

بسم خدا

**قالب اول: تابع وارون** تابع وارون جزو مباحث کتاب ۲ ری ۳ و ۲ ری ۳ می باشد. این بحث در دل های قبل به شدت مورد علاقه طراحان کنکور بود. حساب اینیات که تقریباً همه سوالات مربوط به این بحث را می توان بکن "عددگذاری" به سادگی حل کرد.

مهندس یاسین سپهر

نکته های شاخص این قالب:

نکته ۱: اگر  $(a, b) \in F$  باشد آن گاه  $(b, a) \in F^{-1}$ .

نکته ۲: از نظر هندسی نمودارهای  $F$  و  $F^{-1}$  نسبت به خط  $y=x$  تصویر میانه می شوند. اول رسوم قرینه همدیگر هستند.

نمونه تست: ضابطه وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟ (تجزیه مواضع ۹۴)

- ۱)  $-x^2$
- ۲)  $x^2$
- ۳)  $|x|$
- ۴)  $-|x|$

حل: کافی است عددگذاری کنیم.

$(4, 2) \in F \Rightarrow (2, 4) \in F^{-1}$

گزینه ۱ رد حذف می شود.

$(-4, -2) \in F \Rightarrow (-2, -4) \in F^{-1}$

گزینه ۲ حذف می شود.

پس گزینه ۳ درست است.

\* توجه کنید که در تابع  $F$  که  $x$  و  $f(x)$  هم علامت هستند

فقط در گزینه ۳ می تواند  $x$  و  $f^{-1}(x)$  هم علامت باشند!!

**سوالب دوم: دایره** در سال های قبل سوال متداول بر این بود که از چهار مقطع مخروطی، هر سال ۲ مقطع را انتخاب و از آن دو مقطع سوال طرح می کردند. ولی با توجه به تغییرات کتاب و نظام جدید و حذف سهمی و هذلولی، انتظار می رود که احساا از دایره سوال داشته باشیم. وقت داشته باشید که در مورد سهمی و بیضی فقط نحوه شکل آنها توسط صفحه و مخروط در صفحه ۱۲۷ ریاضی ۳ مورد بحث اچالی قرار گرفته است که می تواند به عنوان "جای خالی" سوال طرح شود.

مهندس یاسین سپهر

نکته های شاخص این قالب :

نکته ۱: معادله استاندارد دایره به شعاع  $r$  در مرکز  $(\alpha, \beta)$  به صورت  $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$  می باشد.

نکته ۲: معادله گنره دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  می باشد که در آن مرکز دایره به صورت  $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$  و شعاع نیز  $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$  است.

نکته ۳: شرط وجود دایره  $a^2 + b^2 > 4c$  است.

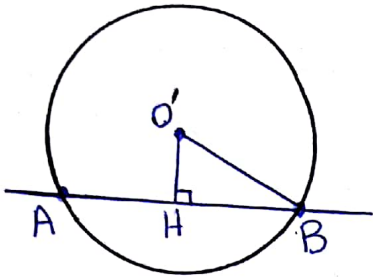
نکته ۴: خط مماس در نقطه تماس با دایره، بر شعاع آن دایره عمود است.

نکته ۵: وضعیت نسبی دو دایره یکی از مهمترین مباحث مربوط به دایره می باشد که در کتاب جدول صفحه ۱۴۰ کتاب ریاضی ۳ به تفصیل مطالعه قرار گیرد.

نکته ۶: وضعیت نقطه نسبت به دایره، جزو مباحث جدید کتاب درسی می باشد برای بررسی بهترین نقطه داده شده را در معادله گنره دایره قرار دهیم این عدد برابر

- ۱)  $P > 0 \Rightarrow$  نقطه خارج دایره است.
- ۲)  $P < 0 \Rightarrow$  نقطه داخل دایره است.
- ۳)  $P = 0 \Rightarrow$  نقطه روی دایره است.
- ۴)  $P = -r^2 \Rightarrow$  نقطه مرکز دایره است.

عنوان تست: خط به معادله  $3x + 4y + 4 = 0$  دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$  را در دو نقطه A و B قطع می‌کنند. اندازه وتر AB کدام است؟ (شماره ۶، فصل ۱۳۹)



حل: ابتدا یک شکل فرضی رسم می‌کنیم.  $O' = (-\frac{2}{2}, -\frac{4}{2}) = (1, 2)$

$$OB = r = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 - 4(-20)} = 5$$

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{3 + 8 + 4}{\sqrt{9 + 16}} = 3$$

نکته: شعاع عمود بر وتره آن وتر و مکان بودی آن را نصف می‌کنند.

عنوان تست: کدام یک از نقاط زیر درون دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  است؟

(۰, ۰) (۴)

(-۱, -۲) (۳)

(۰, -۱) (۲)

(۱, ۰) (۱)

در دایره  $0^2 + (-1)^2 - 2(0) + 4(-1) + 1 = -2 < 0$  جایز نیست.

عنوان تست: دو دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 8$  و  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 8 = 0 \rightarrow O_1 = (1, -2), r_1 = 3\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0 \rightarrow O_2 = (-4, 2), r_2 = 2\sqrt{2}$$

مهندس یاسین سپهر

$$O_1 O_2 = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (-4 - 1)^2} = 5\sqrt{2}$$

حل چون  $O_1 O_2 = r_1 + r_2$  هر دو دایره به هم مماس خارج هستند.

**قالب سوم: قانون احتمال کل** با توجه به حذف بحث مربوط به احتمال توزیع دو جمله ای از کتاب های نظام جدید، در شماره پای ثابت سوالات گذشته در سال قبل بود، انتظار می رود که این بحث بسیار هم بعین قانون احتمال کل از این به بعد جایگزین بحث مربوط به توزیع دو جمله ای گردد.

**مهندس یاسین سپهر**

نکته های شایسته این قالب

نکته ۱: در سوالاتی که برای مرئوسها به آنچه در مراحل میانی رخ می دهد گتبی داشته باشد از قانون احتمال کل استفاده می کنیم.

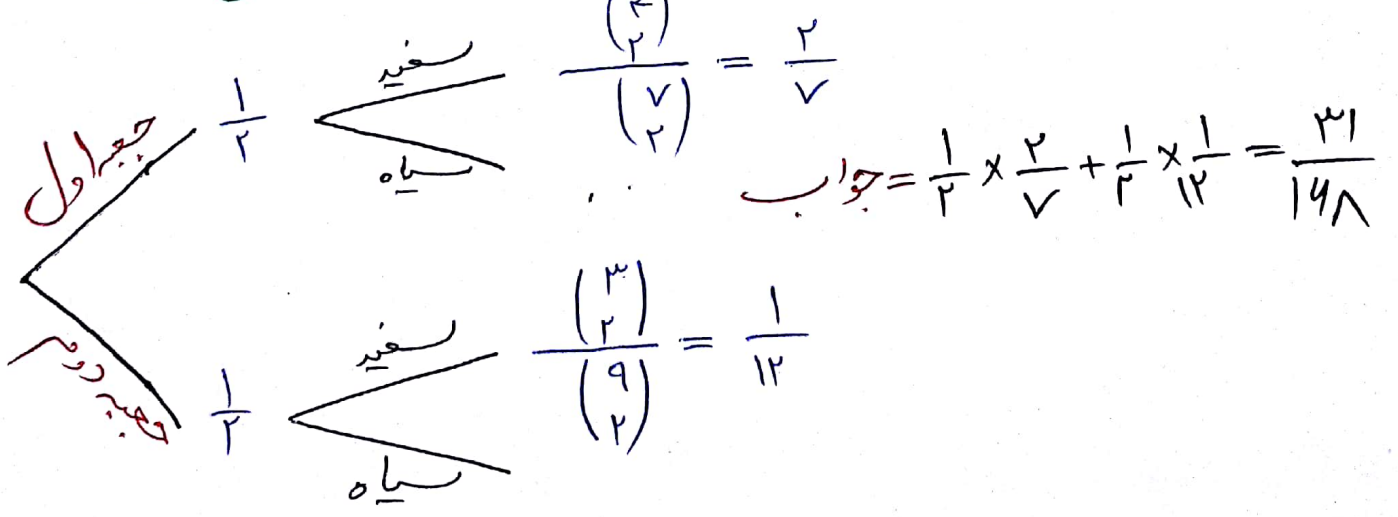
نکته ۲: برای حل اکثریت سوالات مربوط به قانون احتمال کل از نمودار درختی استفاده می کنیم.

نکته ۳: در مواردی که به یاد فرمول مربوط به این بحث استفاده نمی کنیم.

فرمول افزایش دو مجموعه ای:  $P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$

فرمول افزایش سه مجموعه ای:  $P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$

نمونه تست: در جعبه ای ۴ مهر سفید و ۳ مهر سیاه و در جعبه دیگر ۳ مهر سفید و ۴ مهر سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه ها را انتخاب کرده و دو مهر به هم از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال هر دو مهر سفید است؟ (تجربی ضریح ۹۲)



**قالب ۱۶م :** فضای نمونه ای کاهش یافته  
 این بحث جهت بحث کتابها  
 نظام قدیم، بی از بحث پیرنت کتاب صهی درسی می باشد که در فصل ۲  
 ریاضی ۲ تحت عنوان احتمال شرطی مورد بحث قرار گرفته است. که عوارض مورد  
 اقبال طراحان سوالات کنکور بوده است.

مهندس یاسین سپهر

نکته هشتاد و نهم این قالب

نکته ۱: هرگاه در سوالی اطلاعاتی داده شود که باعث کاهش تعداد اعضای فضای  
 نمونه ای گردد از این روش استفاده میکنیم. بدون صورت که با استفاده از داده ها  
 ماله فضای نمونه ای اصلی را کنار می گذاریم و به جایی آن از کاهش یافته آن  
 استفاده میکنیم

نکته ۲: تقریباً همه سوالات این قالب با صفت کلیدی "بشرطی که"  
 "اگر بدانیم" و "می دانیم" و .... همراه است.

نمونه تست: یک خانواده ۳ فرزند با یک احتمال، صد اقل ۲ فرزند دختر دارد در صورتی  
 که می دانیم صد اقل بی از فرزندان دختر است ؟ (کنکور سال های قبل)

حل: با توجه به داده های سال صحت (پ و پ و پ) حذف می شود پس فضای  
 نمونه ای دارای ۷ عضو است  
 (د، د، د) (د، د، پ) (د، پ، د) (پ، د، د) (پ، د، پ) (پ، پ، د) (پ، پ، پ) : صد اقل ۲ دختر

جواب =  $\frac{4}{7}$

نمونه تست: دو تاس به هم پرتاب شده اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند،  
 بشرط آنکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است که ام است ؟ (آخرین کتاب)  
 حل: فضای نمونه ای اصلی ۳۶ عضو دارد ولی داده های سال باعث کاهش آن می شوند:

$A = \{(4,4), (2,4), (4,2)\}$  و  $S = \{(4,4), (2,5), (5,3), (2,6), (4,2)\}$  مجموع ۸

جواب =  $\frac{3}{5}$

**قالب پنجم: مشتق گیری مستقیم**  
 با توجه به حذف گزیده نمره های مشتق نسبت به نظام قدیم و غیبت مباحث مانند مشتق توابع مثلثاتی، توابع فکمی و توابع بانی، انتظار می رود این سوال به شکل متفاوتی ارسال طرح شود که سعی می کنم در نمونه تست های زیر به برخی از آن ها اشاره کنم.

مهندس یاسین سپهر

نکته های خاص این قالب:

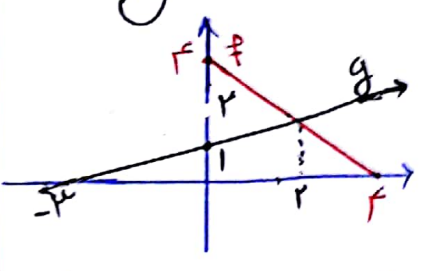
نکته ۱: شرط لازم برای مشتق پذیری، پیوستگی است.

نکته ۲: مشتق توابع به صورت های  $y = \sqrt{f(x)}$ ،  $y = \sqrt{f(x)}$ ،  $y = f \circ g(x)$  در کتاب های نظام جدید بسیار فراوان است.

نکته ۳: صدق  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  حول  $f'(a)$  هستند.

نمونه تست: اگر  $f'(2) = -3$  و  $g'(2) = 4$ ، حاصل  $(-3f + 4g)'(2)$  کدام است؟  
 $(-3f + 4g)'(2) = -3f'(2) + 4g'(2) = -3(-3) + 4(4) = 25$

نمونه تست: با توجه به شکل زیر اگر  $k(x) = f(x)g(x)$  باشد،  $k'(2)$  کدام است (مشابه تمرین کتاب).  
 حل: ابتدا ضابطه هر کدام را به دست می آوریم.



$f(x) = -x + 4$  و  $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$

$f'(x) = -1$ ،  $f(2) = 2$ ،  $g'(x) = \frac{1}{3}$  و  $g(2) = \frac{5}{3}$   
 $k'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) \rightarrow k'(2) = -1 \times \frac{5}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = -1$

نمونه تست: در تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$  در  $x=1$  حد درجه ۲ حول  $f(1)$  است.  
 حل:  $f(x) = \sqrt{u} \rightarrow f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$  و  $u(1) = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1 \rightarrow f'(1) = \frac{v}{14} = \frac{v}{14}$   
 $u = \frac{4x+5}{x+3} \rightarrow u' = \frac{f(2) - 5(1)}{(x+3)^2} = \frac{v}{(x+3)^2} \xrightarrow{x=1} \frac{v}{14}$

کمالی ششم: احتمال مربوط به ۲ تاس

گسترده بحث در شاخه احتمال بسیار بالاست  
ولی درین این همه شاخه و برگ، سوالات مربوط به احتمال دو تاس خنثی  
خودنمایی می کنند. بنابراین برابر اصل نیز نگاه کن سوال مربوط به دو تاس خنثی  
سوالات کنکور می تواند باشد.

مهندس یاسین سپهر

نکات شصت و پنج این قالب:

نکته ۱: هرگاه دو تاس را با هم پرتاب کنیم یا یک تاس را دو بار پرتاب کنیم  
 $n(s) = 36$  به ۶ روش تاس ها هم پرتاب می شود.  
نکته ۲: در پرتاب ۲ تاس داریم:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

نکته ۳: در پرتاب ۲ تاس اگر مجموع احتمال مجموع  $x$  با احتمال مجموع  $y$  برابر شود  $14 = x + y$

تعداد تفاضل	۰	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد حالات	۴	۱۰	۸	۶	۴	۲

نکته ۴:

غول نت: احتمال این که در پرتاب دو تاس، قدر مطلق تفاضل دو عدد اولی  
۲ یا ۳ باشد کدام است؟

$$\text{حل: } P(2 \text{ یا } 3) = P(2) + P(3) = \frac{8}{36} + \frac{4}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

غول نت: در پرتاب دو تاس با هم احتمال آن که مجموع دو عدد اولی مضرب  
۴ باشد کدام است؟ (تجربی ۹۷)

$$P(4 \text{ مضرب}) = P(4) + P(8) + P(12) = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

قالب هفتم: کب و هوره  
بسیار از شرفها بسیار هم و پرتکرار احوال، کب و هوره  
یا جعبه دوش می باشد که در بسیاری از مدل ها از این بحث سوال داشته ایم

نکته های ش حفظ این قالب

نکته ۱: روش های برداشتن k هوره از کب صورتی n هوره

به صورت یکجا  $n(s) = \binom{n}{k}$

به صورت پی در پی با جایگزینی  $n(s) = n^k$

بدون جایگزینی  $n(s) = n(n-1) \dots (n-k+1)$

نکته ۲: بر طبق مدل آفند یوسیا اگر هوره ای را از کب خارج کنیم و بدون نگاه کردن به رنگ آن، آن را کنار بگذاریم این حرکت در حل سوال بی تاثیر است و به اثر در مورد رنگ هوره ای صحبت کنده است ما هم آن را در سوال وضاحت نمی دهیم

ظرف است: در جعبه ای ۷ هوره سفید، ۵ هوره سیاه و ۲ هوره قرمز وجود دارد. ۴ هوره به تعداد از جعبه بیرون می آوریم به کدام احوال کب هوره قرمز و حداقل ۲ هوره سفید خارج شده است؟ (تجربی ضرایب ۹۴)

حل: اگر در سوالی به نحوه خارج کردن هوره ها اشاره نکرده ایم به این معنی

$P(\text{یک قرمز و ۳ سفید}) + P(\text{دو قرمز و ۲ سفید و یک سیاه}) = P(\text{یک قرمز و حداقل ۲ سفید})$

$= \frac{1}{\binom{14}{4}} \left( \binom{7}{3} \binom{2}{1} + \binom{7}{2} \binom{2}{2} \right) = \frac{40}{143}$



**قالب هشتم: معادله درجه ۲** درباره اهمیت و جایگاه ویژه معادله درجه ۲ هر چه قدر محکم کنیم باز هم کم نیست. این بحث که در کتاب ۹ ریاضی ادبی ۲ مباحث ۹.۱ و ۹.۲ است آن قدر مورد غنبت طراحان کنکور است که صبی کتاب و تدریس است که اصل هم از این بحث جدا تن سوال طرح شود.

نکته های مفید در این قالب

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

نکته ۱: اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند:

$$1) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \quad 2) \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

نکته ۲: هر مثبت  $\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow$  ریشه های مثبت  $\left\{ \begin{matrix} \frac{c}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{matrix} \right. \Rightarrow$  هر منفی  $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow$  ریشه های غیر مثبت

نکته ۳: در حالتی که  $\frac{c}{a} < 0$  باشد ریشه های معادله از هر طرف عبور خواهد کرد.

نکته ۴: در حالتی که  $\Delta < 0$  باشد ریشه های معادله از ۲ ناحیه عبور خواهد کرد.

**نمونه تست:** به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $x^2 + (m-2)x + m+1 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی مثبت است؟ (تجربی ضریح ۹۷)

- (۱)  $-1 < m < 0$  (۲)  $m < 0$  (۳)  $2 < m < 8$  (۴)  $m > 8$

حل: باید هر سه شرط  $\Delta > 0$ ،  $\frac{c}{a} > 0$  و  $-\frac{b}{a} > 0$  برقرار باشد.

۱)  $\Delta = m^2 - 8m > 0 \Rightarrow (-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$  ①

۲)  $\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m+1}{1} > 0 \Rightarrow m > -1$  ②

۳)  $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow -\frac{m-2}{1} > 0 \Rightarrow m < 2$  ③

①  $\cap$  ②  $\cap$  ③ =  $(-1, 8)$

نیزه ا

مهندس یاسین سپهر

**قالب مهم: نامعادله** بحث مربوط به نامعادله در این مبحث به صورت مختلف از جمله تعیین محدث معادله درجه ۲، نامعادلات قدر مطلق، نامعادلات توان و همچنین نامعادلات گویا آورده شده است. اکثر سوالات مربوط به این بحث با استفاده از عدد گذاری به سادگی قابل حل هستند.

مهندس یاسین سپهر

نکته ۱: مشخص این قالب

نکته ۱: معادله درجه دوم در صورتی که در درجه حقیقی و متمایز داشته باشد؟ در این صورت آن مختلف محدث فریب  $x^2$  خواهد بود. ولی طرفین را هم معادله خواهد بود.

نکته ۲: در معادله درجه دوم اگر  $\Delta < 0$  و  $a < 0$  باشد هیچ همواره منفی یعنی همواره زیر محور  $x$  خواهد بود. در معادله درجه دوم اگر  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  باشد هیچ همواره مثبت خواهد بود.

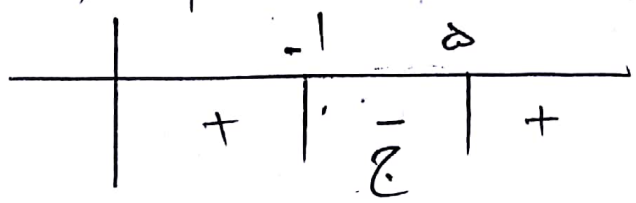
نکته ۳:  $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$  و  $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a$  یا  $x \leq -a$

نمونه تست: مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$  کدام است؟ (تجربه ۹۶)  
(۱)  $x < \frac{1}{4}$  (۲)  $x < 3$  (۳)  $-\frac{1}{3} < x < 3$  (۴)  $\frac{1}{4} < x < 3$

حل: نادرست  $1 < -2 < 3$   $\Rightarrow -1 < -\frac{4}{2} < 3$   $\Rightarrow x=1$   
بین گزینه های ۲ و ۳ هر سه ضرب می شوند. گزینه ۲ جواب است.

نمونه تست: اگر  $f(x) = x^2 + x - 2$  و  $g(x) = \frac{1}{x-3}$  مجموعه طول نقاط که متعلق به  $f \circ g$  زیر محور  $x$  قرار نگیرد کدام است؟ (تجربه ۹۸)

حل:  $f \circ g(x) = (\frac{1}{x-3})^2 + \frac{1}{x-3} - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 5$



قالب دهم: تابع مرکب در فصل اول ریاضی ۳ مورد بحث قرار گرفته و تقریباً هر سال از این بحث در کنکور سوال پرسیده شده است. شافری هم این قالب عبرت انداز و دافعه تابع مرکب، منطبق جدول و همچنین زوج مرتب

مهندس یاسین سپهر

نکته های شافری این قالب

نکته ۱: در مورد دافعه همیشه ضابطه تابع مرکب می توانیم از عددگذاری استفاده کنیم.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

نکته ۲:

مخول است: اگر  $f(x) = 4x^2 - 14x + 13$  و  $g(x) = x^2 - x + 3$  (۱)  $x^2 - 2x - 1$  (۲)  $x^2 - 2x + 1$  (۳)  $x^2 - x + 1$  (۴) (تجزیه ۹۷)

حل: پس گزینه ۴ درست است.  $f(-3) = 13$  :  $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 0$

مخول است: اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  و  $g = \{(1, 2), (5, 4), (4, 5), (2, 3)\}$  و  $g(f(a)) = 5$  (تجزیه ۹۱)  $a$  عدد کدام است؟

حل:  $g(4) = 5 \Rightarrow f(a) = 4 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 4 \Rightarrow a = 4$

مخول است: اگر  $f(x) = 2x + 1$  و  $g(x) = x - 1$  ضابطه  $f \circ g^{-1}$  را

حل: ابتدا واردين  $g$  را بدست می آوریم:

$$g = x - 1 \Rightarrow x = g + 1$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = x + 1 \Rightarrow f \circ g^{-1}(x) = f(g^{-1}(x)) = 2(x + 1) + 1 = 2x + 3$$

قالب یازدهم: معادلات لگاریتمی  
 هر چند که در کتاب درس فوق این صفحه  
 به این بحث اختصاص داده شده است ولی این بحث همواره مورد توجه قرار  
 نگذرد.

مهندس یاسین سپهر

نکته های مهم در خصوص این قالب

$$\log_a x = y \iff x = a^y$$

نکته ۱:

$$\log_a x = \log_a y \implies x = y$$

نکته ۲:

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

نکته ۳:

$$\log_a a^n = n \log_a a$$

نکته ۴:

$$a^{\log_a b} = b$$

نکته ۵:

غویان است: از دو معادله  $2^{x-y} \cdot x^2 = 1$  و  $2^{x+y} = 1$  (نمونه ۹۶)

مقدار  $y$  کدام است؟

$$2^{x-y} \cdot x^2 = 2^{x+y} \implies 2^{x-y} \cdot x^2 = 2^{x+y} \implies 2^{x-y} \cdot x^2 = 2^{x+y} \implies 2^{x-y} \cdot x^2 = 2^{x+y}$$

$$\implies \boxed{3x + 2y = 7} \quad (1)$$

$$\log y = 2 \log 3 + \log x = \log 9 + \log x = \log 9x$$

$$\implies \boxed{y = 9x} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \implies x = \frac{1}{3}, y = 3$$

**قالب دوازدهم: آهنگ های تغییر**  
 هر چند در این مکی در اصل اجزای است  
 به این بحث در طرازی سوالات کنکور می توهمی؟ است و آن هم تیر به دلیل  
 کثرت مباحث نظام قدیم و جدید در کتاب نظام جدید با توجه به حذف تعدادی از  
 مباحث مهم، انتظار می رود اصل سوالات از این بحث داشته باشیم.

**مهندس یاسین سپهر**

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

نکته ۱: آهنگ متوسط تغییر در بازه  $[a, b]$ :

نکته ۲: آهنگ لحظاتی در نقطه  $a$  همان مشتق تابع در نقطه  $a$  است.

نکته ۳: آهنگ لحظاتی همان سرعت لحظاتی حرکت است.

**نمونه تست:** در تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به  
 تغییر  $x$ ، در نقطه  $x=1$  با ضریب تغییر  $1/21$  از آهنگ لحظاتی تابع در این نقطه  
 چقدر کمتر است؟ (تجربی ۹۴)

سایت کنکور

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1 + 1/21) - f(1)}{1/21}$$

حل:

$$= \frac{\sqrt{1,21} - \sqrt{1}}{1/21} = \frac{1,1 - 1}{1/21} = \frac{10}{21}$$

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$\text{جواب: } \frac{1}{2} - \frac{10}{21} = \frac{1}{42}$$

نکته ۴: آهنگ تغییر متوسط تابع درجه ۲،  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در بازه  
 $[a, b]$  آهنگ لحظاتی تابع در نقطه میانی بازه یعنی  $[a, b]$  برابر است  
 توجه داشته باشید در تمرین ۴ صفحه ۱۰۰ با استفاده از نکته فوقون حل می شود  
 یکی از تمرینات خوب کتاب ریاضی ۳ می باشد.

فالسزدهم: تابع دو ضابطه ای در مجموعی  
 در آن صدق کنه تابع دو ضابطه ای به همراه کنه در مجموعی وجود نداشته باشه  
 کنه از این گونه از توابع در بحث پیوستگی و سوال دیگر در بحث مشتق پذیری مطرح هود.

نکته هشتاد و نهم: فصل این فالسزدهم

نکته ۱: اگر سوالی در مورد پیوستگی مطرح شه فقط کافی است شرط تساوی صدق تابع  
 با مقدمه تابع را بررسی کنیم.

مهندس یاسین سپهر

نکته ۲: در صورتی که سوال در مورد مشتق پذیری مطرح شه علاوه بر شرط فون به پیوستگی  
 تساوی مشتق را هم در نظر بگیریم.

نکته ۳: اکثر توابعی که در این گونه از سوالات می خواهیم حد آن را پیدا کنیم به  
 حالت  $\frac{0}{0}$  می رسیم که برای رفع ابهام از قاعده هوسپتال استفاده می کنیم.

عنوان تست: اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax+3 & ; x < 1 \\ x^2+ax & ; x > 1 \end{cases}$  فقط  $x=1$  پیوستگی داشته باشد  
 $f(-\frac{3}{2})$  کدام است؟ (تجربی ضریب ۹۷)

حل: در توابع به این شکل فقط کافی است عدد پارامتر را در هر دو ضابطه جایگزین کنیم  
 $\sqrt{a(1)+3} = (1)^2 + a(1) \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(-\frac{3}{2}) = \sqrt{-\frac{3}{2} + 3} = \frac{1}{2}$   
 عنوان تست: اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx+4 & ; x > -2 \\ x^3-x & ; x < -2 \end{cases}$  هزاره مشتق پذیر باشد  $f(1)$  کدام است؟

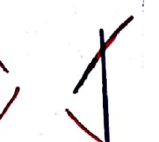
حل:  $a(-2)^2 + b(-2) + 4 = (-2)^3 - (-2) \Rightarrow 4a - 2b = -10$   
 شرط پیوستگی:  $f_+(-2) = f_-(-2) \Rightarrow 2a(-2) + b = 3(-2)^2 - 1 \Rightarrow -4a + b = 11$   
 شرط مشتق پذیری:  $f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow 2a(-2) + b = 3(-2)^2 - 1 \Rightarrow -4a + b = 11$   
 $\Rightarrow a = -3, b = -1$  و  $f(1) = a + b + 4 = 0$

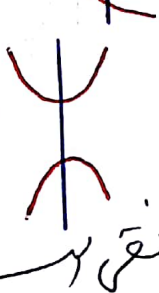
**قالب چهاردهم: نمودار توابع مثلثاتی**  
 با توجه به این که در دو سال است سرهم به این بحث پرداخته ایم، و همچنین با توجه به تغییر نحوه بیان مطالب نسبت به کتاب نظام قدیم و نیز فقدان برخی از نمودارها، تصمیم گرفتیم در کتاب حاضر این مطالب را در دو فصل قرار دهیم.  
 نکات و حواشی این قالب

مهندس یاسین سپهر

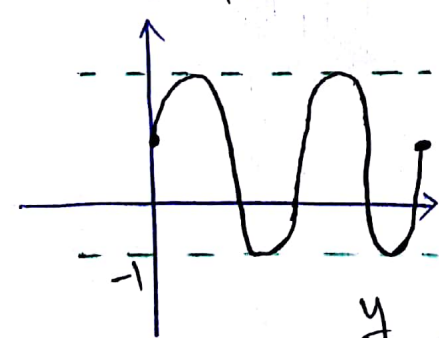
نکته ۱: دوره تناوب توابع  $y = a \sin bx$  و  $y = a \cos bx$  برابر  $\frac{2\pi}{|b|}$  است.

نکته ۲: در توابع به صورت  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$  بیشترین مقدار  $|a| + c$  و کمترین مقدار  $-|a| + c$  است.

نکته ۳: نمودار توابع  $y = a \sin bx + c$  به یکی از صورت‌ها  عبور می‌کند.

نکته ۴: نمودار توابع  $y = a \cos bx + c$  به یکی از صورت‌ها  عبور می‌کند. یعنی خط‌های در نقطه‌های  $y = c$  و  $y = c + a$  قطع می‌شود.

غول است: شکل زیر نمودار  $y = 1 + a \sin(b\pi x)$  در بازه  $(0, \frac{4}{3})$  است. حاصل  $a + b$  کدام است؟ (پیش فرض  $a > 0$ )



حل: تابع در بازه فوق دوره تناوب کامل است.  
 $2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = 3$

$y_{min} = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2$

بنابراین شکل نمودار  $a$  و  $b$  هر دو هم علامت هستند پس:

$a + b = 5$  یا  $a + b = -5$

قالب یازدهم: تعبیر هندس مشتق در کتاب های نظام جدید علی الخصوص ریاضی ۳

معمولاً توابع و استفاده از شکل ها بسیار پررنگ شده است و تمرینات و مثال های ایده دار هم در کتاب ها آورده شده است. هر تمرینات صفحه ۷۵ و ۷۶ ریاضی ۳ هر کدام به تنهایی می توانستند یک سوال کنکور ارسال باشند.

مهندس یاسین سپهر

نکته های حفظ این قالب

نکته ۱: تعبیر هندس مشتق در نقطه  $x=a$  حول نقطه  $f(a)$  می باشد.

نکته ۲: مشتق راست یعنی  $f'_+(a)$  نیم راست می باشد.

نکته ۳: مشتق چپ یعنی  $f'_-(a)$  نیم چپ می باشد.

نکته ۴: اگر مشتق تابع در یک نقطه بر خلاف هر دو تابع در آن نقطه "مائل قائم" دارد. مانند تابع  $y = \sqrt{x}$  در نقطه  $x=0$ .

نکته ۵: نقطه گوشه ای، نقطه ای است که مشتق چپ و راست هر دو موجود ولی نابرابر و یا یکی عدد دیگری بر خلاف است.

نمون تست: خط مائل بر تابع  $y = \frac{4}{x}$  در نقطه ای به طول ۴ ولجع بر آن محور طول ها دارد. نقطه ای قطع می کند.  
 $y(4) = 1$  و  $y'(4) = -\frac{1}{4}$   $\rightarrow y = -\frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow x = 8$   
 $y' = -\frac{4}{x^2}$

با آرزوی توفیق برای همه دانش آموزان عزیزم

~~یاسین سپهر~~  
۹۸, ۳, ۲۵