فهرست

فصل ۳: نوسان و موج

فصل ۴: آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای

پاسخ‌نامهٔ «تو»ها

نوسان و موج

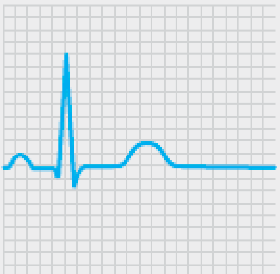
فصل سوم

گاهی آن‌قدر به یک دَرِ بسته خیره می‌شویم که دَرِ باز را خیلی دیر می‌بینیم!
الکساندر گراهام بل (دانشمند، مخترع و مهندس اسکاتلندی سدهٔ ۱۹ و ۲۰ میلادی)

آموزش مفهومی

درس اول: مفهوم‌های مقدماتی

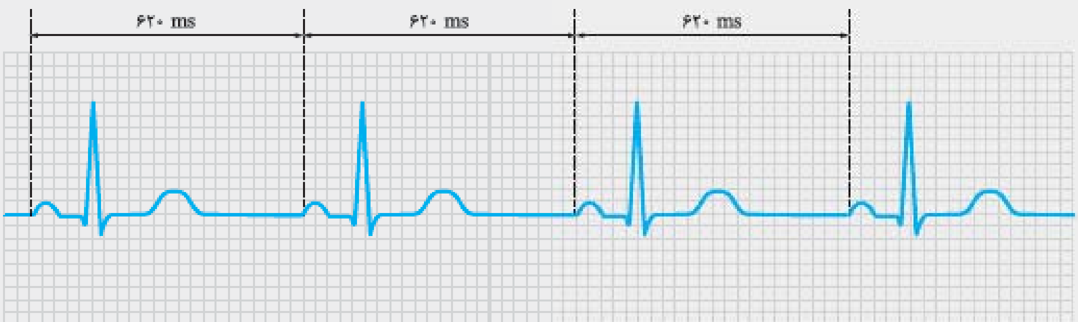
این فصل را با کمی دکتربازی شروع می‌کنیم! می‌خواهیم به نوار قلبی یک شخص نگاهی بیندازیم! شکل زیر، نمونه‌ای از یک نوار قلبی را نشان می‌دهد که به آن نمودار «الکتروقلب نگاره» (ECG) می‌گویند. این نمودار، تصویری از ضرباهنگ (ریتمِ) قلب یک شخص است. با کمی دقت در این شکل، متوجه می‌شوید که یک نقش، به طور منظم در آن تکرار می‌شود.



به کوچک‌ترین قسمت نمودار که پشت سر هم تکرار می‌شود، **چرخه یا سیکل** گفته می‌شود.

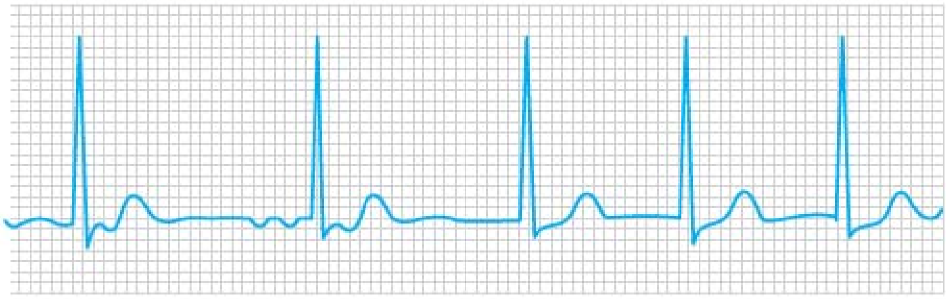
شکل روبه‌رو، چرخهٔ نمودار بالا را نشان می‌دهد. به حرکت‌هایی که نمودار آن‌ها از تکرار منظم یک چرخه تشکیل شده باشد، **نوسان دوره‌ای** می‌گوییم.

در یک نوسان دوره‌ای، مدت‌زمان یک چرخه را **دورهٔ تناوب** می‌نامند و آن را با T نشان می‌دهند. چنان‌که در شکل زیر نشان داده‌ام، دورهٔ تناوب قلب شخص ۶۲۰ میلی ثانیه است؛ یعنی: $T = ۶۲۰\,ms$



ببخشین! چرا می‌گین نوسان «دوره‌ای»؟! مگه نوسان غیردوره‌ای هم داریم؟!

بله! نوسان غیردوره‌ای هم داریم! به عنوان نمونه، نوعی مشکل قلبی وجود دارد که در آن، نمودار «الکتروقلب نگاره»، شکلی به صورت زیر دارد. اگر خوب به این شکل دقت کنید، معنی نوسان غیردوره‌ای را می‌فهمید! (*لطفاً مثل یه دکتر متخصص، خوب بهش توجه کنین! ببینین متوجه تفاوتش با نمودار قبلی می‌شین؟*!) البته ما در این فصل، فقط به نوسان‌های دوره‌ای می‌پردازیم.



در یک نوسان دوره‌ای **به یک چرخه، گاهی یک نوسان و یا یک نوسان کامل هم گفته می‌شود.** دیدیم که مدت‌زمان یک چرخه (یا یک نوسان)، دورهٔ تناوب (T) نام دارد؛ به این ترتیب آشکار است که مدت‌زمان ۲ نوسان، برابر $2T$، مدت‌زمان ۳ نوسان، برابر $3T$، ... و مدت‌زمان n نوسان، برابر nT است:

$\Delta t = nT$:مدت‌زمان لازم برای n نوسان

همین‌جا باید با یک کمیتِ پُرکاربرد دیگر در دنیای نوسان و امواج آشنا شوید! برای این منظور بیایید با استفاده از رابطهٔ بالا، ببینیم تعداد نوسان‌ها در مدت‌زمان $1s$ چه‌قدر است:

$$\Delta t = nT \xrightarrow{\Delta t = 1s} 1 = nT \Rightarrow n = \frac{1}{T}$$

به تعداد نوسان‌ها در هر ثانیه، بسامد (فرکانس) می‌گوییم و آن را به جای n با نماد f نشان می‌دهیم:

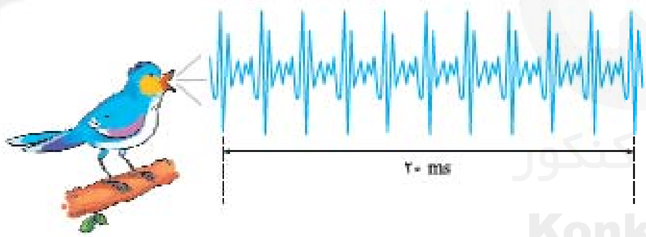
$$f = \frac{1}{T}$$

رابطهٔ بالا نشان می‌دهد که یکای بسامد در SI، $(\frac{1}{\text{ثانیه}})$ است که به آن هرتز می‌گوییم و آن را با نماد Hz نشان می‌دهیم. به این ترتیب، وقتی مثلاً می‌گوییم بسامد یک حرکت نوسانی برابر ۲ Hz است، می‌توان فهمید که در هر یک ثانیه، ۲ نوسان انجام می‌شود.

بد نیست همین اول کار، یکی دو مثال حل کنیم تا کمیت‌های دورهٔ تناوب و بسامد را بهتر بشناسید!

منوتو ۱

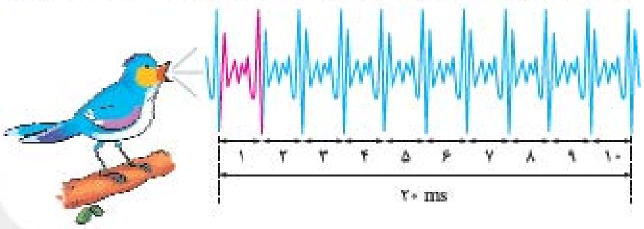
من **وقتی یک پرنده آواز می‌خواند، ذره‌های هوا به نوسان درمی‌آیند. اگر نمودار این نوسان به شکل روبه‌رو باشد، بسامد نوسان چند هرتز بوده است؟**



۱) ۲۰۰ ۲) ۲۰

۳) ۵۰۰ ۴) ۵۰

پاسخ چیزی که در چنین تست‌هایی اهمیت دارد، تشخیص یک چرخه است. در شکل زیر، یک چرخه را با رنگی متفاوت از بقیهٔ شکل نشان داده‌ام. توجه کنید که در پایان این قسمت رنگی، دوباره همین شکل عیناً تکرار می‌شود. در همین شکل، می‌بینید که بازهٔ زمانی ۲۰ میلی‌ثانیه‌ای از ۱۰ چرخه تشکیل شده است؛ بنابراین می‌توان نوشت:



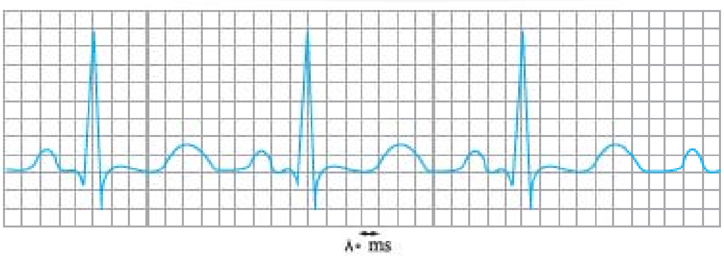
$$\Delta t = nt \Rightarrow 20 \times \underbrace{10^{-3}}_{\text{میلی}} = 10T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-3}\,s$$

با وارون‌کردنِ دورهٔ تناوب، می‌توان بسامد را نیز به دست آورد:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 500\,Hz$$

گزینهٔ ۳

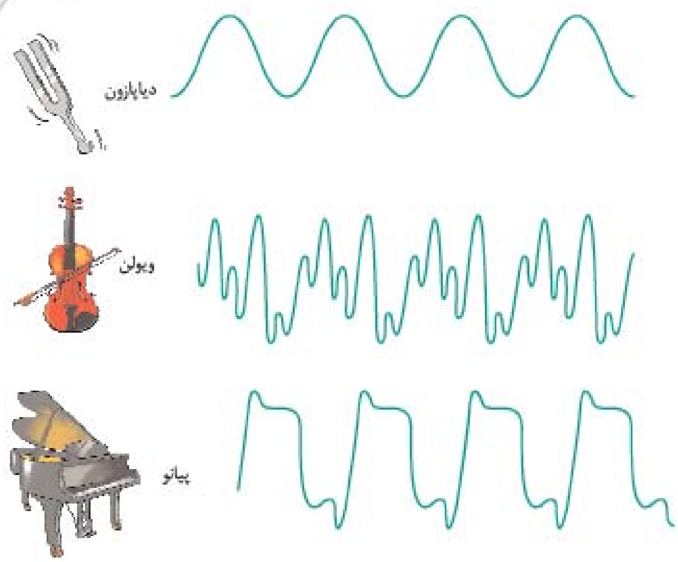
تو **نمودار الکتروقلب نگارهٔ شخصی به شکل مقابل است. دورهٔ تناوب قلب او چند ثانیه است و در هر دقیقه چند بار می‌زند؟ (به ترتیب از راست به چپ)**



۱) ۷۵ / ۰/۸ ۲) ۶۲ / ۰/۹۶

۳) ۶۳ / ۰/۹۴ ۴) ۷۱ / ۰/۸۴

اکنون که فهمیدید منظور از نوسان دوره‌ای چیست، به سه شکل روبه‌رو دقت کنید. در این شکل‌ها، نمودار مربوط به سه حرکت دوره‌ای را می‌بینید. شکل نخست، مربوط به ارتعاش یک «دیاپازون» است. دیاپازون، وسیلهٔ فلزی U شکلی است که وقتی با چکّشی مخصوص به آن ضربه زده می‌شود، شاخه‌های آن به نوسان درمی‌آیند. نمودار دوم، مربوط به نوسان یک سیم ویولن و نمودار سوم، مربوط به نوسان یکی از سیم‌های پیانو است.



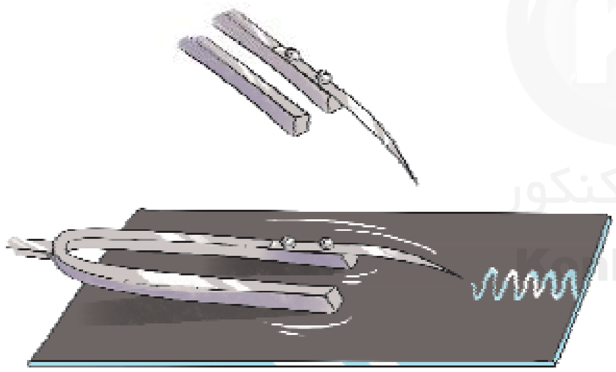
در میان این شکل‌ها، ساده‌ترین و در عین حال، مهم‌ترین آن‌ها، نمودار مربوط به دیاپازون است. حتماً در درس‌های ریاضی خود، با نمودار معادله‌های سینوسی و کسینوسی آشنا شده‌اید. یادتان باشد که در فیزیک، به چنین نمودارهایی، به طور کلی، نمودار سینوسی گفته می‌شود.

یعنی به نمودار مربوط به عبارت کسینوسی هم می‌گن نمودار سینوسی؟!

بله! واقعیت این است که شکل کلی نمودار سینوس و کسینوس، شباهت زیادی به یکدیگر دارند و همین باعث شده به هر دو یک لقب بدهند. در این مورد، به زودی صحبت دقیق‌تری خواهیم داشت. فعلاً به خاطر بسپارید که هرگاه نمودار مربوط به یک نوسان دوره‌ای، نموداری سینوسی باشد، به آن نوسان، **حرکت هماهنگ ساده** (با نماد SHM) می‌گویند. نماد SHM از ابتدای سه واژه در عبارت Simple Harmonic Motion گرفته شده است: Simple به معنی ساده، Harmonic به معنی هماهنگ و Motion به معنی حرکت.

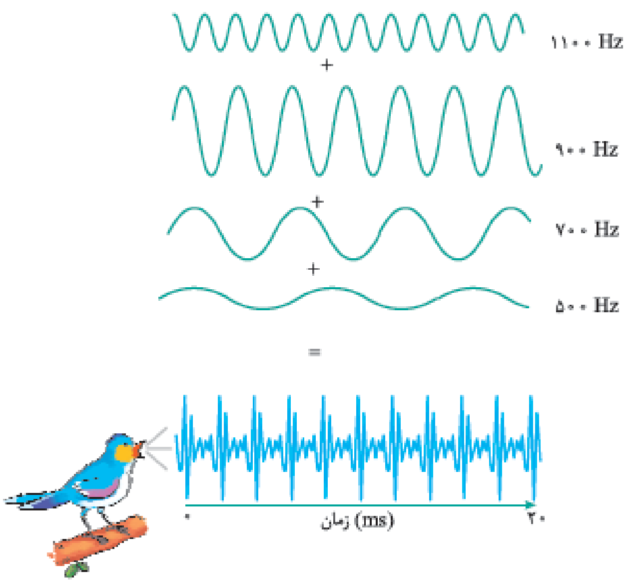
ببخشین! یه سؤال دیگه! می‌شه بگین از کجا می‌فهمن نمودار مربوط به نوسان یه جسم، چه شکلیه؟!

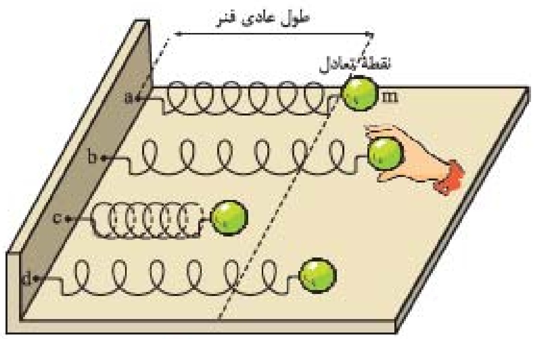
سؤال خوبیه! برای رسم نمودار مربوط به نوسان دیاپازون، روش ساده‌ای وجود دارد. در این روش، ابتدا یک سطح شیشه‌ای را با دوده می‌پوشانند. سپس به یکی از شاخه‌های دیاپازون، بُرهٔ (تیغهٔ) نوک تیزی متصل می‌کنند. دیاپازون را به نوسان درمی‌آورند و سپس، در حالی که نوک تیز آن با سطح شیشه در تماس است، دیاپازون را به موازات سطح شیشه به حرکت درمی‌آورند. همهٔ این‌ها را در شکل روبه‌رو می‌بینید. نوک تیز دیاپازون بر سطح دوده‌اندودِ شیشه، ردی سینوسی از خود به جای می‌گذارد. وسیله‌هایی که به کمک آن‌ها چنین نمودارهایی را رسم می‌کنند، «نوسان‌نگار» و نمودار رسم شده را «نوسان‌نگاشت» می‌نامند. البته نوسان‌نگارهایی که برای رسم نمودارهای مربوط به سازهای موسیقی به کار می‌روند، ساختار پیچیده‌ای دارند و نمی‌توانیم صحبتی از آن‌ها به میان آوریم.



می‌شه یه سؤال دیگه هم بپرسیم؟! ... چرا گفتین نمودار سینوسی، مهم‌ترین نموداره؟!

در ریاضیات پیشرفته، ثابت می‌کنند که نمودار هر نوسان دوره‌ای را که سینوسی نباشد، می‌توان با جمع چند نمودار سینوسی به دست آورد. به عنوان یک نمونهٔ جالب، نمودار پیچیده‌ای که قبلاً در مورد نوسان حاصل از آواز یک پرنده دیدیم، مجموع چهار نمودار سینوسی به شکل‌های روبه‌رو است! این‌که اصلاً چگونه می‌توان چند نمودار سینوسی را جمع کرد و به یک نمودار پیچیده‌تر رسید، کلاً از حوزهٔ دانش ریاضی من و شما خارج است و متأسفانه، بیش از این نمی‌توانم توضیحی در مورد آن بدهم؛ لطفاً زیاد در مورد جزئیات شکل روبه‌رو کنجکاوی نکنید!

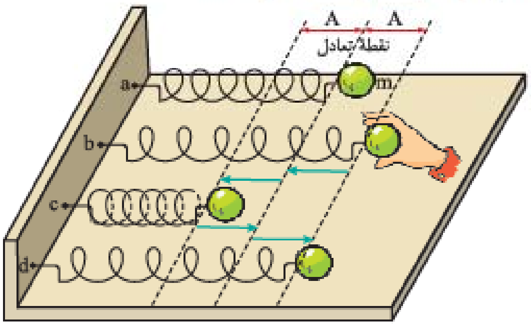




به‌جز دیاپازون، نوسانگرهای دیگری هم وجود دارند که حرکتشان هماهنگ ساده است. یک نمونهٔ معروف، جرم متصل به یک فنر است که به آن، سامانهٔ جرم ـ فنر گفته می‌شود. شکل روبه‌رو چنین سامانه‌ای را نشان می‌دهد. پیش از هر توضیحی، یادتان باشد که در بررسی‌های خود در این فصل، از نیروهایی مثل اصطکاک و مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌کنیم. در شکل a، وقتی فنر طول عادی خود را دارد، جرم m در نقطهٔ تعادل خود است. اگر جرم m را همانند شکل b، با دست از نقطهٔ تعادل خارج کنیم و سپس، آن را رها سازیم، شروع به نوسان در دو طرف نقطهٔ تعادل خواهد کرد. اگر اصطکاک و مقاومت هوا نباشد، این نوسان تا ابد ادامه خواهد یافت!

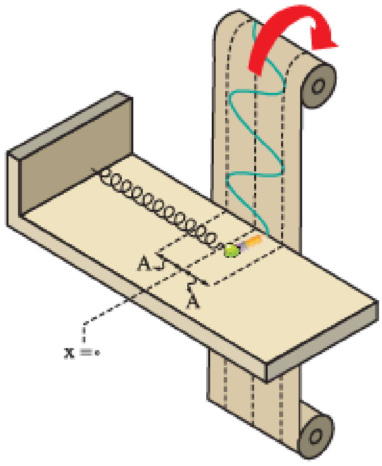
ببخشین! بعد از این‌که توو شکل b جسم رو رها می‌کنیم، نباید تا اون خطی که نشون‌دهندهٔ نقطهٔ تعادله بره و اون‌جا متوقف بشه و برگرده؟! نمی‌دونیم چرا احساس می‌کنیم برگشت جسم باید از نقطهٔ تعادل صورت بگیره!

این احساس درستی نیست! شاید نام نقطهٔ تعادل شما را به این اشتباه انداخته باشد! پس از رهاکردن جسم در شکل b، جسم تحت تأثیر نیروی کشسانی فنر به نقطهٔ تعادل بازمی‌گردد؛ اما به دلیل تندی‌ای که دارد، از این نقطه می‌گذرد و فنر را فشرده می‌کند. ثابت می‌شود که حداکثر فاصلهٔ جسم از نقطهٔ تعادل، در دو طرف این نقطه (یعنی در دو شکل b و c) یکسان است؛ یعنی نقطهٔ تعادل، درست در وسط مسیر حرکت نوسانی جسم است. در بررسی حرکت نوسانی، همیشه مبدأ مکان (نقطهٔ O) را همین نقطهٔ تعادل، در نظر می‌گیرند. بگذارید همین‌جا، یک اصطلاح جدید را هم برایتان معرفی کنم! به بیشترین فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل، «دامنهٔ حرکت» می‌گوییم و آن را با نماد A نمایش می‌دهیم. یادتان باشد که چون «فاصله» همیشه مثبت است، دامنهٔ حرکت نیز همیشه مثبت است. در شکل زیر، فاصله‌هایی که با رنگ قرمز مشخص شده‌اند، دامنهٔ حرکت را نشان می‌دهند. با توجه به همین شکل، آشکار است که طول مسیر حرکت نوسانگر، ۲ برابر دامنهٔ حرکت است. می‌خواهیم به کمک همین شکل، یک موضوع مهم دیگر را هم نتیجه‌گیری کنیم. به حرکت جرم m در کل شکل‌های c ،b و d، یک چرخه یا یک نوسان کامل گفته می‌شود. به کمک پیکان‌های سبزرنگی که در این شکل کشیده‌ام، به من بگویید در یک نوسان کامل، مسافتی که جرم m پیموده، چند برابر دامنهٔ حرکت است؟



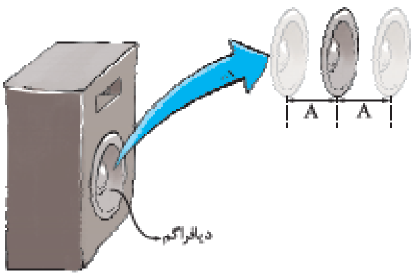
معلومه! چهار تا از این پیکان‌ها داریم و هر کدومشون برابر دامنهٔ حرکتن، پس مسافت پیموده‌شده ۴ برابر دامنهٔ حرکته.

کاملاً درست است! لطفاً این موضوع را به خاطر بسپارید: در هر نوسان کامل، مسافت پیموده‌شده ۴ برابر دامنهٔ حرکت (یعنی $4A$) است. (به یک نوسان کامل، به طور خلاصه، یک نوسان هم می‌گوییم و اجباری نیست واژهٔ «کامل» را مدام تکرار کنید!)



می‌شه یه چیزی بپرسیم؟! شما گفتین که توو حرکت هماهنگ ساده، نمودار مربوط به نوسان باید به شکل سینوسی باشه. از کجا می‌دونیم این نمودار برای یه سامانهٔ جرم ـ فنر سینوسیه؟!

برای رسم نمودار مربوط به حرکتِ جرم متصل به فنر، مدادی به جرم وصل می‌کنند و با دستگاهی نظیر آن‌چه در شکل روبه‌رو می‌بینید، کاغذی را که نوک مداد با آن در تماس است، حرکت می‌دهند. این آزمایش تأیید می‌کند که نوسان‌نگاشت، شکلی سینوسی دارد. *(امیدوارم یادتون باشه که منظور از نوسان‌نگاشت چی بود؟!)*



گرچه ما دامنهٔ حرکت را با استفاده از سامانهٔ جرم ـ فنر معرفی کردیم؛ اما این اصطلاح برای هر حرکت هماهنگ ساده‌ای قابل استفاده است. به عنوان نمونه، یک بلندگوی پخش صوت، صفحهٔ حساسی دارد که به آن «دیافراگم» گفته می‌شود. وقتی این صفحه نوسان می‌کند، دامنهٔ آن را می‌توان به صورتی که در شکل روبه‌رو می‌بینید، نشان داد. (البته در این شکل، دامنهٔ حرکت به طور اغراق‌آمیزی بزرگ نشان داده شده است!)

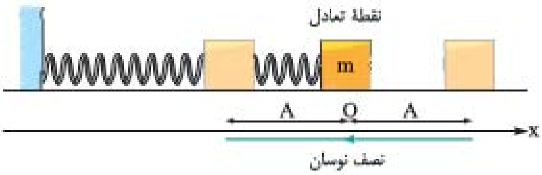
منوتو ۲

من در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر بر روی پاره‌خطی به طول $10\,cm$ نوسان می‌کند و در هر دقیقه، ۲۴۰ مرتبه طول این پاره‌خط را می‌پیماید. به ترتیب از راست به چپ، دامنهٔ حرکت، بسامد و تندی متوسط نوسانگر در هر دورهٔ تناوب (در SI) کدام است؟

۱) ۰/۱، ۴، ۰/۸ ۲) ۰/۱، ۲، ۰/۴ ۳) ۰/۰۵، ۴، ۰/۸ ۴) ۰/۰۵، ۲، ۰/۴

پاسخ **حواستان باشد!** طول مسیر حرکت را با دامنهٔ حرکت اشتباه نگیرید! چنان‌که گفتیم، طول مسیر حرکت، ۲ برابر دامنه است؛ بنابراین در این تست، دامنهٔ حرکت نوسانگر $5\,cm$ است: $10=2A \Rightarrow A=5\,cm=0/05\,m$

پیش از استفاده از رابطهٔ $\Delta t = nT$، باید *مواستون باشه* که منظور از n در این رابطه، تعداد نوسان‌ها است که در این تست، برابر ۲۴۰ نیست! همان‌گونه که مسیر سبز در شکل زیر نشان می‌دهد، وقتی نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر می‌رود (یعنی یک بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند)، مسافتی که می‌پیماید، ۲ برابر دامنه است و این، یعنی نصف یک نوسان! (*گفته بودم که توو یه نوسان، مسافتی که طی می‌شه ۴ برابر دامنه است.*) به این ترتیب، تعداد نوسان‌ها در هر دقیقه، برابر $\frac{240}{2}=120$ بوده است و می‌توان نوشت:



$$\Delta t = nT \Rightarrow \underbrace{60}_{\text{ثانیه}} = 120\,T \Rightarrow T=\frac{1}{2}\,s$$

$$f=\frac{1}{T}=2\,Hz$$

و بالأخره، تندی متوسط را خواسته است که به فصل ۱ مربوط است! کافی است مسافت پیموده‌شده در یک دورهٔ تناوب (یعنی $4A$) را بر مدت‌زمان تقسیم کنیم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{4A}{T}=\frac{4\times 0/05}{\frac{1}{2}}=0/4\,m/s$$

گزینهٔ ۴

تو اگر نوسانگری که روی پاره‌خطی حرکت نوسانی ساده دارد، در هر دقیقه ۲۰ بار این پاره‌خط را بپیماید، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟ *(سراسری تجربی ۷۷)*

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۳ ۴) ۶

منوتو ۳

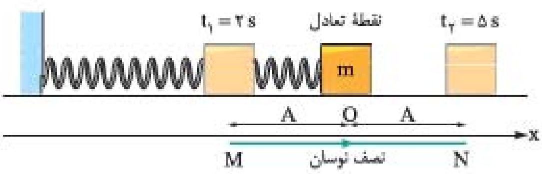
من در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در لحظهٔ $t_1=2\,s$ در یک انتهای مسیر و در لحظهٔ $t_2=5\,s$ در انتهای دیگر مسیر است. دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۲

۳) ۱/۲ ۴) هر سه گزینهٔ قبل می‌تواند دورهٔ تناوب این حرکت باشد.

پاسخ هدف اصلی از مطرح‌کردن چنین مثالی، پررنگ کردن ماهیت تکرارشوندهٔ نوسان‌های دوره‌ای است. توجه کنید که نوسانگر ما، در لحظهٔ $t_1=2\,s$ در یک انتهای مسیر (مثلاً نقطهٔ M در شکل زیر) و در لحظهٔ $t_2=5\,s$ در انتهای دیگر مسیر (نقطهٔ N در شکل زیر) بوده است؛ اما معلوم نیست در بازهٔ زمانی بین این دو لحظه چه کرده است! بگذارید برای این‌که بهتر متوجه منظورم شوید، دو سه حالت مختلف را جداگانه بررسی کنیم.

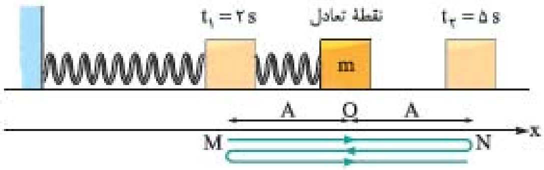
اگر همان‌گونه که در شکل مقابل می‌بینید، نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو لحظه، فقط یک بار از نقطهٔ M به نقطهٔ N رفته باشد، این حرکتش نیم نوسان است و مدت‌زمان آن، نصف دورهٔ تناوب خواهد بود:



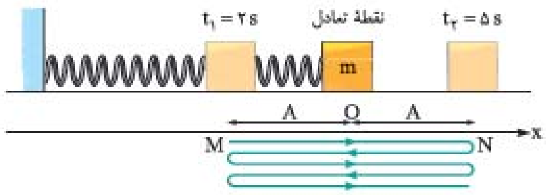
$$\Delta t=\frac{T}{2} \Rightarrow 5-2=\frac{T}{2} \Rightarrow T=6\,s$$

این امکان هم وجود دارد که نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ گفته‌شده، مسیری همانند شکل بالایی در صفحهٔ بعد را پیموده باشد؛ در این صورت، باز هم در لحظهٔ $t_1=2s$ در نقطهٔ M و در لحظهٔ $t_2=5\,s$ در نقطهٔ N خواهد بود. این مسیر، چنان‌که می‌بینید، از ۳ نیم نوسان تشکیل شده است و مدت‌زمان آن، برابر $3\times\frac{T}{2}$ است:

$$\Delta t=3\frac{T}{2} \Rightarrow 5-2=3\frac{T}{2} \Rightarrow T=2\,s$$



می‌بینید که در این حالت، دورهٔ تناوب کم‌تر از مقدار قبل به دست آمد و این هم یک جواب دیگر برای همین تست است.



یک حالت دیگر را هم در نظر می‌گیریم! حالتی که همانند شکل مقابل، نوسانگر در همان بازهٔ زمانی، ۵ مرتبه طول مسیر را پیموده باشد. می‌بینید که باز هم نوسانگر ابتدا در نقطهٔ M است و سرانجام، به نقطهٔ N می‌رسد:

$$\Delta t = 5\frac{T}{2} \Rightarrow 5-2=5\frac{T}{2} \Rightarrow T=\frac{6}{5}=1.2\,s$$

حتماً قانع شده‌اید که این مثال، دارای یک جواب نیست و می‌توان بی‌شمار جواب برای آن به دست آورد. **گزینهٔ ۴**

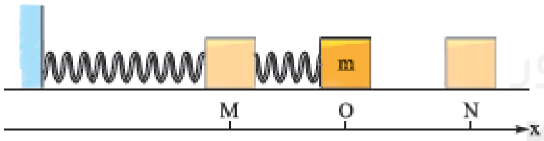
البته به محض آن‌که متوجه شدید این مثال بیش از یک جواب دارد، می‌توانستید گزینهٔ ۴ را بزنید!

یعنی هر وقت این‌جوری سؤال دادن، باید چند حالت ممکن رو در نظر گرفت و چن تا از جواب‌ها رو به دست آورد؟!

بله! البته ناگفته نماند که معمولاً در سؤال‌های تستی، صورت سؤال، یکی از جواب‌ها را از ما می‌خواهد و نیازی به در نظر گرفتن چند حالت نیست. برای این‌که بفهمید چگونه می‌توان یک حالت را متمایز کرد، باید روی مثال بعدی کار کنید؛ اما پیش از آن، بگذارید از جواب‌های مختلفی که برای این تست به دست آوردیم، یکی دو نتیجه‌گیری جالب هم داشته باشیم!

اگر یک بار دیگر به سه حالتی که بررسی کردیم نگاه کنید، متوجه می‌شوید که هر چه در بازهٔ زمانی ذکرشده، تعداد رفت و برگشت‌های نوسانگر بیشتر می‌شد (یعنی نوسانگر سریع‌تر نوسان می‌کرد)، دورهٔ تناوب کوچک‌تری برای آن به دست می‌آمد. بد نیست به خاطر بسپارید که در نوسان بر مسیری معین، هر چه نوسانگر سریع‌تر نوسان کند، دورهٔ تناوب آن کم‌تر بوده است. با توجه به این‌که بسامد، وارون دورهٔ تناوب است، می‌توان همین نتیجه را به این صورت هم بیان کرد: در نوسان بر مسیری معین، هر چه نوسانگر سریع‌تر نوسان کند، بسامدش بیشتر بوده است. به نوسان‌های سریع، گاهی **ارتعاش** هم گفته می‌شود.

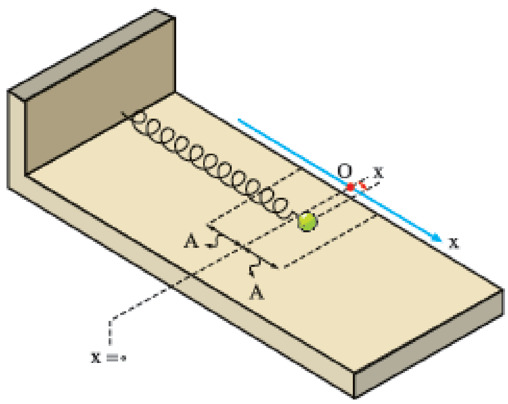
تو شکل روبه‌رو، یک سامانهٔ جرم ـ فنر را نشان می‌دهد که بر سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر نوسانگر در مدت 6 s از نقطهٔ O (نقطهٔ تعادل)، به نقطهٔ M (یک انتهای مسیر) رسیده باشد و در این مدت، جهت حرکتش یک مرتبه تغییر کرده باشد، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه بوده است؟



۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

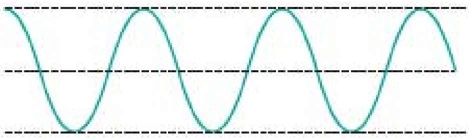
(می‌شه یه لطفی بکنین و روی شکل، مسیر حرکت نوسانگر رو نشون بدین!)

اکنون وقت آن رسیده است که به بحث تخصصی‌تری در مورد حرکت هماهنگ ساده بپردازیم. برای شروع این بحث، باز هم همانند شکل زیر، جرم متصل به یک فنر را در نظر می‌گیریم که روی سطح افقی بدون اصطکاکی در حال نوسان است. در فصل ۱ دیدیم که وقتی یک جسم بر محور x حرکت می‌کند، مکان آن را در هر لحظه با x نشان می‌دهیم. این را هم دیده بودیم که x تابعی از زمان است و به همین دلیل، گاهی آن را با نماد x(t) نشان می‌دهند.

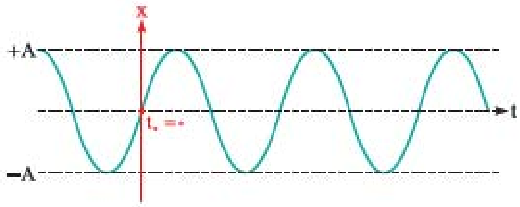


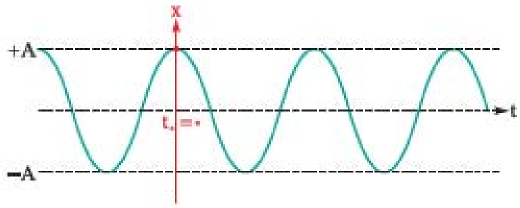
وقتی جرم متصل به فنر در یک مکان دلخواه قرار دارد، درست مانند فصل ۱، مکان آن را با x نشان می‌دهیم؛ اما در این‌جا با یک نام جدید هم برای x آشنا می‌شویم. چنان‌که در شکل می‌بینید، x می‌تواند نشان‌دهندهٔ آن باشد که جرم متصل به فنر، نسبت به نقطهٔ تعادل خود (نقطهٔ O) چه‌قدر جابه‌جا شده است. بردار قرمزرنگ در این شکل، جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل را نشان می‌دهد. یادتان بماند که در این فصل، x را «جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل» (یا به طور خلاصه، «جابه‌جایی») می‌نامیم.

هدف اصلی ما این است که معادله‌ای برای جابه‌جایی برحسب زمان بنویسیم.



دیده بودیم که اگر با یک نوسان‌نگار، نمودار حرکت هماهنگ ساده را رسم کنیم، شکلی به صورت روبه‌رو نتیجه می‌شود. این شکل، در حقیقت نمودار مکان ـ زمان نوسانگر است که از این پس، می‌توانید به آن، نمودار جابه‌جایی ـ زمان نیز بگویید. پیش از هر چیز، به یک محور افقی (محور زمان) و یک محور قائم (محور مکان) نیاز داریم. مبدأ محور افقی، همان مبدأ زمان ($t_0 = 0$) است و چنان‌که در فصل ۱ دیده بودیم، منظور از مبدأ زمان، لحظهٔ دلخواهی است که زمان‌سنج (کرونومتر) را به کار می‌اندازیم. اگر همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، مبدأ زمان و محور قائم نمودار را آن‌طور که با رنگ قرمز نشان داده‌ام، در نظر بگیریم، نمودار ما با تابع سینوس قابل بیان است. در کتاب‌های درسی نظام آموزشی پیش از شما، انتخاب مبدأ زمان همانند این شکل بود و به همین دلیل، آن‌ها معادله‌های نوسان را به صورت سینوسی می‌نوشتند؛ اما کتاب درسی شما، مبدأ زمان را جای دیگری گرفته است! *(همون‌طور که گفته بودیم، هر لحظه‌ای رو می‌شه مبدأ زمان گرفت؛ یعنی از هر لحظهٔ دلخواهی می‌تونیم شروع به بررسی حرکت کنیم و اون لحظهٔ شروع رو لحظهٔ صفر در نظر بگیریم. این موضوع، کاملاً قراردادیه!)* کتاب درسی شما، همانند شکل روبه‌رو، مبدأ زمان را لحظه‌ای در نظر گرفته که نوسانگر در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل در قسمت مثبت محور x است؛ یعنی $x_0 = +A$ است. ما هم از این‌جا به بعد، همین کار را می‌کنیم.



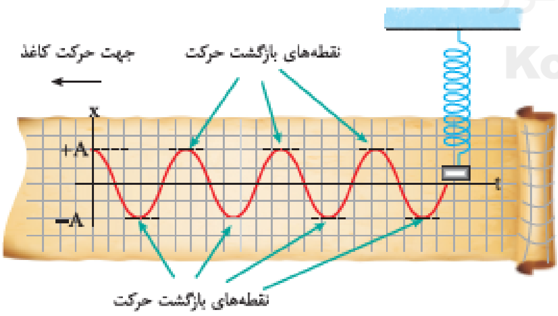


بیخشین! شما گفته بودین دامنه همیشه مثبته؛ پس چرا روی شکل بالا مینیمم‌های نمودار نوشتین $-A$؟!

متأسفانه خیلی از بچه‌ها، جابه‌جایی نوسانگر (یعنی x) را با دامنه (یعنی A) اشتباه می‌گیرند! *(لطفاً حواستون باشه که منظور ما از جابه‌جایی در این فصل، همون مکانه!)* چیزی که کنار محور قائم نوشته می‌شود، جابه‌جایی نوسانگر است که می‌تواند از $x = -A$ تا $x = +A$ تغییر کند. *(در حقیقت این علامت‌های مثبت یا منفی، مالِ x است!)*

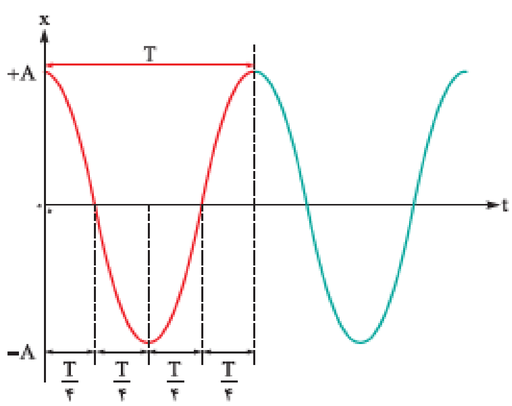
بسیار خُب! حالا بیایید نگاه دقیق‌تری به نمودار جابه‌جایی ـ زمان بیندازیم! برای این‌که بهتر بتوانید حرکت جرم متصل به فنر را با نمودار تطبیق دهید، در شکل روبه‌رو، حالتی را نشان داده‌ام که نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر در راستای قائم صورت می‌گیرد.

چنان‌که می‌بینید در بالاترین و پایین‌ترین نقطه‌های نمودار، شیب خط مماس برابر صفر است. از فصل ۱ به یاد دارید که شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، سرعت متحرک را نشان می‌داد؛ به این ترتیب، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت نوسانگر در این نقطه‌ها برابر صفر است. نوسانگر در دو انتهای مسیر، لحظه‌ای می‌ایستد و سپس جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد. به همین دلیل است که به دو انتهای مسیر، نقطه‌های بازگشتِ حرکت می‌گویند.



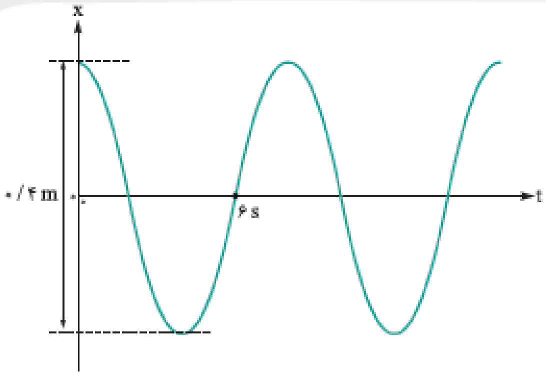
در این‌جا باید توجه شما را به یک نکتهٔ دیگر در مورد شکل این نمودار جلب کنم. در شکل روبه‌رو، یک چرخهٔ این نمودار را با رنگ قرمز می‌بینید. مدت‌زمان یک چرخه (یا یک نوسان)، چنان‌که به یاد دارید، دورهٔ تناوب (T) نام داشت و در این شکل، با رنگ قرمز نشان داده شده است. در پایین همین شکل، یک دورهٔ تناوب را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. به خاطر بسپارید که

مدت‌زمان حرکت از نقطهٔ تعادل تا هر انتهای مسیر (یا برعکس)، برابر $\frac{T}{4}$ است.



منو تو ۴

من نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده، به شکل روبه‌رو است. دامنهٔ این حرکت برحسب متر و بسامد آن برحسب هرتز، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۰/۲، ۸

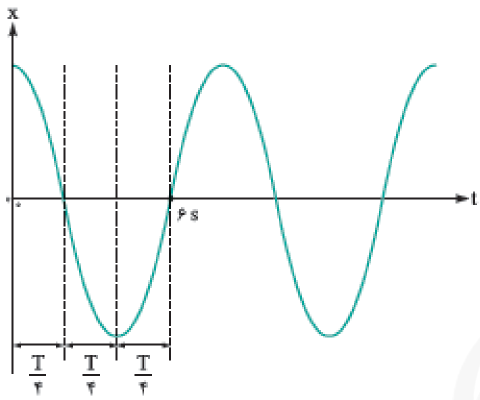
۲) ۰/۲، ۰/۱۲۵

۳) ۰/۴، ۸

۴) ۰/۴، ۰/۱۲۵

پاسخ اولین چیزی که باید به آن توجه کنید، این است که فاصلهٔ ۰/۴ متری در این شکل، دامنهٔ حرکت نیست! این فاصله در حقیقت، فاصلهٔ دو انتهای مسیر از یکدیگر است که ۲ برابر دامنه است:

$$۲A = ۰/۴ \Rightarrow A = ۰/۲\,m$$

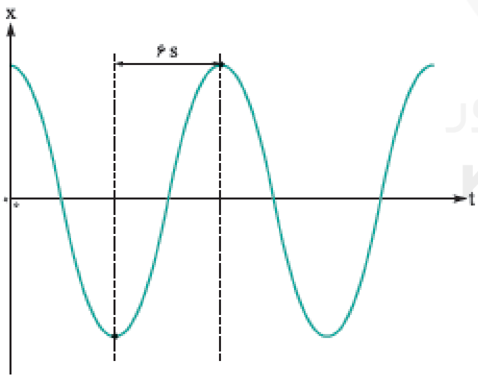


همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s را می‌توان برابر $۳\times\frac{T}{۴}$ دانست:

$$۳\frac{T}{۴} = ۶ \Rightarrow T = ۸s \;,\; f = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵\,Hz$$

گزینهٔ ۲

تو در یک حرکت هماهنگ ساده، نمودار جابه‌جایی ـ زمان به شکل روبه‌رو است. بسامد این حرکت چند هرتز است؟



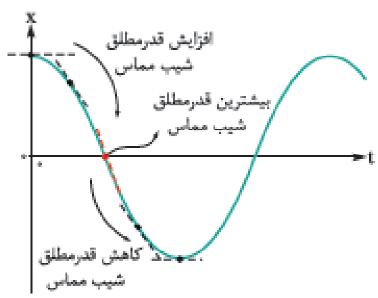
۱) ۶

۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) ۱۲

۴) $\frac{۱}{۱۲}$

پیش از آن‌که این درس را به پایان بریم، باید یک خبر خوش هم به شما بدهم! همان‌گونه که احتمالاً خودتان هم متوجه شده‌اید، همهٔ آن‌چه در فصل شیرین «حرکت بر خط راست» خواندید، می‌تواند با تست‌ها و مسئله‌های این فصل نیز ترکیب شود! به عنوان نمونه، در شکل زیر، با رسم مماس بر نمودار جابه‌جایی ـ زمان (که در فصل ۱ به آن نمودار مکان ـ زمان می‌گفتیم)، می‌توان به بررسی سرعت نوسانگر در لحظه‌های مختلف پرداخت.



چنان‌که این مماس‌ها نشان می‌دهند، وقتی نوسانگر از یک انتهای مسیر به نقطهٔ تعادل (نقطهٔ قرمز در این شکل) می‌رود، اندازهٔ سرعت (تندی) آن افزایش می‌یابد و می‌توان گفت حرکتش، تندشونده است. درست در نقطهٔ تعادل، بیشترین اندازهٔ سرعت (تندی بیشینه) را داریم؛ چرا که پس از آن، قدرمطلق شیب مماس کاهش می‌یابد و در انتهای دیگر مسیر، دوباره به صفر می‌رسد. بد نیست به خاطر بسپارید که هر وقت نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک می‌شود، حرکتش تندشونده و هر وقت از نقطهٔ تعادل دور می‌شود، حرکتش کندشونده است. شیب همهٔ مماس‌هایی که در این شکل می‌بینید، منفی است و چنان‌که می‌دانید، نشان می‌دهد حرکت نوسانگر ابتدا در خلاف جهت محور x صورت می‌گیرد.

در صورتی که بخواهیم در مورد جهتِ (علامتِ) شتاب نیز صحبت کنیم، کافی است به سوی تقعر نمودار نگاهی بیندازیم. کارِ بیشتر در این زمینه را به عهدهٔ خودتان می‌گذارم! یادتان باشد در اولین فرصت باید به بانک تست بروید و تست‌های ۴۸۴ تا ۵۰۳ را پاسخ دهید. *(اگه خسته شدین، بد نیست برای یه استراحت مختصر، موضوع جالبی رو که همین‌جا، پس از پایان این درس براتون گذاشتم، بخونین و بعدش برین سراغ تستا!)* لطفاً تا این تست‌ها را حل نکرده‌اید، خواندنِ درس بعدی را شروع نکنید! تا درس بعد، خدا نگه‌دار!

بی‌خبر از حال همسایه!

یک روز که با عجله می‌خواستم کتاب‌های درسی فیزیک را از اینترنت دانلود کنم، در جستجوگرِ گوگل، واژهٔ «فیزیک» را به اشتباه، به صورت «فزیک» تایپ کردم! به سرعت، فهرستی از لینک‌های مختلف ظاهر شد و من هم روی یکی کلیک کردم و دانلود با موفقیت انجام شد. وقتی فایل دانلودشده را باز کردم، کتاب درسی به صورت «پی‌دی‌اف» برایم باز شد و شروع به ورق‌زدن آن کردم. در همان صفحات نخست، عبارت‌هایی مشکوک به چشمم خورد! عبارت‌هایی مثل این اخطار که: «کتاب‌های درسی متعلق به وزارت معارف بوده و خرید و فروش آن جداً ممنوع است.»! همین‌طور که ورق می‌زدم، کم‌کم فهمیدم داستان از چه قرار است! من کتاب‌های درسی کشور دوست و همسایه، افغانستان را دانلود کرده بودم! ظاهراً در افغانستان به «فیزیک» می‌گویند «فزیک»! حس کنجکاوی‌ام تحریک شد و شروع به خواندن کتاب فزیک «صنف ۱۲» (یعنی سال دوازدهم) کردم! کتابی به مراتب کامل‌تر از کتاب دوازدهم ما! از آن به بعد، خواندن کتاب‌های درسی آن‌ها برایم به یک بازی فکری هیجان‌انگیز تبدیل شد؛ چون باید در زبان شیرین فارسی آن‌ها، معنی بسیاری از واژه‌ها را خودم حدس می‌زدم و این یک نوع رمزگشایی بود که با توجه به دیدی که از درس فیزیک داشتم، برایم خیلی هم سخت نبود و یک بازی فکری نه چندان خشن به حساب می‌آمد! چون فکر می‌کنم شما هم از این بازی‌ها خوشتان بیاید، برایتان قسمت کوتاهی از مبحث نوسان را در این‌جا می‌آورم. سعی کنید معنی واژه‌ها را حدس بزنید! *(من فقط برای شروع یه کمک کوچیکی بهتون می‌کنم! ظاهراً «گاز خوردن» یعنی «تاب خوردن»!)*

1-2: تعریف حرکت سادهٔ هارمونیکی

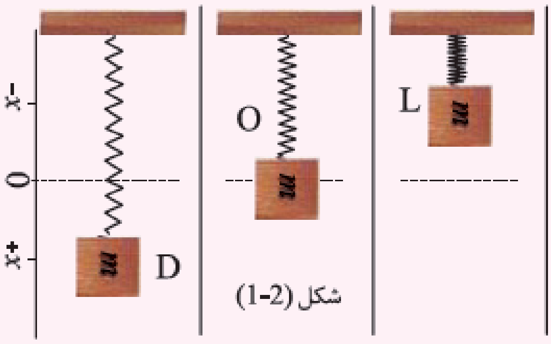
حرکـت گاز خـوردن یک طفل را بـه دقت نظاره کنیـد، خواهید دید که حرکـت گاز به زمانهای منظـم و بـه طـور خـود بخـودی تکرار می شـود. هـر حرکتی کـه خود بخـود به طـور منظم تکـرار می شـود به نام حرکـت پیریودیک (تناوبـی) و یـا هارمونیکی یاد می شـود و هر حرکت پیریودیک، که بتواند توسـط گراف، تابع سـادهٔ سـاین و یا کوسـاین را نمایش دهد به نام حرکت سـادهٔ میخانیکی یاد می شـود. برای شناسـایی و تشـخیص حرکت سـادهٔ هارمونیکـی فعالیت ذیل را انجام دهید:

فعالیت

مواد ضروری: فنر، کتله، متکای برای تعلیق.

طرزالعمل:

1. فنر را از نقطهٔ اتکا بیاویزید.
2. یک کتله را به انجام فنر آویخته، مشاهدات تان را یادداشت کنید. به شکل (2-1) نظر کنید.
3. کتلهٔ (m) را بالا ببرید تا این‌که فنر به طول اصلی اش بر گردد و بعداً رها اش کنید. تشریحات تان را در بارهٔ حرکت بنویسید.



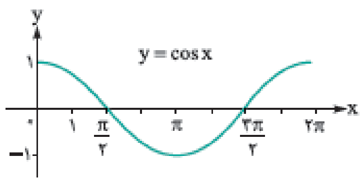
شکل (2-1)

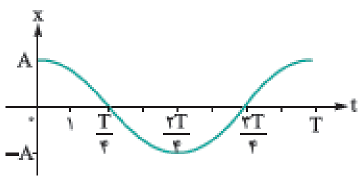
شاید بدانید که جمهوری اسلامی افغانستان هم برای خودش کنکوری دارد که البته به آن «کانکور» می‌گویند. یکی دو سال پیش که برای اولین بار، تصاویر روبه‌رو از جلسهٔ کنکور در برخی نقاط این کشور را دیدم، ابتدا وحشت‌زده شدم؛ چون فکر کردم این تصاویر مربوط به افرادی است که توسط طالبان یا داعش به اسارت گرفته شده‌اند و در حالی که بر زمین چمباتمه زده‌اند در انتظار اعدام دسته‌جمعی‌اند! اما خوشبختانه اشتباه می‌کردم! آن‌ها در حال پاسخ به تست‌های کنکورشان بودند!

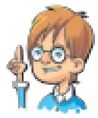
اتفاقاً همین یکی دو سال قبل شنیدم که یکی از رتبه‌های برتر کنکور در کشور عزیز خودمان گفته بود که برای آماده‌سازی خودش، از شرایط سخت مشابهی استفاده می‌کرده است. او گفته بود که گاهی برای آزمون گرفتن از خودش، در کنار یک ساختمان در حال ساخت، در کنار سر و صدای گوش‌خراش و رفت و آمدهای کارگران، جایی روی زمین می‌نشسته و تست می‌زده است تا قدرت تمرکز خود را بالا ببرد. کسی که بتواند در چنین شرایطی فکر خود را بر روی کار خود متمرکز کند، در جلسهٔ کنکور، هیچ چیز تمرکزش را بر هم نمی‌زند. *(قابل توجه بعضیاتون که انتظار دارین برای درس خوندن شما، همهٔ اعضای خونواده‌تون روزهٔ سکوت بگیرن و زندگی رو بر خودشون حروم کنن!)*

درس دوم: معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده

به یک درس پُر از **منوتو** خوش آمدید! در درس قبل به نمودار جابه‌جایی ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده اشاره کردیم و اکنون، آماده‌ایم تا یک معادلهٔ ریاضی برای آن بنویسیم و کلی تمرین در مورد آن حل کنیم تا خوب بر آن مسلط شوید. برای شروع کار، دو نمودار زیر را برایتان کشیده‌ام. نمودار اول، نمودار تابع $y = \cos x$ از درس ریاضی و نمودار دوم، نمودار جابه‌جایی ـ زمان حرکت هماهنگ ساده در فیزیک است. لطفاً با دقت به این دو شکل نگاه کنید و بگویید چه تفاوت‌هایی در آن‌ها می‌بینید؟







ما بگیم! به‌جز این‌که اسم محورهای عمودی و افقی‌شون فرق می‌کنه، دوتا فرق دیگه هم با هم دارن، شکل اول بین ۱ و ۱- پایین و بالا می‌ره، اما شکل دوم بین A و A-. فرق دوم‌شون هم اینه که عددهای نوشته‌شده روی محور افقی شکل اول، زاویه‌ان، ولی عددهای روی محور افقی شکل دوم زمانو نشون می‌دن.

مقایسهٔ خوب و کاملی کردید! به خاطر همین چیزهایی که گفتید، معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x = A\cos\omega t$$

این دیگه چیه؟! ... از کجا اومد؟!

چرا این‌طوری وحشت‌زده شدین؟! نترسین بابا! الان توضیح می‌دم! لطفاً در مورد این معادله، به دو موضوع توجه کنید:

۱ چون کسینوس بین ۱+ و ۱− تغییر می‌کند و ما می‌خواهیم x بین A+ و A− تغییر کند، ضریب A را در پشت کسینوس گذاشته‌ایم تا در آن ضرب شود.

۲ لابد از درس‌های ریاضی خود به یاد دارید که به چیزی که جلوی کسینوس نوشته می‌شود، **شناسهٔ تابع کسینوس** گفته می‌شود. شناسهٔ تابع کسینوس باید یک زاویه باشد؛ به همین دلیل ضریبی را که با حرف یونانی ω (با تلفظ اُمگا) نشان داده شده است، در زمان ضرب کرده‌ایم. این ضریب را **بسامد زاویه‌ای** می‌نامند و به زودی رابطه‌ای برای محاسبهٔ آن خواهیم یافت. *(اون f که تو درس قبلی خوندیم اسمش بسامد بود، این یکی اسمش بسامد زاویه‌ایه. با هم اشتباه نگیریدشون!)* فعلاً توجه کنید که شناسهٔ تابع کسینوس در معادله‌ای که نوشتیم، ωt است و باید یکای آن، همان یکای زاویه باشد.

این را هم بدانید که ما زاویه‌ها را در این فصل با یکای **رادیان** (با نماد rad) می‌سنجیم؛ به این ترتیب، باید یکای بسامد زاویه‌ای، $\frac{\text{رادیان}}{\text{ثانیه}}$ باشد که وقتی در زمان ضرب می‌شود، تنها یکای رادیان به جا بماند:

$$\text{یکای } \omega t = \frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}}} \times \cancel{\text{s}} = \text{rad}$$

اگر یک بار دیگر به محور افقی دو نمودار صفحهٔ قبل نگاه کنید، متوجه می‌شوید که لحظهٔ T در نمودار پایینی، درست در جایی قرار دارد که در نمودار بالایی، زاویهٔ 2π به چشم می‌خورد؛ بنابراین اگر در عبارت ωt، به جای t، مقدار T را قرار دهیم، انتظار داریم به زاویهٔ 2π برسیم:

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

با استفاده از این‌که دورهٔ تناوب و بسامد، وارون یکدیگرند، می‌توان رابطهٔ اخیر را به صورت روبه‌رو هم نوشت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}} \Rightarrow \omega = 2\pi f$$

ببخشین! می‌شه یادآوری کنین چه‌جوری زاویه رو از درجه به رادیان تبدیل می‌کردیم؟!

بله! برای راحتی کار، هر زاویه‌ای برحسب درجه به شما دادند، برای تبدیل آن به رادیان، کافی است مقدار داده‌شده را در $\frac{\pi}{180}$ ضرب کنید؛ مثلاً 20° برحسب رادیان برابر $\frac{20\pi}{180}$ است که به صورت $\frac{\pi}{9}$ ساده می‌شود. در این‌جا برای آشنایی عمیق‌تر شما با معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده، با هم به بررسی چند مثال می‌پردازیم؛ فقط این را هم یادآوری کنم که گفته بودیم در این فصل، به مکان (یعنی x)، جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل (یا به اختصار، جابه‌جایی) نیز می‌گوییم. به این ترتیب، معادلهٔ $x = A\cos\omega t$ را می‌توان معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان نیز نامید.

منوتو ۵

من در یک حرکت هماهنگ ساده بر محور x، نوسانگر در لحظهٔ $t = 0$ در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل (مبدأ محور x) و در قسمت مثبت محور است. اگر دورهٔ تناوب این حرکت، $2\,s$ و طول مسیر حرکت، $20\,cm$ باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت در SI کدام است؟

۱) $x = 0/1\cos 2\pi t$ ۲) $x = 0/2\cos 2\pi t$ ۳) $x = 0/1\cos \pi t$ ۴) $x = 0/2\cos \pi t$

پاسخ پیش از هر چیز، توجه کنید که قسمت زیر از صورت سؤال، یک فرض همیشگی ما است و اگر غیر از این باشد، حل مسئله در حد ما نیست:

«نوسانگر در لحظهٔ $t = 0$ در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل (مبدأ محور x) و در قسمت مثبت محور است.»

برای نوشتن معادلهٔ مکان ـ زمان، باید به یاد معادلهٔ $x = A\cos\omega t$ بیفتیم و به دنبال محاسبهٔ دو کمیت صورتی‌رنگ در آن باشیم. ابتدا با بسامد زاویه‌ای (یعنی ω) شروع می‌کنیم. برای محاسبهٔ آن باید از یکی از دو رابطهٔ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ یا $\omega = 2\pi f$ استفاده کنیم که چون در این تست، دورهٔ تناوب را داده است، می‌توان از اولی استفاده کرد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/s$$

حتماً به یاد دارید که طول مسیر حرکت، ۲ برابر دامنه بود:

$$20 = 2A \Rightarrow A = 10\,cm = 0/1\,m$$

اگر بسامد زاویه‌ای و دامنه‌ای را که به دست آوردیم در معادلهٔ مکان ـ زمان در جای خودشان بگذاریم، به معادلهٔ $x = 0/1\cos\pi t$ می‌رسیم. **گزینهٔ ۳**

تو نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با بسامد $10\,Hz$ بر محور x در دو طرف مبدأ نوسان می‌کند و در لحظهٔ $t = 0$ در دورترین فاصله از مبدأ و در قسمت مثبت محور x قرار دارد. اگر مسافتی که این نوسانگر در هر نوسان کامل می‌پیماید، $12\,cm$ باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = 0/06\cos 20\pi t$ ۲) $x = 0/03\cos 20\pi t$ ۳) $x = 0/03\cos\frac{\pi}{5}t$ ۴) $x = 0/06\cos\frac{\pi}{5}t$

منوتو ۶

من معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/25\cos 8\pi t$ است. تندی متوسط این نوسانگر در یک دورهٔ تناوب چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۱

پاسخ در منوتوی قبلی یاد گرفتیم با استفاده از اطلاعاتی که به ما می‌دهند، معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را بنویسیم. در این منوتو می‌بینیم که از یک معادلهٔ مکان ـ زمان، چه اطلاعاتی می‌توان برداشت کرد. با مقایسهٔ معادلهٔ داده‌شده با معادلهٔ کلی‌ای که باید حفظ باشید، می‌توانید دامنه و بسامد زاویه‌ای حرکت را تشخیص دهید:

$$\left.\begin{array}{l} x = 0/25\cos 8\pi t \\ x = A\cos\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow A = 0/25\,m \quad , \quad \omega = 8\pi\ rad/s$$

با استفاده از بسامد زاویه‌ای (ω) می‌توان دورهٔ تناوب حرکت را به دست آورد:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۸\pi=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{۱}{۴}s$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط، به مسافت پیموده‌شده نیاز داریم و می‌دانید که در مدت یک دورهٔ تناوب، مسافتی که نوسانگر می‌پیماید، ۴ برابر دامنهٔ حرکت است:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۴A}{T}=\frac{۴\times ۰/۲۵}{\frac{۱}{۴}}=۴\ m/s$$

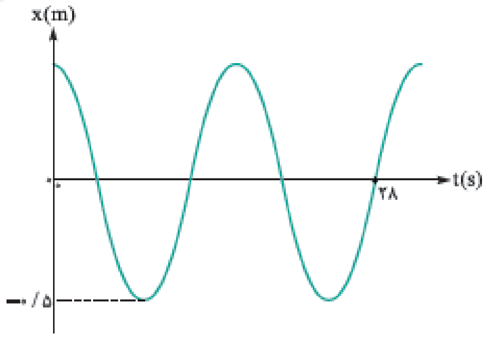
گزینهٔ ۱

تو معادلهٔ مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده در SI به صورت $x=۰/۴\cos ۱۰\pi t$ است. این نوسانگر در هر دقیقه چند نوسان می‌کند؟

۱) ۱۵۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۲۵۰

منوتو ۷

من نمودار مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل روبه‌رو است. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



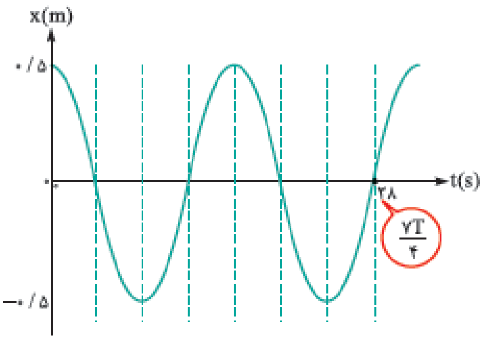
۱) $x=۰/۵\cos\frac{\pi}{۸}t$

۲) $x=-۰/۵\cos\frac{\pi}{۸}t$

۳) $x=-۰/۵\cos\frac{\pi}{۱۴}t$

۴) $x=۰/۵\cos\frac{\pi}{۱۴}t$

پاسخ هدف از این **منوتو**، این است که بتوانید از روی یک نمودار مکان ـ زمان، معادلهٔ مکان ـ زمان را بنویسید. در شکل روبه‌رو، فاصلهٔ هر دو خط نقطه‌چین سبز کنار هم، برابر است؛ در نتیجه مقدار ۲۸ s، برابر با $\frac{۷T}{۴}$ است و می‌توان با استفاده از آن، دورهٔ تناوب و سپس بسامد زاویه‌ای حرکت را محاسبه کرد:



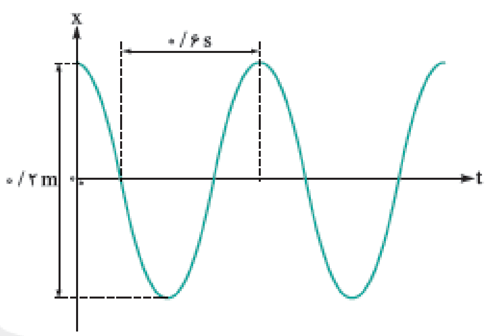
$$\frac{۷T}{۴}=۲۸ \Rightarrow T=۱۶\ s$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۱۶}=\frac{\pi}{۸}\ rad/s$$

گفته بودم که دامنهٔ حرکت، هرگز منفی نمی‌شود و در این‌جا، نوشتن مقدار $-۰/۵\ m$ فقط برای گمراه‌کردن شما بوده است! دامنهٔ این حرکت $۰/۵\ m$ است و می‌توان معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به صورت روبه‌رو نوشت: $x=A\cos\omega t=۰/۵\cos\frac{\pi}{۸}t$

گزینهٔ ۱

تو نمودار مکان ـ زمان نوسانگری به شکل روبه‌رو است. کدام گزینه معادلهٔ مکان ـ زمان آن را در SI درست بیان می‌کند؟



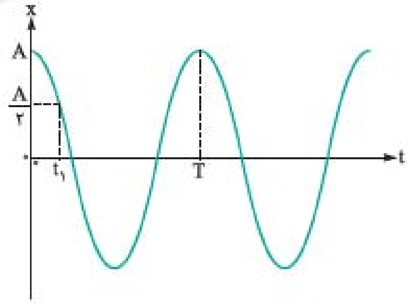
۱) $x=۰/۲\cos\frac{۵\pi}{۲}t$ ۲) $x=۰/۱\cos\frac{۵\pi}{۲}t$

۳) $x=۰/۲\cos\frac{۵\pi}{۴}t$ ۴) $x=۰/۱\cos\frac{۵\pi}{۴}t$

منو توه ۸

من نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به شکل روبه‌رو است.

لحظهٔ t_1 در این شکل، برابر است با:



۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{T}{۸}$

۳) $\frac{T}{۶}$ ۴) $\frac{T}{۱۲}$

پاسخ بیایید از معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده کنیم ...

ببخشین هرفتونو قطع می‌کنیم! اما به نظر ما نیازی نیست از معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده کنیم! می‌دونیم نوسانگر برای این‌که از یک سر مسیر به نقطهٔ تعادل برسه و مسافت A رو طی کنه، به مدت‌زمانی برابر $\frac{T}{۴}$ احتیاج داره؛ پس برای پیمودن نصف این مسافت (یعنی $\frac{A}{۲}$) به نصف این زمان، یعنی $\frac{T}{۸}$ نیاز داره! به همین راحتی!

این جواب درستی نیست! گرچه ما برای حرکت نوسانی، در مورد معادلهٔ سرعت ـ زمان چیزی نمی‌خوانیم؛ اما در درس قبل گفتیم که سرعت نوسانگر ثابت نیست. دیده بودیم که هر چه نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک می‌شود، اندازهٔ سرعتش بیشتر می‌شود و هر چه از نقطهٔ تعادل دورتر می‌شود، اندازهٔ سرعتش کاهش می‌یابد. همین ثابت‌نبودن سرعت، باعث می‌شود که در حالت کلی، مسافت پیموده‌شده با مدت‌زمان پیمودن آن متناسب نباشد؛ یعنی اگر مسافت پیموده‌شده نصف شود، لزوماً مدت‌زمان پیمودنش نصف نخواهد شد!

حالا اگه اجازه بدین به حل تست بپردازیم! نمودار داده‌شده نشان می‌دهد که در لحظهٔ t_1، مکان نوسانگر برابر $\frac{A}{۲}$ است. این مکان را در معادلهٔ مکان ـ زمان می‌گذاریم:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow \frac{\cancel{A}}{۲} = \cancel{A}\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = \frac{۱}{۲}$$

در این‌جا باید توجه شما را به یک نکتهٔ مهم از درس ریاضی جلب کنم! باید بدانید که معادله‌ای مثل معادلهٔ $\cos\omega t = \frac{۱}{۲}$ تنها دارای یک جواب نیست. در ریاضی دیده‌اید که:

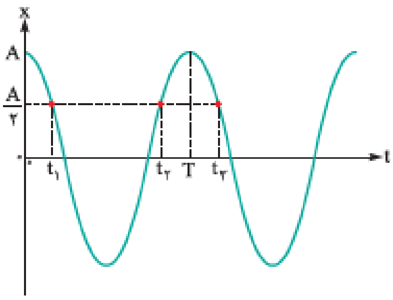
> معادلهٔ کسینوس دارای جواب‌هایی به صورت کلی $۲k\pi \pm \alpha$ است.

می‌دانید که کسینوس $\frac{\pi}{۳}$ (یا ۶۰°) برابر $\frac{۱}{۲}$ است؛ به این ترتیب، جواب‌های معادلهٔ $\cos\omega t = \frac{۱}{۲}$ به صورت $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ نوشته می‌شود.

k می‌تواند برابر ۰، ۱، ۲، ۳، ... باشد. بگذارید نگاهی به چند جواب این معادله بیندازیم:

$$\omega t = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{k=۰} \begin{cases} \omega t = -\frac{\pi}{۳} \\ \omega t = +\frac{\pi}{۳} \end{cases} \\ \xrightarrow{k=۱} \begin{cases} \omega t = ۲\pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۵\pi}{۳} \\ \omega t = ۲\pi + \frac{\pi}{۳} = \frac{۷\pi}{۳} \end{cases} \end{cases}$$

توجه کنید که ω و t، هر دو مثبت‌اند؛ از این رو جواب منفی قابل قبول نیست.



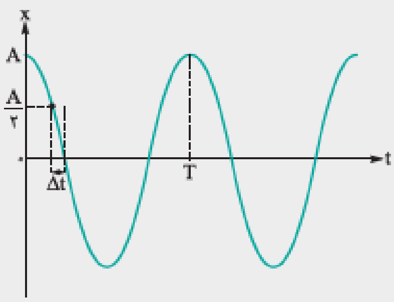
با نگاهی به شکل روبه‌رو، می‌فهمید که چرا معادلهٔ $\cos\omega t = \frac{۱}{۲}$، بیش از یک جواب دارد! در حقیقت در تمام نقطه‌های قرمزرنگ این شکل، $x = \frac{A}{۲}$ و $\cos\omega t = \frac{۱}{۲}$ است. چون لحظهٔ t_1 اولین لحظه‌ای است که $x = \frac{A}{۲}$ شده است، به سراغ کوچک‌ترین جواب می‌رویم:

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{۶}$$

گزینهٔ ۳

پیش از پرداختن به تمرین «تو»، می‌خواهم یک کار کوچک برای من انجام دهید!

لطفاً به شکل روبه‌رو نگاه کنید و به من بگویید به نظر شما، بازهٔ زمانی‌ای که در این شکل با Δt نشان داده شده است، برحسب دورهٔ تناوب چه‌قدر است؟

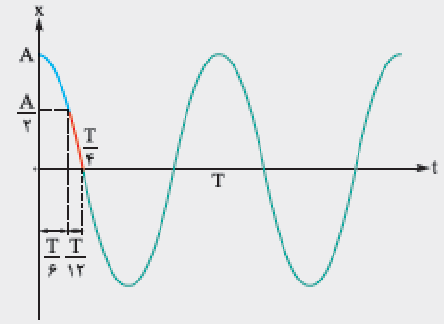


اگه اجازه داشته باشیم از جوابی که برای تست قبل به دست آوردین، استفاده کنیم، خیلی ساده می‌شه به این سؤال شما جواب را کاملاً بنویسیم:

$$\Delta t = \frac{T}{۴} - \frac{T}{۶} = \frac{T}{۱۲}$$

کاملاً درست است! جالب است؛ با آن‌که مسافت پیموده‌شده در هر دو حالت برابر است، مدت‌زمان پیمودن این دو مسافت یکسان نیست! البته همین انتظار را هم داشتیم. گفته بودیم که با نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل، تندی نوسانگر افزایش می‌یابد؛ به همین دلیل، یک مسافت معین را در مدت‌زمان کوتاه‌تری طی می‌کند.

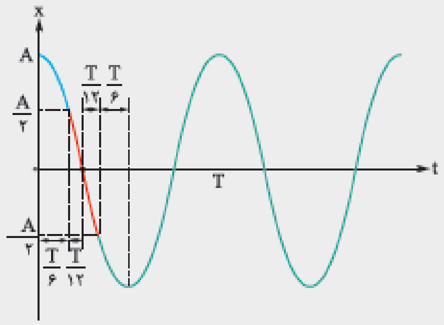
لطفاً به دو قسمتِ آبی و قرمز در شکل روبه‌رو توجه کنید! از بس این موضوع در تست‌های کنکورهای گذشته تکرار شده است، معمولاً بچه‌ها آن را به خاطر می‌سپارند که البته من هم با حفظ‌کردنِ دو نکتهٔ زیر، هیچ مخالفتی ندارم:



حداقل مدت‌زمان لازم برای حرکت نوسانگر از یک انتهای مسیر تا وسط دامنه، برابر $\frac{T}{۶}$ است.

حداقل مدت‌زمان لازم برای حرکت نوسانگر از وسط دامنه تا نقطهٔ تعادل برابر $\frac{T}{۱۲}$ است.

به یک موضوع دیگر هم توجه کنید! حرکت هماهنگ ساده در دو طرف نقطهٔ تعادل، یک حرکت متقارن است؛ منظور این است که هر چه در مورد یک طرف نقطهٔ تعادل می‌گوییم، برای طرف قرینهٔ آن هم درست است. اگر به شکل روبه‌رو توجه کنید، دقیقاً متوجه منظورم می‌شوید!

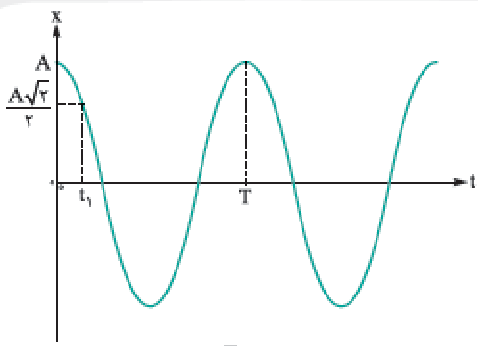


تو در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و بسامد $۰/۲\,Hz$، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x = +\frac{A}{۲}$ به مکان $x = -\frac{A}{۲}$ برسد؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۸}{۷}$

منوتو ۹

من نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به شکل روبه‌رو است. لحظهٔ t_1 در این شکل، برابر است با:



۱) $\frac{T}{۴}$

۲) $\frac{T}{۸}$

۳) $\frac{T}{۶}$

۴) $\frac{T}{۱۲}$

پاسخ باز هم از معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده می‌کنیم:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow \frac{A\sqrt{۲}}{۲} = A\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

چون لحظهٔ t_1 که در شکل نشان داده شده، اولین لحظه‌ای است که x برابر $\frac{A\sqrt{۲}}{۲}$ شده است، کوچک‌ترین جواب معادلهٔ $\cos\omega t = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ را لازم داریم و نیازی نیست به جواب‌های دیگر بپردازیم:

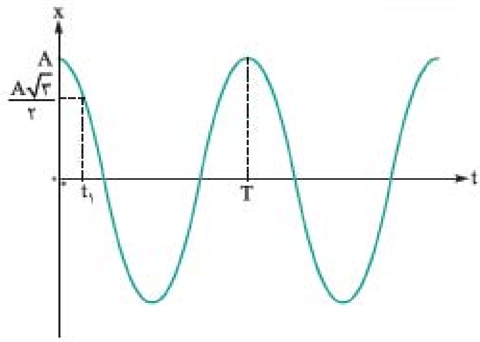
$$\omega t_1 = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{۸}$$

گزینهٔ ۲

اینم حفظ کنیم؟!

به نظر من، لزومی ندارد! گرچه دیده‌ام بعضی از جزوه‌ها و کتاب‌های آموزشی از بچه‌ها می‌خواهند این بازهٔ زمانی و چند بازهٔ زمانی دیگر را هم حفظ کنند؛ اما من مخالفم! دلیل موافقت من با حفظ‌بودنِ بازه‌های زمانی $\frac{T}{6}$ و $\frac{T}{12}$، پرتکرار بودنِ آن‌ها بود. این دو بازه، آن‌قدر در تمرین‌ها تکرار می‌شوند که حتی اگر کسی نخواهد آن‌ها را حفظ کند، بر اثر تکرار، ناخواسته در ذهنش می‌مانند. اما اگر قرار باشد نتیجهٔ هر تمرینِ پارامتری را حفظ کنید، مغزتان به انباری از فرمول تبدیل می‌شود که چون بعضی از فرمول‌های این انبار، چندان تکرار نمی‌شوند، احتمال فراموشی یا اشتباه گرفتنِ آن‌ها با سایر فرمول‌ها زیاد می‌شود. توجه کنید که به دست آوردنِ بازه‌های زمانی‌ای مثل آن‌چه در این تست دیدید، کار چندان وقت‌گیری نیست و بهتر است به جای حفظ‌کردنِ نتیجهٔ کار، تسلط خود بر حل معادلهٔ کسینوس را بالا ببرید.

تو نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به شکل روبه‌رو است. لحظهٔ t_1 در این شکل، برابر است با:



۱) $\frac{T}{4}$

۲) $\frac{T}{8}$

۳) $\frac{T}{6}$

۴) $\frac{T}{12}$

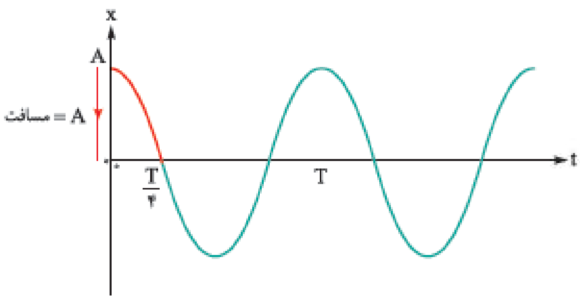
منوتو ۱۰

من در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ تناوب T، بیشینهٔ مسافتی که نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{4}$ می‌پیماید، کدام است؟

۱) A ۲) $A\sqrt{2}$ ۳) $A\sqrt{3}$ ۴) $2A$

پاسخ این مثال، یکی از جالب‌ترین و مهم‌ترین مثال‌های این درس است ... .

باز هم ببخشین که حرفتونو قطع می‌کنیم! مگه مسافت پیموده‌شده توو مدت $\frac{T}{4}$، اون‌طور که توو شکل زیر با قرمز نشون دادیم، برابر دامنه (A) نیست؟! ما که اینو حفظیم!



چرا به واژهٔ «بیشینه» در صورت تست توجهی نکردید؟! مسافتی که شما در شکل نشان داده‌اید، در مدت $\frac{T}{4}$ پیموده شده است؛ اما این، بیشترین مسافتی نیست که نوسانگر در مدت $\frac{T}{4}$ می‌تواند بپیماید!

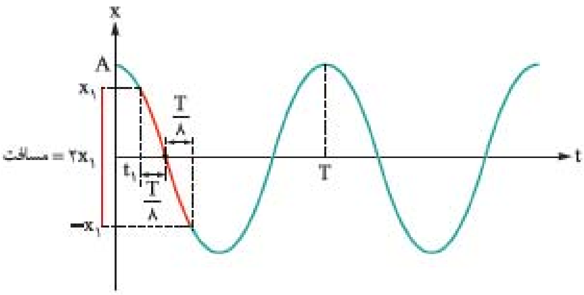
باید ما رو ببخشین، اما اصن نفهمیدیم منظورتون چیه؟!

اگر چند دقیقه صبر کنید، موضوع کاملاً برایتان روشن می‌شود! گفته بودیم حرکت نوسانی، یک حرکت با سرعت ثابت نیست و دیده بودیم هر چه نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک‌تر می‌شود، تندی‌اش بیشتر می‌شود و هر چه از نقطهٔ تعادل دورتر می‌شود، تندی‌اش کاهش می‌یابد. اگر می‌خواهید نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین، بیشترین مسافت را بپیماید، باید تندی‌اش در تمام لحظات آن بازه، بیشتر از سایر لحظاتی باشد که در آن بازه نیستند. *(لطفاً یه بار دیگه کل عبارتی رو که براتون رنگی کردم با دقت بخونین و مطمئن بشین کلمه به کلمه‌شو قبول دارین!)* حتماً قبول دارید که اگر بازهٔ زمانی داده‌شده را به طور مساوی در دو طرف نقطهٔ تعادل در نظر بگیریم، در تمام لحظات آن، تندی نوسانگر بیشتر از لحظات خارج این بازه است.

این موضوع را در شکل روبه‌رو با رنگ قرمز نشان داده‌ام. می‌بینید که بازهٔ زمانی $\frac{T}{4}$ را به دو نیمهٔ $\frac{T}{8}$ تقسیم کرده‌ایم. مسیر حرکتی که آن هم با رنگ قرمز در کنار محور قائم رسم شده است، بیشترین طول ممکن در مدت‌زمان $\frac{T}{4}$ را دارد و باید آن را محاسبه کنیم.

برای محاسبهٔ x_1، باید لحظهٔ t_1 را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار دهیم.

با توجه به شکل، حتماً قبول دارید که لحظهٔ t_1 برابر با $\frac{T}{8}=\frac{T}{4}-\frac{T}{8}$ است:



$$x=A\cos\omega t \Rightarrow x_1=A\cos(\omega\frac{T}{8})=A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{8}) \Rightarrow x_1=A\cos\frac{\pi}{4}=\frac{A\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{بیشینهٔ مسافت}=2x_1=2\times\frac{A\sqrt{2}}{2}=A\sqrt{2}$$

گزینهٔ ۲

تو در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ تناوب T، بیشینهٔ مسافتی که نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{3}$ می‌پیماید، کدام است؟

۱) A ۲) $A\sqrt{2}$ ۳) $A\sqrt{3}$ ۴) 2A

به عنوان آخرین کار در این درس، می‌خواهیم به رابطه‌ای برای محاسبهٔ تندی بیشینهٔ نوسانگر (v_{max}) اشاره کنیم. گفتیم که وقتی نوسانگر از نقطهٔ تعادل می‌گذرد، بیشترین تندی را دارد. ثابت شده است که تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل، از رابطه‌ای به صورت مقابل به دست می‌آید: $v_{max}=A\omega$

هر دو کمیت سمت راست رابطه را می‌شناسید: دامنهٔ حرکت (A) و بسامد زاویه‌ای (ω). در درس بعد می‌بینید که این رابطه از کجا آمده است و فعلاً فقط از شما می‌خواهم که آن را خوب به خاطر بسپارید!

منوتو ۱۱

من ذره‌ای در حال حرکت هماهنگ ساده با معادلهٔ $x=0/6\cos 2\pi t$ (در SI) است. تندی بیشینهٔ این ذره چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi=3$)

۱) ۱/۸ ۲) ۳/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۶/۴

پاسخ از معادله‌ای که به ما داده است، می‌توانیم دامنه و بسامد زاویه‌ای را ببینیم:

$$\left.\begin{array}{l}x=0/6\cos 2\pi t\\ x=A\cos\omega t\end{array}\right\}\Rightarrow A=0/6m\ ,\ \omega=2\pi rad/s$$

با استفاده از رابطه‌ای که برای تندی بیشینه گفتیم، خواهیم داشت: گزینهٔ ۲

$$v_{max}=A\omega=0/6\times2\pi=0/6\times2\times3=3/6\,m/s$$

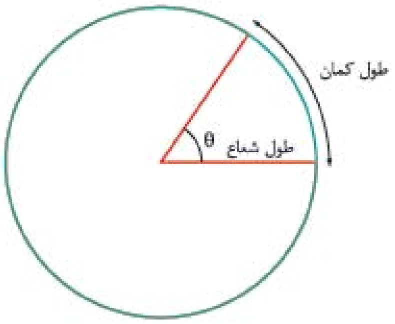
تو صفحهٔ حساس یک بلندگو، وقتی با بسامد 440 Hz نوسان هماهنگ ساده می‌کند، بیشینهٔ جابه‌جایی‌ای به اندازهٔ 0/75 mm از نقطهٔ تعادلش دارد. تندی بیشینهٔ این صفحه، چند میلی‌متر بر ثانیه است؟ ($\pi=3$)

۱) ۱/۹۸ ۲) ۲/۳۶ ۳) ۱۹/۸ ۴) ۲۳/۶

ببخشین! می‌شه قبل از این‌که تکلیفمونو مشخص کنین، یه سؤال بپرسیم؟! به نظر ما رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ از نظر «سازگاری یکاها» ایراد داره! آگه یکای کمیت‌های دو طرف رو قرار بدیم، به صورت مقابل در میاد: $\frac{m}{s}\overset{?}{=}m\times\frac{rad}{s}$

سؤال خوبی پرسیدی! واقعیت این است که در درس ریاضی، برای آن‌که مقدار زاویه‌ای مثل θ در شکل روبه‌رو را برحسب رادیان تعیین کنند، طول کمانِ روبه‌روی آن را به طول شعاع دایره تقسیم می‌کنند. چون یکای طول کمان و طول شعاع، هر دو یکسان است، چیزی که به دست می‌آید، بدون یکا است! به نوشتهٔ روبه‌رو توجه کنید:

$$\theta=\frac{\text{طول کمان}}{\text{طول شعاع}} \Rightarrow \text{یکای } \theta=\frac{\text{متر}}{\text{متر}}=1$$



به این ترتیب، نامِ رادیان صرفاً یک نام قراردادی است و واقعاً، زاویه یکایی ندارد. با این توضیحات، حتماً قانع شده‌اید که رابطهٔ تندی بیشینه، از نظر سازگاری یکاها مشکلی ندارد!

بسیار خوب! نوبت به دادنِ تکلیف می‌رسد! می‌توانید کمی استراحت کنید و سپس، به بانک تست سر بزنید. *(البته برای این‌که یه‌کم اشتهاتون باز بشه، خوندن موضوع جالبِ بعد از این درس هم بد نیست!)* تست‌های ۵۰۴ تا ۵۳۵ مربوط به همین درس‌اند و باید در اولین فرصت حلشان کنید. موفق باشید!

قانون چهارم نیوتون

شب‌ها بی‌خواب شده‌ام
روزهایم بدون استفاده شده‌اند
پس از خدا پرسیدم: آیا این «عشق» است؟
پاسخ آمد: نه عزیزم! زمانِ اعلام نتایج امتحانات نزدیک است!

اگر در حال حاضر دانش‌آموز سال دوازدهم باشید، حتماً با خواندن سطرهای بالا (که ترجمهٔ یک شعر طنز انگلیسی‌اند) سر در گریبان فروبرده‌اید و سخت در افکار خود غرق شده‌اید! کم‌کم بوی عطر امتحانات نوبت اول در فضا، دانش‌آموزان را سرمست می‌کند و از شوق، خواب از چشمانشان می‌پرد! *(می‌دونم الان با خوندنِ این نثر شاعرانه، دارین تمام حرفای خوبی رو که بلدین، نثارم می‌کنین؛ پس دیگه ادامه نمی‌دم!)*

البته مخاطبین کتاب‌های شگفت‌انگیز، معمولاً بچه‌های علاقه‌مند به یادگیری‌اند و مطمئنم که با خواندن این مطالب، فقط لبخند ملایمی بر لبانشان می‌نشیند. چون بچه‌های دوازدهم به ایام امتحانات نزدیک می‌شوند، خواستم کمی با امتحانات هم شوخی کنیم تا گذر از این ایام آسان‌تر شود!

در فصل قبل با سه قانون نیوتون آشنا شدید؛ اما در دنیای طنز، تعداد قانون‌های نیوتون روزبه‌روز بیشتر می‌شود. یکی از قانون‌ها که در دنیای طنز به قانون چهارم معروف است، بیانی به صورت زیر دارد:

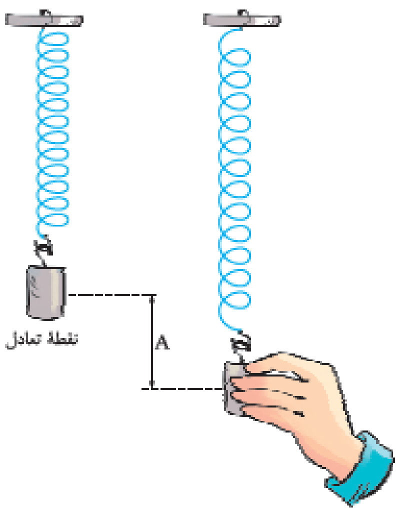
کتاب‌های درسی به حالت سکون و گَرد و خاک خوردنِ خود ادامه می‌دهند، مگر آن‌که امتحانی آن‌ها را از این حالت خارج کند.

صحبت از امتحان شد، یاد موضوع جالبی در مورد آلبرت اینشتین در همین مورد افتادم! پیش از تعریف این موضوع، باید از فیزیک ۱ یادآوری کنم که نظریه‌ها و قانون‌های فیزیک، ممکن است با گذشت زمان و با انجام آزمایش‌های جدید، دست‌خوش تغییر شوند و این تغییرپذیری، یکی از نقاط قوت فیزیک به شمار می‌رفت. در اواخر سدهٔ نوزدهم میلادی، فیزیک، یک دوران انقلابی را می‌گذراند و بسیاری از قانون‌هایی که فیزیک‌دانان به آن‌ها باور داشتند، در مدت کوتاهی نقض شدند و قانون‌های جدیدی جایگزین آن‌ها شدند. می‌گویند در همان دوران، آلبرت اینشتین که برای مدت محدودی به عنوان استاد دانشگاه تدریس می‌کرد، پس از امتحان پایان ترم، دانشجویی را دید که دوان‌دوان پیش او می‌آمد. این دانشجو به محض رسیدن به اینشتین، ذوق‌زده به او گفت:

«استاد! این سؤالایی که داده بودین، همه‌شون همون سؤالای ترم قبلی بودن!» اینشتین لبخند تلخی زد و با خونسردی گفت: *«همین‌طوره! سؤالا همون سؤالا بود، اما جواباشون با جوابای ترم قبل فرق داشت!»*

درس سوم: سامانهٔ جرم ـ فنر و انرژی در حرکت هماهنگ ساده

به یک درس جدید، باز هم در مورد حرکت هماهنگ ساده خوش آمدید! در این درس، قصد داریم بیشتر به یک نوسانگر خاص بپردازیم. نوسانگر خاصِ مورد توجه ما، سامانهٔ جرم ـ فنر است که در دو درس قبل هم با شکل آن آشنا شدید.



در شکل روبه‌رو، ابتدا در سمت چپ، وزنه‌ای را می‌بینید که از فنر قائمی آویزان شده و در نقطهٔ تعادل قرار دارد. اگر همانند شکل سمت راست، وزنه را از نقطهٔ تعادل به پایین بکشیم و رها کنیم، شروع به نوسان در دو طرف نقطهٔ تعادل خواهد کرد. یادتان باشد که فاصلهٔ وزنه از نقطهٔ تعادل در لحظهٔ رهاشدن، همان دامنهٔ حرکت است.

به این ترتیب، دامنهٔ حرکت وزنه به ما بستگی دارد؛ نه به وزنه یا فنر! آن‌چه در مورد دامنهٔ حرکت اهمیت دارد، این است که ما چه‌قدر وزنه را به پایین بکشیم و رها کنیم. نکتهٔ جالبی که می‌خواهم در این‌جا به آن اشاره کنم، این است که دورهٔ تناوب وزنه به دامنهٔ حرکتش بستگی ندارد!

باز هم احساساتمون جریحه‌دار شد! مگه دورهٔ تناوب، مدت‌زمان یه نوسان کامل نبود؟ ... هر چی وزنه رو بیشتر به پایین بکشیم و رها کنیم، مگه مسیر طولانی‌تری رو طی نمی‌کنه؟! چه‌جوری مدت‌زمان حرکتش فرقی نمی‌کنه؟!

این چیزی است که باید با آزمایش در مورد آن تحقیق کرد و متأسفانه دست ما از آن کوتاه است! البته با محاسبه نیز می‌توان درستی این موضوع را نشان داد، اما متأسفانه کتاب درسی نخواسته که شما از این محاسبات چیزی بدانید و فقط به ذکر نتیجهٔ آن، اکتفا کرده است! این نتیجه، رابطه‌ای به صورت روبه‌رو برای دورهٔ تناوب است:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

در این رابطه، m جرم وزنه و k ثابت فنر است که چنان‌که در فصل ۲ دیده بودید، به سختی یا نرمی فنر بستگی داشت. (هر چه فنر سخت‌تر بود، k برای آن بیشتر بود.) می‌بینید که در این رابطه، اثری از دامنه نیست و دورهٔ تناوب، با جذر جرم، نسبت مستقیم دارد $(T \propto \sqrt{m})$ و با جذر ثابت فنر، نسبت وارون دارد $(T \propto \frac{1}{\sqrt{k}})$.

با استفاده از رابطه‌ای که در درس قبل برای بسامد زاویه‌ای نوشتیم، می‌توان به یک فرمول جدید برای بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم ـ فنر دست یافت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

پیش از آن‌که به حل یکی دو مثال بپردازیم، باید توجه شما را به دو نکته جلب کنم:

نکته ۱ همهٔ نکات و رابطه‌های مطرح‌شده در دو درس قبل، کلی بودند و می‌توان آن‌ها را برای سامانهٔ جرم ـ فنر نیز به کار برد؛ اما رابطه‌های $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ را که در این درس نوشتیم، نمی‌توان برای هر حرکت هماهنگ ساده‌ای به کار برد. این دو رابطه فقط برای سامانهٔ جرم ـ فنر قابل استفاده‌اند.

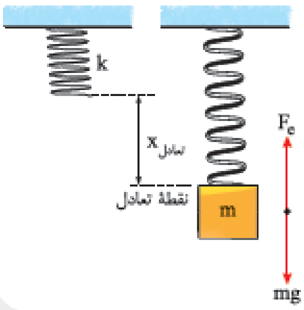
نکته ۲ چه نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر در راستای قائم باشد، چه در راستای افقی، دو رابطهٔ نوشته‌شده برای دورهٔ تناوب و بسامد زاویه‌ای، بدون هیچ تغییری قابل استفاده‌اند.

منو تو ۲

من یک وزنه به جرم m را به فنر سبکی که در راستای قائم آویزان است، می‌بندیم. در نقطهٔ تعادل وزنه، طول فنر به اندازهٔ $10\,cm$ نسبت به طول عادی‌اش افزایش می‌یابد. اگر وزنه را از نقطهٔ تعادلش، $5\,cm$ به پایین بکشیم و رها کنیم، تندی بیشینه‌اش چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۲

پاسخ پیش از آن‌که به سراغ حرکت نوسانی وزنه برویم، باید به بررسی وزنه در نقطهٔ تعادل بپردازیم. چنان‌که در شکل زیر می‌بینید، وزنه در نقطهٔ تعادلش، فنر را مقداری به پایین می‌کشد تا نیروهای کشسانی فنر (F_e) و وزن وزنه (mg)، متوازن شوند. اگر افزایش طول فنر نسبت به طول عادی در این نقطه را با $x_{تعادل}$ نشان دهیم، خواهیم داشت:



$$F_e = mg \Rightarrow kx_{تعادل} = mg \Rightarrow k \times 0/1 = m \times 10 \Rightarrow k = m \times 100$$

اکنون بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم و به جای ثابت فنر، مقدار بالا را می‌گذاریم:

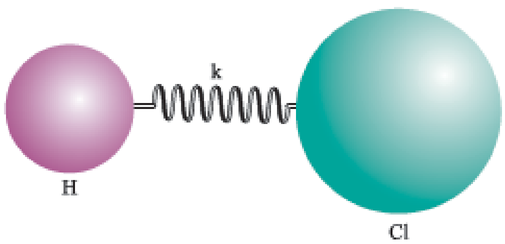
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{m \times 100}{m}} = 10\,rad/s$$

چون وزنه از نقطهٔ تعادل $5\,cm$ به پایین کشیده شده و رها شده است، دامنهٔ حرکت آن همان $5\,cm$ (یا $0/05\,m$) است:

$$v_{max} = A\omega = 0/05 \times 10 = 0/5\,m/s$$

گزینهٔ ۱

تو در یک مدل ساده از مولکول HCl، این مولکول را به صورت یک اتم هیدروژن (با جرم $1/67 \times 10^{-27}\,kg$) در نظر می‌گیرند که همانند شکل مقابل، با یک فنر به اتم کلر متصل است. جرم اتم کلر در مقایسه با جرم اتم هیدروژن آن‌قدر زیاد است که می‌توان فرض کرد اتم هیدروژن با یک فنر به دیوار ثابتی متصل است. اگر اتم هیدروژن با بسامد $10^{14}\,Hz$ و تندی بیشینهٔ $2/4 \times 10^{5}\,m/s$ نوسان کند، ثابت فنر در این مدل و دامنهٔ حرکت اتم هیدروژن (به ترتیب از راست به چپ) در SI کدام است؟ $(\pi = 3)$



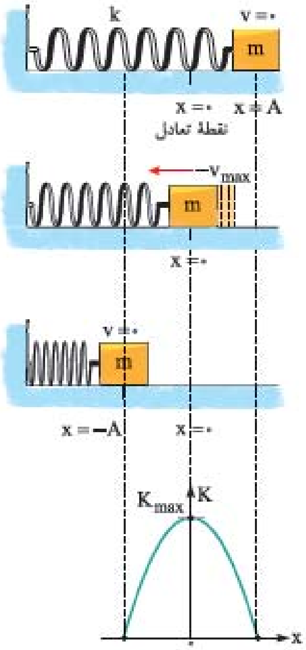
۱) ۱۶۷/۲، 4×10^{-10} ۲) ۶۰۱/۲، 4×10^{-10} ۳) ۶۰۱/۲، 8×10^{-10} ۴) ۱۶۷/۲، 8×10^{-10}

در ادامهٔ این درس، به بررسی انرژی در حرکت هماهنگ ساده می‌پردازیم. برای این منظور، وزنه‌ای را در نظر می‌گیریم که روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به فنری افقی متصل شده است و در دو طرف نقطهٔ تعادل، نوسان می‌کند. لطفاً شکل‌های روبه‌رو را از بالا به پایین دنبال کنید. ابتدا به بررسی انرژی جنبشی می‌پردازیم. رابطهٔ انرژی جنبشی، یکی از آن رابطه‌هایی است که معمولاً همهٔ بچه‌ها به خاطر دارند:

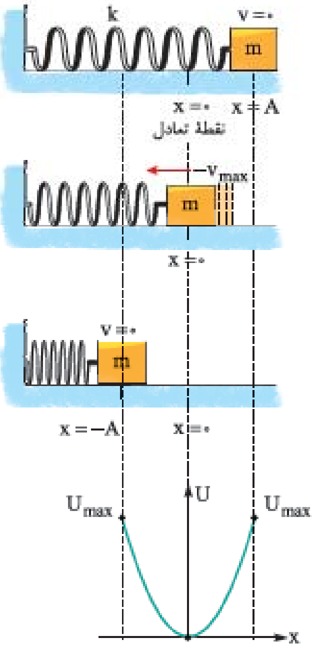
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

در شکل نخست، وزنه در انتهای سمت راستِ مسیر قرار دارد. این نقطه، یک نقطهٔ بازگشت حرکت است و سرعت وزنه در آن صفر است؛ از این رو انرژی جنبشی وزنه نیز در این نقطه صفر است. در شکل دوم، وزنه در حال گذر از نقطهٔ تعادل است. در این نقطه چنان‌که می‌دانید، تندی نوسانگر بیشینه است و به همین دلیل، بیشترین انرژی جنبشی را دارد.

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$



پس از آن‌که همانند شکل سوم، وزنه به انتهای دیگر مسیر رسید، سرعتش دوباره به صفر می‌رسد و انرژی جنبشی‌اش نیز صفر می‌شود. در زیر این شکل‌ها، نموداری رسم کرده‌ایم که ارتباط انرژی جنبشی وزنه با مکان آن را نشان می‌دهد. شکل این نمودار، یک سهمی دارای ماکسیمم است و باید آن را به خاطر بسپارید. البته در این مورد که چرا این نمودار سهمی است، چیزی نمی‌خوانیم؛ چرا که کتاب درسی شما، به رابطهٔ ریاضی بین انرژی جنبشی (K) و مکان نوسانگر (x) اشاره‌ای نکرده است. (توجه دارید که رابطه‌هایی که نوشتیم، ارتباط بین انرژی جنبشی و اندازهٔ سرعت را نشان می‌دادند؛ نه ارتباط انرژی جنبشی و مکان را!)



اکنون نگاهی دوباره به سه شکل قبل می‌اندازیم. این بار می‌خواهیم به بررسی انرژی پتانسیل سامانهٔ جرم ـ فنر بپردازیم. در فیزیک ۱ دیده بودید که وقتی یک فنر نسبت به طول عادی‌اش کشیده یا فشرده شود، انرژی پتانسیلی به نام انرژی پتانسیل کشسانی در سامانهٔ جرم ـ فنر ذخیره می‌گردد.

متأسفانه کتاب درسی شما، رابطه‌ای برای محاسبهٔ این انرژی ذکر نکرده است و کافی است بدانید که هر چه افزایش یا کاهش طول فنر نسبت به طول عادی‌اش بیشتر باشد، این انرژی نیز بیشتر است.

اگر باز هم از بالا به پایین به شکل‌های روبه‌رو نگاه کنید، می‌بینید در شکل نخست که وزنه در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل در طرف راست قرار دارد، فنر هم بیشترین طول ممکن را دارد. در این نقطه انرژی پتانسیل کشسانی هم بیشینه است. در شکل دوم که وزنه در حال عبور از نقطهٔ تعادل است، فنر برای یک لحظه طول عادی خود را دارد؛ به همین دلیل در این نقطه، انرژی پتانسیل کشسانی صفر است. در شکل سوم، در انتهای دیگر مسیر، فنر بیشترین فشردگی را دارد و باز هم انرژی پتانسیل کشسانی، بیشینه است. ثابت شده است که نمودار انرژی پتانسیل برحسب مکان هم یک سهمی است؛ اما نه به شکلی که برای انرژی جنبشی دیدید؛ بلکه به صورتی که در زیر این سه شکل برایتان کشیده‌ام. این شکل را هم به خاطر بسپارید!

و بالأخره نوبت به انرژی مکانیکی می‌رسد. حتماً به یاد دارید که به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک سامانه، انرژی مکانیکی (E) می‌گفتیم:

$$E = K + U$$

این را هم باید به یاد داشته باشید که وقتی از تأثیر نیروهای تلف‌کنندهٔ انرژی (مثل اصطکاک و مقاومت هوا) چشم‌پوشی می‌کردیم، انرژی مکانیکی سامانه همواره ثابت می‌ماند و به اصطلاح، پایسته بود. از آن‌جایی که در بررسی نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر هم چنین فرضی کردیم، می‌توانیم ادعا کنیم که انرژی مکانیکی سامانه ثابت است؛ به همین دلیل، نمودار انرژی مکانیکی برحسب مکان، یک خط افقی خواهد شد. مکان‌های خاصی که در شکل‌های قبلی مورد استفاده قرار دادیم، نقاط خوبی برای محاسبهٔ انرژی مکانیکی‌اند؛ چرا که در هر کدام، یکی از دو انرژی جنبشی یا پتانسیل صفر بود! به عنوان مثال، برای هر انتهای مسیر، می‌توان نوشت:

$$E = U_{\text{انتهای مسیر}} + K_{\text{انتهای مسیر}} \Rightarrow E = U_{max} + 0 \Rightarrow E = U_{max}$$

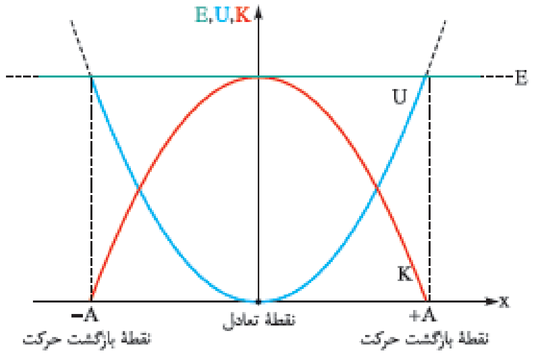
برای نقطهٔ تعادل هم می‌توان نوشت:

$$E = U_{\text{نقطهٔ تعادل}} + K_{\text{نقطهٔ تعادل}} \Rightarrow E = 0 + K_{max} \Rightarrow E = K_{max}$$

بد نیست نتیجهٔ محاسبه‌هایی را که نوشتیم، به خاطر بسپارید:

$$E = K_{max} = U_{max}$$

در شکل صفحهٔ بعد، نمودار هر سه انرژی را روی یک دستگاه مختصات می‌بینید. در این شکل به خوبی می‌بینید که بیشینهٔ انرژی جنبشی، بیشینهٔ انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی برابرند.



ببخشین! لازمه بدونیم اون‌جاهایی که نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل همدیگه رو قطع کردن، کجاهاس؟!

سؤال خوبی پرسیدید! نقطه‌های برخورد دو نموداری که گفتید، بیانگر مکان‌هایی هستند که در آن‌ها، انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر برابر می‌شوند. این نقاط، ویژگی خاصی که قابل مشاهده یا احساس باشد، ندارند و در چارچوب کتاب درسی، نمی‌توانیم جای آن‌ها را به دست آوریم؛ اما می‌توانیم تندی نوسانگر در این نقاط را محاسبه کنیم.

پیش از آن‌که به محاسبهٔ تندی نوسانگر در این نقاط بپردازیم، باید به رابطه‌ای برای محاسبهٔ انرژی مکانیکی اشاره و کمی با آن بازی کنیم! ثابت شده است که انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $E=\frac{1}{2}kA^2$

در این رابطه، k ثابت فنر و A دامنهٔ نوسان است. *(حواستون باشه این k رو با انرژی جنبشی اشتباه نگیرین! برای همینه که انرژی جنبشی رو با حرف انگلیسی بزرگ K نشون می‌دیم!)* اگر از رابطه‌ای که در ابتدای همین درس برای بسامد زاویه‌ای گفتیم، ثابت فنر را به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \omega^2=\frac{k}{m} \Rightarrow k=m\omega^2$$

حالا این را در رابطهٔ انرژی مکانیکی می‌گذاریم:

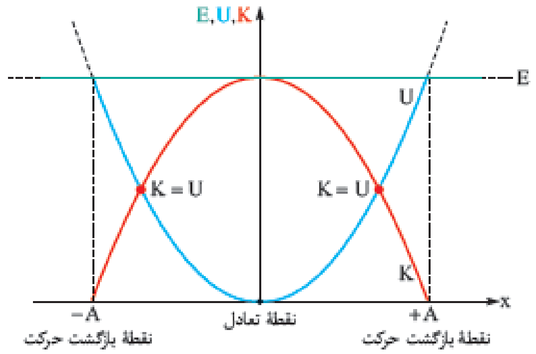
$$E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

با استفاده از همین رابطه، می‌توان به سه نتیجهٔ مهم دست یافت:

نتیجه(۱) گفتیم انرژی مکانیکی در همه جای مسیر یکسان است. اگر رابطهٔ بالا را برای لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل بنویسیم، خواهیم داشت:

$$E=K_{max} \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow v_{max}=A\omega$$

در درس قبل که رابطهٔ تندی بیشینه را نوشتم، به شما قول داده بودم که بگویم این رابطه از کجا آمده است و اکنون به قولم وفا کردم!



نتیجه(۲) قرار بود ببینیم در نقاطی که انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برابر می‌شوند (یعنی دو نقطهٔ قرمز در شکل روبه‌رو)، تندی نوسانگر چه‌قدر است. این کار را فقط به عنوان یک تمرین ضمن درس انجام می‌دهیم و نیازی به حفظ‌کردن آن نیست! برای این منظور از رابطهٔ کلی انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ استفاده می‌کنیم و به جای U در این رابطه K را می‌گذاریم:

$$E=K+U \xrightarrow{K=U} E=K+K=2K$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\omega^2A^2=2\times\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \Rightarrow v^2=\frac{A^2\omega^2}{2}$$

$$\Rightarrow v=\pm\frac{A\omega}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega$$

نتیجه(۳) گرچه رابطهٔ $E=\frac{1}{2}kA^2$، فقط برای انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر به دست آمده است، اما ثابت شده است که وقتی آن را به صورت $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ درمی‌آوریم، دیگر منحصر به سامانهٔ جرم ـ فنر نیست و برای هر نوسانگر هماهنگ سادهٔ دیگری نیز قابل استفاده است. می‌توان از رابطهٔ $\omega=2\pi f$ هم استفاده کرد و این رابطه را به صورت مقابل درآورد:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}m(2\pi f)^2A^2 \Rightarrow E=2\pi^2mf^2A^2$$

نیازی نیست این رابطه را حفظ کنید، اما باید بتوانید در صورت لزوم، خیلی سریع به آن برسید! نتیجهٔ مهمی که می‌توان از این رابطه برداشت کرد این است که انرژی مکانیکی هر نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با مربع دامنه و مربع بسامد آن متناسب است. (عبارت رنگی اخیر را به خاطر بسپارید!)

منوتو ۱۳

متن انرژی مکانیکی یک سامانهٔ جرم ـ فنر که روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده دارد، $0/1\,J$، دامنهٔ نوسان $10\,cm$ و تندی بیشینهٔ وزنه $1\,m/s$ است. ثابت فنر و جرم وزنه در SI به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

۱) ۱۰۰ ، ۱ ۲) ۱۰۰ ، ۲ ۳) ۲۰۰ ، ۱ ۴) ۲۰۰ ، ۲

پاسخ با استفاده از دامنه و انرژی مکانیکی، می‌توان ثابت فنر را محاسبه کرد:

$$E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 0/1=\frac{1}{2}k\times(0/1)^2 \Rightarrow k=200\,N/m$$

با استفاده از تندی بیشینه، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max}=A\omega \Rightarrow 1=0/1\omega \Rightarrow \omega=10\,rad/s$$

با یک جای‌گذاری دیگر، جرم وزنه هم به دست می‌آید:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 10=\sqrt{\frac{200}{m}} \Rightarrow 100=\frac{200}{m} \Rightarrow m=2\,kg$$

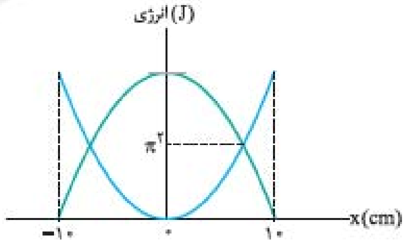
گزینهٔ ۴

تو ذره‌ای به جرم ۲ گرم، روی پاره‌خطی به طول ۲۰ سانتی‌متر نوسان ساده می‌کند. در یک نقطه از مسیر، انرژی جنبشی آن $۱۰^{-۳}$ ژول و انرژی پتانسیل آن ۳×۱۰^{-۳} ژول است. بسامد زاویه‌ای ذره چند رادیان بر ثانیه است؟

۱) ۶۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۰

منوتو ۱۴

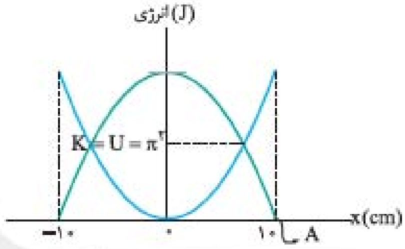
من نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل یک سامانهٔ جرم ـ فنر برحسب جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل به شکل روبه‌رو است. اگر جرم وزنه 1kg باشد، با توجه به داده‌های روی شکل، بسامد این سامانه چند هرتز است؟



۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰

۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) $۵۰\sqrt{۲}$

پاسخ همان‌گونه که گفته بودیم، در نقطهٔ تلاقی نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل، این دو انرژی برابرند. به این ترتیب، با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

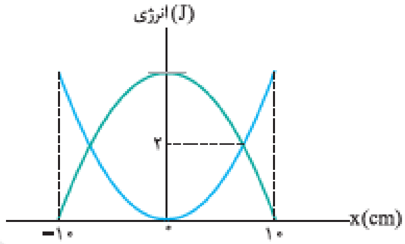


$$E = K + U = \pi^۲ + \pi^۲ = ۲\pi^۲ \text{ J}$$

$$E = ۲\pi^۲ mf^۲A^۲ \Rightarrow ۲\pi^۲ = ۲\pi^۲ \times ۱ \times f^۲ \times ۰/۱^۲ \Rightarrow f = ۱۰ \text{ Hz}$$

گزینهٔ ۲

تو نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل یک سامانهٔ جرم ـ فنر برحسب مکان وزنه به شکل روبه‌رو است. ثابت فنر چند نیوتون بر متر بوده است؟



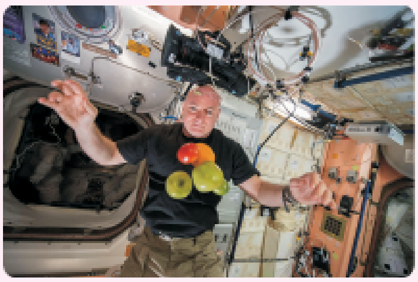
۱) ۴۰۰ ۲) ۸۰۰

۳) ۲۰۰ ۴) ۱۰۰

بسیار خُب! همین‌جا این درس را به پایان می‌بریم. لطفاً همین الان، یک بار دیگر فرمول‌های رنگی این درس را مرور کنید و پس از آن، سعی کنید همهٔ آن‌ها را روی یک تکه کاغذ بنویسید. چون در این فصل، فرمول‌های زیادی داریم، بد نیست مدام آن‌ها را مرور کنید. بهترین راه مرور، نوشتن فرمول‌ها روی کاغذ است. پس از آن‌که از موضوع خواندنی زیر لذت بردید و پیش از آغاز درس بعدی، باید به بانک تست بروید و روی تست‌های ۵۳۶ تا ۵۷۷ کار کنید. موفق باشید!

آفرین به این زرنگی بشرا

آسانسوری رو که کابلش پاره شده بود و سقوط آزاد می‌کرد، یادتونه؟! در فصل ۲ دیدیم که اگر آسانسور در حال سقوط آزاد باشد، اصطلاحاً گفته می‌شود که اجسام داخل آن در حالت بی‌وزنی‌اند. این را هم دیده بودیم که اگر شخصی داخل چنین آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده باشد، ترازو صفر را نشان می‌دهد. به اجسام در حالت بی‌وزنی، فقط نیروی وزن وارد می‌شد و اندازهٔ نیروی عمودی سطح (یعنی چیزی که ترازوی فنری اندازه می‌گیرد)، برابر صفر بود. به این هم اشاره کرده بودیم که برای فضانوردانی که در یک ایستگاه فضایی یا در یک ماهواره هستند، شرایطی مشابه آسانسورِ در حال سقوط آزاد وجود دارد. (البته ایستگاه فضایی به روی زمین نمی‌افتد و فقط از نظر نیروهای وارد بر اجسام داخل آن، شباهت به آسانسور در حال سقوط دارد.)



هنگامی که فضانوردان در ایستگاه فضایی اقامت دارند، باید جرم بدن آن‌ها دائم اندازه‌گیری شود و تحت نظر باشد. با توجه به این‌که ترازوهای رایج بر سطح زمین در ایستگاه فضایی نمی‌توانند مورد استفاده قرار گیرند، باید دانشمندان راهی برای اندازه‌گیری جرم در ایستگاه فضایی می‌یافتند. خوشبختانه به نظر می‌رسد هیچ چیز نمی‌تواند فکر بشر را متوقف کند و برای هر چیزی، راهی می‌یابد! راه اندازه‌گیری جرم فضانوردان در آن‌چه در این درس آموختید، نهفته است! بله! نوسان سامانهٔ جرم ـ فنر! در ایستگاه‌های فضایی، یک صندلی شبیه زین دوچرخه وجود دارد که با یک فنر به سطح افقی متصل شده است. فضانورد به صورتی که در شکل زیر می‌بینید، بر روی آن می‌نشیند و صندلی به نوسان درمی‌آید. با اندازه‌گیری زمان یک نوسان کامل، می‌توان دورهٔ تناوب نوسان را تعیین کرد. با دانستنِ ثابت فنر و با استفاده از رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ می‌توان جرم فضانورد را تعیین کرد. *(خیلی جالبه‌ها! می‌بینین بشر چه جوری برای هر چیزی که توو فیزیک می‌خونین، کاربردهایی پیدا کرده؟!)*

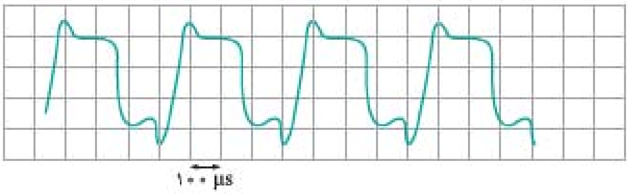
این وسیلهٔ اندازه‌گیری جرم را BMMD می‌نامند که از ابتدای واژه‌های عبارت Body Mass Measurement Device گرفته شده است. (Body به معنی بدن، Mass به معنی جرم، Measurement به معنی اندازه‌گیری و Device به معنی وسیله)

صحبت از ایستگاه فضایی و ذهن خلاق بشر شد، یاد مسابقهٔ جالبی افتادم که در سال ۲۰۱۶ میلادی توسط «ناسا» برگزار شد. *(البته مسابقه‌اش یه کم بی‌ادبیه و باید من رو ببخشین!)* یکی از آزاردهنده‌ترین چیزها برای فضانوردان، *(گلاب به روتون!)* دفع ادرار و مدفوع است و معمولاً از چیزی مثل پوشک بچه‌ها برای این منظور استفاده می‌شود! ناسا در سال ۲۰۱۶ میلادی یک مسابقه با جایزهٔ ۳۰۰۰۰ دلار برگزار کرد که موضوع آن، یافتن روشی برای دورکردن این فضولات از فضانوردان بود! اعلامیهٔ این مسابقه به شکل مقابل بود! ۲۰۰۰۰ نفر در این رقابت شرکت کردند و ۲۱ نفر به فینال آن راه یافتند. نمی‌خواهم بیشتر از این وارد این بحث غیرشیرین بشوم و اگر راهی به ذهنتان رسید، متأسفانه باید بگویم زمان این مسابقه مدت‌ها است که به پایان رسیده و جایزه‌ای به شما تعلق نخواهد گرفت.

بانک تست

مفهوم‌های مقدماتی

۴۸۴- نمودار روبه‌رو مربوط به نوسان یکی از سیم‌های پیانو است. بسامد این نوسان چند هرتز بوده است؟

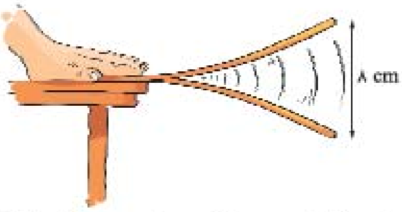


۱) ۲۵۰
۲) ۲۵۰۰
۳) ۱۲۵
۴) ۱۲۵۰

۴۸۵- در یک حرکت هماهنگ ساده، در بازهٔ زمانی‌ای که نوسانگر از یک انتها به انتهای دیگر مسیر می‌رود، دامنهٔ حرکت ....

۱) پیوسته کاهش می‌یابد. ۲) پیوسته افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴) ثابت است.

۴۸۶- یک انتهای خط‌کشی پلاستیکی را مطابق شکل، در لبهٔ میزی نگه داشته و با زدنِ ضربه‌ای به سر دیگر آن، نوسان دوره‌ای در آن پدید آورده‌ایم. انتهای آزاد خط‌کش، در مدت ۱۰ s، طول ۸ سانتی‌متری مسیرش را ۵۶ مرتبه می‌پیماید. دامنهٔ حرکت و بسامد این انتهای خط‌کش (در SI)، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۰/۳۶ ،۰/۰۴ ۲) ۰/۳۶ ،۰/۰۸
۳) ۲/۸ ،۰/۰۸ ۴) ۲/۸ ،۰/۰۴

۴۸۷- ذره‌ای در حال نوسان هماهنگ ساده است. ۰/۲۵ s طول می‌کشد تا این ذره از یک نقطه با تندی صفر، به نقطهٔ بعدی با تندی صفر برسد. اگر دامنهٔ حرکت این ذره، ۱۸ cm باشد، مسافت پیموده‌شده در این مدت (برحسب سانتی‌متر) و بسامد نوسان (برحسب هرتز) کدام است؟

۱) ۷۲، ۲ ۲) ۳۶، ۲ ۳) ۳۶، ۰/۵ ۴) ۷۲، ۰/۵

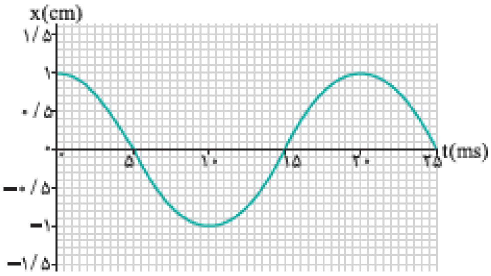
۴۸۸- نوسانگری که بر محور x نوسان می‌کند، در لحظهٔ t_1 در مکان $x_1 = -A$ است و در لحظهٔ $t_2 = t_1 + 12\,s$ از نقطهٔ تعادل می‌گذرد. اگر در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 جهت حرکت نوسانگر ۲ مرتبه تغییر کرده باشد، دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه بوده است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۹/۶ ۴) ۴/۸

۴۸۹- دو نوسانگر هماهنگ سادهٔ (۱) و (۲)، هم‌زمان از یک انتهای مسیر به نوسان درمی‌آیند. دورهٔ تناوب نوسانگر (۱) برابر ۳ s است و در هر دقیقه ۱۰ نوسان از نوسانگر (۲) جلو می‌افتد. دورهٔ تناوب نوسانگر (۲) چند ثانیه است؟

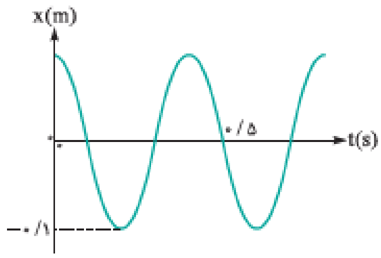
۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۱۰

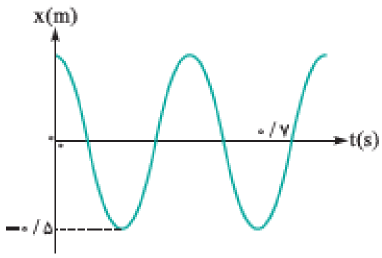
۴۹۰- نمودار جابه‌جایی ـ زمان نوسانگری به شکل مقابل است. بسامد این نوسانگر چند هرتز است و در بازهٔ زمانی بین $t_0 = 0\,s$ و $t = 25\,ms$ چه مسافتی را برحسب سانتی‌متر می‌پیماید؟ (به ترتیب از راست به چپ)

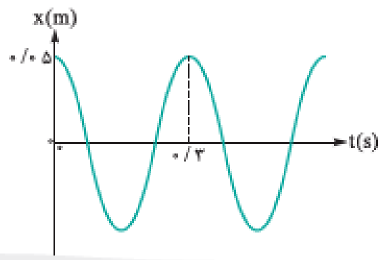


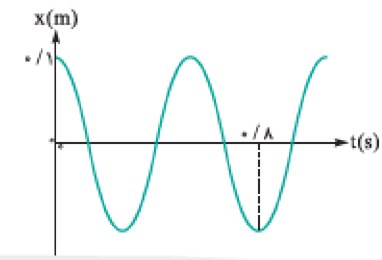
۱) ۲۰، ۴
۲) ۵۰، ۴
۳) ۲۰، ۵
۴) ۵۰، ۵

۴۹۱- نوسانگری که روی یک پاره‌خط به طول ۱۰ cm بر روی محور x نوسان می‌کند، در مبدأ زمان در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل در قسمت مثبت محور واقع است. این نوسانگر پس از ۰/۱s برای اولین بار به نقطهٔ تعادل می‌رسد. کدام گزینه نمودار جابه‌جایی ـ زمان این نوسانگر را درست نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


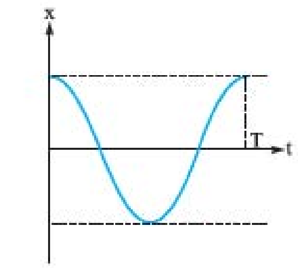
این نماد برای تست‌های دهم به کار می‌رود.

آموزش شگفت‌انگیز

۴۹۲- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دورهٔ تناوب T و دامنهٔ $۰/۵\,m$ نوسان می‌کند و در لحظهٔ $t=۰$ در مکان $+۰/۵\,m$ قرار دارد. این نوسانگر در لحظهٔ $t=\frac{۳T}{۴}$ در کدام مکان است؟

۱) $-۰/۵\,m$　　۲) $+۰/۵\,m$　　۳) $+۰/۲۵\,m$　　۴) $۰\,m$

۴۹۳- نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده همانند شکل زیر است. اندازهٔ سرعت متوسط در کدام‌یک از زوج بازه‌های ذکرشده در گزینه‌های زیر برابر نیست؟



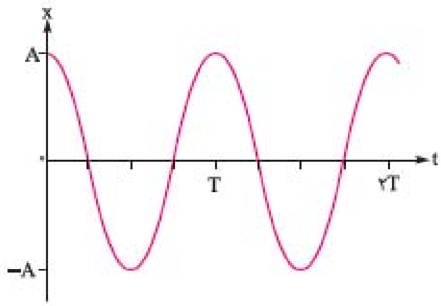
۱) ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۲}$ تا $\frac{۳T}{۴}$)

۲) ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{۳T}{۴}$) و (صفر تا T)

۳) (صفر تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۲}$ تا T)

۴) (صفر تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{۳T}{۴}$)

۴۹۴- نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده، به شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی صفر تا $\frac{۳T}{۴}$، سرعت متوسط این نوسانگر کدام است؟



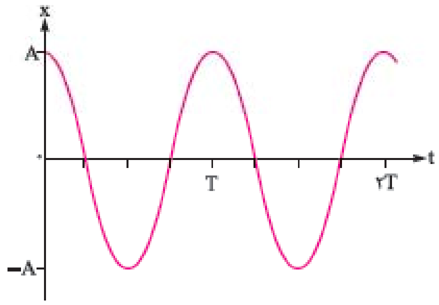
۱) $+\frac{۴A}{۳T}$

۲) $+\frac{۲A}{۳T}$

۳) $-\frac{۴A}{۳T}$

۴) $-\frac{۲A}{۳T}$

۴۹۵- نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده، به شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی صفر تا $\frac{۳T}{۴}$، تندی متوسط این نوسانگر کدام است؟



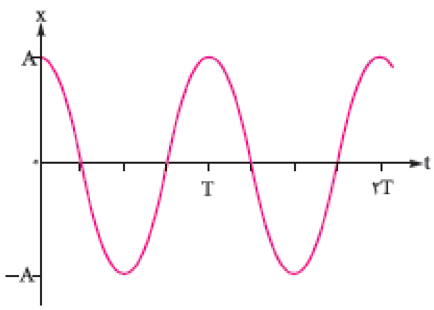
۱) $\frac{۸A}{۳T}$

۲) $\frac{۵A}{۲T}$

۳) $\frac{۴A}{T}$

۴) $\frac{۵A}{۳T}$

۴۹۶- نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل روبه‌رو است. در کدام بازهٔ زمانی زیر، تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط نوسانگر مساوی است؟



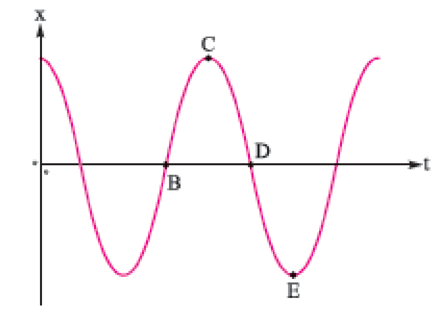
۱) $t=۰$ تا $t=\frac{۳T}{۴}$

۲) $t=\frac{T}{۴}$ تا $t=\frac{۳T}{۴}$

۳) $t=\frac{T}{۲}$ تا $t=T$

۴) $t=\frac{۳T}{۴}$ تا $t=\frac{۵T}{۴}$

۴۹۷- جرم متصل به یک فنر افقی را از نقطهٔ تعادل، اندکی به سمت راست منحرف کرده و در لحظهٔ $t=۰$ رها می‌کنیم. نمودار مکان ـ زمان این جرم به شکل روبه‌رو است. در کدام‌یک از چهار نقطهٔ B، C، D یا E سرعت جرم متصل به فنر، به سمت چپ و اندازه‌اش بیشینه است؟



۱) B

۲) C

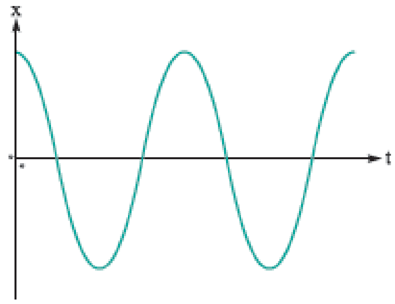
۳) D

۴) E

۴۹۸- اگر اندازهٔ سرعت یک نوسان‌کننده که حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظهٔ عبور از مبدأ v باشد، در هر دورهٔ تناوب، چند بار اندازهٔ سرعت آن $\frac{v}{۲}$ می‌شود؟

۱) ۲　　۲) ۳　　۳) ۴　　۴) ۸　　(خارج تجربی ۹۶)

۴۹۹- نمودار جابه‌جایی ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=\frac{۷T}{۴}$ چه‌مدت سرعت نوسانگر مثبت بوده است؟ (T دورهٔ تناوب حرکت است.)



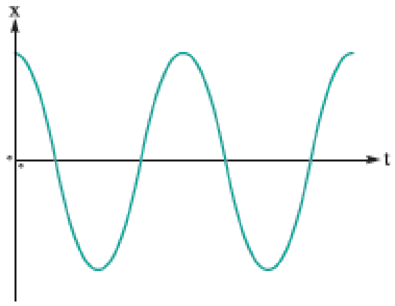
۱) $\frac{T}{۴}$

۲) $\frac{T}{۲}$

۳) $\frac{۵T}{۴}$

۴) $\frac{۳T}{۴}$

۵۰۰- نمودار جابه‌جایی ـ زمان نوسانگری به شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t=۰$ و $t=\frac{۵T}{۴}$ چند مرتبه جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند؟ (T دورهٔ تناوب حرکت است.)



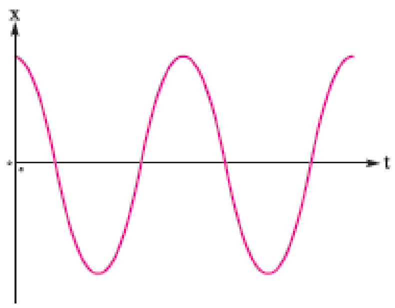
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۵۰۱- نمودار جابه‌جایی ـ زمان نوسانگری به شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی $t=\frac{T}{۴}$ تا $t=\frac{۵T}{۴}$ چند مرتبه جهت نیروی خالص وارد بر نوسانگر تغییر می‌کند؟ (T دورهٔ تناوب حرکت است.)



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۵۰۲- نوسانگری با دورهٔ تناوب $۳/۲s$ در لحظهٔ صفر از یک انتهای مسیر به نوسان درمی‌آید. بین دو لحظهٔ $t=۰$ و $t=۲/۴s$، چند ثانیه حرکت نوسانگر تندشونده بوده است؟

۱) ۱/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) صفر

۵۰۳- در یک حرکت هماهنگ ساده با بسامد $۱۰Hz$، در بازهٔ زمانی بین $t=\frac{۱}{۴۰}s$ تا $t=\frac{۱}{۱۵}s$ چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$ (خارج تجربی ۹۲)

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده

۵۰۴- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری در SI، به صورت $x=۰/۰۱\cos ۴\pi t$ است. حداقل چند ثانیه پس از لحظهٔ $t=۰$، این نوسانگر از نقطهٔ تعادل می‌گذرد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

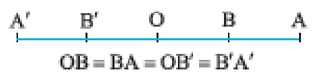
۵۰۵- معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x=۰/۰۲\cos\frac{\pi}{۲}t$ است. مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در ثانیهٔ دوم، چند برابر مسافت طی‌شده در ثانیهٔ اول است؟ (آزمون کانون فرهنگی آموزش ۹۶)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۰۶- در یک بندر، جزر و مد سبب می‌شود تا سطح آب اقیانوس، با حرکت هماهنگ ساده، بالا و پایین برود و فاصلهٔ بالاترین و پایین‌ترین وضعیت سطح آب، برابر d است. اگر دورهٔ تناوب این حرکت، ۱۲/۶ ساعت باشد، حداقل چند ساعت طول می‌کشد تا سطح آب از بالاترین وضعیت، به اندازهٔ $\frac{d}{۴}$ پایین بیاید؟

۱) ۲/۱ ۲) ۳/۱۵ ۳) ۱/۵۷۵ ۴) ۱/۰۵

۵۰۷- در شکل روبه‌رو، اگر متحرکی بین دو نقطهٔ A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصلهٔ OB را حداقل در مدت $\frac{۱}{۳۰۰}$ ثانیه طی کند، بسامد نوسان چند هرتز است؟ (خارج ریاضی ۹۵)



۱) ۲۵ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

۵۰۸- متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام می‌دهد. اگر $AC=CO=OD=DB$ باشد و متحرک فاصلهٔ CD را حداقل در t_1 ثانیه و فاصلهٔ DB را حداقل در t_2 ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ چه‌قدر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$ (خارج ریاضی ۹۶)

۵۰۹- نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خط MN در دو طرف مبدأ (O) نوسان می‌کند. اگر MP برابر PO بوده و نوسانگر MP را حداقل در مدتِ ۰/۲ ثانیه بپیماید، دورهٔ تناوب نوسان چند ثانیه است؟ *(سراسری ریاضی ۷۷)*

۱) ۰/۶
۲) ۰/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۶

۵۱۰- در یک حرکت نوسانی، دورهٔ تناوب حرکت برابر T و دامنهٔ نوسان برابر A می‌باشد. حداقل زمانی که طول می‌کشد تا این نوسانگر از مکان A+ به مکان $-\frac{A}{2}$ برود، کدام است؟ *(سراسری تجربی ۷۵)*

۱) $\frac{T}{8}$
۲) $\frac{T}{4}$
۳) $\frac{T}{3}$
۴) $\frac{2T}{3}$

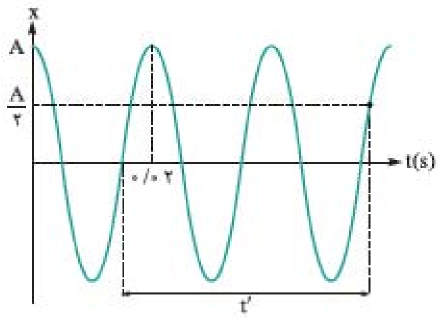
۵۱۱- ذره‌ای بر محور x با دامنهٔ ۱۳cm حرکت هماهنگ ساده دارد. مدت‌زمان لازم برای آن‌که این ذره از مکان $x=+6/5\,cm$ با یک بار تغییر جهت حرکت به مکان $x=-6/5\,cm$ برسد، چند برابر دورهٔ تناوب است؟

۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{1}{2}$

۵۱۲- اگر دامنهٔ نوسان یک نوسانگر ۱۰ سانتی‌متر و دورهٔ تناوب آن ۰/۱۲ ثانیه باشد، اندازهٔ سرعت متوسط آن وقتی بدون تغییر جهت، از نقطهٔ $y_1=-5\,cm$ به نقطهٔ $y_2=+5\,cm$ می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟ (نوسان روی محور yها می‌باشد و y مکان نوسانگر است.) *(سراسری تجربی ۷۴)*

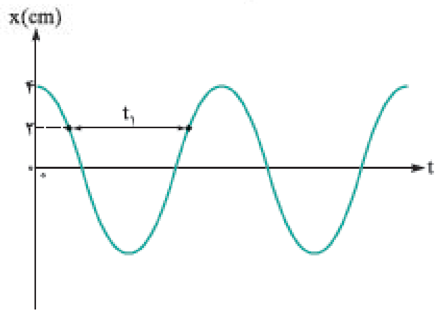
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲/۵
۴) ۱/۲۵

۵۱۳- نمودار مکان ـ زمان نوسانگری مطابق شکل است. t' چندثانیه است؟ *(سراسری ریاضی ۷۸)*



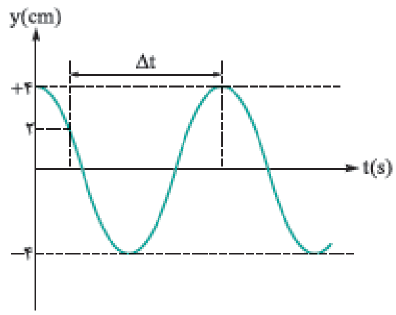
۱) $\frac{1}{24}$
۲) $\frac{9}{20}$
۳) $\frac{7}{50}$
۴) $\frac{1}{120}$

۵۱۴- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به صورت شکل مقابل است. اگر بسامدِ نوسانگر ۶ هرتز باشد، t_1 چند ثانیه است؟



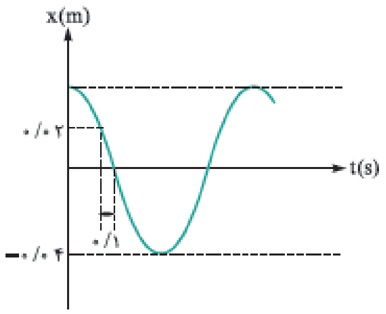
۱) $\frac{1}{12}$
۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{1}{6}$
۴) $\frac{2}{3}$

۵۱۵- شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان نوسانگر ساده‌ای است که در هر دقیقه ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. در این نمودار، Δt برابر با چند ثانیه است؟ *(خارج تجربی ۸۵)*



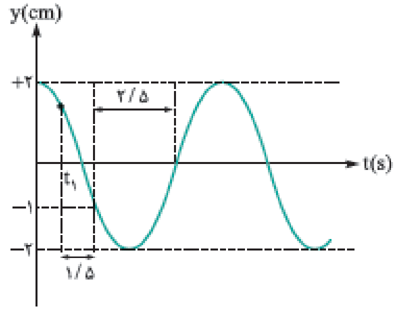
۱) $\frac{5}{4}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{5}{6}$
۴) $\frac{6}{5}$

۵۱۶- نمودار مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل مقابل است. معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI، کدام است؟ *(سراسری تجربی ۸۵)*



۱) $x=0/04\cos\frac{5\pi}{3}t$
۲) $x=0/04\cos\frac{5\pi}{4}t$
۳) $x=0/02\cos\frac{5\pi}{3}t$
۴) $x=0/02\cos\frac{5\pi}{4}t$

۵۱۷- نمودار مکان ـ زمان نوسانگری، مطابق شکل است. فاصلهٔ نوسانگر از مبدأ در لحظهٔ t_1 چند سانتی‌متر است؟ (خارج ریاضی ۸۷)



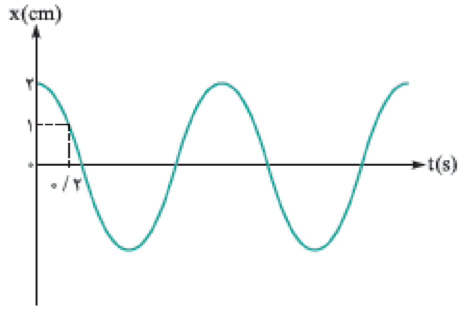
۱) ۱

۲) $\sqrt{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) $\frac{1}{2}$

۵۱۸- نمودار مکان ـ زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازهٔ سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی بین $t_1 = 0/9\,s$ تا $t_2 = 1/9\,s$، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (در صورت نیاز، $\sqrt{3}$ را برابر ۱/۷ و $\sqrt{2}$ را برابر ۱/۴ در نظر بگیرید.) (سراسری تجربی ۹۱)



۱) ۱

۲) ۱/۷

۳) ۱/۴

۴) ۰/۸۵

۵۱۹- x و A به ترتیب، مکان و دامنهٔ یک نوسانگر ساده است. در لحظهٔ t_1، $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و جهت حرکت نوسانگر در آن لحظه، به سمت نقطهٔ تعادل است. اگر حداقل ۱ ثانیهٔ بعد، نوسانگر دوباره به همان مکان برسد، دورهٔ تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟ (خارج ریاضی ۹۲)

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶

۵۲۰- در یک حرکت هماهنگ ساده، فاصلهٔ دو انتهای مسیر $40\,cm$ و بسامد حرکت، $0/5\,Hz$ است. در یک لحظه، نوسانگر در مکان $x = 18/4\,cm$ است و از نقطهٔ تعادل دور می‌شود. حداقل چند ثانیه پس از این لحظه، دوباره نوسانگر در همان مکان قرار دارد؟ (در جدول روبه‌رو، کسینوس چند زاویه داده شده است.)

کسینوس	زاویه (رادیان)
۰/۹۰	$\frac{\pi}{7}$
۰/۹۲	$\frac{\pi}{8}$
۰/۹۴	$\frac{\pi}{9}$

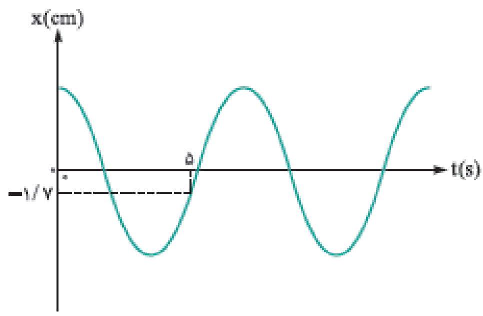
۱) ۰/۵

۲) ۰/۴۵

۳) ۰/۱۵

۴) ۰/۲۵

۵۲۱- نمودار مکان ـ زمان نوسانگری به شکل مقابل است. اگر فاصلهٔ دو انتهای مسیر این نوسانگر $10\,cm$ باشد، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟ (در جدول روبه‌رو، کسینوس چند زاویه داده شده است.)



کسینوس	زاویه (درجه)
۰/۶۴	$50°$
۰/۵۰	$60°$
۰/۳۴	$70°$

۱) ۸/۴

۲) ۷/۲

۳) ۶/۸

۴) ۷/۹

۵۲۲- دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای $0/06\,m$ و بسامد زاویه‌ای آن، $\frac{\pi}{3}\,rad/s$ است. از لحظه‌ای که شناسهٔ تابع کسینوس در معادلهٔ مکان ـ زمان برابر $\frac{\pi}{3}\,rad$ است تا ۳ ثانیهٔ بعد، نوسانگر چه مسافتی را (برحسب سانتی‌متر) می‌پیماید؟ (سراسری تجربی ۸۵)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۵۲۳- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در لحظهٔ t_1 در مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظهٔ $t_2 > t_1$، در مکان $+\frac{A}{2}$ قرار دارد. بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ t_1 تا t_2 کدام است؟ (A دامنهٔ نوسان و T دورهٔ تناوب حرکت است.) (سراسری ریاضی ۸۴)

۱) $12(\sqrt{2}+1)\frac{A}{T}$ ۲) $\frac{12(\sqrt{2}-1)}{7}\frac{A}{T}$ ۳) $\frac{12(\sqrt{2}+1)}{7}\frac{A}{T}$ ۴) $12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$

۵۲۴- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در لحظهٔ t_1 در مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظهٔ $t_2 > t_1$، در مکان $+\frac{A}{2}$ قرار دارد. اگر در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ t_1 و t_2، جهت حرکت نوسانگر یک مرتبه تغییر کرده باشد، اندازهٔ سرعت متوسط آن در این بازهٔ زمانی کدام است؟ (A دامنهٔ حرکت و T دورهٔ تناوب است.)

۱) $\frac{12A(\sqrt{2}-1)}{7T}$ ۲) $\frac{12A(\sqrt{2}-1)}{17T}$ ۳) $\frac{12A(\sqrt{2}-1)}{13T}$ ۴) $\frac{12A(\sqrt{2}-1)}{19T}$

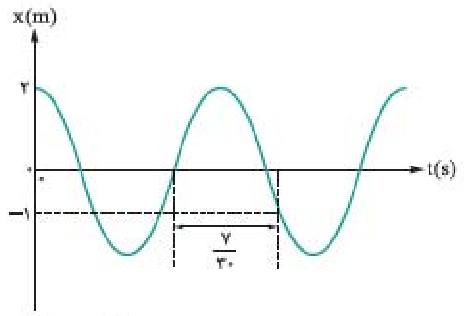
۵۲۵- ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۸ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این ذره در یک بازهٔ زمانی دلخواه $\frac{۱}{۴}$ دورهٔ تناوب بیشترین جابه‌جایی‌ای که ممکن است داشته باشد، چند سانتی‌متر است؟ *(خارج تجربی ۹۷)*

۱) ۲　　۲) ۴　　۳) $۲\sqrt{۲}$　　۴) $۴\sqrt{۲}$

۵۲۶- متحرکی روی محور x حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد و معادلهٔ حرکت آن در SI به صورت $x = ۰/۰۶\cos\frac{۵۰}{۳}\pi t$ است. بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط این نوسانگر در یک بازهٔ زمانی دلخواه ۰/۰۲ ثانیه‌ای، چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟ *(خارج ریاضی ۸۵)*

۱) ۰/۳　　۲) ۳　　۳) $۰/۲\sqrt{۳}$　　۴) $۲\sqrt{۳}$

۵۲۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل روبه‌رو است. در مدت دلخواهی به اندازهٔ $\frac{۱}{۴}$ دورهٔ تناوب، بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط متحرک، چند متر بر ثانیه است؟ *(خارج ریاضی ۹۶)*

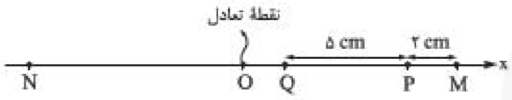


۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$　　۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$　　۳) $\frac{۱}{۵}$　　۴) $\frac{۲}{۵}$

۵۲۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{۱}{۴}$ دورهٔ تناوب، کم‌ترین مسافتی که نوسانگر طی می‌کند، چند برابر دامنه است؟ $(\sqrt{۲} = ۱/۴)$ *(خارج ریاضی ۹۳)*

۱) ۰/۳　　۲) ۰/۶　　۳) ۰/۷　　۴) ۱/۴

۵۲۹- شکل زیر مسیر حرکت نوسانگری را که میان دو نقطهٔ M و N نوسان می‌کند، نشان می‌دهد. این نوسانگر بدون تغییر جهت حرکت، فاصلهٔ ۲ سانتی‌متری M تا P و همین‌طور فاصلهٔ ۵ سانتی‌متری P تا Q را در مدت ۱ ثانیه می‌پیماید. دامنهٔ حرکت نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

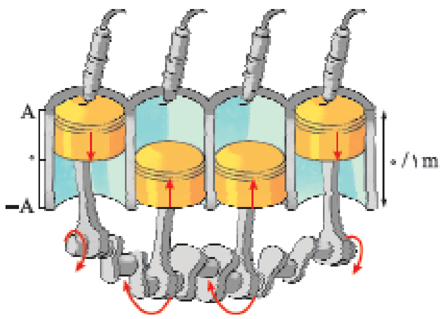


۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۰

۵۳۰- در یک ماشین ریش‌تراش، تیغه در فاصله‌ای به طول ۲ mm به صورت هماهنگ ساده، جلو و عقب می‌رود. اگر بسامد این نوسان، ۱۲۰ Hz باشد، تندی بیشینهٔ تیغه، چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۳/۶　　۲) ۰/۳۶　　۳) ۷/۲　　۴) ۰/۷۲

۵۳۱- حرکت پیستون در موتور یک خودرو، تقریباً یک حرکت هماهنگ ساده است. فاصلهٔ بین بالاترین و پایین‌ترین مکان پیستون، ۰/۱ m و بسامد زاویه‌ای آن، ۲۵۰۰ دور بر دقیقه است. اگر جرم پیستون ۰/۴ kg باشد، بیشینهٔ اندازهٔ تکانهٔ پیستون، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$

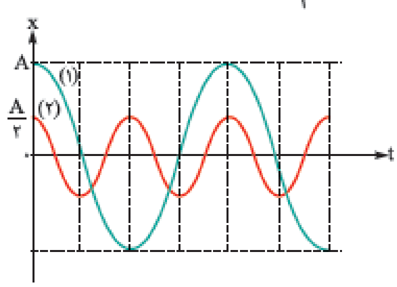


۱) ۰/۵
۲) ۲۵
۳) ۵
۴) ۱۲/۵

۵۳۲- نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۲ سانتی‌متر، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر، دو جابه‌جایی مساوی و متوالی را بدون تغییر جهت انجام می‌دهد که مجموع آن‌ها برابر دامنهٔ نوسان است. اگر هر یک از این جابه‌جایی‌ها در مدت ۰/۰۴ ثانیه انجام شود، بیشینهٔ سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$ *(سراسری تجربی ۹۴)*

۱) صفر　　۲) $\frac{۴}{۳}$　　۳) $\frac{۳}{۴}$　　۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۳۳- نمودار مکان ـ زمان دو حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل روبه‌رو است. تندی بیشینهٔ نوسانگر (۱) چند برابر تندی بیشینهٔ نوسانگر (۲) است؟ *(خارج تجربی ۹۳)*



۱) ۱
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۵۳۴- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ ۱۰ cm و بسامد ۰/۲۵ Hz، اندازهٔ شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی از نقطهٔ تعادل، چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۴۴ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۱۵

۵۳۵- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری به جرم ۲kg در SI به صورت $x = ۰/۲\cos ۵\pi t$ است. در بازهٔ زمانی‌ای که نوسانگر از نقطهٔ تعادل به یک انتهای مسیر می‌رود، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر آن حداکثر چند نیوتون است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲

سامانهٔ جرم‌ـ‌فنر و انرژی در حرکت هماهنگ ساده

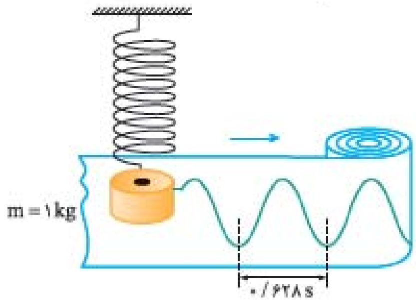
۵۳۶- هر قدر به سختی یک فنر افزوده شود، وقتی که وزنه‌ای به آن بسته شده و به نوسان درآید، .... نوسان‌های آن، .... (سراسری ریاضی ۷۳)

۱) بسامد، بیشتر می‌شود ۲) بسامد، کم‌تر می‌شود ۳) دورهٔ تناوب، بدون تغییر می‌ماند ۴) دامنه، الزاماً بیشتر می‌شود

۵۳۷- وزنه‌ای به جرم ۱۶۰ g، به یک فنر متصل است و حرکتی هماهنگ ساده با معادلهٔ $x = ۰/۰۹\cos(۶t)$ (در SI) انجام می‌دهد. ثابت فنر، چند نیوتون بر متر است؟

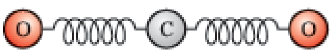
۱) ۰/۷۲ ۲) ۱/۴۴ ۳) ۵/۷۶ ۴) ۱/۲۸

۵۳۸- با توجه به داده‌های شکل روبه‌رو، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟



۱) ۲۰
۲) ۱۰۰
۳) ۵۰
۴) ۴۰۰

۵۳۹- در یک مدل ساده از مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2)، اتم‌های اکسیژن و کربن همانند شکل زیر، به صورت سه ذره که با دو فنر به یکدیگر متصل‌اند، در نظر گرفته می‌شود. یکی از روش‌هایی که این سامانه می‌تواند به نوسان درآید، این است که اتم کربن بی‌حرکت باشد و اتم‌های اکسیژن، به صورتی متقارن در دو طرف نوسان کنند. اگر در این حال بسامد نوسان هر اتم اکسیژن ۴×۱۰^{۱۳} Hz باشد، ثابت هر فنر در این مدل چند نیوتون بر متر است؟ (جرم اتم اکسیژن را $۲/۷\times۱۰^{-۲۶}$ kg و π^2 را برابر ۱۰ فرض کنید.)

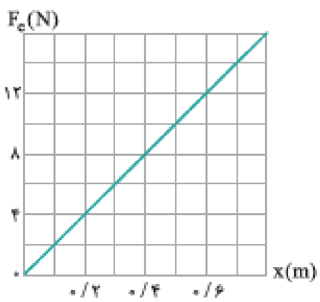


۱) ۸۶۴ ۲) ۱۷۲/۸ ۳) ۱۷۲۸ ۴) ۸۶/۴

۵۴۰- به انتهای یک فنر با جرم ناچیز، وزنه‌ای ۵۰۰ گرمی می‌بندیم و آن را روی سطح افقی بدون اصطکاکی، با دامنهٔ کم به نوسان درمی‌آوریم. اگر ثابت فنر ۲۰ نیوتون بر متر باشد، وزنه در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام خواهد داد؟ $(\pi^2 = ۱۰)$ (سراسری ریاضی ۸۳)

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۵۴۱- نمودار روبه‌رو، ارتباط اندازهٔ نیروی کشسانی یک فنر را با تغییر طول آن نشان می‌دهد. اگر وزنه‌ای به جرم ۰/۵ kg را به این فنر ببندیم و به نوسان درآوریم، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه می‌شود؟ $(\pi = \sqrt{۱۰})$



۱) ۰/۲۵
۲) ۴
۳) ۰/۵
۴) ۲

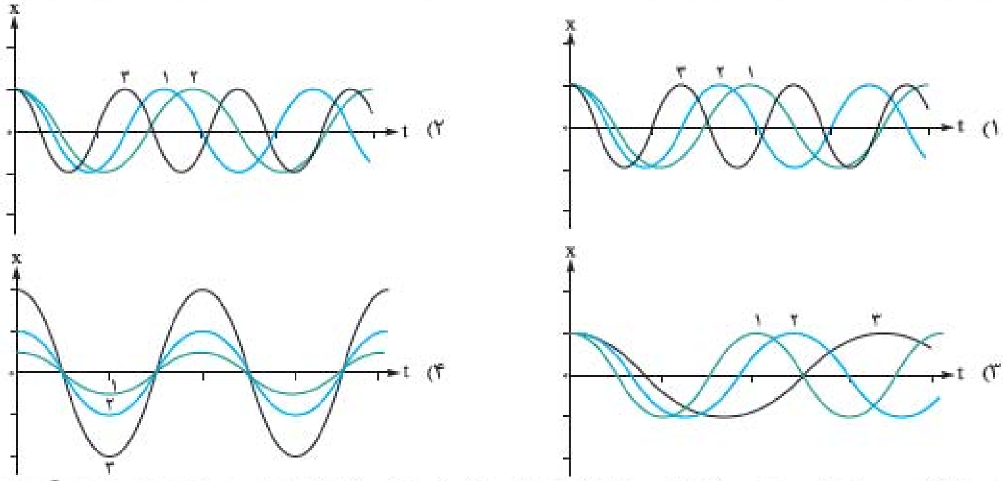
۵۴۲- وزنه‌ای را از انتهای فنری با جرم ناچیز، می‌آویزیم. در حالت تعادل، تغییر طول فنر نسبت به طول عادی ۴ سانتی‌متر می‌شود. اگر این سامانهٔ جرم ـ فنر را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به نوسان درآوریم، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه خواهد شد؟ $(g = \pi^2\ m/s^2)$ (خارج تجربی ۸۴)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

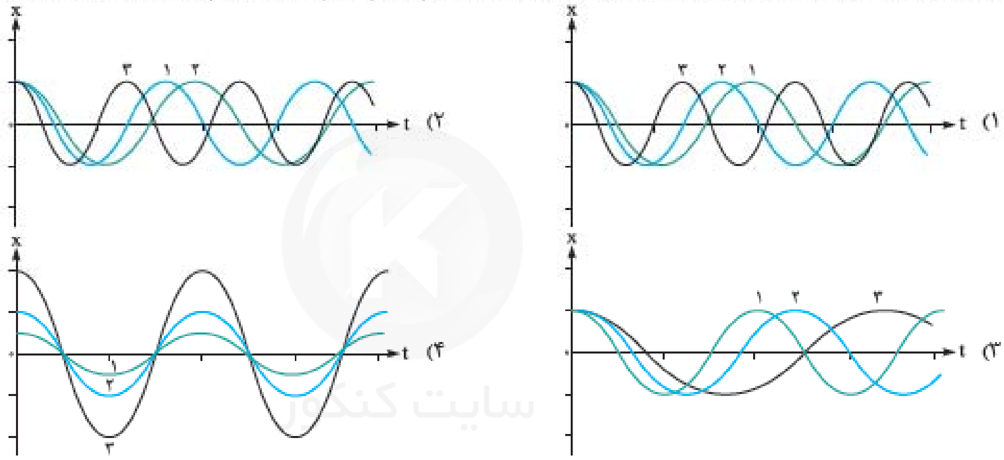
۵۴۳- وزنهٔ ۴۰۰ گرمی را به فنری که ثابت آن k و جرم آن ناچیز است، متصل کرده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی به نوسان درمی‌آوریم. وزنهٔ چند گرمی به وزنهٔ قبلی اضافه کنیم تا دورهٔ تناوب نوسان ۱/۵ برابر شود؟ (سراسری تجربی ۸۹)

۱) ۲۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۹۰۰

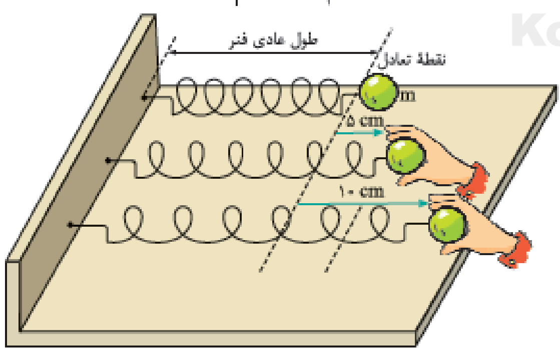
۵۴۴- سه سامانهٔ جرم ـ فنر با فنرهای مشابه داریم که با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند. این سه سامانه، به نوسان درآمده‌اند و یک نوسان‌نگار، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها را ثبت می‌کند. اگر ارتباط جرم وزنه‌های سه سامانه، به صورت $m_1 < m_2 < m_3$ باشد، کدام گزینه، نمودارهای ثبت‌شده را درست نشان می‌دهد؟

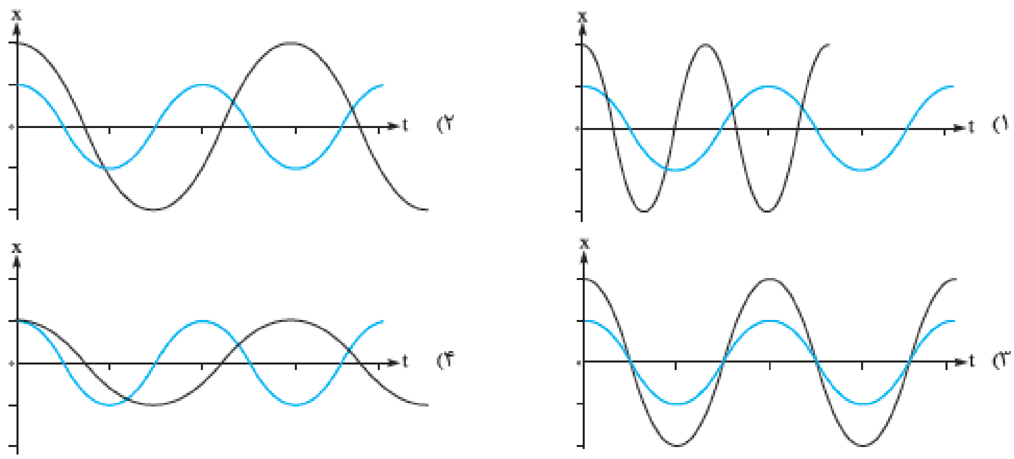


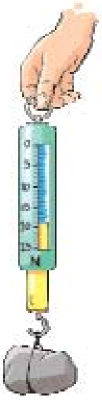
۵۴۵- سه سامانهٔ جرم ـ فنر با جرم‌های مشابه داریم که با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند. این سه سامانه، به نوسان درآمده‌اند و یک نوسان‌نگار، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها را ثبت می‌کند. اگر ارتباط ثابت فنرهای سه سامانه، به صورت $k_1 < k_2 < k_3$ باشد، کدام گزینه، نمودارهای ثبت‌شده را درست نشان می‌دهد؟



۵۴۶- گلوله‌ای همانند شکل روبه‌رو، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به یک فنر افقی متصل است و ابتدا در نقطهٔ تعادل قرار دارد. این گلوله را از نقطهٔ تعادل، یک بار به اندازهٔ $5\,cm$ و بار دوم، به اندازهٔ $10\,cm$ به سمت راست می‌کشیم و رها می‌کنیم. در کدام گزینه، نمودار مکان ـ زمان حرکت دو گلوله، درست رسم شده است؟







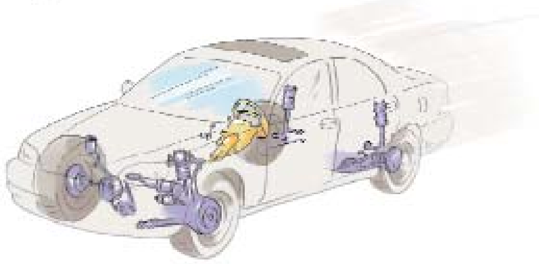
۵۴۷- طول ناحیهٔ مدرج بر یک نیروسنج فنری ۱۰cm است که از ۰N تا ۲۵N درجه‌بندی شده است. این نیروسنج را در راستای قائم نگه می‌داریم و بسته‌ای را به آن می‌آویزیم. اگر این بسته را اندکی از نقطهٔ تعادلش به پایین بکشیم و رها کنیم، با بسامد ۵Hz نوسان می‌کند. وزن این بسته چند نیوتون است؟ ($\pi^2=۱۰$)

۱) ۰/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۲۵
۴) ۱۲/۵

۵۴۸- برای اندازه‌گیری جرم فضانوردان در ایستگاه‌های فضایی، از یک صندلی متصل به فنر استفاده می‌شود. فضانورد بر روی این صندلی قرار می‌گیرد و صندلی به نوسان درمی‌آید. در یک ایستگاه فضایی، ثابت فنر متصل به این صندلی ۶۰۰ N/m و دورهٔ تناوب نوسان صندلی خالی ۰/۹s است. وقتی فضانوردی روی این صندلی قرار می‌گیرد، دورهٔ تناوب نوسان آن ۲/۵s می‌شود. جرم فضانورد چند کیلوگرم است؟ ($\pi^2=۱۰$)

۱) ۹۳/۷۵
۲) ۸۱/۶
۳) ۶۸/۶
۴) ۹۰/۴۶

۵۴۹- در یک مدل ساده برای بررسی نوسان یک خودرو در راستای قائم، فرض می‌شود که خودرو توسط چهار فنر مشابه، به چرخ‌ها متصل است. جرم یک خودرو، ۱۸۰۰kg و بسامد نوسان هماهنگ سادهٔ آن، ۳Hz است. اگر چهار نفر هر کدام به جرم ۵۰kg در این خودرو بنشینند، بسامد نوسان، چند هرتز می‌شود؟ (فرض کنید جرم خودرو و مسافرین، به طور یکسان بین چهار فنر توزیع می‌شود.)



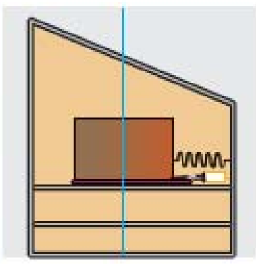
۱) $\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}$
۲) $۳\sqrt{۱۰}$
۳) $۹\sqrt{۱۰}$
۴) $\frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$

۵۵۰- دو بچه که جرم هر کدام، ۴۵kg است، داخل یک خودروی ساکن به جرم ۱۴۱۰kg نشسته‌اند. این بچه‌ها، سبب نوسان خودرو به بالا و پایین می‌شوند و در مدت ۲۰s، خودرو ۱۰ نوسان می‌کند. این خودرو را می‌توان به صورت چهار سامانهٔ جرم ـ فنر با فنرهای مشابه مدل‌سازی کرد که سهم یکسانی از جرم کل خودرو به هر فنر می‌رسد. اگر بچه‌ها از خودرو پیاده شوند، نقطهٔ تعادل خودرو، چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ ($\pi^2=۱۰$)

۱) ۶
۲) ۵
۳) ۱۰
۴) ۴/۵

۵۵۱- دو سامانهٔ جرم ـ فنرِ مشابه، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حال تعادل‌اند. جرم وزنهٔ هر سامانه ۴۰۰g و ثابت هر فنر، ۱/۴۴ N/m است. هر دو جرم را از نقطهٔ تعادل منحرف می‌کنیم. اگر یکی از دو جرم را در لحظهٔ t = ۰ رها کنیم، حداقل چند ثانیه بعد باید دیگری را رها کنیم تا وقتی تندی یکی بیشینه است، تندی دیگری صفر باشد؟ ($\pi=۳$)

۱) ۰/۱
۲) ۰/۰۵
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۵



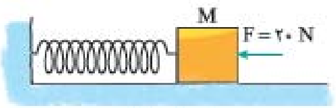
۵۵۲- یک سامانهٔ غول‌پیکر جرم ـ فنر، با وزنه‌ای به جرم ۴×۱۰^۵ kg، در بالای یک برج ۵۹ طبقه در نیویورک قرار داده شده است. این سامانه، نوسان‌هایی هم‌بسامد با برج و در خلاف جهت آن انجام می‌دهد تا سبب کاهش نوسان کلی برج شود. اگر دورهٔ تناوب این سامانه، ۶s باشد و هنگام وزش یک باد شدید، روی مسیری به طول، ۲۲۰cm نوسان کند، ثابت فنر و تندی بیشینهٔ وزنه (در SI)، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ ($\pi=۳$)

۱) $۲/۲،۴\times۱۰^۵$
۲) $۱/۱،۴\times۱۰^۵$
۳) $۲/۲،۲\times۱۰^۵$
۴) $۱/۱،۲\times۱۰^۵$

۵۵۳- در شکل روبه‌رو، وزنه را روی سطح افقی از نقطهٔ تعادل ۱۰ سانتی‌متر به سمت راست کشیده و از حال سکون رها می‌کنیم. تندی وزنه هنگام عبور از نقطهٔ تعادل، چند متر بر ثانیه است؟ (از اصطکاک بین سطح و وزنه چشم‌پوشی کنید.) (سراسری تجربی ۸۲)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

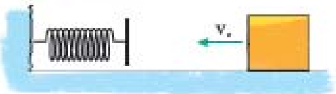
۵۵۴- در شکل روبه‌رو، فنر به اندازهٔ ۵ سانتی‌متر نسبت به طول عادی‌اش فشرده شده است و وزنه، روی سطح افقی در حال سکون است. اگر در یک لحظه، نیروی F حذف شود، بیشترین تندی وزنه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ $(M = ۲\,kg)$ (سراسری تجربی ۸۰)



بدون اصطکاک

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۵۵۵- جسمی به جرم m روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت ثابت v_0 می‌لغزد و به فنری که ثابت آن برابر k است، برخورد می‌کند. بیشترین فشردگی فنر پس از این برخورد، چه‌قدر است؟ (سراسری ریاضی ۷۱)

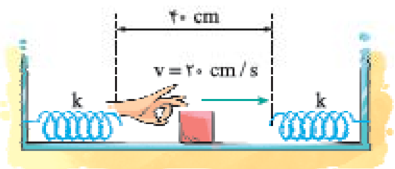


۱) $\frac{v_0 m}{k}$ ۲) $v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$ ۳) $\frac{v_0\sqrt{m}}{k}$ ۴) $\sqrt{mgk}$

۵۵۶- وزنه‌ای که همانند شکل زیر، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، با تندی $v_0 = ۳/۱۴\,m/s$ در حال حرکت است، به یک فنر برخورد کرده، آن را متراکم می‌کند و سپس در خلاف جهت اولیه، بازمی‌گردد. تندی متوسط این وزنه در مدتی که با فنر در تماس است، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳/۱۴ ۲) ۶/۲۸ ۳) ۲ ۴) ۱

۵۵۷- در شکل روبه‌رو، ثابت هر فنر $۱۰\,N/m$ و اصطکاک در سطح افقی ناچیز است. وقتی هر دو فنر طول عادی خود را دارند، فاصلهٔ انتهای آزاد آن‌ها از یکدیگر $۴۰\,cm$ است. وزنهٔ کوچکی به جرم $۱۰۰\,g$ را بین فنرها قرار داده و به آن سرعت اولیهٔ $۲۰\,cm/s$ می‌دهیم. این وزنه بین دو فنر حرکت نوسانی پیدا می‌کند. دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$



۱) ۲/۳ ۲) ۴/۶ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۸

۵۵۸- دامنهٔ حرکت نوسانگر وزنه ـ فنری ۵ سانتی‌متر است. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم و ثابت فنر ۲۰۰ نیوتون بر متر باشد، انرژی کل نوسانگر چند ژول است؟ (سراسری تجربی ۸۷)

۱) ۰/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۵۰

۵۵۹- نوسانگری به انتهای فنر سبکی با ثابت ۱۰۰ نیوتون بر متر بسته شده است و با دامنهٔ ۴ سانتی‌متر، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که از مبدأ نوسان می‌گذرد، چند ژول است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۶

۵۶۰- اگر E و m، به ترتیب انرژی مکانیکی و جرم یک نوسانگر ساده باشند، تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل برابر با کدام است؟ (کمیت‌ها در SI هستند.) (سراسری تجربی ۹۰)

۱) $(\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$ ۲) $\frac{E}{۲m^۲}$ ۳) $\frac{۲E}{m^۲}$ ۴) $(\frac{E}{۲m})^{\frac{۱}{۲}}$

۵۶۱- نوسانگری به جرم ۱۰۰ گرم، روی پاره‌خطی به طول $۲۰\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و حداقل در مدت‌زمان $\frac{۱}{۴}$ ثانیه، از مرکز نوسان به انتهای مسیر می‌رسد. انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان، چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$ (سراسری تجربی ۹۵)

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۵۶۲- انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم $۱۰۰\,g$، برابر $۲۰\,mJ$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر، $۱۵\,mJ$ است، تندی نوسانگر، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (خارج ریاضی ۹۶)

۱) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ۲) $۲۰\sqrt{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}$

۵۶۳- روی یک سطح افقی و بدون اصطکاک به دو فنر مشابه، جرم‌های m_1 و $m_2 = ۴m_1$ را متصل کرده و آن‌ها با دامنهٔ یکسان حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهند. به ترتیب از راست به چپ نسبت انرژی جنبشی و تندی نوسانگرها در نقطهٔ تعادل نوسانگر m_2 به m_1 کدام است؟ (آزمون کانون فرهنگی آموزش ۹۶)

۱) ۱، ۱ ۲) ۱، ۴ ۳) ۱، $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴، $\frac{۱}{۲}$

۵۶۴- بیشینهٔ تندی نوسانگر ساده‌ای ۱۰ متر بر ثانیه است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ۷ برابر انرژی جنبشی آن است، تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟ *(آزمون کانون فرهنگی آموزش ۹۷)*

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

۵۶۵- معادلهٔ حرکت نوسانگر سادهٔ وزنه ـ فنری در SI، به صورت $x = ۰/۰۵\cos ۲۰t$ می‌باشد. اگر بیشینهٔ انرژی جنبشی آن ۶×۱۰^{-۲} ژول باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ *(خارج ریاضی ۹۲)*

۱) ۱۲ ۲) ۴۸ ۳) ۱۲۰ ۴) ۴۸۰

۵۶۶- با یک جسم و یک فنر، یک نوسانگر ساده ساخته‌ایم. در مدتی که جسم به طرف مبدأ مکان (جایی که فنر، طول عادی خود را دارد)، نزدیک می‌شود، اگر اصطکاک ناچیز باشد، انرژی مکانیکی و انرژی پتانسیل آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟ *(سراسری تجربی ۸۰)*

۱) افزایش، ثابت ۲) ثابت، افزایش ۳) ثابت، کاهش ۴) کاهش، ثابت

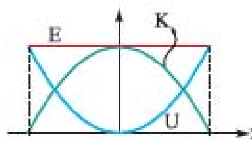
۵۶۷- وزنه‌ای به جرم ۲ kg به یک فنر افقی متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر انرژی جنبشی وزنه در هر ثانیه، به طور منظم دو بار از صفر به مقدار بیشینه برسد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

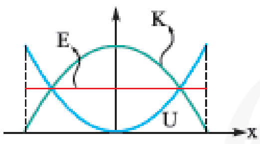
۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

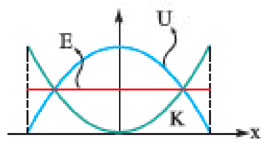
۵۶۸- یک سامانهٔ جرم ـ فنر، در حال حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و بسامد زاویه‌ای ω است. تندی وزنه در لحظه‌ای که انرژی جنبشی و پتانسیل سامانه برابر می‌گردد، کدام است؟

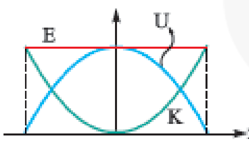
۱) $A\omega$ ۲) $\frac{۱}{۲}A\omega$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A\omega$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\omega$

۵۶۹- در کدام گزینه نمودار تغییرات انرژی پتانسیل (U)، انرژی جنبشی (K) و انرژی مکانیکی (E) یک نوسانگر ساده برحسب مکان (x) درست رسم شده است؟

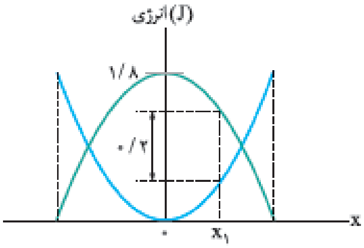
۱)


۲)


۳)


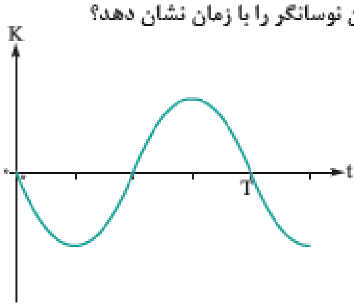
۴)


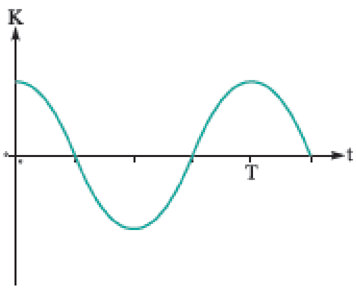
۵۷۰- نمودارهای روبه‌رو، ارتباط انرژی جنبشی و پتانسیل یک سامانهٔ جرم ـ فنر با وزنه‌ای به جرم ۲ kg را با جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل نشان می‌دهند. با توجه به داده‌های این شکل، در لحظه‌ای که وزنه از نقطهٔ تعادل به اندازهٔ x_1 جابه‌جا شده است، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟

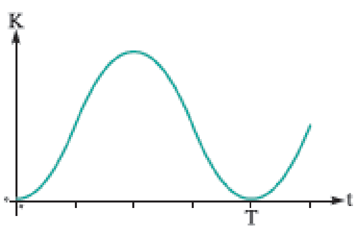


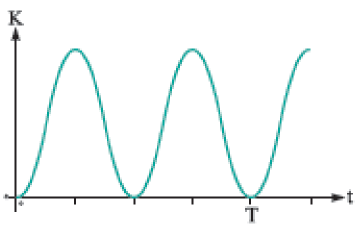
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۰/۵

۵۷۱- در یک حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب T، نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰$ در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل است. کدام نمودار می‌تواند ارتباط انرژی جنبشی این نوسانگر را با زمان نشان دهد؟

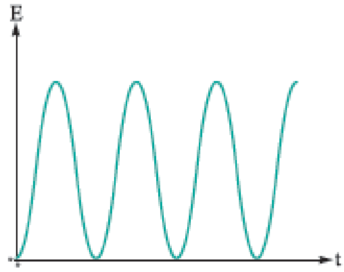
۱)


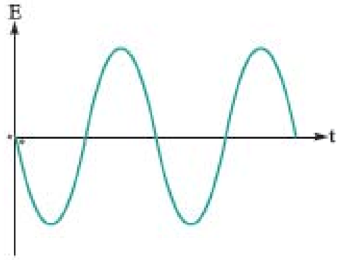
۲)


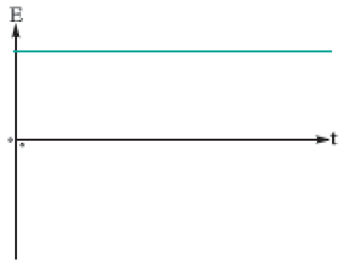
۳)


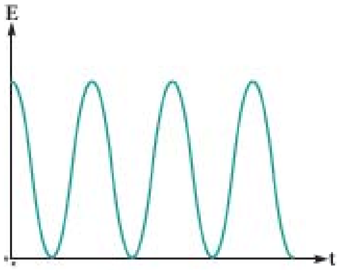
۴)


۵۷۲- در یک حرکت هماهنگ ساده، کدام گزینه نمودار انرژی مکانیکی نوسانگر برحسب زمان است؟

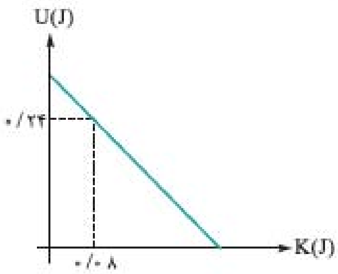
۱)


۲)


۳)


۴)


۵۷۳- یک سامانهٔ جرم ـ فنر با ثابت فنرِ $100\ N/m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند و نمودار روبه‌رو، ارتباط انرژی پتانسیل کشسانی را با انرژی جنبشی نشان می‌دهد. دامنهٔ نوسان وزنه چند سانتی‌متر است؟



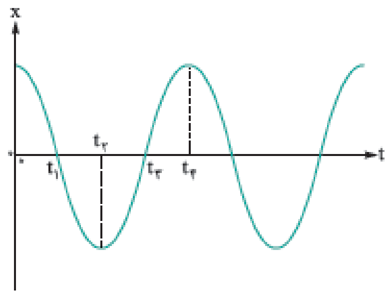
۱) ۴

۲) ۲

۳) ۸

۴) ۱۶

۵۷۴- شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان یک نوسانگر ساده است. در کدام بازهٔ زمانی، انرژی پتانسیل کشسانی رو به افزایش و شتاب نوسانگر، منفی است؟ *(سراسری ریاضی ۹۰)*



۱) صفر تا t_1

۲) t_3 تا t_4

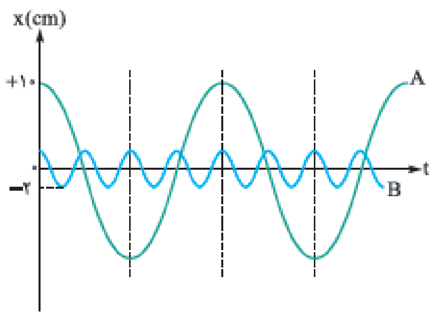
۳) t_1 تا t_2

۴) t_2 تا t_3

۵۷۵- وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم به انتهای فنری بسته شده است و با دامنهٔ ثابتی در راستای افقی، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر انرژی مکانیکی نوسانگر در مبدأ زمان ۰/۲۴ ژول باشد، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل آن ۰/۲ ژول است، اندازهٔ سرعت وزنه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۰۲ ۳) ۲ ۴) ۰/۰۴

۵۷۶- شکل روبه‌رو، نمودار مکان ـ زمان دو نوسانگر A و B را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر B، ۵ برابر جرم نوسانگر A باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟ *(سراسری تجربی ۹۳)*



۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۶}{۵}$

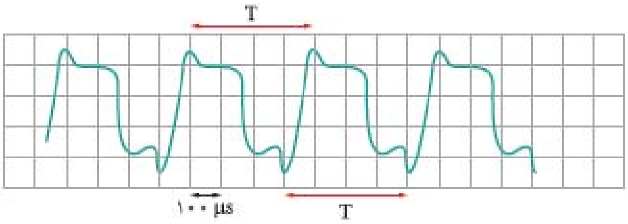
۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

۵۷۷- نوسانگر وزنه ـ فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک، با دامنهٔ A_1 و بسامد f_1 نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در بیشترین فاصله از مرکز نوسان قرار دارد، $\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه کنده شده و جدا می‌شود و جرم باقی‌ماندهٔ متصل به همان فنر، به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت، بسامد f_2 و دامنه A_2 باشد، نسبت‌های $\frac{A_2}{A_1}$ و $\frac{f_2}{f_1}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ *(سراسری ریاضی ۹۳)*

۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲ ۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

پاسخ‌نامهٔ ابرتشریحی

۴۸۴- گزینهٔ ۲ گفته بودیم که در چنین پرسش‌هایی، تشخیص یک چرخه اهمیت دارد. یک چرخه را طوری انتخاب کنید که سر و ته آن، به دقت از روی شکل قابل تعیین باشد. در شکل روبه‌رو، دو انتخاب مختلف برای چرخه را با رنگ قرمز نشان داده‌ام. می‌بینید که در طول یک چرخه ۴ مربع جای گرفته است.



$$T = 4\times100 = 400\,\mu s = 400\times\underbrace{10^{-6}}_{\text{میکرو}}\,s = 4\times10^{-4}\,s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\times10^{-4}} = 2500\,Hz$$

۴۸۵- گزینهٔ ۴ گفته بودم که نباید دامنهٔ حرکت (A) را با جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل (x) اشتباه بگیرید! وقتی نوسانگر از یک انتها به انتهای دیگر مسیر می‌رود، اندازهٔ جابه‌جایی آن، ابتدا کوچک شده و در نقطهٔ تعادل به صفر می‌رسد؛ با دورشدن از نقطهٔ تعادل، اندازهٔ جابه‌جایی افزایش می‌یابد. با وجود متغیربودن جابه‌جایی، چون دامنهٔ حرکت بیشترین فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل است، مقدار ثابتی دارد.

۴۸۶- گزینهٔ ۴ حتماً توجه کرده‌اید که $8\,cm$ در این تست، فاصلهٔ دو انتهای مسیر (طول مسیر حرکت) است که ۲ برابر دامنه است:

$$8 = 2A \Rightarrow A = 4\,cm = 0/04\,m$$

این را هم گفته بودیم که برای انجام یک نوسان، باید نوسانگر ۲ بار طول مسیر را بپیماید؛ بنابراین ۵۶ بار پیمودن طول مسیر معادل با $\frac{56}{2} = 28$ نوسان کامل است:

$$\Delta t = nT \Rightarrow 10 = 28T \Rightarrow T = \frac{10}{28}\,s\ ,\ f = \frac{1}{T} = \frac{28}{10} = 2/8\,Hz$$

۴۸۷- گزینهٔ ۲ حتماً به یاد دارید که تندی نوسانگر در دو انتهای مسیر صفر است؛ به این ترتیب در مدت $0/25\,s$، ذرهٔ ما از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر رفته است. این حرکت، نصف یک نوسان کامل است و مسافت پیموده‌شده در آن، ۲ برابر دامنه است و مدت‌زمان آن، نصف دورهٔ تناوب است:

$$l = 2A = 2\times18 = 36\,cm$$

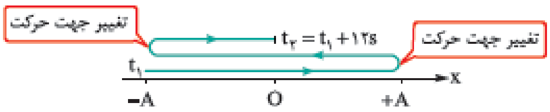
$$\frac{T}{2} = 0/25 \Rightarrow T = 0/5\,s\ ,\ f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0/5} = 2\,Hz$$

۴۸۸- گزینهٔ ۳ باید شکلی از مسیر حرکت نوسانگر بکشید و برای رسم آن، به دو نکته توجه کنید:

۱) نوسانگر در آغاز و پایان بازهٔ زمانی داده‌شده، در چه مکان‌هایی قرار دارد.

۲) جهت حرکت آن در این بازهٔ زمانی چند مرتبه تغییر کرده است. یادتان نرود که جهت حرکت فقط در دو انتهای مسیر تغییر می‌کند.

با این توضیحات، مسیر حرکت نوسانگر به شکل مقابل می‌شود و همان‌گونه که می‌بینید، در این بازهٔ زمانی ۱۲ ثانیه‌ای، نوسانگر یک نوسان کامل به علاوهٔ $\frac{1}{4}$ نوسان کامل انجام داده است:



$$T + \frac{T}{4} = 12 \Rightarrow \frac{5T}{4} = 12 \Rightarrow T = 9/6\,s$$

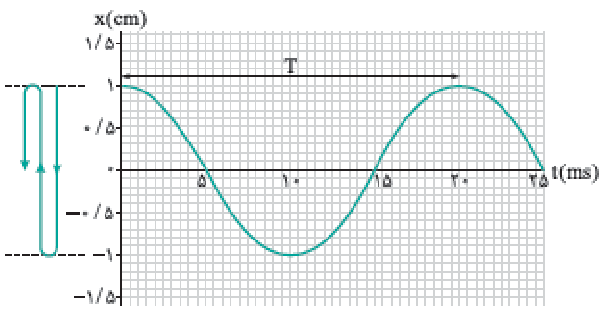
۴۸۹- گزینهٔ ۲ اگر تعداد نوسان‌های نوسانگرهای (۱) و (۲) در هر دقیقه (یا ۶۰ ثانیه) را با n_1 و n_2 نشان دهیم، با توجه به این‌که نوسانگر (۱) در هر دقیقه ۱۰ نوسان از نوسانگر (۲) جلو می‌افتد، می‌توان نوشت: $n_1 = n_2 + 10$

اگر رابطهٔ $\Delta t = nT$ را به صورت $n = \frac{\Delta t}{T}$ درآوریم، می‌توان رابطهٔ قبلی را به صورت زیر نوشت و دورهٔ تناوب نوسانگر (۲) را به دست آورد.

$$n_1 = n_2 + 10 \Rightarrow \frac{\Delta t}{T_1} = \frac{\Delta t}{T_2} + 10 \Rightarrow \frac{60}{3} = \frac{60}{T_2} + 10 \Rightarrow T_2 = 6\,s$$

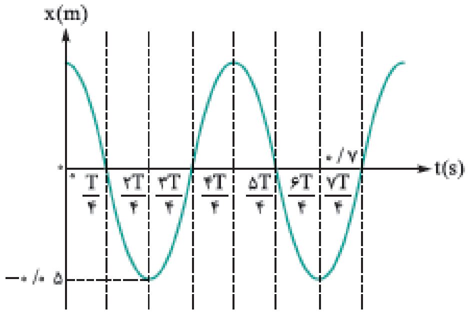
۴۹۰- گزینهٔ ۴ با نگاهی به نمودار، می‌توان دورهٔ تناوب حرکت را تشخیص داد؛ فقط باید توجه کنید که یکای زمان بر محور افقی، میلی‌ثانیه است:

$$T = 20\,ms = 20\times10^{-3}\,s\ ,\ f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\times10^{-3}} = 50\,Hz$$



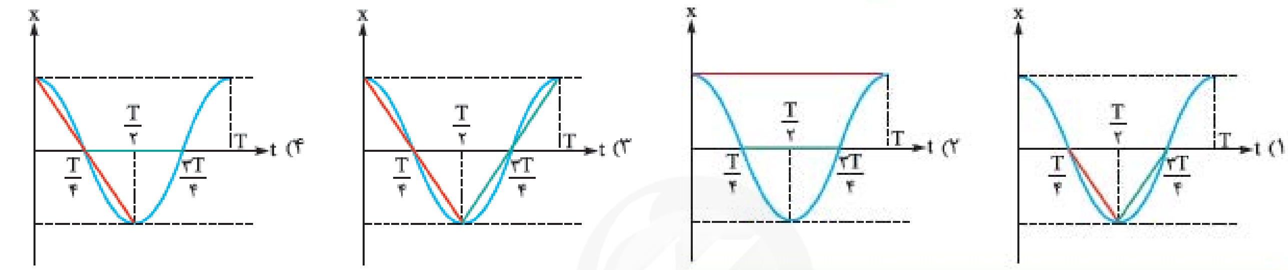
در شکل روبه‌رو، مسیر حرکت نوسانگر در مدت $25\,ms$ را در کنار محور قائم نمودار با رنگ سبز نشان داده‌ام. با توجه به این‌که فاصلهٔ دو انتهای مسیر $2\,cm$ است و نوسانگر ۲/۵ بار از یک انتها به انتهای دیگر رفته است، مسافت پیموده‌شده برابر با $2/5\times2 = 5\,cm$ می‌شود.

۴۹۱- (گزینهٔ ۲) دامنهٔ حرکت، نصف طول پاره‌خط مسیر (یعنی برابر $5\,\text{cm} = 0/05\,\text{m}$) است و مدت‌زمان لازم برای این‌که نوسانگر برای بار اول از یک انتهای مسیر به نقطهٔ تعادل برسد، برابر $\frac{T}{4} = 0/1\,\text{s}$ است. شکل مقابل، همه‌چیز را نشان می‌دهد!



۴۹۲- (گزینهٔ ۴) بد نیست فوراً یک نمودار جابه‌جایی ـ زمان بکشید و از آن کمک بگیرید!

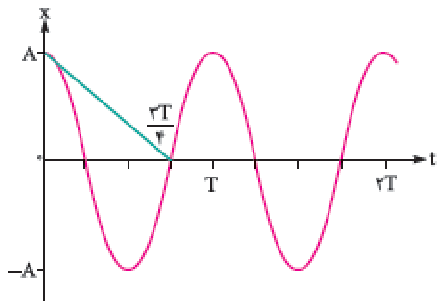
۴۹۳- (گزینهٔ ۴) گفته بودم که در تست‌های این فصل، از آن‌چه در فصل ۱ آموختید، زیاد استفاده می‌شود! حتماً به یاد دارید که سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شیب خط واصل نقطه‌های مربوط به ابتدا و انتهای آن بازه بر نمودار مکان ـ زمان بود. در شکل‌های زیر، من خط واصل دو نقطه را برای دو بازهٔ زمانی مطرح‌شده در هر گزینه با رنگ‌های قرمز و سبز کشیده‌ام. می‌بینید که تنها در گزینهٔ (۴) شیب این دو خط برابر نیست. این را هم بگویم که در گزینه‌های (۱) و (۳)، شیب دو خط قرمز و سبز قرینهٔ یکدیگر است؛ اما چون از اندازهٔ سرعت صحبت شده است، کافی است به قدرمطلق شیب دو خط توجه کنیم.



۴۹۴- (گزینهٔ ۳) کافی است شیب خط سبزرنگ در شکل روبه‌رو را محاسبه کنیم:

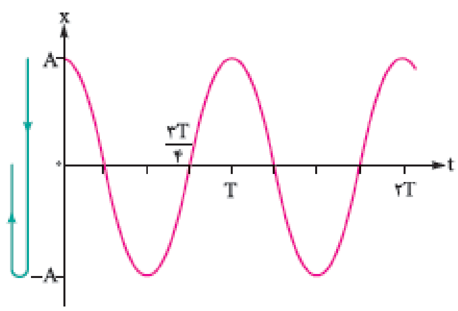
$$v_{av} = -\frac{A}{\frac{3T}{4}} = -\frac{4A}{3T}$$

(البته با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ هم می‌شد به همین نتیجه رسید.)



۴۹۵- (گزینهٔ ۳) در شکل مقابل، مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ زمانی موردنظر را با رنگ سبز در کنار محور قائم نشان داده‌ام. از روی این مسیر، آشکار است که مسافت پیموده‌شده برابر $2A + A = 3A$ بوده است:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{3A}{\frac{3T}{4}} = \frac{4A}{T}$$



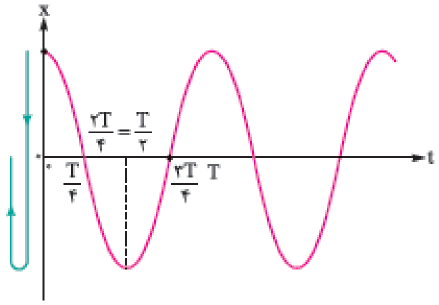
۴۹۶- (گزینهٔ ۳) حتماً متوجه شده‌اید که دو هدف مهم را از ارائهٔ چنین تست‌هایی دنبال می‌کنیم:

۱) مروری بر آن‌چه در فصل ۱ خواندیم.

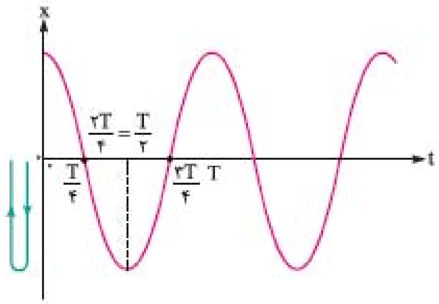
۲) تسلط شما بر بازه های زمانی معروف (مثل $\frac{T}{4}$ها و $\frac{T}{2}$ها و ...) در یک نمودار سینوسی. (در درس بعد، می‌بینید که بازه‌های معروف دیگری به این‌ها اضافه می‌شود و برای این‌که بتوانید به راحتی آن‌ها را هم به دانسته‌هایتان اضافه کنید، باید به به بازه‌های زمانی کنونی مسلط باشید!)

و اما برای پاسخگویی به این تست، باید از فصل ۱ به یاد آورید که در صورتی تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط برابر می‌شود که جهت حرکت متحرک تغییر نکند. با توجه به این موضوع، باید بازهٔ زمانی ذکرشده در هر گزینه را روی نمودار بیابید و ببینید در آن بازهٔ زمانی، جهت حرکت تغییر می‌کند یا خیر. در شکل‌های صفحهٔ بعد، برای هر گزینه، مسیر حرکت نوسانگر را با رنگ سبز در کنار محور قائم می‌بینید. آشکار است که تنها در گزینهٔ (۳) جهت حرکت، تغییر نکرده است.

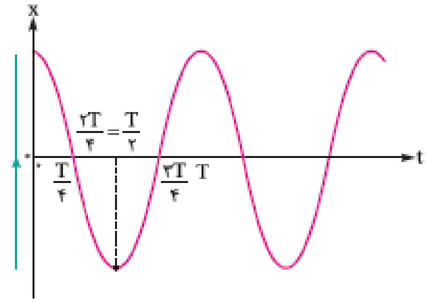
گزینهٔ (۱)



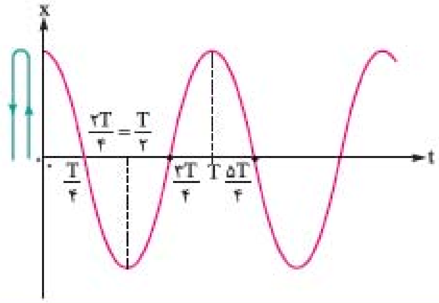
گزینهٔ (۲)



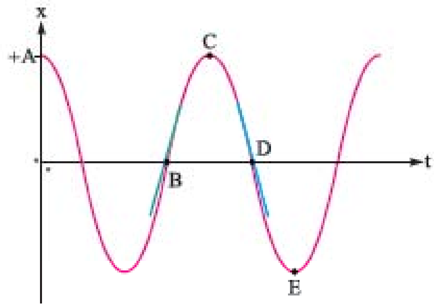
گزینهٔ (۳)



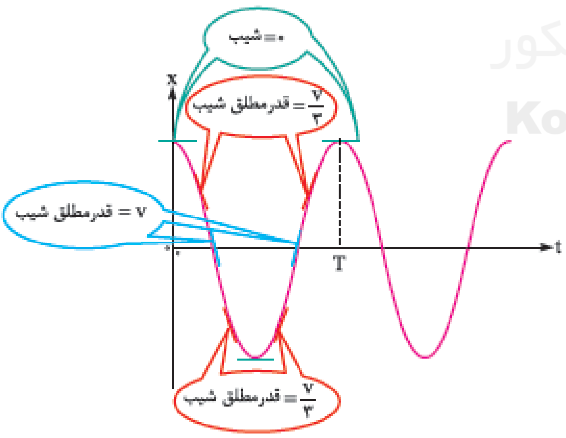
گزینهٔ (۴)

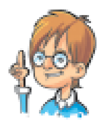


۴۹۷- گزینهٔ ۳ چون ابتدا وزنه را از سمت راست نقطهٔ تعادل رها کرده‌ایم و نمودار داده‌شده، مکان اولیه را برابر $+A$ نشان می‌دهد، معلوم می‌شود سوی مثبت محور x (چنان‌که به آن عادت داریم) به سمت راست بوده است. به یاد دارید که وقتی جسمی حرکت هماهنگ ساده داشت، اندازهٔ سرعتش در نقطهٔ تعادل بیشینه بود؛ به این ترتیب نقطهٔ موردنظر، یکی از دو نقطهٔ B یا D است. چون می‌خواهیم سرعت نوسانگر منفی باشد، باید نقطهٔ D را انتخاب کنیم تا شیب مماس در آن منفی باشد.



۴۹۸- گزینهٔ ۳ چون اندازهٔ سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از مبدأ (نقطهٔ تعادل)، بیشینه است، منظور از v در این تست، همان بیشینهٔ اندازهٔ سرعت است. با توجه به این‌که سرعت نوسانگر در دو انتهای مسیرش صفر است، باید جایی بین یک انتهای مسیر و نقطهٔ تعادل (نه لزوماً وسط این دو)، اندازهٔ سرعت (یعنی قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان) به $\frac{v}{۳}$ برسد. چنان‌که در شکل مقابل می‌بینید، در یک دورهٔ تناوب، ۴ بار این اتفاق می‌افتد.

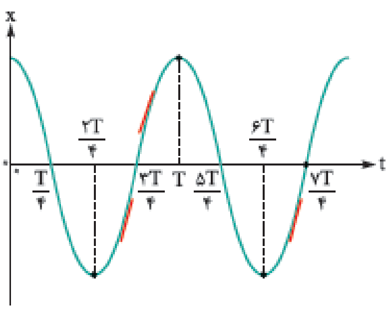




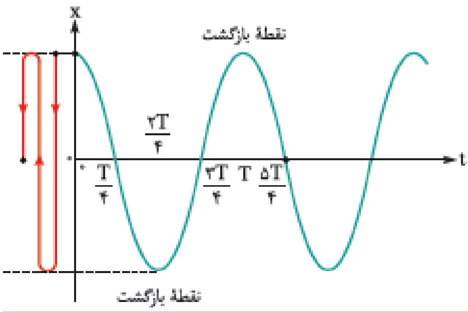
یعنی اگه به جای $\frac{v}{۳}$ می‌گفت $\frac{v}{۲}$، بازم جوابش همین می‌شد؟!

البته! هر اندازهٔ سرعتی کم‌تر از بیشینه و بیشتر از صفر، همین حکایت را دارد!

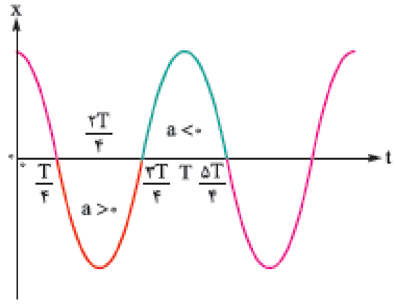
۴۹۹- گزینهٔ ۴ باید در بازهٔ زمانی بین $t=۰$ و $t=\frac{۷T}{۴}$ به دنبال بازه‌های زمانی‌ای باشیم که شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد. چنان‌که در شکل مقابل می‌بینید، دو بازهٔ زمانی این ویژگی را دارند: یکی بازهٔ زمانی بین $\frac{۲T}{۴}$ و T (یعنی به مدت $\Delta t=T-\frac{۲T}{۴}=\frac{۲T}{۴}$) و دومی، بازهٔ زمانی بین $\frac{۶T}{۴}$ و $\frac{۷T}{۴}$ (یعنی به مدت $\Delta t=\frac{۷T}{۴}-\frac{۶T}{۴}=\frac{T}{۴}$). جمع این دو مدت‌زمان، برابر است با: $\frac{۲T}{۴}+\frac{T}{۴}=\frac{۳T}{۴}$.



۵۰۰- گزینهٔ «۲» آن‌چه برای پاسخ به این تست نیاز دارید، در شکل مقابل دیده می‌شود. می‌بینید که در بازهٔ زمانی ذکرشده، ۲ نقطهٔ بازگشت حرکت داریم؛ یعنی جهت حرکت ۲ بار تغییر کرده است.



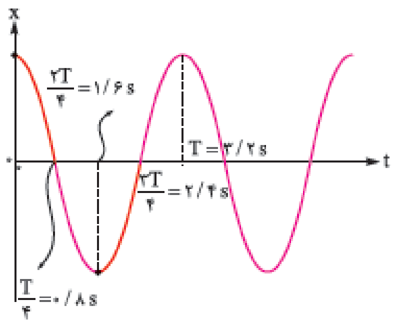
۵۰۱- گزینهٔ «۱» بله! از فصل ۲ هم در این فصل استفاده می‌شود؛ اما به صورتی بسیار رقیق! حتماً با دیدن عبارت «نیروی خالص»، به یاد قانون دوم نیوتون (یعنی $F_{net}=ma$) افتاده‌اید. جهت نیروی خالص هم‌جهت با شتاب است و جهت (علامت) شتاب را هم می‌توان از روی سوی تقعر (گودی) نمودار مکان ـ زمان فهمید. چنان‌که در شکل مقابل می‌بینید، در قسمت قرمز شتاب نوسانگر مثبت و در قسمت سبز، شتاب آن منفی است؛ به این ترتیب ۱ مرتبه جهت شتاب (و همین‌طور جهت نیروی خالص) تغییر کرده است.



۵۰۲- گزینهٔ «۱» بازهٔ زمانی $\frac{T}{۴}$ یک بازهٔ زمانی پرکاربرد در بررسی نوسان است و برای آن‌که دیدی از بازهٔ زمانی داده‌شده در صورت تست به دست آوریم، بد نیست پیش از هر کاری، آن را محاسبه کنیم:

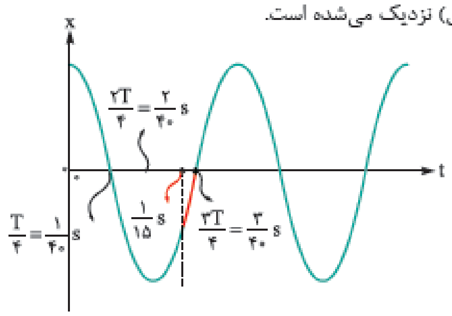
$$\frac{T}{۴}=\frac{۳/۲}{۴}=۰/۸\,s$$

برای پیداکردن قسمت‌های تندشوندهٔ حرکت در بازهٔ زمانی داده‌شده، بهتر است یک نمودار جابه‌جایی ـ زمان بکشیم و به یاد بیاوریم که هر وقت نوسانگر به مبدأ مکان (نقطهٔ تعادل) نزدیک می‌شد، حرکتش تندشونده بود. در شکل مقابل، قسمت‌های قرمزرنگ، قسمت‌های تندشوندهٔ حرکت در بازهٔ زمانی خواسته شده است که مجموع مدت‌زمان‌های آن‌ها برابر $۱/۶\,s$ می‌شود.



۵۰۳- گزینهٔ «۴» با وارون‌کردن بسامد، دورهٔ تناوب حرکت برابر $\frac{۱}{۱۰}s$ به دست می‌آید. توجه کنید که وقتی سرعت و شتاب هم‌جهت باشند، حرکت تندشونده است؛ به این ترتیب شبیه تست قبل، باید ببینیم در چه‌قدر از بازهٔ زمانی گفته‌شده، نوسانگر به مبدأ (نقطهٔ تعادل) نزدیک می‌شده است.

در شکل مقابل، یک بار دیگر به سراغ نمودار مکان ـ زمان (یا جابه‌جایی ـ زمان) رفته‌ایم. نکتهٔ مهم این است که تشخیص دهید لحظهٔ $t=\frac{۱}{۱۵}s$ جایی بین $t=\frac{۲}{۴۰}s$ و $t=\frac{۳}{۴۰}s$ است. *(نمی‌دونم توو ریاضی، بزرگی چندتا کسر رو چه‌جوری مقایسه می‌کنین! شاید بد نباشه مخرج‌هاشونو مشترک کنین! به هر حال، هر جور بهتون یاد دادن مقایسه‌شون کنین لطفاً!)* چون همان‌گونه که در شکل مقابل می‌بینید، در بازهٔ زمانی بین $t=\frac{۱}{۱۵}s$ و $t=\frac{۳}{۴۰}s$ نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است، حرکتش تندشونده است و مدت‌زمان این حرکت برابر با $\Delta t=\frac{۳}{۴۰}-\frac{۱}{۱۵}=\frac{۹-۸}{۱۲۰}=\frac{۱}{۱۲۰}s$ است.



۵۰۴- گزینهٔ «۲» یادتان باشد که در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده، چیزی که پشت t قرار دارد (در این‌جا ۴π)، همان بسامد زاویه‌ای (ω) است. با استفاده از بسامد زاویه‌ای، دورهٔ تناوب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

معادلهٔ مکان ـ زمان را در حرکت نوسانی با این فرض نوشته بودیم که نوسانگر در لحظهٔ $t=۰$ در مکان $x=+A$ باشد؛ به این ترتیب برای رسیدن به نقطهٔ تعادل، حداقل به مدت‌زمانی برابر $\frac{T}{۴}$ نیاز است:

$$\Delta t=\frac{T}{۴}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۴}=\frac{۱}{۸}s$$

۵۰۵- گزینهٔ «۱» باز هم ابتدا دورهٔ تناوب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow \frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۴s$$

از فصل ۱ به یاد دارید که منظور از ثانیهٔ اول، بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t=۰$ و $t=۱s$ و منظور از ثانیهٔ دوم، بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t=۱s$ و $t=۲s$ است. خوشبختانه در این‌جا، $\frac{T}{۴}$ که یک بازهٔ زمانی معروف است، برابر $\frac{۴}{۴}=۱s$ می‌شود؛ به این ترتیب نوسانگر در ثانیهٔ اول از انتهای مسیر به نقطهٔ تعادل و در ثانیهٔ دوم از نقطهٔ تعادل به انتهای دیگر مسیر می‌رود و مسافت‌های پیموده‌شده مساوی است.

حالا اگه $1\,s$ برابر $\frac{T}{4}$ نبود باید چی کار می‌کردیم؟!

به زودی با چنین مواردی برخورد می‌کنیم و همان موقع در موردش صحبت خواهیم کرد.

۵۰۶- گزینهٔ ۱ نکته‌ای که در این تست باید به آن توجه می‌کردید، این بود که دامنهٔ حرکت سطح آب برابر d نیست! d فاصلهٔ دو انتهای مسیر است و دامنهٔ حرکت، برابر $A = \frac{d}{2}$ است.

با این توضیح، وقتی سطح آب از بالاترین نقطه به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ پایین بیاید، چنان‌که در شکل مقابل می‌بینید، به وسط دامنه می‌رسد و مدت‌زمان این حرکت، چنان‌که به خاطر دارید، حداقل برابر $\frac{T}{6}$ است:

$$\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{12/6}{6} = 2/1\,h$$

پیشنین! می‌شه یادآوری کنین چرا توو صورت این‌جور تست‌ها می‌گه «حداقل»؟!

البته! دلیل اصلی استفاده از واژهٔ «حداقل»، ماهیت تکرارشوندهٔ حرکت هماهنگ است. به عنوان نمونه، اگر سطح آب در این تست، مسیر قرمزرنگی را مانند آن‌چه در شکل مقابل می‌بینید، طی کند، باز هم از بالاترین وضعیت به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ پایین آمده است؛ اما زمان حرکتش بیشتر از آن چیزی است که ما محاسبه کردیم. *(می‌تونین بگین مدت‌زمان پیمودن مسیر قرمز رنگ توو شکل مقابل چه‌قدره؟!)*

۵۰۷- گزینهٔ ۱ این را هم باید از حفظ زده باشید! حداقل مدت‌زمان حرکت از نقطهٔ تعادل (O) تا وسط دامنه (B)، برابر $\frac{T}{12}$ است و می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T}{12} = \frac{1}{300} \Rightarrow T = \frac{12}{300}s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{300}{12} = 25\,Hz$$

۵۰۸- گزینهٔ ۱ با توجه به این‌که نقطه‌های C و D در وسط دامنه قرار دارند، حداقل مدت‌زمان حرکت از نقطهٔ C تا نقطهٔ تعادل (O) و همین‌طور از نقطهٔ تعادل تا نقطهٔ D، هر یک برابر $\frac{T}{12}$ است:

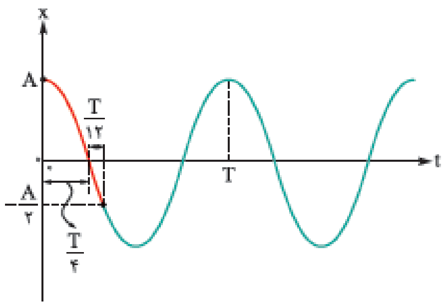
$$t_1 = 2 \times \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

حداقل مدت‌زمان حرکت از نقطهٔ D تا B هم برابر $t_2 = \frac{T}{6}$ است و در نتیجه، نسبت خواسته‌شده برابر ۱ می‌شود.

۵۰۹- گزینهٔ ۲ *با این همه مثال از بازه‌های زمانی $\frac{T}{6}$ و $\frac{T}{12}$، محاله کسی اونا رو یادش بره یا با هم قاطی کنه؛ قبول دارین؟!*

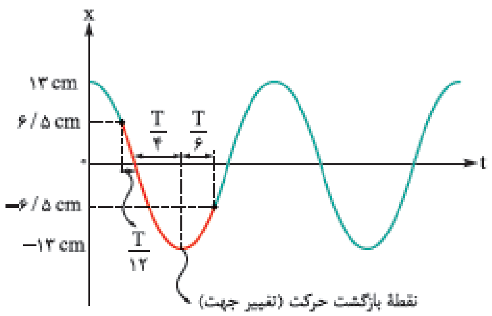
$$\Delta t_{MP} = \frac{T}{6} = 0/2 \Rightarrow T = 1/2\,s$$

۵۱۰- گزینهٔ ۳ برای یادآوری نمودار مکان ـ زمان، مدت‌زمان خواسته‌شده را روی شکل مقابل نشان داده‌ام:



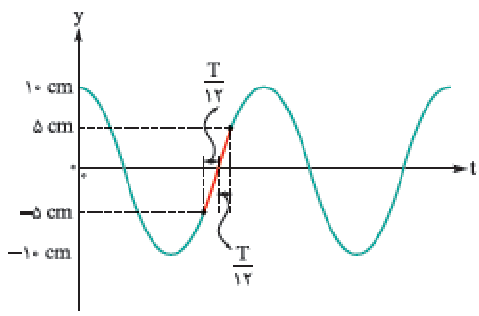
$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$$

۵۱۱- گزینهٔ ۴ چون دامنهٔ حرکت $A = 13\,cm$ است، مکان $6/5\,cm$ برابر $\frac{A}{2}$ و مکان $-6/5\,cm$ برابر $-\frac{A}{2}$ است. با توجه به این‌که جهت حرکت نوسانگر در حرکت از مکان $\frac{A}{2}$ به مکان $-\frac{A}{2}$ یک بار تغییر کرده است، با قسمت قرمزرنگ نمودار مکان ـ زمان در شکل مقابل سروکار داریم:



$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{T}{2}$$

۵۱۲- گزینه ۱ باز هم با نصف دامنه سروکار داریم! قسمت قرمزرنگ شکل مقابل، حرکت مطرح‌شده در این تست را نشان می‌دهد که مدت‌زمان آن به راحتی قابل محاسبه است:



$$\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶} = \frac{۰/۱۲}{۶} = ۰/۰۲\,s$$

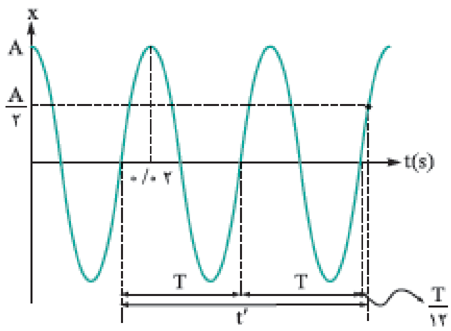
با داشتن مدت‌زمان حرکت، سرعت متوسط را هم می‌توان به دست آورد:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{۰/۰۵ - (-۰/۰۵)}{۰/۰۲} = ۵\,m/s$$

ببخشین! وقتی نوسان روی محور y باشه، همه‌چیز همون جوریه که روی محور x بود؟!

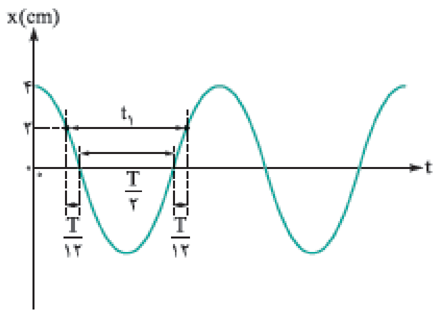
بله! فقط نام x به y تغییر می‌کند. به عنوان مثال، معادلهٔ مکان ـ زمان، به صورت $y = A\cos\omega t$ نوشته می‌شود. همهٔ کمیت‌ها و تعریف‌ها، درست مانند حالتی‌اند که حرکت بر محور x بود.

۵۱۳- گزینه ۱ لحظهٔ $۰/۰۲\,s$ در شکل، همان دورهٔ تناوب نوسان است و بازهٔ زمانی‌ای که با t' نشان داده شده، با توجه به نمودار مقابل، به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$t' = ۲T + \frac{T}{۱۲} = \frac{۲۵T}{۱۲} = \frac{۲۵ \times ۰/۰۲}{۱۲} = \frac{۱}{۲۴}\,s$$

۵۱۴- گزینه ۲ کافی است از روی بسامد، دورهٔ تناوب را پیدا کنید و با توجه به شکل روبه‌رو، بازهٔ زمانی $t_۱$ را به دست آورید:



$$T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۶}\,s$$

$$t_۱ = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۲T}{۳} = \frac{۲ \times \frac{۱}{۶}}{۳} = \frac{۱}{۹}\,s$$

۵۱۵- گزینه ۱ ابتدا دورهٔ تناوب را با توجه به تعداد نوسان‌ها در هر دقیقه به دست می‌آوریم:

$$t = nT \Rightarrow ۶۰ = ۴۰T \Rightarrow T = \frac{۳}{۲}\,s$$

بازهٔ زمانی Δt را هم می‌توان شبیه تست‌های قبل، به صورت مقابل محاسبه کرد:

$$\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۲} + \frac{T}{۴} = \frac{۱۰T}{۱۲} = \frac{۱۰ \times \frac{۳}{۲}}{۱۲} = \frac{۵}{۴}\,s$$

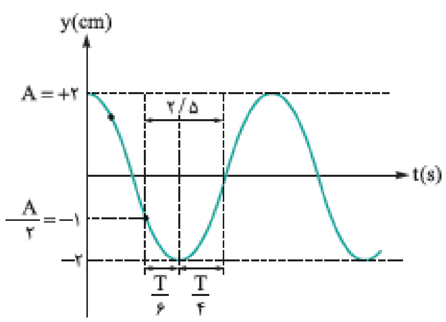
۵۱۶- گزینه ۱ حتماً قبول دارید که بازهٔ زمانی ۰/۱ ثانیه‌ای در نمودار داده‌شده، برابر $\frac{T}{۱۲}$ و دامنهٔ حرکت، برابر $۰/۰۴\,m$ است:

$$\frac{T}{۱۲} = ۰/۱ \Rightarrow T = ۱/۲\,s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱/۲} = \frac{۵\pi}{۳}\,rad/s$$

$$x = A\cos\omega t = ۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۳}t$$

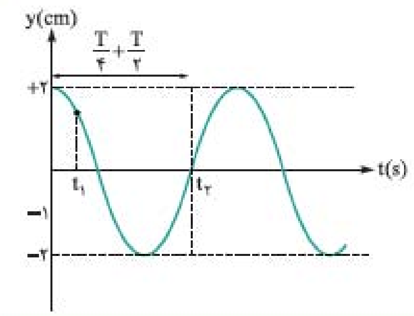
۵۱۷- گزینه ۳ بهتر است ابتدا به سراغ بازهٔ زمانی ۲/۵ ثانیه‌ای برویم. چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، برای این بازه می‌توان نوشت:



$$\frac{T}{۶} + \frac{T}{۴} = ۲/۵ \Rightarrow T = ۶\,s$$

اکنون به سراغ لحظهٔ $t_۲$ در شکل صفحهٔ بعد می‌رویم:

$$t_۲ = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۲} = \frac{۳T}{۴} = \frac{۳ \times ۶}{۴} = ۴/۵\,s$$



با نگاهی به شکل روبه‌رو، می‌توان لحظهٔ t_1 را هم به دست آورد:

$$t_1 = t_2 - (۲/۵+۱/۵) = ۴/۵ - ۴ = ۰/۵\,s$$

چون قصد استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان را داریم، پیشاپیش بسامد زاویه‌ای را هم به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۶} = \frac{\pi}{۳}\,rad/s$$

و بالأخره، معادلهٔ مکان ـ زمان را می‌نویسیم و لحظهٔ t_1 را در آن می‌گذاریم:

$$y = A\cos\omega t = ۲\cos(\frac{\pi}{۳}\times ۰/۵) = ۲\cos\frac{\pi}{۶} = ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}\,cm$$

۵۱۸- (گزینهٔ ۲) از نمودار داده‌شده، پیدا است که دامنهٔ حرکت برابر $A = ۲\,cm$ است و با توجه به این‌که $۱\,cm$، نصف دامنه است، باید $۰/۲\,s$ برابر با $\frac{T}{۶}$ باشد:

$$\frac{T}{۶} = ۰/۲ \Rightarrow T = ۱/۲\,s$$

اکنون باید به دنبال مکان در لحظه‌های $t_1 = ۰/۹\,s$ و $t_2 = ۱/۹\,s$ باشیم. بهتر است بسامد زاویه‌ای را به دست آوریم و با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان در دو لحظهٔ موردنظر را بیابیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱/۲} = \frac{۵\pi}{۳}\,rad/s$$

$$x = A\cos\omega t = ۲\cos\frac{۵\pi}{۳}t \begin{cases} \xrightarrow{t_1=۰/۹\,s} x_1 = ۲\cos\frac{۵\pi}{۳}\times ۰/۹ = ۲\cos\frac{۳\pi}{۲} = ۰ \\ \xrightarrow{t_2=۱/۹\,s} x_2 = ۲\cos\frac{۵\pi}{۳}\times ۱/۹ = ۲\cos\frac{۱۹\pi}{۶} \end{cases}$$

برای محاسبهٔ $\cos\frac{۱۹\pi}{۶}$ می‌توانید از روش‌هایی که در ریاضی خوانده‌اید، استفاده کنید. یک راه این است که $\frac{۱۹\pi}{۶}$ را به صورت $\frac{۱۸\pi}{۶}+\frac{\pi}{۶}$ بنویسید و به خاطر بیاورید که $\cos(۳\pi+\frac{\pi}{۶})$ برابر $-\cos\frac{\pi}{۶}$ است:

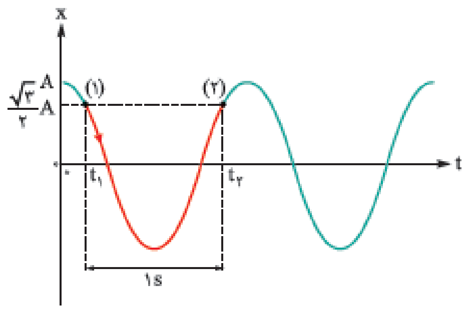
$$x_2 = ۲\cos\frac{۱۹\pi}{۶} = -۲\cos\frac{\pi}{۶} = -۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = -\sqrt{۳}\,cm = -۱/۷\,cm$$

و بالأخره، سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱/۷ - ۰}{۱/۹ - ۰/۹} = -۱/۷\,cm/s$$

(چون اندازهٔ سرعت متوسط خواسته شده است، علامت منفی در گزینه‌ها دیده نمی‌شود.)

۵۱۹- (گزینهٔ ۱) برای این‌که تجسم بهتری از این تست پیدا کنید، حرکت نوسانگر در مدت $1s$ را در شکل مقابل، روی نمودار مکان ـ زمان نشان داده‌ام. (توجه دارید که در لحظهٔ t_1، به گفتهٔ صورت تست، باید نوسانگر به سمت نقطهٔ تعادل حرکت کند.) با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، می‌توان نوشت:



$$x = A\cos\omega t = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A \Rightarrow \cos\omega t = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \omega t = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$$

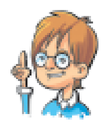
برای پیداکردن نقطه‌های (۱) و (۲) روی نمودار، باید نخستین دو جواب معادله را بیابیم. با توجه به این‌که ωt همیشه مثبت است، به ازای $k = ۰$، جواب قابل قبول، برابر $\frac{\pi}{۶}$ است، به ازای $k = ۱$ هم به دو جواب $۲\pi+\frac{\pi}{۶} = \frac{۱۳\pi}{۶}$ و $۲\pi-\frac{\pi}{۶} = \frac{۱۱\pi}{۶}$ می‌رسیم که چون باید جواب‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، دو جواب نخست معادله به صورت $\frac{\pi}{۶}$ و $\frac{۱۱\pi}{۶}$ خواهند شد: *(باید توو حل معادلهٔ کسینوسی خیلی حرفه‌ای بشین و بتونین دو سه جواب نخست این معادله رو خیلی سریع از کوچیک به بزرگ، پشت سر هم بنویسین!)*

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{۶} \quad , \quad \omega t_2 = \frac{۱۱\pi}{۶}$$

دو طرف این دو معادله را از هم کم می‌کنیم و با چند جای‌گذاری ساده به دورهٔ تناوب حرکت می‌رسیم:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{۱۱\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \omega(\underbrace{t_2 - t_1}_{۱s}) = \frac{۱۰\pi}{۶} \Rightarrow \omega = \frac{۵\pi}{۳}\,rad/s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow T = \frac{۶}{۵}s = ۱/۲\,s$$

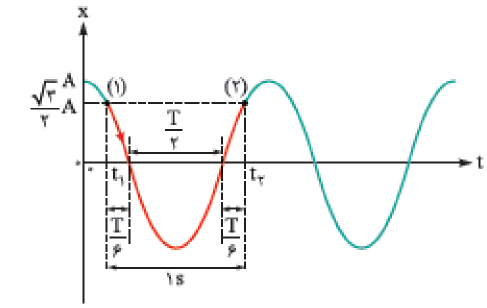


ما این تستو به‌جور دیگه حل کردیم؛ ولی راستش می‌ترسیم راه‌حلمونو بگیم!

ترس برای چی؟! ... بگو ببینم راه‌حلت چیه!

راستش شما گفته بودین به‌جز مدت‌زمان‌های مربوط به حرکت از نصف دامنهٔ ($\frac{A}{2}$)، مدت‌زمان‌های دیگه رو حفظ نکنیم؛ اما ما چون دیدیم توو خیلی از کتاب‌های دیگه توصیه می‌کنن اونا رو هم حفظ کنیم، حفظشون کردیم! اون‌وقت با توجه به شکل مقابل، برای بازهٔ زمانی 1 s توو این تست، نوشتیم:

$$\frac{T}{6}+\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=1 \Rightarrow \frac{5T}{6}=1 \Rightarrow T=\frac{6}{5}=1/2\,s$$



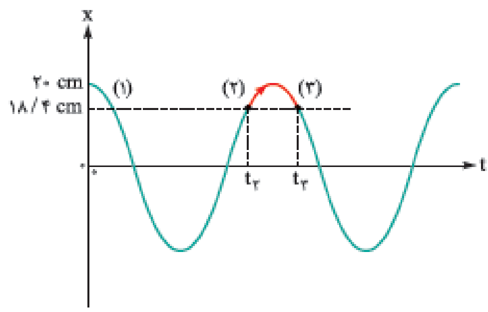
من به دو دلیل از تون خواسته بودم اینا رو حفظ نکنین! یکیش این بود که چنین حالت‌هایی خیلی کم کاربرد هستن و تا همین‌جا هم دیدین که بین تست‌هایی که زدیم، این اولین مورد استفاده از مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بود، وقتی یه چیزی کم به کار بره، تسلط شما هم روی اون کم‌تره و خیلی راحت ممکنه این‌جور بازه‌های زمانی رو با هم قاطی کنین! دومین دلیل هم این بود که بعضی‌ها می‌خوان با حفظ کردن چنین بازه‌های زمانی‌ای از شر حل کردن معادلهٔ کسینوسی خلاص بشن که با تست بعدی می‌فهمین که چنین چیزی ممکن نیست! لطفاً به من اعتماد کنین و کارهایی رو که می‌گم انجام ندین، انجام ندین!

۵۲۰- گزینهٔ «۴» حتماً توجه کرده‌اید که چون فاصلهٔ دو انتهای مسیر، 40 cm داده شده، دامنهٔ حرکت 20 cm است. معادلهٔ مکان ـ زمان را می‌نویسیم و مکان داده‌شده را در آن قرار می‌دهیم:

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow 18/4=20\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t=\frac{18/4}{20}=0/92$$

با توجه به جدول داده‌شده، می‌توان جواب‌های معادلهٔ بالا را به صورت $2k\pi\pm\frac{\pi}{8}$ نوشت. چنان‌که قسمت قرمزرنگ شکل زیر نشان می‌دهد، باید به دنبال دومین و سومین جواب این معادله باشیم.

(توجه دارید که ابتدا، نوسانگر در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل بوده است؛ به همین دلیل، آغاز بازهٔ زمانی موردنظر، نقطهٔ ۲ است؛ نه نقطهٔ ۱.) به ازای $k=0$، نخستین جـواب مثبـت معادلـه برابـر $\frac{\pi}{8}$ و بـه ازای $k=1$، جواب‌هـای دوم و سـوم، بـه ترتیـب برابر $2\pi-\frac{\pi}{8}=\frac{15\pi}{8}$ و $2\pi+\frac{\pi}{8}=\frac{17\pi}{8}$ می‌شـوند. درسـت مانند حل تسـت قبل، دو جواب قابل قبول را می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l}\omega t_2=\frac{15\pi}{8}\\ \omega t_3=\frac{17\pi}{8}\end{array}\right\} \Rightarrow \omega t_3-\omega t_2=\frac{17\pi}{8}-\frac{15\pi}{8} \Rightarrow \omega(t_3-t_2)=\frac{\pi}{4}$$

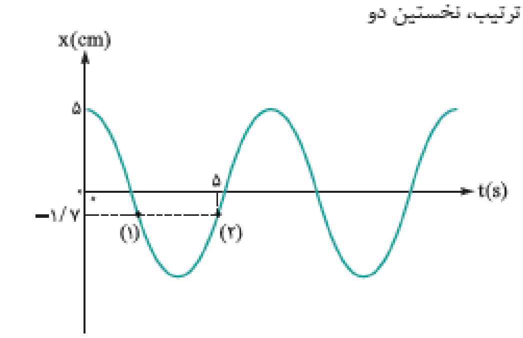
$$\Rightarrow 2\pi f(t_3-t_2)=\frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\pi\times 0/5(t_3-t_2)=\frac{\pi}{4} \Rightarrow t_3-t_2=0/25\,s$$

حواستان باشد! تاکنون در تست‌های نوسان در کنکورهای سراسری، فقط از زاویه‌هایی مانند $\frac{\pi}{6}$، $\frac{\pi}{4}$ یا $\frac{\pi}{3}$ استفاده شده است که بچه‌ها کسینوس آن‌ها را حفظ هستند. همین موضوع سبب شده در بسیاری از کتاب‌های کمک آموزشی از بچه‌ها بخواهند بازه‌های زمانی‌ای مثل $\frac{T}{12}$، $\frac{T}{8}$ یا $\frac{T}{6}$ را حفظ کنند! به نظر من، این احتمال زیاد است که طراح برای بر هم زدن این نوع آموزش‌های مبتنی بر حفظیات، از تست‌هایی مثل این تست استفاده کند تا کسانی که صرفاً به حفظیات خود تکیه دارند، نتوانند به سادگی به جواب برسند!

۵۲۱- گزینهٔ «۲» چون فاصلهٔ دو انتهای مسیر 10 cm است، دامنهٔ حرکت برابر 5 cm بوده است. اگر در معادلهٔ مکان ـ زمان، به جای مکان نوسانگر، $-1/7$ cm را بگذاریم، خواهیم داشت:

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow -1/7=5\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t=-\frac{1/7}{5}=-0/34$$

با نگاهی به جدول داده‌شده، متوجه می‌شویم که کسینوس زاویه 70° برابر $0/34$ است. برای تبدیل 70° به رادیان، همان‌گونه که قبلاً گفتیم، کافی است آن را به صورت $\frac{70\pi}{180}$ بنویسیم. فقط توجه کنید که کسینوس را برابر $-0/34$ به دست آوردیم و به این ترتیب، نخستین دو جواب معادله، به صورت‌های $\pi-\frac{70\pi}{180}=\frac{11\pi}{18}$ و $\pi+\frac{70\pi}{180}=\frac{25\pi}{18}$ خواهد بود. *(شاید بد نباشه یه نگاهی به جزوه‌های مثلثاتتون بندازین!)* جواب $\frac{11\pi}{18}$ مربوط به نقطهٔ (۱) در شکل روبه‌رو و جواب $\frac{25\pi}{18}$ مربوط به نقطهٔ (۲) است که به لحظهٔ مربوط به آن را داریم:



$$\omega t=\frac{25\pi}{18} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}\times 5=\frac{25\pi}{18} \Rightarrow T=7/2\,s$$

۵۲۲- گزینهٔ ۴ گفته بودیم که در معادلهٔ $x = A\cos\omega t$ به عبارت جلوی کسینوس (یعنی چیزی که با رنگ قرمز نشان داده شده است)، شناسهٔ تابع کسینوس گفته می‌شود. در این تست، ابتدا شناسهٔ تابع کسینوس برابر $\frac{\pi}{۳}\,rad$ بوده است و بسامد زاویه‌ای نیز برابر $\frac{\pi}{۳}\,rad/s$ داده شده است:

$$\omega t_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{\pi}{۳}t_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_۱ = ۱\,s$$

مکان نوسانگر در این لحظه، به راحتی قابل محاسبه است:

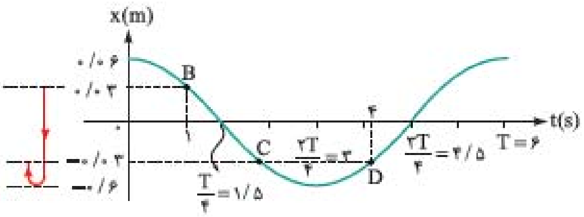
$$x_۱ = A\cos\omega t_۱ = ۰/۰۶ \times \cos\frac{\pi}{۳} = ۰/۰۶ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۰۳\,m$$

پس از ۳ s (یعنی در لحظهٔ $t_۲ = t_۱ + ۳ = ۴\,s$)، مکان نوسانگر را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$x_۲ = A\cos\omega t_۲ = ۰/۰۶\cos\frac{\pi}{۳}\times ۴ = ۰/۰۶\underbrace{\cos\frac{۴\pi}{۳}}_{-\frac{۱}{۲}} = -۰/۰۳\,m$$

باید دورهٔ تناوب نوسان را هم حساب کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow T = ۶\,s$$



اکنون به سراغ نمودار مکان ـ زمان می‌رویم. در شکل روبه‌رو، مکان نوسانگر را در دو لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۴\,s$ می‌بینید. توجه کنید که در هر دو نقطهٔ C و D مکان نوسانگر برابر $-۰/۰۳\,m$ است؛ اما با توجه به این‌که دورهٔ تناوب حرکت ۶ s به دست آمد، لحظهٔ ۴ s باید جایی جلوتر از لحظهٔ $\frac{۲T}{۴} = ۳\,s$ باشد. مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۴\,s$ را در کنار محور قائم با رنگ قرمز می‌بینید. از فصل ۱ به یاد دارید که مسافت پیموده‌شده، برابر با جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها است:

$$l = |-۰/۰۶ - ۰/۰۳| + |-۰/۰۳ - (-۰/۰۶)| = ۰/۱۲\,m = ۱۲\,cm$$

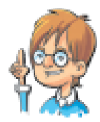
۵۲۳- گزینهٔ ۴ ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را می‌نویسیم و نخستین جواب آن را به ازای دو مکانِ داده‌شده، به دست می‌آوریم:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{۲}} = A\cos\omega t_۱ \Rightarrow \cos\omega t_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \overset{\frac{۲\pi}{T}}{\overset{\uparrow}{\omega}}\, t_۱ = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow t_۱ = \frac{T}{۸} \\ \frac{A}{۲} = A\cos\omega t_۲ \Rightarrow \cos\omega t_۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \omega t_۲ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_۲ = \frac{T}{۶} \end{cases}$$

اکنون از رابطهٔ سرعت متوسط استفاده می‌کنیم:

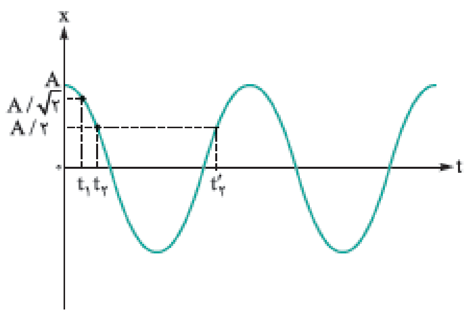
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{A}{۲} - \frac{A}{\sqrt{۲}}}{\frac{T}{۶} - \frac{T}{۸}} = \frac{A(\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲})}{T(\frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۸})} = \frac{۱۲A(۱-\sqrt{۲})}{T}$$

توجه کنید که چون $\sqrt{۲}$ از ۱ بزرگ‌تر است، عبارت $(۱-\sqrt{۲})$ منفی است و چون در این تست، اندازهٔ سرعت متوسط را خواسته، در گزینهٔ (۴)، این عبارت به صورت $(\sqrt{۲}-۱)$ نوشته شده است که مثبت باشد.



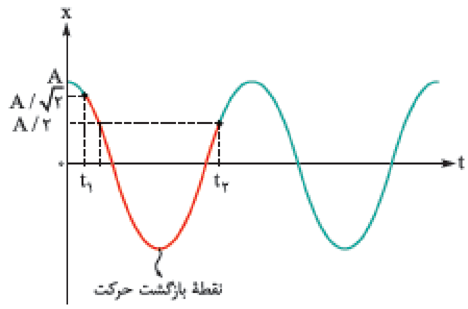
پیشین! چرا گفته «بیشترین» اندازهٔ سرعت متوسط؟

خوشحالم که این‌قدر دقیق صورت سؤال‌ها را می‌خوانید! لطفاً یک بار دیگر به رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ نگاه کنید. با توجه به این‌که در این تست، مکان نوسانگر در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی داده شده است، جابه‌جایی Δx در صورت کسر، مقدار ثابتی است. نکتهٔ جالب این‌جا است که مدت‌زمان Δt در مخرج کسر، یک مقدار منحصربه‌فرد نیست! برای این‌که بهتر متوجه منظورم شوید، از یک نمودار مکان ـ زمان همانند شکل روبه‌رو کمک می‌گیرم. همان‌گونه که در این شکل می‌بینید، مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۲$، برابر با مکان آن در لحظهٔ $t'_۲$ است. به این ترتیب برای محاسبهٔ سرعت متوسط، می‌شد به جای بازهٔ زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$، بازهٔ زمانی را بین $t_۱$ و $t'_۲$ نیز در نظر گرفت. با این کار، جابه‌جایی در صورت کسر $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ فرقی نمی‌کرد؛ اما چون مدت‌زمان طولانی‌تر می‌شد، سرعت متوسطِ کوچک‌تری به دست می‌آمد.



با این توضیحات، حتماً متوجه شده‌اید که چرا از ما «بیشترین» سرعت متوسط را خواسته بود. در حقیقت، به ازای یک جابه‌جایی معین، بیشترین سرعت متوسط به ازای کوچک‌ترین بازهٔ زمانی ممکن به دست می‌آید و به همین دلیل بود که وقتی معادله‌های کسینوسی را حل می‌کردیم، فقط اولین جواب آن‌ها را نوشتیم.

۵۲۴- گزینهٔ ۲ این سؤال، یک شبیه‌سازی از تست قبل است! بازهٔ زمانی موردنظر در این تست را با رنگ قرمز در نمودار زیر می‌بینید. چون جهت حرکت ۱ مرتبه تغییر کرده است، باید بین دو لحظهٔ آغاز و پایانِ بازهٔ زمانی، یک نقطهٔ بازگشت حرکت داشته باشیم. محاسبهٔ لحظهٔ $t_۱$، درست مانند تست قبل است؛ اما حتماً متوجه شده‌اید که برای به دست آوردنِ لحظهٔ $t_۲$، باید به دنبال دومین جواب معادلهٔ کسینوسی زیر باشیم:



$$x = A\cos\omega t \Rightarrow \frac{A}{۲} = A\cos\omega t_۲ \Rightarrow \cos\omega t_۲ = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \omega t_۲ = ۲\pi - \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} t_۲ = \frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow t_۲ = \frac{۵T}{۶}$$

اکنون سرعت متوسط را در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{A}{۲} - \frac{A}{\sqrt{۲}}}{\frac{۵T}{۶} - \frac{T}{۸}} = \frac{A(\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲})}{T(\frac{۵}{۶} - \frac{۱}{۸})} = \frac{۱۲A(۱-\sqrt{۲})}{۱۷T}$$

۵۲۵- گزینهٔ ۴ این تست را فقط برای این آوردم تا بهانه‌ای باشد برای مرور منوتو ۱۰ در درس دوم! لطفاً اگر نتوانسته‌اید این تست را حل کنید، همین الان به درس دوم برگردید و این منوتو را با دقت بخوانید. تنها چیز دیگری که در این تست، باید به آن دقت می‌کردید، این بود که دامنهٔ حرکت، نصف طول پاره‌خط مسیر (یعنی ۴ cm) است.

۵۲۶- گزینهٔ ۲ بیایید ابتدا به رابطهٔ سرعت متوسط، نگاهی بیندازیم:

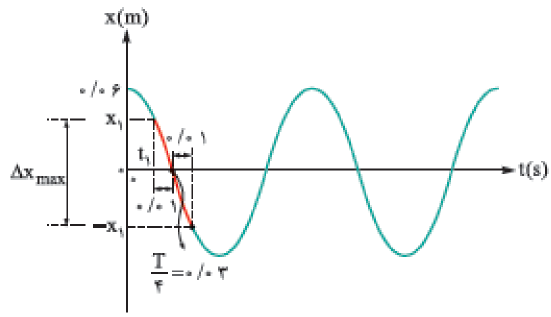
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{۰/۰۲}$$

می‌بینید که با توجه به ثابت بودن مدت‌زمان، اگر بخواهیم سرعت متوسط بیشینه باشد، باید کاری کنیم که جابه‌جایی (Δx) بیشینه شود و این، یعنی همان تست قبل! برای بیشینه‌شدن جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی، چنان‌که در منوتو ۱۰ دیدیم، باید آن بازهٔ زمانی را به دو نیم تقسیم کنیم و نوسانگر، هر نیمه را در یک طرف نقطهٔ تعادل طی کند. پیش از این کار، باید دورهٔ تناوب را به دست آوریم:

$$x = \underbrace{۰/۰۶}_{A} \cos \underbrace{\frac{۵۰}{۳}\pi}_{\omega} t$$

$$\omega = \frac{۵۰}{۳}\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۶}{۵۰} s = ۰/۱۲ s$$

اکنون، لطفاً خوب به شکل زیر خیره شوید! باید به راحتی تشخیص دهید که لحظهٔ $t_۱$ در این شکل، برابر $۰/۰۳ - ۰/۰۱ = ۰/۰۲ s$ است. این لحظه را در معادلهٔ مکان ـ زمان می‌گذاریم:



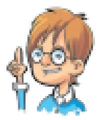
$$x_۱ = ۰/۰۶\cos(\frac{۵۰}{۳}\pi \times ۰/۰۲) = ۰/۰۶\cos\frac{\pi}{۳} = ۰/۰۶ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۰۳\ m$$

حتماً قبول دارید که اندازهٔ بیشینهٔ جابه‌جایی نوسانگر برابر $۲x_۱$ است:

$$|\Delta x_{max}| = ۲x_۱ = ۲ \times ۰/۰۳ = ۰/۰۶\ m$$

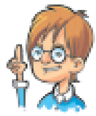
$$|v_{av_{max}}| = \frac{|\Delta x_{max}|}{\Delta t} = \frac{۰/۰۶}{۰/۰۲} = ۳\ m/s$$

(علامت‌های قدرمطلق را به خاطر این گذاشتیم که از ما اندازهٔ سرعت متوسط را خواسته است.)

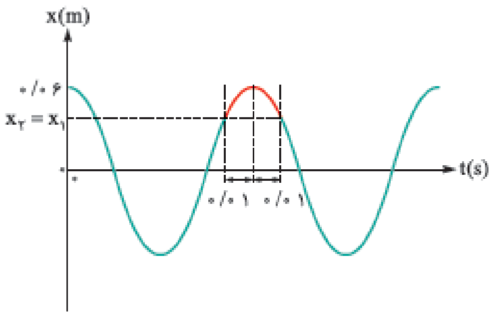


ببخشین! ما فکر کنیم یه چیزایی رو قاطی کردیم! ... ما برای حل این تست از رابطهٔ $v_{max} = A\omega$ استفاده کردیم، ولی جوابمون اصلاً توو گزینه‌ها نبود!

رابطه‌ای که شما به کار بردید، برای محاسبهٔ بیشینهٔ اندازهٔ سرعت به کار می‌رود. یادتان هست که وقتی می‌گفتیم «سرعت»، منظورمان «سرعت لحظه‌ای» بود! در این تست، بیشینهٔ اندازهٔ «سرعت متوسط» را خواسته است و به همین دلیل، جواب شما درست نیست!



یه سؤال دیگه هم داریم! ... اگه یه وقت از ما «کمینهٔ» (مینیمم) اندازهٔ سرعت متوسط رو بخوان باید چی‌کار کنیم؟!



کمینهٔ اندازهٔ سرعت متوسط را زمانی خواهید داشت که اندازهٔ جابه‌جایی کمینه (مینیمم) باشد. همان‌گونه که در شکل مقابل نشان داده‌ام، اگر بازهٔ زمانی داده‌شده را به طور مساوی در دو طرف یک نقطهٔ بازگشت حرکت بگیریم، جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی صفر می‌شود و این، یعنی کمینهٔ اندازهٔ سرعت متوسط!

۵۲۷- گزینهٔ ۲ بازهٔ زمانی $\frac{7}{30}$ s، برابر $\frac{T}{12}+\frac{T}{2}$ است:

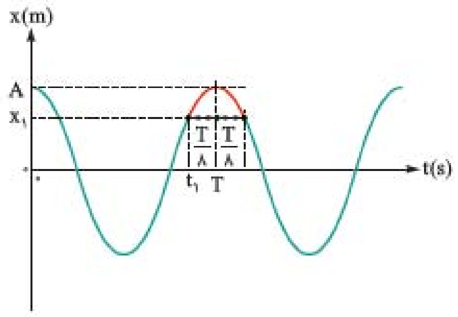
$$\frac{T}{2}+\frac{T}{12}=\frac{7}{30} \Rightarrow T=\frac{12}{30}=0/4\ s$$

در مورد محاسبهٔ بیشینهٔ اندازهٔ جابه‌جایی و سرعت متوسط توضیحی نمی‌دهم چون درست مانند تست‌های قبلی است:

$$|v_{av_{max}}|=\frac{|\Delta x_{max}|}{\Delta t}=\frac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{4}\times 0/4}=\frac{\sqrt{2}}{5}\ m/s$$

(اگه نفهمیدین $2\sqrt{2}$ از کجا اومد، معلوم می‌شه ملوتوی فونتون پایین رفته‌ها! باید یه بار دیگه ملوتو ۱۰ رو با دقت بلوئین!)

۵۲۸- گزینهٔ ۲ فکر کنم خودتان متوجه شده‌اید که باید چه‌کار کنید! چون از ما کم‌ترین مسافت پیموده‌شده در یک بازهٔ زمانی معین را خواسته است، باید به دنبال بازه‌ای باشیم که تندی نوسانگر در تمام لحظات آن بازه، نسبت به سایر بازه‌ها کم‌تر باشد. به یاد دارید که هر چه یک نوسانگر به انتهای مسیر نزدیک می‌شد، تندی‌اش کاهش می‌یافت؛ به این ترتیب، کم‌ترین تندی‌ها را در نقاط نزدیک به دو انتهای مسیر (نقاط بازگشتِ حرکت) خواهیم داشت. در شکل مقابل می‌بینید که چگونه بازهٔ زمانی $\frac{T}{4}$ را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و آن‌ها را در دو طرف یک نقطهٔ بازگشت حرکت گرفته‌ایم.



اکنون مکان نوسانگر در لحظهٔ t_1 را به دست می‌آوریم: $t_1=T-\frac{T}{8}=\frac{7T}{8}$

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow x_1=A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{7T}{8})=A\cos\frac{7\pi}{4} \Rightarrow x_1=A\cos(\frac{8\pi}{4}-\frac{\pi}{4})=A\cos\frac{\pi}{4}=A\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(من برای تعیین $\cos\frac{7\pi}{4}$، زاویهٔ $\frac{7\pi}{4}$ را به صورت $2\pi-\frac{\pi}{4}$ نوشته‌ام و سپس 2π و علامت منفی را حذف کرده‌ام. اگر شما از درس ریاضی، راه دیگری برای رسیدن به همین نتیجه می‌دانید، هیچ اشکالی ندارد!) اگر یک بار دیگر به نمودار نگاه کنید، می‌بینید که مسافت پیموده‌شده از لحظهٔ t_1 تا لحظهٔ T برابر $A-x_1$ است و اگر آن را ۲ برابر کنیم، کل مسافت پیموده‌شده در قسمت قرمزرنگ به دست می‌آید.

$$l=2(A-x_1)=2(A-A\frac{\sqrt{2}}{2})=2A(1-\frac{1/4}{2})=0/6\ A$$

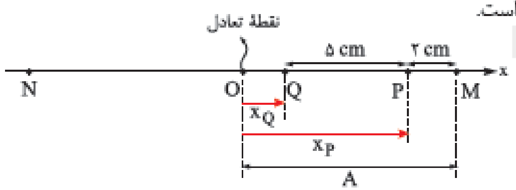
۵۲۹- گزینهٔ ۱ در گذشته‌های دور، یک بار این سؤال به عنوان یک مسئله در امتحان نهایی آمده بود! حل آن، بیشتر از فیزیک به ریاضی نیاز دارد. بیایید برای دو نقطهٔ P و Q از معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده کنیم. اگر لحظه‌ای را که نوسانگر در نقطهٔ M است به عنوان لحظهٔ $t_0=0$ در نظر بگیریم، می‌توانیم بگوییم که نوسانگر در لحظهٔ $t_1=1s$ در نقطهٔ P و پس از 1s، یعنی در لحظهٔ $t_2=2s$ در نقطهٔ Q است:

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_1=1s} x_P=A\cos\omega\times 1 \\ \xrightarrow{t_2=2s} x_Q=A\cos\omega\times 2 \end{cases}$$

اکنون باید به دو نکته توجه کنید:

۱ همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، x_P برابر $(A-2cm)$ و x_Q برابر $(A-7cm)$ است.

۲ امیدوارم از درس‌های ریاضی خود به یاد داشته باشید که $\cos 2\omega$ برابر با $(2\cos^2\omega-1)$ است.



با توجه به این دو نکته، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} A-2=A\cos\omega \\ A-7=A\cos 2\omega=A(2\cos^2\omega-1) \end{cases}$$

باید از دو معادلهٔ بالا، دامنهٔ حرکت (A) را به دست آوریم. راه‌های مختلفی برای این کار وجود دارد و یکی از این راه‌ها، این است که از معادلهٔ اول $\cos\omega$ را به دست آورده و در معادلهٔ دوم بگذاریم. فقط باید محاسبه‌ها را بسیار با حوصله و دقت انجام دهید:

$$A-2=A\cos\omega \Rightarrow \cos\omega=\frac{A-2}{A}$$

$$A-7=A[2(\frac{A-2}{A})^2-1] \Rightarrow A-7=A[2(\frac{A^2-4A+4}{A^2})-1]$$

$$A-7=\frac{2A^2-8A+8-A^2}{A} \Rightarrow A^2-7A=A^2-8A+8 \Rightarrow A=8\ cm$$

۵۳۰- گزینهٔ ۴ *بعد از تستی مثل تست قبل، این تست واقعاً می‌چسبه‌ها!* تنها چیزی که باید توجه کنید، این است که دامنهٔ حرکت، نصف طول مسیر تیغه (یعنی 1mm و یا 10^{-3} m) است:

$$\omega=2\pi f=2\times 3\times 120=720\ rad/s$$

$$v_{max}=A\omega=10^{-3}\times 720=0/72\ m/s$$

۵۳۱- گزینهٔ ۳ امیدوارم با دیدن نام «تکانه» وحشت‌زده نشده باشید! این همه از فصل ۱ در این فصل استفاده کردیم؛ حالا بد نیست کمی هم از فصل ۲ یاد کنیم! پیش از آن‌که به سراغ تکانهٔ پیستون برویم، باید اشاره‌ای به بسامد زاویه‌ای آن داشته باشیم. گاهی بسامد زاویه‌ای را با یکای «دور بر دقیقه» بیان می‌کنند. «دور» (که با نماد rev نشان داده می‌شود)، برابر 2π رادیان است و می‌توان نوشت:

$$2500\frac{rev}{min}=2500\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\times\frac{2\pi}{1\ \cancel{rev}}\times\frac{1\ \cancel{min}}{60\ s}=250\frac{rad}{s}$$

به یاد دارید که اندازهٔ تکانه از رابطهٔ $p=mv$ به دست می‌آید و برای آن‌که اندازهٔ تکانه بیشینه باشد، باید اندازهٔ سرعت بیشینه شود. به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega=\frac{۰/۱}{۲}\times ۲۵۰=۱۲/۵\ m/s$$

$$p_{max}=mv_{max}=۰/۴\times ۱۲/۵=۵\ \frac{kg.m}{s}$$

۵۳۲- گزینهٔ ۳ ابتدا به این نکته توجه کنید که دو جابه‌جایی مطرح‌شده در این تست، مساوی‌اند و مجموع آن‌ها برابر دامنه است؛ به این ترتیب هر یک از این جابه‌جایی‌ها باید برابر نصف دامنه باشد: $\frac{A}{۲}+\frac{A}{۲}=A$

اکنون به شکل‌های روبه‌رو توجه کنید. در هر چهار شکل، دو جابه‌جایی هم‌اندازه را می‌بینید که مجموعشان برابر دامنه است. به نظر شما کدام شکل با صورت این تست مطابقت دارد؟!

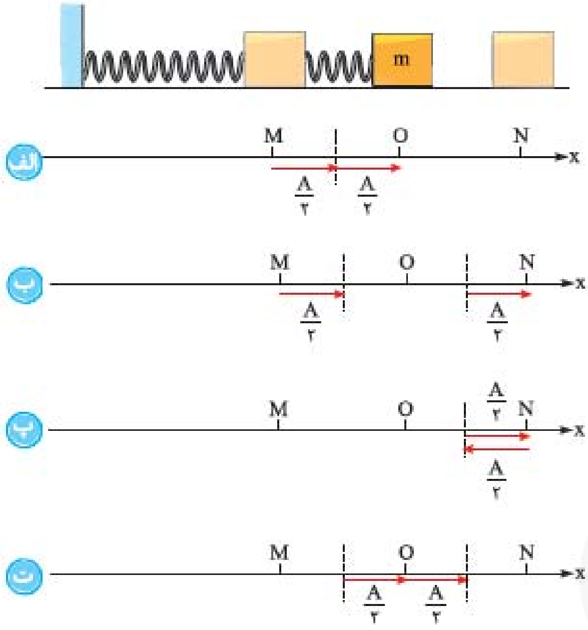
در شکل (الف) دو جابه‌جایی مساوی و متوالی‌اند، اما چنان‌که می‌دانید زمان آن‌ها با هم برابر نیست! توجه کنید که در این تست گفته شده که هر یک از دو جابه‌جایی در مدت $۰/۰۴\,s$ صورت گرفته است؛ در حالی که می‌دانید زمان دو جابه‌جایی در این شکل، برابر $\frac{T}{۶}$ و $\frac{T}{۱۲}$ است.

در شکل (ب)، دو جابه‌جایی مساوی‌اند و مدت‌زمان آن‌ها هم مساوی است؛ اما متوالی نیستند.

در شکل (پ)، اندازهٔ دو جابه‌جایی برابر است و در یک مدت‌زمان صورت می‌گیرند؛ اما جهت حرکت نوسانگر تغییر کرده است.

با این توضیحات، فقط شکل (ت) می‌ماند! این شکل همهٔ ویژگی‌های گفته‌شده در صورت تست را دارد و چنان‌که می‌دانید، مدت‌زمان هر جابه‌جایی برابر $\frac{T}{۱۲}$ است:

$$\frac{T}{۱۲}=۰/۰۴\Rightarrow T=۰/۴۸\,s$$

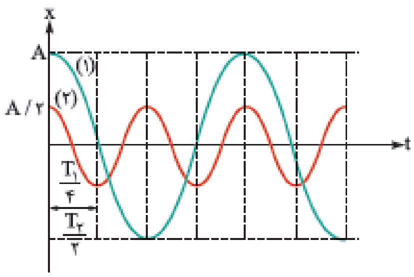


با داشتن دورهٔ تناوب، می‌توان بسامد زاویه‌ای و بیشینهٔ سرعت نوسانگر را محاسبه کرد؛ فقط **حواستان باشد!** که دامنهٔ حرکت، نصف طول پاره‌خط مسیر است:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\times ۳}{۰/۴۸}=\frac{۲۵}{۲}\,rad/s$$

$$v_{max}=A\omega=۰/۰۶\times\frac{۲۵}{۲}=\frac{۳}{۴}\,m/s$$

۵۳۳- گزینهٔ ۱ با نگاهی به شکل مقابل، می‌توان ارتباط دورهٔ تناوب دو نوسانگر را فهمید:



$$\frac{T_1}{۴}=\frac{T_2}{۲}\Rightarrow T_1=۲T_2$$

نسبت تندی بیشینهٔ دو نوسانگر را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{v_{max_1}}{v_{max_2}}=\frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2}=\frac{A_1(\frac{۲\pi}{T_1})}{A_2(\frac{۲\pi}{T_2})}=\frac{A_1T_2}{A_2T_1}=\frac{AT_2}{\frac{A}{۲}\times ۲T_2}=۱$$

۵۳۴- گزینهٔ ۴ ابتدا دورهٔ تناوب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

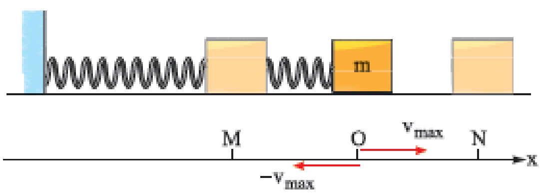
$$T=\frac{۱}{f}=\frac{۱}{۰/۲۵}=۴\,s$$

$$\omega=۲\pi f=۲\times ۳\times ۰/۲۵=۱/۵\,rad/s$$

$$v_{max}=A\omega=۰/۱\times ۱/۵=۰/۱۵\,m/s$$

می‌دانید که وقتی نوسانگر در نقطهٔ تعادل است، تندی‌اش بیشینه است:

بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی از نقطهٔ تعادل برابر $\frac{T}{۲}$ است و تنها باید توجه کنید که جهت سرعت در دو عبور از نقطهٔ تعادل، چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، خلاف یکدیگر است. با این توضیحات، می‌توان اندازهٔ شتاب متوسط را به صورت زیر محاسبه کرد:



$$|a_{av}|=\frac{|\Delta v|}{\Delta t}=\frac{|-v_{max}-v_{max}|}{\frac{T}{۲}}=\frac{۰/۱۵+۰/۱۵}{۲}=۰/۱۵\,m/s^2$$

۵۳۵- گزینهٔ ۲ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، می‌توان دورهٔ تناوب نوسان را محاسبه کرد:

$$\omega = ۵\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲}{۵} = ۰/۴\,s$$

برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی خالص متوسط، می‌خواهیم از رابطهٔ $|F_{av}| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ در فصل ۲ استفاده کنیم. با توجه به این‌که تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل، بیشینه و در انتهای مسیر صفر است، می‌توان اندازهٔ تغییر تکانهٔ نوسانگر را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$p_{\text{انتهای مسیر}} = mv = ۲ \times ۰ = ۰$$

$$p_{\text{نقطهٔ تعادل}} = mv_{max} = m(A\omega) = ۲ \times ۰/۲ \times ۵\pi = ۶\,\frac{kg.m}{s}$$

$$|\Delta p| = |p_{\text{انتهای مسیر}} - p_{\text{نقطهٔ تعادل}}| = |۰ - ۶| = ۶\,\frac{kg.m}{s}$$

با توجه به این‌که مدت‌زمان حرکت از نقطهٔ تعادل تا یک انتهای مسیر، حداقل برابر $\frac{T}{۴}$ است، حداکثر اندازهٔ نیروی متوسط را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$|F_{av_{max}}| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t_{min}} = \frac{|\Delta p|}{\frac{T}{۴}} = \frac{۶}{۰/۱} = ۶۰\,N$$

۵۳۶- گزینهٔ ۱ رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ برای دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر را می‌توان وارون کرد و رابطه‌ای برای محاسبهٔ بسامد به دست آورد:

$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

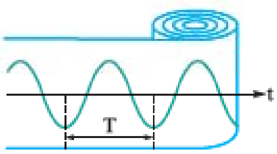
می‌بینید که بسامد نوسان با جذر ثابت فنر نسبت مستقیم دارد. هر قدر فنر سخت‌تر باشد، ثابت آن بیشتر است و این رابطه نشان می‌دهد که بسامد نوسان آن هم بیشتر خواهد بود.

۵۳۷- گزینهٔ ۳ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان می‌توان بسامد زاویه‌ای را تشخیص داد و سپس، از رابطهٔ بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم ـ فنر استفاده کرد:

$$x = ۰/۰۹\cos(\underbrace{۶}_{\omega}t) \Rightarrow \omega = ۶\,rad/s$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۶ = \sqrt{\frac{k}{۰/۱۶}} \Rightarrow ۶^۲ = \frac{k}{۰/۱۶} \Rightarrow k = ۵/۷۶\,N/m$$

۵۳۸- گزینهٔ ۲ کافی است به این نکته توجه کنید که فاصلهٔ دو مینیمم متوالی، برابر دورهٔ تناوب (T) است. به این هم توجه کنید که وقتی در مورد مقدار عددی π چیزی گفته نمی‌شود، باید به جای آن ۳/۱۴ بگذارید:



$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow ۰/۶۲۸ = ۲ \times ۳/۱۴\sqrt{\frac{۱}{k}} \Rightarrow k = ۱۰۰\,N/m$$

۵۳۹- گزینهٔ ۳ قرار بود از ظاهر طولانی و واقعیت‌گرای یک تست، نترسیدا در این تست، کافی است از بسامد نوسان یکی از فنرها استفاده کنیم:

$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f^۲ = \frac{۱}{۴\pi^۲} \times \frac{k}{m} \Rightarrow k = ۴\pi^۲ f^۲ m \Rightarrow k = ۴ \times ۱۰ \times (۴ \times ۱۰^{۱۳})^۲ \times ۲/۷ \times ۱۰^{-۲۶} = ۱۷۲۸\,N/m$$

۵۴۰- گزینهٔ ۲ ابتدا دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم:

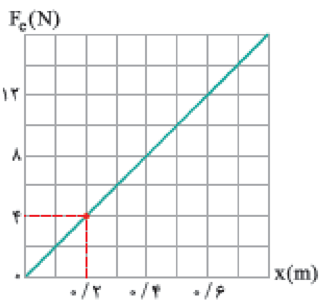
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲ \times \sqrt{۱۰} \times \sqrt{\frac{۰/۵}{۲۰}} = ۱\,s$$

(چون $\pi^۲$ برابر ۱۰ فرض شده است، به جای π مقدار $\sqrt{۱۰}$ را گذاشته‌ایم.)

اکنون می‌توان تعداد نوسان‌ها در هر دقیقه (یعنی ۶۰ s) را محاسبه کرد:

$$\Delta t = nT \Rightarrow ۶۰ = n \times ۱ \Rightarrow n = ۶۰$$

۵۴۱- گزینهٔ ۴ با استفاده از قانون هوک و یک نقطهٔ دلخواه از نمودار (مانند نقطهٔ قرمز در شکل روبه‌رو)، می‌توان ثابت فنر را محاسبه کرد:



$$F_e = kx \Rightarrow ۴ = k \times ۰/۲ \Rightarrow k = ۲۰\,N/m$$

با داشتن ثابت فنر، می‌توان دورهٔ تناوب را هم به دست آورد:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲ \times \sqrt{۱۰} \times \sqrt{\frac{۲}{۲۰}} = ۲\,s$$

۵۴۲- گزینهٔ ۲ دیده بودیم که وقتی وزنهٔ آویزان از فنر، در نقطهٔ تعادل قرار دارد، نیروهای کشسانی فنر وارد بر وزنه و وزن آن، متوازن‌اند:

$$F_e = kx = mg \Rightarrow k \times ۰/۰۴ = m \times \pi^۲ \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{۰/۰۴}{\pi^۲}$$

با داشتن نسبت $\frac{m}{k}$ می‌توان دورهٔ تناوب را به دست آورد:

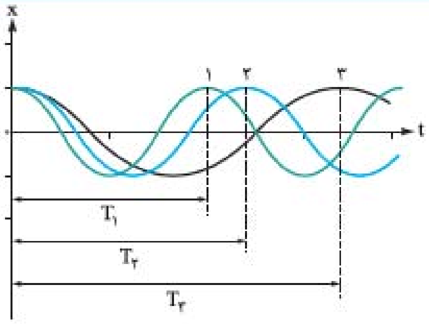
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۰۴}{\pi^۲}} = ۰/۴\,s$$

۵۴۳- گزینهٔ ۲ رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ نشان می‌دهد که دورهٔ تناوب با جذر جرم، نسبت مستقیم دارد. اگر جرم وزنهٔ اضافه‌شده برحسب گرم را با Δm نشان دهیم، می‌توان نسبت دورهٔ تناوب در حالت دوم به دورهٔ تناوب در حالت اول را به صورت زیر نوشت:

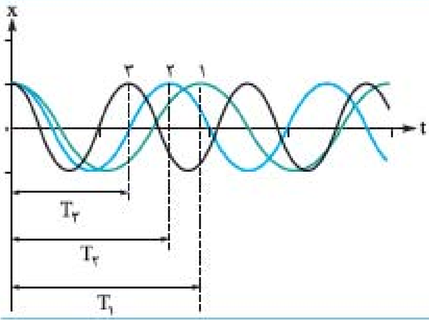
$$\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۲\pi\sqrt{\frac{m_۲}{k}}}{۲\pi\sqrt{\frac{m_۱}{k}}}=\sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}} \Rightarrow ۱/۵=\sqrt{\frac{۴۰۰+\Delta m}{۴۰۰}} \Rightarrow ۱/۵^۲=\frac{۴۰۰+\Delta m}{۴۰۰} \Rightarrow ۲/۲۵\times۴۰۰=۴۰۰+\Delta m \Rightarrow \Delta m=۵۰۰\,g$$

۵۴۴- گزینهٔ ۳ قبلاً هم دیدیم که رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ نشان می‌دهد که دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر، با جذر جرم وزنه متناسب است؛ به این ترتیب، از این‌که $m_۱ < m_۲ < m_۳$ است، می‌توان نتیجه گرفت که: $T_۱ < T_۲ < T_۳$.

اکنون کافی است همانند شکل روبه‌رو به دورهٔ تناوب هر نمودار توجه کنید.



۵۴۵- گزینهٔ ۱ این بار از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ نتیجه می‌گیریم که دورهٔ تناوب با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد؛ از این رو می‌توان از $k_۱ < k_۲ < k_۳$ نتیجه گرفت که $T_۱ > T_۲ > T_۳$ است.



۵۴۶- گزینهٔ ۳ یکی از نخستین چیزهایی که در درس سوم دیدیم، این بود که دورهٔ تناوب نوسان، ربطی به دامنهٔ حرکت ندارد!

۵۴۷- گزینهٔ ۲ اگر به فنر این نیروسنج، نیروی ۲۵ N وارد شود، افزایش طولی به اندازهٔ ۱۰ cm (یعنی طول ناحیهٔ مدرج آن) خواهد داشت؛ به این ترتیب با استفاده از قانون هوک، می‌توان نوشت: $f_e = kx \Rightarrow ۲۵ = k\times۰/۱ \Rightarrow k = ۲۵۰\,N/m$

اکنون با استفاده از رابطهٔ بسامد (وارون دورهٔ تناوب)، ابتدا جرم وزنه و سپس وزن آن را به دست می‌آوریم:

$$F=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۵=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۲۵۰}{m}} \Rightarrow ۲۵=\frac{۱}{۴\times۱۰}\times\frac{۲۵۰}{m} \Rightarrow m=۰/۲۵\,kg$$

$$W=mg=۰/۲۵\times۱۰=۲/۵\,N$$

۵۴۸- گزینهٔ ۲ با استفاده از دورهٔ تناوب صندلی خالی، می‌توان جرم صندلی را به دست آورد:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m_{\text{صندلی}}}{k}} \Rightarrow ۰/۹=۲\pi\sqrt{\frac{m_{\text{صندلی}}}{۶۰۰}} \Rightarrow ۰/۸۱=۴\times۱۰\times\frac{m_{\text{صندلی}}}{۶۰۰} \Rightarrow m_{\text{صندلی}}=۱۲/۱۵\,kg$$

اکنون جرم کل شخص با صندلی را هم به دست می‌آوریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m_{\text{کل}}}{k}} \Rightarrow ۲/۵=۲\pi\sqrt{\frac{m_{\text{کل}}}{۶۰۰}} \Rightarrow ۶/۲۵=۴\times۱۰\times\frac{m_{\text{کل}}}{۶۰۰} \Rightarrow m_{\text{کل}}=۹۳/۷۵\,kg$$

به این ترتیب، جرم شخص برابر می‌شود با:

$$m_{\text{کل}}=m_{\text{شخص}}+m_{\text{صندلی}} \Rightarrow ۹۳/۷۵=m_{\text{شخص}}+۱۲/۱۵ \Rightarrow m_{\text{شخص}}=۸۱/۶\,kg$$

۵۴۹- گزینهٔ ۴ گفته بودیم که طبق رابطهٔ $f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$، بسامد نوسان با جذر جرم نسبت وارون دارد. اگر جرم خودروی بدون مسافر را با $m_۱$ نشان دهیم، بسامد نوسان آن برابر $f_۱=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{m_۱}{۴}}}$ می‌شود و اگر جرم هر یک از سرنشینان خودرو را با $m_۲$ نشان دهیم، بسامد نوسان خودرو با سرنشینانش، برابر $f_۲=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{m_۱+۴m_۲}{۴}}}$ می‌شود. در مقایسهٔ دو حالتِ بدون سرنشین و با چهار سرنشین، می‌توانیم نسبت بسامد در حالت دوم به حالت اول را به دست آوریم تا ثابت فنر حذف شود:

$$\frac{f_۲}{f_۱}=\sqrt{\frac{\frac{m_۱}{۴}}{\frac{m_۱+۴m_۲}{۴}}}=\sqrt{\frac{m_۱}{m_۱+m_۲}}=\sqrt{\frac{۱۸۰۰}{۱۸۰۰+۴\times۵۰}}=\sqrt{\frac{۱۸۰۰}{۲۰۰۰}} \Rightarrow \frac{f_۲}{۳}=\sqrt{\frac{۹}{۱۰}} \Rightarrow f_۲=\frac{۹}{\sqrt{۱۰}}Hz$$

توجه دارید که چون رابطه را برای یکی از فنرهای خودرو نوشته‌ایم، جرم‌ها را بر ۴ تقسیم کرده‌ایم؛ اما در نهایت عدد ۴ از صورت و مخرج ساده شده است. *(یعنی اگه یکی حواسش نبود جرم‌ها رو بر ۴ تقسیم نمی‌کرد، باز هم جوابش درست درمیومد! حالا فهمیدین چرا همیشه می‌گم حتی در صورت درستی گزینهٔ انتخابیتون، حتماً راه‌حل‌های ما رو هم بخونین؛ همیشه اینقدر خوش شانس نخواهید بود!)*

۵۵۰- گزینه ۱ ابتدا دورهٔ تناوب خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$t = nT \Rightarrow 20 = 10T \Rightarrow T = 2\,s$$

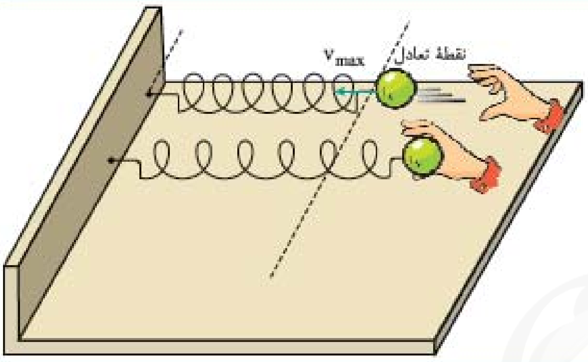
رابطهٔ دورهٔ تناوب را برای یکی از فنرهای خودرو می‌نویسیم. فقط توجه کنید که جرم کل خودرو (یعنی $1410 + 2\times 45 = 1500\,kg$) را باید تقسیم بر ۴ کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \Rightarrow k = \frac{4\times 10\times \frac{1500}{4}}{2^2} = 3750\,N/m$$

حالا باید از قانون هوک استفاده کنیم. توجه کنید که وقتی دو بچه از خودرو پیاده شوند، $90\,kg$ از جرم خودرو کاهش می‌یابد که البته، کاهش نیروی وارد بر هر کدام از فنرها، $\frac{1}{4}$ برابر وزن بچه‌ها (یعنی $\frac{1}{4}mg$) است:

$$|\Delta F| = k|\Delta x| \Rightarrow |\Delta x| = \frac{|\Delta F|}{k} \Rightarrow |\Delta x| = \frac{\frac{1}{4}\times 90\times 10}{3750} = \frac{3}{50}\,m = 6\,cm$$

۵۵۱- گزینه ۳ چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، باید پس از رهاکردنِ اولی، آن‌قدر صبر کنیم تا این وزنه به نقطهٔ تعادلش برسد و آن‌گاه دومی را رها کنیم. آشکار است که مدت‌زمانی که صبر کرده‌ایم، حداقل برابر $\frac{T}{4}$ بوده است:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\times 3\sqrt{\frac{0/04}{1/44}} = 1\,s$$

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4}\,s = 0/25\,s$$

۵۵۲- گزینه ۲ با استفاده از دورهٔ تناوب، می‌توان ثابت فنر و بسامد زاویه‌ای را به دست آورد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 6 = 2\times 3\sqrt{\frac{4\times 10^5}{k}} \Rightarrow k = 4\times 10^5\,N/m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times 3}{6} = 1\,rad/s$$

برای محاسبهٔ تندی بیشینه، فقط باید توجه کنید که دامنهٔ حرکت، نصف طول مسیر، یعنی برابر $110\,cm$ است که باید به متر تبدیل گردد:

$$v_{max} = A\omega = 1/1\times 1 = 1/1\,m/s$$

۵۵۳- گزینه ۳ دیگر همه می‌دانید که اندازهٔ سرعت در نقطهٔ تعادل بیشینه است!

$$v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0/1\times\sqrt{\frac{100}{1}} = 1\,m/s$$

۵۵۴- گزینه ۱ با داشتن اندازهٔ نیروی F و تغییر طول فنر، می‌توان ثابت فنر را به دست آورد:

$$F_e = kx \Rightarrow 20 = k\times 0/05 \Rightarrow k = 400\,N/m$$

حالا می‌توان بیشینهٔ سرعت وزنه را به دست آورد؛ فقط توجه کنید که چون وزنه در حالی رها شده که از وضع تعادلش ۵ سانتی‌متر فاصله داشته است، دامنهٔ نوسان آن همین ۵ سانتی‌متر است:

$$v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{M}} = 0/05\times\sqrt{\frac{400}{2}} = 0/5\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,m/s$$

۵۵۵- گزینه ۲ درست در لحظه‌ای که جسم با فنر تماس می‌یابد، فنر طول عادی خود را دارد و هنوز فشرده نشده است. در این لحظه، سرعت وزنه باید برابر سرعت بیشینه در حرکت نوسانی باشد؛ یعنی $v_0 = v_{max}$. (پس از این لحظه، جسم هر چه جلوتر می‌رود، تندی‌اش کاهش می‌یابد و فنر، آن‌قدر فشرده می‌شود تا جسم متوقف شود.)

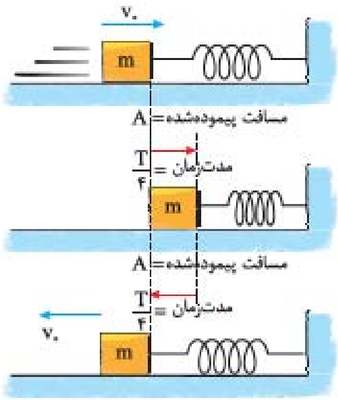
$$v_0 = v_{max} = A\omega \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} v_0 = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow v_0^2 = A^2\frac{k}{m} \Rightarrow A^2 = \frac{mv_0^2}{k} \Rightarrow A = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$

توجه کنید که دامنه، همان بیشینهٔ فشردگی فنر نسبت به طول عادی است.

۵۵۶- گزینه ۲ چنان‌که در تست قبل هم دیدیم، v_0 همان تندی بیشینه در حرکت نوسانی است: $v_0 = v_{max}$.

با استفاده از این موضوع، دامنهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

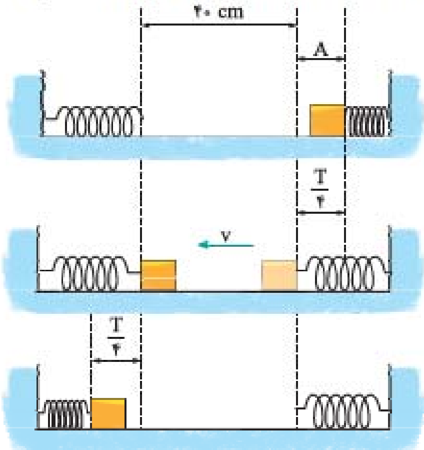
$$v_0 = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow A = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$



همان‌گونه که شکل‌های روبه‌رو نشان می‌دهند، وزنه پس از برخورد با فنر، ابتدا فنر را به اندازهٔ دامنه متراکم می‌کند و سپس همین مسیر را بازمی‌گردد و درست در لحظه‌ای که فنر دوباره طول عادی خود را بازمی‌یابد، از فنر جدا می‌شود. با این توضیحات، حتماً قانع شده‌اید که مدت‌زمان تماس وزنه با فنر، برابر $\frac{T}{2}$ و مسافتی که در این مدت می‌پیماید، برابر $2A$ است:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{4A}{T} = \frac{4v_0\sqrt{\frac{m}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{2v_0}{\pi} = \frac{2\times 3/14}{3/14} = 2\,m/s$$

۵۵۷- گزینهٔ ۲ وزنهٔ نشان داده شده در شکل، ابتدا به فنر سمت راست برخورد می‌کند و آن را مقداری متراکم می‌کند؛ سپس این فنر وزنه را بازمی‌گرداند و در لحظه‌ای که فنر طول عادی خود را بازمی‌یابد، وزنه از آن جدا می‌شود. از آن‌جایی که سطح افقی بدون اصطکاک است، وزنه پس از جدایی از فنر سمت راست، با سرعت ثابت حرکت می‌کند و پس از ۴۰ سانتی‌متر جابه‌جایی، به فنر سمت چپ می‌خورد و همان اتفاقی که در مورد فنر سمت راست افتاده بود، برای این فنر تکرار می‌شود.



بیایید حرکت وزنه را از لحظه‌ای مورد بررسی قرار دهیم که همانند شکل روبه‌رو (اولین شکل)، فنر سمت راست، بیشترین فشردگی را دارد. برای رسیدن به وضع تعادل، این وزنه به زمان $\frac{T}{4}$ نیاز دارد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\times 3\times\sqrt{\frac{0/1}{10}} = 0/6\,s \Rightarrow \frac{T}{4} = 0/15\,s$$

جابه‌جایی ۴۰ سانتی‌متر در شکل وسطی، با سرعت ثابت صورت می‌گیرد و زمان آن را می‌توان به صورت مقابل به دست آورد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 40 = 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 2\,s$$

در شکل آخر هم می‌بینید که وزنه پس از برخورد به فنر سمت چپ، آن را متراکم می‌کند و زمان این حرکت (از وضع تعادل تا حداکثر فشردگی فنر) برابر $\frac{T}{4}$ (یعنی ۰/۱۵ ثانیه) است.

به این ترتیب زمان کل حرکت وزنه از راست به چپ برابر $0/15+2+0/15 = 2/3\,s$ است. همین مدت نیز لازم است تا وزنه همین مسیر را بازگردد (تا یک نوسان کامل انجام داده باشد)؛ بنابراین دورهٔ تناوب حرکت وزنه برابر ۴/۶ ثانیه خواهد بود.

۵۵۸- گزینهٔ ۱ *بعد از تستی مثل تست قبل، این تست واقعاً می‌چسبه!*

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\times 200\times 0/05^2 = 0/25\,J$$

۵۵۹- گزینهٔ ۲ این تست هم بیان دیگری از همان تست قبل است! همه می‌دانید که انرژی جنبشی در مبدأ نوسان (نقطهٔ تعادل)، بیشینه است و بیشینهٔ انرژی جنبشی، برابر با انرژی مکانیکی است:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\times 100\times 0/04^2 = 0/08\,J$$

۵۶۰- گزینهٔ ۱ این هم یک نمونهٔ پارامتری از دو تست قبل! به کمی ابتکار عمل هم نیاز داریم! کافی است در رابطهٔ کلی انرژی مکانیکی، $A^2\omega^2$ را به صورت $(A\omega)^2$ بنویسیم و به جای $A\omega$، تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل (تندی بیشینه) را بگذاریم. حتماً از درس ریاضی این را هم به یاد دارید که $\sqrt{\square}$ را می‌توان به صورت $(\square)^{\frac{1}{2}}$ هم نوشت!

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}m(\underbrace{A\omega}_{v_{max}})^2 \Rightarrow v_{max}^2 = \frac{2E}{m} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۵۶۱- گزینهٔ ۳ چون طول پاره‌خط مسیر ۲۰ سانتی‌متر است، دامنهٔ نوسان برابر ۱۰ سانتی‌متر می‌شود؛ همچنین به یاد دارید که حداقل مدت‌زمان حرکت از مرکز نوسان تا انتهای مسیر برابر $\frac{T}{4}$ می‌شد:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1\,s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,rad/s$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان، بیشینه است و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}\times 0/1\times(2\pi)^2\times 0/1^2 = 0/02\,J = 0/02\times 1000\,mJ = 20\,mJ$$

۵۶۲- گزینهٔ ۱ با داشتن انرژی مکانیکی و انرژی پتانسیل، می‌توان انرژی جنبشی را به دست آورد و سپس، بزرگی سرعت را محاسبه کرد:

$$E = K + U \Rightarrow 20 = K + 15 \Rightarrow K = 5\,mJ$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 5\times 10^{-3} = \frac{1}{2}\times 0/1v^2 \Rightarrow v = 0/1\sqrt{10}\,m/s = 10\sqrt{10}\,cm/s$$

۵۶۳- گزینهٔ ۲ انرژی جنبشی در نقطهٔ تعادل برابر با انرژی مکانیکی است. اگر به رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}$ نگاه کنید، می‌فهمید که با توجه به یکسان‌بودن دامنه و ثابت فنرها (به دلیل مشابه‌بودن دو فنر)، انرژی مکانیکی دو سامانه باید برابر باشد: $E_{۲}=E_{۱}$

پس چرا ما که از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ استفاده کردیم، به یه نتیجهٔ دیگه رسیدیم؟!

حتماً توجه نکرده‌اید که ω برای دو نوسانگر، یکسان نیست! اتفاقاً برای پاسخ به قسمت دوم سوال به آن احتیاج داریم:

$$\frac{v_{max_{۲}}}{v_{max_{۱}}}=\frac{A\omega_{۲}}{A\omega_{۱}}=\frac{\omega_{۲}}{\omega_{۱}}=\frac{\sqrt{\frac{k}{m_{۲}}}}{\sqrt{\frac{k}{m_{۱}}}}=\sqrt{\frac{m_{۱}}{m_{۲}}}=\sqrt{\frac{m_{۱}}{۴m_{۱}}}=\frac{۱}{۲}$$

۵۶۴- گزینهٔ ۲ برای حل این تست، باید انرژی مکانیکی را از دو دیدگاه مورد توجه قرار دهیم. دیدگاه نخست این است که انرژی مکانیکی، مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل است. دیدگاه دوم هم این است که انرژی مکانیکی، با انرژی جنبشی بیشینه $(\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲})$ مساوی است:

$$E=K+U\xrightarrow{U=۷K}E=۸K\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}=۸\times\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

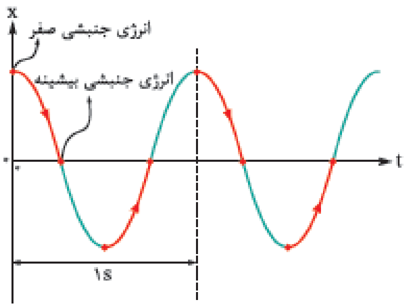
$$v^{۲}=\frac{۱}{۸}v_{max}^{۲}\Rightarrow v=\frac{v_{max}}{\sqrt{۸}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۸}}=\frac{۱۰}{۲\sqrt{۲}}=\frac{۵}{\sqrt{۲}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\,m/s$$

۵۶۵- گزینهٔ ۲ *چند بار بگم بیشینهٔ انرژی جنبشی، همون انرژی مکانیکیه؟! از معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده هم فقط دامنه‌اش به درد می‌خوره!*

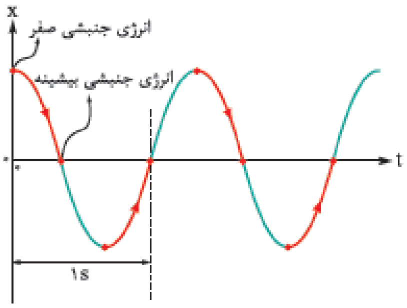
$$E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}\Rightarrow ۶\times۱۰^{-۲}=\frac{۱}{۲}\times k\times ۰/۰۵^{۲}\Rightarrow k=۴۸\,N/m$$

۵۶۶- گزینهٔ ۳ وقتی اصطکاک ناچیز است، انرژی مکانیکی ثابت است؛ اما هر چه نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک‌تر می‌شود، چون تغییر طول فنر نسبت به طول عادی کاهش می‌یابد، انرژی پتانسیل کشسانی نیز کاهش می‌یابد.

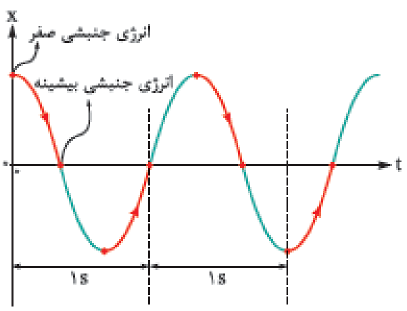
۵۶۷- گزینهٔ ۴ بد نیست برای درک بهترِ این تست، از یک نمودار مکان ـ زمان کمک بگیریم. به یاد دارید که در نقطه‌های بازگشتِ حرکت (یعنی دو انتهای مسیر)، سرعت نوسانگر به صفر می‌رسید؛ در نتیجه انرژی جنبشی آن نیز برابر صفر می‌شد. به همین ترتیب، در نقطهٔ تعادل که تندی نوسانگر بیشینه می‌شد، انرژی جنبشی آن نیز بیشینه بود. در نمودار روبه‌رو، در هر بازهٔ قرمز، انرژی جنبشی یک بار از صفر به بیشینه می‌رسد. چنان‌که در این تست گفته شده است، باید در هر $۱s$، دو بار انرژی جنبشی از صفر به بیشینه برسد و همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، بازهٔ زمانی ۱ ثانیه‌ای نشان داده شده، درست برابر دورهٔ تناوب است: $T=۱s$.



ببخشین! چرا بازهٔ زمانی $۱s$ رو مثل شکل روبه‌رو در نظر نگرفتین؟! اون‌وقت $\frac{۳T}{۴}$ برابر با $۱s$ می‌شد!



سوال خیلی خوبی پرسیدی! دلیل این‌که من بازهٔ زمانی $۱s$ را به صورتی که دیدید، نشان دادم، عبارتِ «به طور منظم» در صورت تست بود! توجه کنید که اگر بازهٔ زمانی $۱s$، آن‌طور که شما در نظر گرفتید، باشد، همان‌گونه که من در شکل روبه‌رو نشان داده‌ام، در ۱ ثانیهٔ نخست، انرژی جنبشی دو بار از صفر به بیشینه می‌رسد؛ اما در ۱ ثانیهٔ بعدی فقط یک بار این اتفاق می‌افتد!



چه جالب! به این چاش فکر نکرده بودیم!

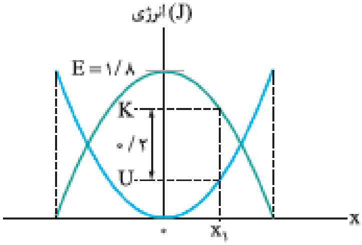
بسیار خوب! حالا که قبول کردید $T=1s$ است، ادامهٔ حل تست بسیار ساده است:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2=4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}=\frac{4\times10\times2}{1}=80\,N/m$$

۵۶۸- گزینهٔ ۳ این مورد را در متن درس سوم به دست آوردیم!

۵۶۹- گزینهٔ ۱ قرار بود این نمودارها را حفظ باشید!

۵۷۰- گزینهٔ ۲ باید به خاطر داشته باشید که نمودار سبزرنگ، مربوط به انرژی جنبشی و نمودار آبی‌رنگ، مربوط به انرژی پتانسیل است. با توجه به شکل، می‌توان فهمید که وقتی جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل برابر x_1 است، $K-U$ برابر $0/2\,J$ بوده است؛ هم‌چنین، با توجه به این‌که انرژی مکانیکی، برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل است، می‌توان یک دستگاه «دو معادله ـ دو مجهول» به صورت زیر تشکیل داد:

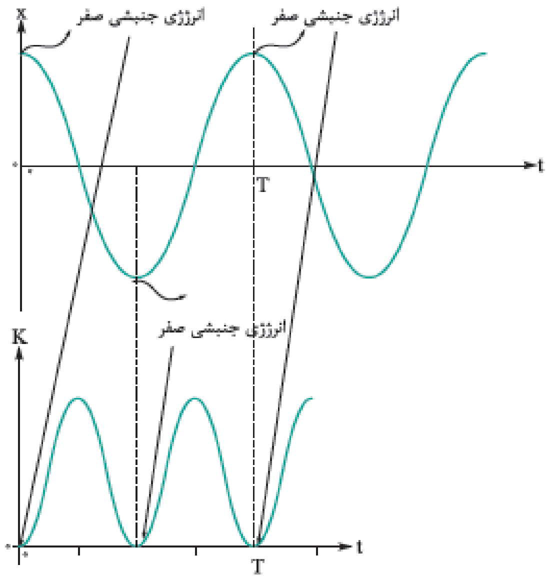


$$\begin{cases}K-U=0/2\\K+U=1/8\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع دو معادله}}2K=0/2+1/8\Rightarrow K=1\,J$$

اکنون کافی است از رابطهٔ انرژی جنبشی استفاده کنیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1=\frac{1}{2}\times2v^2 \Rightarrow |v|=1\,m/s$$

۵۷۱- گزینهٔ ۴ در کتاب درسی شما، صحبتی از نمودارهای انرژی برحسب زمان نشده است؛ اما با امتحان‌کردن یکی دو نقطهٔ خاص، می‌توان نمودار درست را تشخیص داد! به عنوان نمونه، در شکل روبه‌رو می‌بینید که چگونه من نمودار مکان ـ زمان را با نمودار انرژی جنبشی ـ زمان مقایسه کردم. (البته این مقایسه را فقط برای گزینهٔ درست نشان داده‌ام و با توجه به همین شکل، دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها را نیز می‌فهمید!) برای مقایسهٔ دو نمودار، از صفربودنِ انرژی جنبشی در نقطه‌های بازگشتِ حرکت کمک گرفتم. (می‌شد از بیشینه‌بودنِ انرژی جنبشی در نقطهٔ تعادل هم استفاده کرد.)



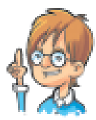
۵۷۲- گزینهٔ ۲ کافی است به یاد بیاورید انرژی مکانیکی در حرکت هماهنگ ساده ثابت است! *(به نظر تون کدوم یک از شکل‌های داده‌شده می‌تونه نمودار انرژی پتانسیل ـ زمان باشه؟!)*

۵۷۳- گزینهٔ ۳ با استفاده از انرژی جنبشی و پتانسیل نوشته‌شده روی شکل، می‌توان انرژی مکانیکی را به دست آورد:

$$E=K+U=0/08+0/24=0/32\,J$$

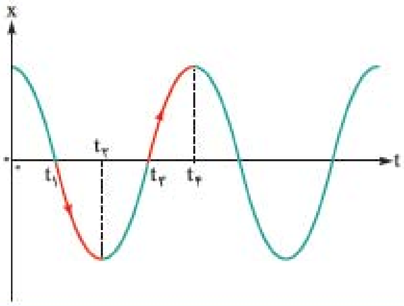
برای محاسبهٔ دامنهٔ نوسان، کافی است از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کنیم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 0/32=\frac{1}{2}\times100\times A^2 \Rightarrow A=0/08\,m=8\,cm$$



ببخشین! ما مشکلمون با خود نموداره! همچین نموداری پرامون نکشیده بودین! چرا نمودارش خط راست شده؟! مگه نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل سهمی نبودن؟!

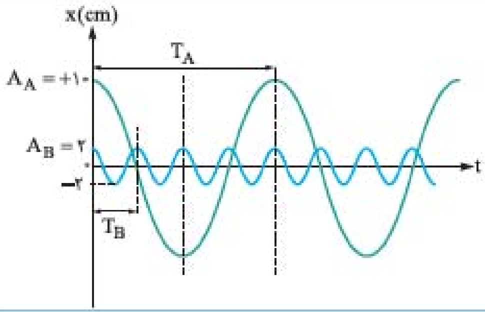
باید توجه کنید که در فیزیک، می‌توان نمودار هر کمیتی را برحسب کمیت دیگر رسم کرد و نباید توقع داشته باشید هر نموداری برایتان آشنا باشد! در این‌جا، اگر رابطهٔ انرژی مکانیکی (یعنی $E=K+U$) را به صورت $U=-K+E$ بنویسیم و آن را با معادلهٔ ریاضی $y=ax+b$ مقایسه کنیم، متوجه می‌شویم که با خط راستی با شیب $a=-1$ و عرض از مبدأ $b=E$ سروکار داریم.



۵۷۴- گزینهٔ ۲ هر چه نوسانگر از نقطهٔ تعادل دورتر شود، چون افزایش یا کاهش طول فنر نیز بیشتر می‌شود، انرژی پتانسیل کشسانی افزایش می‌یابد. با این توضیح، یکی از دو قسمت قرمزرنگ در شکل روبه‌رو، می‌تواند پاسخ این تست باشد. برای این‌که شتاب منفی باشد، باید تقعر نمودار مکان ـ زمان به طرف پایین باشد و چنین چیزی، در بازهٔ زمانی بین t_3 و t_4 مشاهده می‌شود.

۵۷۵- گزینهٔ ۱ گفته بودیم که چون در بررسی حرکت نوسانی از اصطکاک و نیروهای اتلافی چشم‌پوشی می‌کنیم، انرژی مکانیکی نوسانگر پایسته (ثابت) است. از آن‌جایی که این انرژی در مبدأ زمان برابر ۰/۲۴ ژول است، باید مقدار آن در هر لحظهٔ دیگر برابر همین مقدار باشد. با کم‌کردن انرژی پتانسیل از آن، به انرژی جنبشی می‌رسیم:

$$K = E - U = 0/24 - 0/2 = 0/04 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0/04 = \frac{1}{2} \times 2v^2 \Rightarrow v = 0/2\, m/s$$



۵۷۶- گزینهٔ ۱ از نمودارهایی که داده، به راحتی می‌فهمیم که یک دورهٔ نوسان A برابر ۴ دورهٔ نوسان B است:

$$T_A = 4T_B$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A\omega_A^2A_A^2}{\frac{1}{2}m_B\omega_B^2A_B^2} = \frac{m_A(\frac{2\pi}{T_A})^2A_A^2}{m_B(\frac{2\pi}{T_B})^2A_B^2} = \frac{m_AT_B^2A_A^2}{m_BT_A^2A_B^2} = \frac{m_AT_B^2(10)^2}{(5m_A)(4T_B)^2(2)^2} = \frac{5}{16}$$

۵۷۷- گزینهٔ ۲ بهترین راه برای قضاوت در مورد دامنهٔ نوسان، استفاده از انرژی است. در لحظه‌ای که نوسانگر در بیشترین فاصله از مرکز نوسان است، سرعتش صفر است و انرژی جنبشی‌ای ندارد؛ در نتیجه تمام انرژی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل کشسانی است و این انرژی، به تنهایی برابر با انرژی مکانیکی $(E = U_{max})$ است. چنان‌که رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ نشان می‌دهد، انرژی مکانیکی به جرم بستگی ندارد و به همین دلیل با کاهش جرم، تغییری در انرژی مکانیکی و همین‌طور دامنهٔ نوسان پدید نمی‌آید: $\frac{A_2}{A_1} = 1$.

برای قضاوت در مورد بسامد نوسان، از رابطهٔ $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ استفاده می‌کنیم. این رابطه همان‌گونه که قبلاً هم گفتیم، نشان می‌دهد که بسامد نوسان با جذر جرم نسبت وارون دارد:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 - \frac{3}{4}m_1}} = 2$$