \cos x + 3x$ باشد، مقدار $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟ $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$

- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) صفر

۳- اگر تابع $f(x) = -2x^4 + 3x^3 + x$ باشد، در این صورت خط مماس بر نمودار تابع f' در نقطه‌ای به طول ۱ روی آن، محور x ها

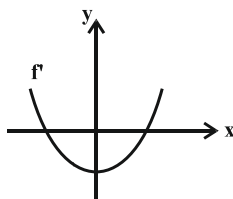
را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) صفر
(۲) $-\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۴- در کدامیک از توابع زیر، آهنگ متوسط در فاصله $[1, a]$ از اندازه آهنگ لحظه‌ای در $x = a$ کمتر است؟

- (۱) $y = \sqrt{x}$
(۲) $y = \log x$
(۳) $y = x^2$
(۴) $y = 0.5^x$

۵- شکل مقابل نمودار مشتق تابع f است. نمودار تابع f دارای:



(۱) دو نقطه بحرانی، یک مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.

(۲) سه نقطه بحرانی، یک مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.

(۳) دو نقطه بحرانی و یک مینیمم نسبی است.

(۴) سه نقطه بحرانی و یک مینیمم نسبی است.



۶- تعداد نقاط بحرانی کدام تابع با سایرین متفاوت است؟

$$y = x + [x] \quad (۲)$$

$$y = x[x] \quad (۱)$$

$$y = x|x| \quad (۴)$$

$$y = x - |x| \quad (۳)$$

$$۷- \text{ نمودار تابع } f(x) = \sqrt{x^5} - 5\sqrt{x} \text{}$$

(۲) ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

(۱) همواره صعودی است.

(۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی است.

(۳) همواره نزولی است.

۸- به ازای کدام مقدار a ماکزیمم نسبی تابع $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + a$ برابر ۱۰ است؟

$$۸ \quad (۲)$$

$$۷ \quad (۱)$$

$$۱۰ \quad (۴)$$

$$۹ \quad (۳)$$

۹- در مثلث قائم الزاویه ای طول اضلاع قائمه به ترتیب x و $۱۰ - x$ است. طول وتر چه قدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم گردد؟

$$۴\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$۳\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$۶\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$۵\sqrt{2} \quad (۳)$$

۱۰- مبدأ مختصات نقطه عطف نمودار یک تابع درجه سوم است. شیب خط مماس بر نمودار در این نقطه، چند برابر شیب خط واصل

اکسترمم‌های نسبی نمودار تابع است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$



هندسه ۳

هندسه ۳

آشنایی با مقاطع مخروطی
بردارها

صفحه‌های ۵۰ تا ۸۴

۱۱- فاصله کانون تا خط هادی سهمی $y^2 = 4(y + 2x + 3)$ کدام است؟

۴ (۱) ۶ (۲)

۸ (۳) ۲ (۴)

۱۲- نقطه $S(-2, -1)$ رأس یک سهمی است. هر پرتو نوری که موازی محور x ها بر این سهمی بتابد به نقطه $(0, -1)$ باز می‌تابد. اگر

این سهمی محور y ها را در نقاط A و B قطع کند، طول پاره خط AB کدام است؟

۴ (۱) ۶ (۲)

۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۳- به ازای کدام مقدار m ، کانون سهمی $y^2 - 4y + 8x = m$ روی نیمساز ربع اول قرار دارد؟

۱۲ (۱) ۲۰ (۲)

۲۲ (۳) ۲۸ (۴)

۱۴- اگر تصویر قائم نقطه A بر محور x ها بر فرینه آن نسبت به این محور منطبق باشد، آنگاه فاصله نقطه A از مبدأ مختصات لزوماً با

فاصله آن از کدام یک از محورها یا صفحات زیر برابر نیست؟

(۱) محور y ها (۲) محور z ها

(۳) صفحه xy (۴) صفحه yz

۱۵- اگر $\vec{a} - \vec{b} = (1, \sqrt{2}, 0)$ ، $|\vec{a}| = 2$ و $|\vec{b}| = 1$ باشد، آنگاه زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چند درجه است؟

۳۰ (۱) ۶۰ (۲)

۴۵ (۳) ۹۰ (۴)



۱۶- اعداد حقیقی x ، y و z طوری مفروض اند که $2\sqrt{2}x + 3y - 8z = 72$ است. کمترین مقدار $\sqrt{2x^2 + 9y^2 + 16z^2}$ کدام است؟

۱۲ (۱)

۲۴ (۲)

۲۰ (۳)

۱۶ (۴)

۱۷- دو نقطه ثابت $A = (1, -1, 2)$ و $B = (3, 1, -2)$ مفروض اند. نقطه متغیر M را در فضا طوری در نظر می‌گیریم که

$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 3$ باشد. فاصله نقطه M از نقطه $(2, 0, 0)$ کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

۱۸- سه بردار غیر صفر \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} مفروض اند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = 2$. طول بردار $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{a}$ کدام است؟

صفر (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۱۹- حاصل ضرب داخلی دو بردار \vec{a} و \vec{b} به ترتیب با اندازه‌های ۲ و ۵، برابر ۸ است. مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی دو بردار

$(2\vec{a} - \vec{b})$ و $(3\vec{a} + 2\vec{b})$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۲۱ (۱)

۶ (۲)

۲۸ (۳)

۴۲ (۴)

۲۰- بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 2)$ و \vec{b} مفروض اند، به طوری که $\vec{a} \times \vec{b} = (5, 1, -3)$ است. چند بردار متمایز برای \vec{b} وجود دارد؟

هیچ (۱)

یک (۲)

دو (۳)

بی‌شمار (۴)

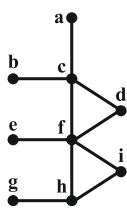


ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

گراف و مدل سازی - ترکیبیات
(شمارش)

صفحه‌های ۴۳ تا ۸۵



۲۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه احاطه گر مینیمال گراف شکل زیر نیست؟

{c, f, h} (۲)

{a, b, d, e, g, i} (۱)

{c, f, i, g} (۴)

{a, b, f, g} (۳)

۲۲- یک گراف ۶ رأسی که ۷- مجموعه آن با اندازه ۲ باشد، حداقل چند یال دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۲۳- حروف کلمه CANADA را به چند طریق می‌توان کنار هم قرار داد که هیچ دو حرف A کنار هم نباشند؟

۲۴ (۲)

۳۶ (۱)

۱۲ (۴)

۶۰ (۳)

۲۴- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۰ چند عدد شش رقمی کوچک‌تر از ۲۰۰۰۰۰۰ می‌توان ساخت؟

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۵- معادله $x_1 + x_2 + 5x_3 = 9$ ، چند دسته جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱۰ (۲)

۵۵ (۱)

۱۵ (۴)

۲۰ (۳)



۲۶- ۹ خودکار یکسان را به چند طریق می توان بین ۵ نفر توزیع کرد به طوری که به ۲ نفر از آن ها هیچ خودکاری نرسد و مابقی افراد بدون خودکار نمانند؟

۲۱۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

۲۸۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۲۷- اگر دو مربع لاتین $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ و B متعامد باشند، آنگاه به ازای کدام مربع لاتین C ، دو مربع لاتین B و C قطعاً

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

متعامد هستند؟

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

(۲)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

(۱)

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

(۴)

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

(۳)

۲۸- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که نه مضرب ۶ باشد و نه مضرب ۹؟

۷۵۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۷۰۰ (۴)

۶۵۰ (۳)

۲۹- حداقل چند عدد طبیعی سه رقمی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع ارقام حداقل ۳ تا از آن ها برابر است؟

۸۲ (۲)

۵۵ (۱)

۵۳ (۴)

۸۱ (۳)

۳۰- برای آن که در مدرسه ای یا اطمینان بگوییم که حداقل ۱۲ نفر وجود دارند که ماه تولد یکسانی دارند، حداقل چند دانش آموز در

آن مدرسه باید تحصیل کنند؟

۱۲۱ (۲)

۱۰۹ (۱)

۱۴۵ (۴)

۱۳۳ (۳)



فیزیک ۳

فیزیک ۳

نوسان و موج، برهم کنش‌های
موج، آشنایی با فیزیک اتمی،
آشنایی با فیزیک هسته‌ای

صفحه‌های ۷۴ تا ۱۵۶

۳۱- کدام یک از عبارات‌های زیر در رابطه با موج‌های الکترومغناطیسی صحیح نیست؟

- (۱) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.
- (۲) امواج الکترومغناطیسی از دو میدان متعامد و متناوب الکتریکی و مغناطیسی تشکیل شده‌اند.
- (۳) تغییر هر یک از دو میدان الکتریکی یا مغناطیسی با زمان، باعث ایجاد میدان دیگر می‌شود.
- (۴) برخلاف موج‌های مکانیکی، حامل انرژی نیستند.

۳۲- توان یک چشمه نقطه‌ای تولید امواج کروی صوتی برابر با $W = 60$ می‌باشد. اگر اتلاف انرژی صوتی در محیط ناچیز باشد، تراز شدت

صوت در فاصله ۲۰ متری از چشمه صوت چند دسی‌بل است؟ ($\log 2 = 0.3$ و $\pi = 3$ و $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$)

(۱) ۱۰۱

(۲) ۱۱

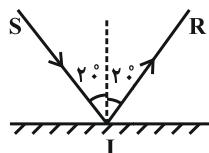
(۳) ۹/۱

(۴) ۱۰/۱

۳۳- مطابق شکل زیر، در یک آینه تخت زاویه بین پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده برابر با ۴۰ درجه است. اگر آینه را ۱۵ درجه حول نقطه I

در جهت ساعتگرد بچرخانیم، پرتوی تابیده را چند درجه و در چه جهتی بچرخانیم تا زاویه بین پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده تغییر

نکند؟



(۱) ۳۰ درجه پادساعتگرد

(۲) ۱۵ درجه ساعتگرد

(۳) ۳۰ درجه ساعتگرد

(۴) ۱۵ درجه پادساعتگرد

۳۴- پرتوی نوری از هوا وارد محیط شفاف‌ی به ضریب شکست n می‌شود و تندی آن ۴۰ درصد کاهش می‌یابد. ضریب شکست محیط

شفاف کدام است؟ (سرعت نور در هوا و خلأ یکسان فرض شود).

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$



۳۵- دو انتهای سیمی به دو نقطه ثابت بسته شده و سیم به ارتعاش درآمده و موج ایستاده‌ای با سه گره در آن ایجاد شده است. با ایجاد

هماهنگ دیگری، از طول موج قبلی 12cm کاسته شده و بر تعداد گره‌ها ۶ واحد افزوده می‌گردد. اگر تندی انتشار موج در سیم

160m/s باشد، بسامد اصلی این سیم چند هرتز است؟

۲۰۰۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۵۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۳۶- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌های جدا شده از سطح فلز برابر با 4eV است. اگر چشمه نوری با

بسامد دو برابر حالت قبل استفاده کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها برابر با 9eV خواهد شد. تابع کار این فلز چند

الکترون ولت است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۳۷- انرژی الکترون در تراز سوم اتم هیدروژن چند برابر انرژی آن در تراز اول از اتم هیدروژن می‌باشد که شعاع مدارش 16 برابر شعاع بور

است؟

$\frac{16}{9}$ (۲)

$\frac{16}{3}$ (۱)

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۳۸- اگر الکترون اتم هیدروژن بلندترین طول موج رشته پاشن ($n' = 3$) را تابش کند، به ترتیب از راست به چپ شعاع و انرژی آن به دور

هسته اتم چند برابر می‌شود؟

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{9}{16}$ ، $\frac{16}{9}$ (۱)

$\frac{4}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{16}{9}$ ، $\frac{9}{16}$ (۳)



۳۹- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

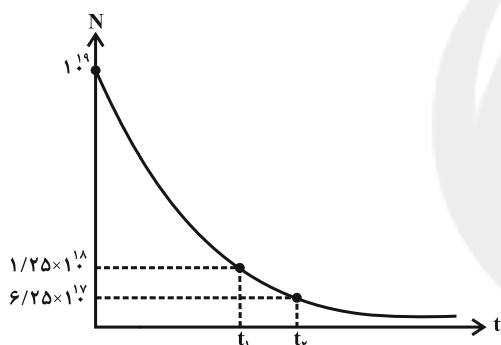
(۱) در فرایند گسیل پوزیترون، یک پروتون به نوترون و پوزیترون تبدیل می‌شود.

(۲) هسته‌های برانگیخته با گسیل پرتوگاما به حالت پایه می‌رسند.

(۳) متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها، واپاشی آلفا است.

(۴) با تابش β^- ، عدد اتمی هسته یک واحد افزایش می‌یابد.

۴۰- شکل زیر، نمودار تعداد ذرات فعال باقی‌مانده یک ماده پرتوزا را بر حسب زمان نشان می‌دهد. حاصل $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) ۴

سایت کنکور
Konkur.in



شیمی ۳

شیمی ۳

فصل‌های ۳ و ۴

صفحه‌های ۶۵ تا ۱۲۱

۴۱. درصد جرمی مواد سازنده نوعی خاک رس، در جدول زیر آمده است. با توجه به آن کدام گزینه مطلب نادرستی را بیان می‌کند.

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

- (۱) ترتیب درصد جرمی انواع جامدات، به صورت (کووالانسی < یونی < مولکولی) است.
 (۲) اگر ۱۰ گرم آب در اثر حرارت دادن از نمونه ۱۵۰ گرمی تبخیر شود، درصد جرمی آب نصف می‌شود.
 (۳) اکثر اکسیدهای موجود در این نمونه، خاصیت بازی داشته و pH آب را افزایش می‌دهند.
 (۴) ترکیبات مختلف فراوان‌ترین ماده این نمونه، بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.
 ۴۲. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف) در یخ خشک برخلاف سیلیس، اتم‌های مجزا وجود دارد.
 ب) آنتالپی و طول پیوند کربن - کربن در الماس به ترتیب کمتر و بیشتر از گرافن است.
 پ) دو عنصر ابتدایی گروه ۱۴، تنها در ترکیبات محدودی یون پایدار تشکیل می‌دهند.
 ت) در بلور شش‌ضلعی برف تمام بر هم کنش بین اتم‌ها از نوع کووالانسی است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳. کدام گزینه در مورد مولکول‌های HCl و Cl_2 درست است؟

- (۱) اتم کلر در مولکول HCl برخلاف Cl_2 به آرایش گاز نجیب رسیده است.
 (۲) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی Cl_2 برخلاف HCl ، اتم کلر رنگ آبی دارد.
 (۳) در مولکول Cl_2 همانند CO_2 ، برآیند بارهای جزئی مثبت و منفی هم را خنثی می‌کنند.
 (۴) رنگ اتم H در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی HCl همانند رنگ اتم S در مولکول SCO است.

۴۴. نسبت شعاع به بار در یون S^{2-} برابر ۹۲ باشد، این نسبت برای یون F^- می‌تواند باشد و اختلاف آنتالپی فروپاشی شبکه میان فلوئورید و کلرید کمتر از سدیم است.

- (۱) ۱۳۳ - لیتیم (۲) ۱۳۳ - پتاسیم (۳) ۷۰ - لیتیم (۴) ۷۰ - پتاسیم

۴۵. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- محلول نمک وانادیم (V) پس از افزودن گرد روی، به ترتیب رنگ‌های آبی، سبز و ارغوانی می‌گیرد.
- رنگ، نوعی کلویید است که افزون بر زیبایی، مانع خوردگی در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی می‌گردد.
- انسان در گذشته رنگ‌دانه‌ها را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و برخی کانی‌ها تهیه می‌کرد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۴۶. چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- کارایی مبدل کاتالیستی به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن بستگی دارد.
 - گازهای خروجی مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی، همگی دارای اتم اکسیژن هستند.
 - در فرآیند هابر، در شرایط بهینه تنها ۲۸ درصد حجمی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.
 - در فناوری تولید آمونیاک به روش هابر، گازهای H_2 و N_2 از سردکننده به مخزن واکنش باز می‌گردند.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷. انرژی فعال سازی واکنشی در جهت رفت برابر 10 kJ است. اگر انرژی فعال سازی واکنش برگشت با استفاده از کاتالیزگر نیز

$$\text{برابر } 10 \text{ kJ} \text{ باشد، } \Delta H \text{ واکنش چند کیلوژول است؟ } \left(\frac{E_{a(\text{برگشت})}}{E_{a(\text{رفت})}} = \frac{1}{25} \right) \text{ [در حالت کاتالیز شده]}$$

- (۱) -۲۰ (۲) -۴۰
- (۳) ۲۰ (۴) -۴۰

۴۸. تعادل $K = 1/2$ $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ در ظرفی در بسته برقرار است. اگر $26/4$ گرم گاز CO_2 را به ظرف

اضافه کنیم، باید حجم ظرف را چند برابر کنیم تا جرم مواد جامد تغییری نکند؟ (حجم ظرف یک لیتر است).

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱
- (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۴۹. چه تعداد از موارد زیر در مواد تولید ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول درست است؟

- (الف) اکسنده واکنش تولید هر دو ماده یون پرمنگنات است.
- (ب) اتیلن گلیکول از ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها به دست می‌آید که یک عمل آورنده نیز هست.
- (پ) ترفتالیک اسید از ترکیبی به دست می‌آید که نسبت به آلکان هم کربن خود ۶ هیدروژن کمتر دارد.
- (ت) ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول پس از تولید، در یک واکنش بسپارش، پلی استر PET را تولید می‌کنند.

- (۱) ۱ (۲) ۲
- (۳) ۳ (۴) ۴

۵۰. برای تولید ۸۰ لیتر متانول با چگالی 0.8 g.mL^{-1} به چند مترمکعب گاز متان نیاز داریم؟ چند مترمکعب H_2 در شرایط STP

$$\text{اضافه می‌آید؟ (چگالی متان } 1 \text{ g.L}^{-1}, H = 1, C = 12, O = 16)$$

- (۱) $44/8 - 3/2$ (۲) $32 - 3/2$
- (۳) $44/8 - 32$ (۴) $32 - 32$



حسابان ۲

۱- گزینه «۴»

(میلار سواری لاریانی)

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + ax \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x + a = 0$$

جواب‌های معادله فوق، طول نقاطی از نمودار f هستند که شیب در آن‌ها افقی است. اگر این نقاط را α و β بنامیم داریم:

$$\alpha + \beta = S = \frac{4}{3} \quad (1)$$

از طرفی طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$\alpha - \beta = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$$

$$f'(1) = 3 - 4 + a = 0 \Rightarrow a = 1$$

۲- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

بر اساس قواعد مربوط به مشتق تابع مرکب داریم:

$$(f(1 + \sin x))' = (1 + \sin x)' f'(1 + \sin x) = (2 \cos x + 3x)'$$

$$\Rightarrow \cos x f'(1 + \sin x) = 3 - 2 \sin x$$

حال کافی است $\sin x = \frac{1}{2}$ را جای‌گذاری کنیم:

$$\xrightarrow{0 < x < \frac{\pi}{2}} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} f'\left(\frac{3}{2}\right) = 3 - 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۳- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

معادله خط مماس بر نمودار تابع f' در نقطه‌ای به طول a واقع بر آن به صورت زیر می‌باشد:

$$y - f'(a) = f''(a)(x - a)$$

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + x \Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 6x + 1$$

$$\text{و } f''(x) = -12x + 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(1) = -6(1)^2 + 6(1) + 1 = 1 \\ f''(1) = -12(1) + 6 = -6 \end{cases}$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر است:

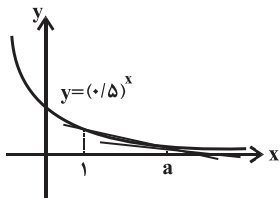
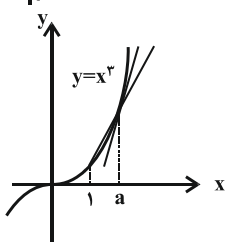
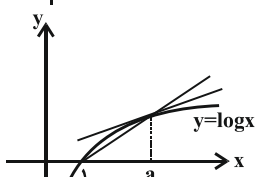
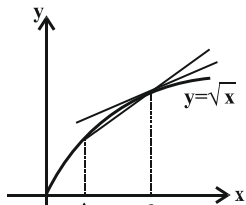
$$y - 1 = -6(x - 1) \Rightarrow y = -6x + 7$$

$$\xrightarrow{y=0} x = \frac{7}{6}$$

۴- گزینه «۳»

(ممدمصطفی ابراهیمی)

باید اندازه شیب خطی که نقاط به طول‌های ۱ و a را به هم وصل می‌کند از اندازه شیب خط مماس در $x = a$ همواره کمتر باشد.

این اتفاق فقط در $y = x^3$ (نموداری که تقعر آن رو به بالا است) می‌افتد.

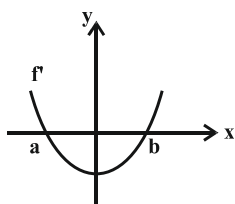
۵- گزینه «۱»

(عرفان صادقی)

نقاط بحرانی تابع f ، نقاطی از دامنه تابع هستند که مشتق در آن‌ها یا برابر صفر است یا وجود ندارد. با توجه به نمودار f' ، مشتق تابع f در دو نقطه برابر صفر است و f دو نقطه بحرانی دارد.

جدول تعیین علامت f' را مشخص می‌کنیم:

x	a		b	
f'	+	-	-	+
f	↗		↘	
	ماکزیم نسبی		مینیم نسبی	

بنابراین نمودار تابع f دو نقطه بحرانی، یک مینیم نسبی و یک ماکزیم نسبی دارد.



x	0	1	3
y'	+	+	-
y	↗	↗	↘
		max	min

با توجه به جدول، ماکزیمم نسبی تابع در $x=1$ رخ می‌دهد.

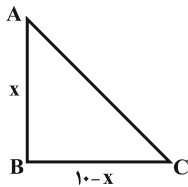
$$f(1) = 10 \Rightarrow 1 - 5 + 5 + a = 10 \Rightarrow a = 9$$

(مهمدرسا شوکتی بیرق)

۹- گزینه «۳»

$$S(x) = \frac{x(10-x)}{2} = \frac{10x - x^2}{2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = \frac{10 - 2x}{2} = 0 \Rightarrow x = 5$$



پس اضلاع قائمه باید هر دو برابر ۵ باشد تا مساحت ماکزیمم گردد. پس:

$$\text{طول وتر} = AC = 5\sqrt{2}$$

(سید عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۴»

تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} f(0) = 0 \Rightarrow d = 0 \\ f''(0) = 6ax + 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = ax^3 + cx$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + c$$

$$\Rightarrow m_1 = f'(0) = c$$

$$\text{طول نقاط اکسترمم نسبی: } f'(x_0) = 3ax_0^2 + c = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = \pm \sqrt{-\frac{c}{3a}}$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{f(x_0) - f(-x_0)}{x_0 - (-x_0)} = \frac{2f(x_0)}{2x_0}$$

$$= ax_0^2 + c$$

$$\Rightarrow m_2 = a \left(-\frac{c}{3a} \right) + c = \frac{2c}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$$

(ظاهر دارستانی)

۶- گزینه «۴»

گزینه «۱»: تابع $y = x[x]$ در $\mathbb{Z} - \{0\}$ (بی‌شمار نقطه) ناپیوسته و در نتیجه مشتق‌ناپذیر و بحرانی است.

گزینه «۲»: تابع $y = x + [x]$ در \mathbb{Z} (بی‌شمار نقطه) ناپیوسته و در نتیجه مشتق‌ناپذیر و بحرانی است.

گزینه «۳»:

$$y = x - |x| = \begin{cases} 0; & x \geq 0 \\ 2x; & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در تمام } x \geq 0, \text{ مشتق صفر است.}$$

تابع $y = x - |x|$ نیز بی‌شمار نقطه بحرانی دارد.

گزینه «۴»:

$$y = x|x| = \begin{cases} x^2; & x \geq 0 \\ -x^2; & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در } x = 0 \text{ مشتق صفر دارد.}$$

تابع $y = x|x|$ فقط یک نقطه بحرانی دارد.

(عرفان صادقی)

۷- گزینه «۴»

$$f(x) = x^2\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = (x^2 - 5)\sqrt{x}; x \geq 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{5x^2 - 5}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 1$$

جدول تعیین علامت f' به صورت زیر است:

	0	1
f'	-	+
	↘	↗

بنابراین نمودار تابع f ، ابتدا نزولی و سپس صعودی است.

(امیر هوشنگ فمسه)

۸- گزینه «۳»

$$y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2(x^2 - 4x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

فاصله کانون تا خط هادی یک سهمی، دو برابر فاصله کانونی سهمی است،

بنابراین اگر معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل کنیم، داریم:

$$y^2 = 4(y + 2x + 3) \Rightarrow y^2 = 4y + 8x + 12$$

$$\Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 8x + 16 \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(x + 2)$$

$$4a = 8 \Rightarrow \text{فاصله کانون تا خط هادی} = 2a = 4$$

۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به ویژگی بازتابندگی سهمی، هر پرتو نوری که موازی با محور تقارن

سهمی بر آن بتابد، بازتابش آن از کانون سهمی می‌گذرد، پس نقطه $F(0, -1)$

کانون این سهمی است. فاصله کانونی سهمی برابر با فاصله کانون و رأس سهمی

یعنی برابر $a = 2$ است. همچنین با توجه به مختصات رأس و کانون، دهانه

سهمی رو به راست باز می‌شود. داریم:

$$\text{معادله سهمی: } (y + 1)^2 = 8(x + 2) \xrightarrow{x=0} (y + 1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 1 = 4 \Rightarrow y_A = 3 \\ y + 1 = -4 \Rightarrow y_B = -5 \end{cases}$$

بنابراین طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = |y_A - y_B| = |3 - (-5)| = 8$$

۱۳- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

$$y^2 - 4y + 8x = m \Rightarrow (y - 2)^2 = m - 8x + 4$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = -8x + m + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = -8\left(x - \frac{m + 4}{8}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ S\left(\frac{m + 4}{8}, 2\right) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{سهمی افقی}} F = (h - a, k) = \left(\frac{m + 4}{8} - 2, 2\right)$$

طبق فرض کانون سهمی روی نیمساز ربع اول قرار دارد، پس داریم:

$$\xrightarrow{y=x} \frac{m + 4}{8} - 2 = 2 \Rightarrow \frac{m + 4}{8} = 4$$

$$\Rightarrow m + 4 = 32 \Rightarrow m = 28$$

۱۴- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

با توجه به فرض سؤال، نقطه A باید روی محور X ها باشد یعنی مختصات آن بهصورت $(a, 0, 0)$ است، پس فاصله آن از صفحه XY برابر صفر و از محور Y ها،محور Z ها و صفحه YZ برابر $|a|$ است.

۱۵- گزینه «۲»

(ممسین ربیعی)

اگر θ زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} باشد، داریم:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$3 = 4 + 1 - 2 \times 2 \times 1 \cos\theta \Rightarrow 4 \cos\theta = 2$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



گزینه «۲» - ۱۶

(عبدالصمد قالدی)

گزینه «۲» - ۱۸

(محمدرضا دلورنژار)

$$|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{a}| = |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times (\vec{b} + \vec{a})|$$

$$= |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times (-\vec{c})| = |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{0}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = 2$$

اگر $\vec{a} = (\sqrt{2}x, 3y, -4z)$ و $\vec{b} = (2, 1, 2)$ باشد، آنگاه

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{2}x + 3y - 8z = 72$$

داریم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow 72 \leq \sqrt{2x^2 + 9y^2 + 16z^2} \times \sqrt{4 + 1 + 4}$$

$$\Rightarrow 72 \leq \sqrt{2x^2 + 9y^2 + 16z^2} \times 3 \Rightarrow \sqrt{2x^2 + 9y^2 + 16z^2} \geq 24$$

$$\Rightarrow \min(\sqrt{2x^2 + 9y^2 + 16z^2}) = 24$$

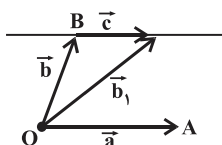
گزینه «۳» - ۱۷

(محمدرضا دلورنژار)

گزینه «۴» - ۲۰

(محمدرضا دلورنژار)

ابتدا بررسی می‌کنیم که دو بردار $\vec{a} = (1, 1, 2)$ و $\vec{b} = (5, 1, -3)$ بر هم عمودند یا خیر، داریم:



$$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (1, 1, 2) \cdot (5, 1, -3) = 5 + 1 - 6 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp (\vec{a} \times \vec{b})$$

می‌دانیم مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ، برابر $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$

است. چون $\vec{a} \times \vec{b}$ ثابت است، پس مساحت چنین مثلثی همواره یک مقدار

ثابت بوده و در صورتی که بردار \vec{a} قاعده این مثلث فرض شود، ارتفاع مثلث

نیز همواره ثابت است. پس اگر ابتدای بردارهای \vec{a} و \vec{b} ، مبدأ مختصات (O)

باشد، تمام بردارهایی که نقطه ابتدایی آنها مبدأ مختصات و نقطه انتهایی آنها

روی خط موازی بردار \vec{a} قرار بگیرند، بردار مطلوب هستند، زیرا داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b}_1 = \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

بنابراین مسئله بی‌شمار جواب دارد.

اگر $M = (x, y, z)$ فرض شود، داریم:

$$\vec{AM} = (x-1, y+1, z-2), \vec{BM} = (x-3, y-1, z+2)$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 3 \Rightarrow (x-1, y+1, z-2) \cdot (x-3, y-1, z+2) = 3$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4x + 3) + (y^2 - 1) + (z^2 - 4) = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 5 \Rightarrow (x-2)^2 - 4 + y^2 + z^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 9$$

عبارت $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 9$ برابر مجذور فاصله دو نقطه $M = (x, y, z)$

از $N = (2, 0, 0)$ است، پس:

$$|MN|^2 = 9 \Rightarrow |MN| = 3$$



ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

مجموعه $\{c, f, i, g\}$ نمی تواند یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای این گرافباشد، چون در صورت حذف رأس i ، مجموعه $\{c, f, g\}$ همچنان یک مجموعهاحاطه گر گراف است (در واقع رأس i و دو رأس متصل به آن، توسط رأس f

قابل احاطه هستند).

۲۲- گزینه «۲»

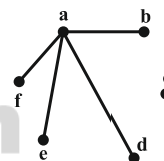
(امیرمسین ابومحبوب)

در تمام حالت هایی که مرتبه گراف برابر ۶ و اندازه آن برابر ۳ باشد، حداقل

تعداد اعضای یک مجموعه احاطه گر مینیمم برابر ۳ است ولی در صورتی که

گراف دارای ۴ یال باشد، مطابق شکل زیر تعداد اعضای مجموعه احاطه گر

مینیمم می تواند برابر ۲ باشد.

مجموعه $A = \{a, c\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم این گراف است و درنتیجه اندازه $7 - 5 = 2$ مجموعه آن برابر ۲ است.

۲۳- گزینه «۲»

(مهرداد ملونری)

سه حرف C ، N و D را به $6 = 3!$ حالت می توان کنار هم قرار داد. مطابق شکلبرای آن که هیچ دو حرف A کنار هم قرار نگیرند باید ۳ جای خالی را از بین۴ جای خالی انتخاب کرده و سه حرف A را در آن ها قرار دهیم. پس تعداد

کلمات مورد نظر برابر است با:

$$\text{---C---N---D---} \quad 3! \times \binom{4}{3} = 6 \times 4 = 24$$

(امیرمسین ابومحبوب)

۲۴- گزینه «۲»

برای این که عدد مورد نظر کوچک تر از ۲۰۰۰۰۰ باشد، رقم صدگان هزار آن

لزوماً برابر یک خواهد بود. ۵ رقم دیگر چنین عددی باید شامل یک رقم ۱، دو

رقم ۲ و دو رقم ۳ باشند که در این صورت تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:

$$\frac{5!}{2!2!} = \frac{120}{2 \times 2} = 30$$

(هومن نورانی)

۲۵- گزینه «۴»

 x_3 فقط می تواند مقادیر ۰ و ۱ را اختیار کند.

$$x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 9 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{9+2-1}{2-1} = \binom{10}{1} = 10$$

$$x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5$$

$$\text{تعداد کل جوابها} = 10 + 5 = 15$$



۲۶- گزینه «۴»

(هاری کنی)

A: مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب ۶ هستند.

B: مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب ۹ هستند.

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

$$= |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 9 \times 10 \times 10 - \left(\left(\left[\frac{999}{6} \right] - \left[\frac{99}{6} \right] \right) + \left(\left[\frac{999}{9} \right] - \left[\frac{99}{9} \right] \right) - \left(\left[\frac{999}{18} \right] - \left[\frac{99}{18} \right] \right) \right)$$

$$= 900 - ((166 - 16) + (111 - 11) - (55 - 5)) = 900 - 200 = 700$$

(رامین فسروی)

۲۹- گزینه «۴»

مجموع ارقام اعداد طبیعی سه رقمی می‌تواند از ۱ تا ۲۷ باشد. بنابراین تعداد

لانه‌ها برابر ۲۷ است. فقط یک عدد وجود دارد که مجموع ارقامش ۱ است و

آن هم ۱۰۰ می‌باشد و فقط یک عدد وجود دارد که مجموع ارقامش ۲۷ است و

آن ۹۹۹ می‌باشد. پس حداقل باید $53 = 27 + 25 + 1$ عدد انتخاب کنیم تا

مطمئن باشیم حداقل ۳ تای آنها مجموع ارقام برابری دارند.

(مهرراز ملونری)

۳۰- گزینه «۳»

اگر تعدادی کبوتر بخواهند در n لانه قرار گیرند، برای این که در هر صورتلانه‌ای وجود داشته باشد که حداقل k کبوتر در آن باشد، باید حداقل تعدادکبوترها برابر $n(k-1) + 1$ باشد. پس داریم:

$$133 = 12(12-1) + 1 = 12 \times 11 + 1 = 133$$

ابتدا ۲ نفر از ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم تا به آن‌ها هیچ خودکاری نرسد که به

$$\binom{5}{2}$$

حالت می‌توان این کار را انجام داد. اکنون ۹ خودکار را بین ۳ نفر

باقی‌مانده تقسیم می‌کنیم، طوری که به هر نفر حداقل یک خودکار برسد که

تعداد حالات این کار برابر است با:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$10 \times 28 = 280 = \text{تعداد کل حالات}$$

۲۷- گزینه «۴»

(امیرسین ابومویب)

در گزینه «۴»، مربع لاتین C از اعمال جایگشت $(2 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1)$

روی مربع لاتین A حاصل شده است. بنابراین در صورتی که A و B متعامد

باشند، لزوماً B و C نیز متعامد هستند.

به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها، مربع لاتین B را در

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

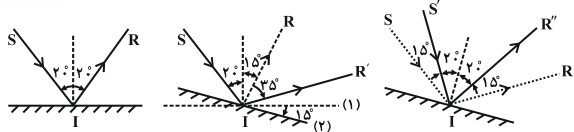
نظر بگیرید که با مربع لاتین A و مربع لاتین گزینه «۴» متعامد است ولی با

هیچ کدام از مربع‌های لاتین گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» متعامد نیست.

۲۸- گزینه «۴»

(مهرراز ملونری)

S: مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی



فیزیک ۳

گزینه «۴»

(فسر و ارغوانی فرزند)

موج‌های الکترومغناطیسی مانند موج‌های مکانیکی حامل انرژی هستند.

گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

ابتدا شدت صوت را در فاصله ۲۰ متری از چشمه صوت به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{60}{4 \times 3.14 \times 20^2} = \frac{1}{80} \frac{W}{m^2}$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\frac{I = \frac{1}{80} \frac{W}{m^2}}{I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}} \rightarrow \beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{1}{80 \times 10^{-12}}\right)$$

$$\beta = 10 \times [\log 10^{11} - \log 8] = 10 \times [11 - 3 \log 2]$$

$$\Rightarrow \beta = 10 \times [11 - (3 \times 0.3)] = 10 \text{ dB}$$

گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

وقتی آینه ۱۵ درجه بچرخد، پرتوی بازتابیده دو برابر آن، یعنی ۳۰ درجه در

همان جهت چرخش آینه خواهد چرخید. بنابراین در این حالت، زاویه بین

پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده برابر با $\hat{SIR}' = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$ می‌شود.

برای این که زاویه بین پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده به همان مقدار قبلی

برگردد، باید زاویه بین پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده ۳۰ درجه کاهش یابد.

با توجه به این که جهت چرخش پرتوی تابیده و پرتوی بازتابیده خلاف جهت

یکدیگر و زاویه چرخش آن‌ها با هم برابر می‌باشد، نتیجه می‌گیریم باید پرتوی

تابیده ۱۵ درجه در جهت چرخش آینه، یعنی ساعتگرد بچرخد.

گزینه «۲»

(ممن بیکان)

اگر تندی نور در هوا برابر با c باشد، تندی نور در محیط شفاف برابر است با:

$$v = \left(1 - \frac{40}{100}\right)c = 0.6c$$

بنابراین با توجه به رابطه بین تندی نور در یک محیط شفاف و ضریب شکست

آن محیط داریم:

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow 0.6c = \frac{c}{n} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

گزینه «۲»

(ناصر خوارزمی)

می‌دانیم در سیم مرتعی با دو انتهای بسته، تعداد شکم‌ها یک واحد کمتر از

تعداد گره‌هاست و تعداد شکم‌ها همان شماره هماهنگ است.

$$n = 3 - 1 = 2$$

$$n' = (6 + 3) - 1 = 8$$

چون طول سیم ثابت است، پس:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow n \lambda_n = n' \lambda_{n'}$$

$$\Rightarrow 2 \lambda_2 = 8 \lambda_8 \Rightarrow \lambda_2 = 4 \lambda_8 \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$\lambda_8 = \lambda_2 - 12 \xrightarrow{(1)} \lambda_8 = 4 \lambda_8 - 12 \Rightarrow \lambda_8 = 4 \text{ cm}$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_8 = \frac{v}{\lambda_8} \Rightarrow f_8 = \frac{160}{0.04} = 4000 \text{ Hz}$$

$$f_n = n f_1 \Rightarrow f_8 = 8 f_1 \Rightarrow 4000 = 8 f_1 \Rightarrow f_1 = 500 \text{ Hz}$$



۳۶- گزینه «۱»

(معمومه عزیزاه)

با استفاده از رابطه بین بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جداسده از سطح

فلز و تابع کار فلز، داریم:

$$\begin{cases} f_1 = f \\ K_{\max} = 4eV \end{cases}, \begin{cases} f_2 = 2f \\ K_{\max} = 9eV \end{cases}$$

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} 4 = hf - W_0 \\ 9 = 2hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow W_0 = 1eV$$

۳۷- گزینه «۲»

(نصراه افاضل)

با توجه به رابطه انرژی ترازهای الکترون یعنی $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ ، داریم:

$$E_3 = -\frac{E_R}{3^2} = -\frac{E_R}{9}$$

از طرفی بنابه رابطه $r_n = a_0 n^2$ ، می‌توان دریافت که تراز الکترون در حالت

دوم برابر است با:

$$16a_0 = a_0 n^2 \Rightarrow n = 4$$

برای جدا کردن الکترون از تراز چهارم که شعاع مدارش ۱۶ برابر شعاع اتم

بور است، داریم:

$$E_4 = -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{E_R}{16}$$

بنابراین:

$$\frac{E_3}{E_4} = \frac{16}{9}$$

۳۸- گزینه «۳»

(کلاظم شاهمکی)

رشته پاشن ($n' = 3$) زمانی تابش می‌شود که الکترون از ترازهای بالاتر بهتراز $n' = 3$ گذار انجام دهد. بلندترین طول موج (کمترین انرژی) فوتون تابشیزمانی خواهد بود که الکترون از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 3$ گذار انجام دهد.

در این حالت داریم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \frac{9}{16}$$

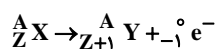
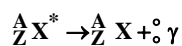
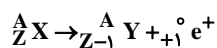
$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_3}{E_4} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_3}{E_4} = \frac{16}{9}$$

(شارمان ویسی)

۳۹- گزینه «۳»

متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها، واپاشی بتا است، برای سایر گزینه‌ها

داریم:



(بهار کمران)

۴۰- گزینه «۳»

با استفاده از نمودار، برای دو لحظه t_1 و t_2 داریم:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 2^n = \frac{N_0}{N}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{n_1} = \frac{10^{19}}{1/25 \times 10^{18}} \Rightarrow n_1 = 3 \Rightarrow \frac{t_1}{T_{1/2}} = 3 \Rightarrow t_1 = 3T_{1/2} \\ 2^{n_2} = \frac{10^{19}}{6/25 \times 10^{17}} \Rightarrow n_2 = 4 \Rightarrow \frac{t_2}{T_{1/2}} = 4 \Rightarrow t_2 = 4T_{1/2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{4T_{1/2}}{3T_{1/2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{3}$$



شیمی ۳

۴۱- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

با توجه به درصد جرمی آب در نمونه، در ۱۵۰ گرم از خاک رس، تقریباً ۲۰ گرم آب موجود است اگر ۱۰ گرم این آب تبخیر شود، درصد ثانویه آب برابر است با:

$$\text{درصد جرمی آب} = \frac{10}{150-10} \times 100 = 7/14\%$$

۴۲- گزینه «۱»

(متن هوشیار)

تنها مورد (ب) درست است. بررسی موارد نادرست:

الف) در هر دو ترکیب اتم‌های مجزا وجود دارد. (در یخ خشک برخلاف سیلیس، مولکول‌های مجزا وجود دارد.)

پ) دو عنصر ابتدایی گروه ۱۴ (کربن و سیلیسیم) در هیچ ترکیبی یون پایدار ایجاد نمی‌کنند.

ت) بر هم کنش از نوع بین مولکولی نیز دیده می‌شود.

۴۳- گزینه «۴»

(متن هوشیار)

رنگ هر دو اتم در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی، آبی رنگ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در هر دو مولکول اتم Cl به آرایش هشتایی گاز نجیب رسیده است.

گزینه «۲»: اتم Cl در Cl_۲ رنگ آبی ندارد و در HCl رنگ قرمز دارد.

گزینه «۳»: در مولکول Cl_۲ بار جزئی وجود ندارد.

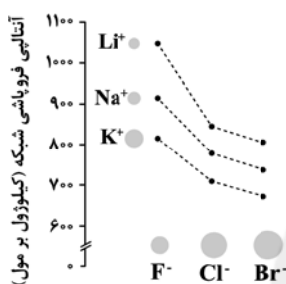
۴۴- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

بار یون F⁻ کمتر از S^{۲-} است پس نسبت اندازه به بار آن بیشتر از ۹۲ است (توجه کنید که تأثیر بار بیشتر از اندازه است).

با توجه به نمودار زیر، اختلاف آنتالپی فروپاشی شبکه بین فلئورید و کلرید

پتاسیم، کمتر از سدیم است.



۴۵- گزینه «۴»

(متن هوشیار)

هر سه عبارت درست هستند.

۴۶- گزینه «۲»

(متن هوشیار)

موارد دوم و چهارم نادرست هستند. بررسی موارد:

مورد اول: طبق متن کتاب صحیح است.

مورد دوم: گاز N_۲ اتم O ندارد.

مورد سوم: در گازها، درصد حجمی با درصد مولی برابر است.

مورد چهارم: گازهای H_۲ و N_۲ واکنش نداده از مخزن جمع‌آوری آمونیاک

به مخزن واکنش باز می‌گردند.



۴۷- گزینه «۱»

(متین هوشیار)

$$\frac{Ea(\text{برگشت})}{Ea(\text{رفت})} = 1/25 \Rightarrow \frac{100}{Ea(\text{رفت})} = 1/25$$

$$Ea(\text{رفت}) = 80 \text{ kJ} \text{ (کاتالیز شده)}$$

بنابراین کاتالیزگر، انرژی فعالسازی واکنش‌های رفت و برگشت را ۲۰kJ

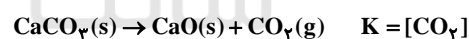
کاهش می‌دهد. پس: $Ea(\text{برگشت}) = 120 \text{ kJ}$.

$$\Delta H = Ea(\text{رفت}) - Ea(\text{برگشت}) = 100 - 120 = -20 \text{ kJ}$$

۴۸- گزینه «۳»

(متین هوشیار)

ثابت تعادل به شکل زیر است:



$$1/2 = \frac{\text{mol CO}_2}{1} = \text{mol CO}_2 = 1/2$$

۲۶/۴ گرم گاز برابر ۰/۶ مول CO_2 است، با افزودن ۰/۶ مول CO_2 ، مول

CO_2 برابر $1/5 = (1/8) / (1/2)$ می‌شود. برای این که تعادل تغییر نکند، حجم

نیز باید ۱/۵ برابر شود.

۴۹- گزینه «۳»

(متین هوشیار)

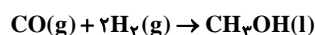
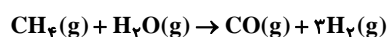
تنها مورد (پ) نادرست است. ترفتالیک اسید از پارازایلن به دست می‌آید که ۸

اتم کربن دارد. آلکان ۸ کربنه ۱۸ اتم هیدروژن دارد و پارازایلن ۱۰ اتم

هیدروژن دارد.

۵۰- گزینه «۳»

(متین هوشیار)



$$? m^3 \text{CH}_4 = 80 \text{ L CH}_3\text{OH} \times \frac{80 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ L CH}_3\text{OH}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{1 \text{ L CH}_4}{1 \text{ g CH}_4}$$

$$\times \frac{1 m^3 \text{CH}_4}{1000 \text{ L CH}_4} = 32 m^3 \text{CH}_4$$

$$? L \text{H}_2 = 80 \text{ L CH}_3\text{OH} \times \frac{80 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ L CH}_3\text{OH}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} \times \frac{22/4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{1 m^3 \text{H}_2}{1000 \text{ L H}_2} = 44/8 m^3 \text{H}_2$$