



سوال

اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

پاسخ: گزینه ۱

$$\textcircled{I} \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\sqrt{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{|\cos x|}} = \frac{\sin x}{\cancel{\cos x}} = -\sin x$$

$$\textcircled{II} \frac{1}{\sin x} - \sin x = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} = \frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{I} \\ \textcircled{II} \end{array} \right\} (-\sin x) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\cos^2 x$$

معادلات

گویا

سخت

پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۲٫۵ (۳) ۱۳٫۵ (۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

$$x = vt \rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$\text{سرعت رفت در جهت باد} = v_{\text{پرنده}} + v_{\text{باد}} = v + 5 \rightarrow t_{\text{رفت}} = \frac{1}{v+5}$$

$$\text{سرعت برگشت در خلاف جهت باد} = v_{\text{پرنده}} - v_{\text{باد}} = v - 5 \rightarrow t_{\text{برگشت}} = \frac{1}{v-5}$$

$$\frac{1}{v-5} + \frac{1}{v+5} = \frac{9}{60} \quad (v=15) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$$

نامعادلات

گویا

آسان

مجموعه جواب نامعادله $\frac{yx-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(-4, 2) \cup (2, 1)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\sqrt{yx-8}}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0 \rightarrow \frac{\sqrt{yx-8} - x(x+1)}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\frac{-x^2+4x-8}{(x-2)(x+1)} > 0$$

\swarrow \searrow
 $x=2$ $x=-1$

$$-x^2+4x-8=0 \rightarrow x^2-4x+8=0 \quad (x-2)(x-4)=0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

	-1	2	4	
صورت	-	-	+	+
عزم	+	+	-	-
$P > 0$	-	+	+	-

$$(2, 4) \cup (4, 2)$$



۴. از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

(۱) ۱۳۵ (۲) ۲۷۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۶۴۰

پاسخ: گزینه ۴

$$\binom{10}{5} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 420$$

یک نفر از مدرسه اول
 یک نفر از مدرسه دوم
 یک نفر از مدرسه سوم
 یک نفر از مدرسه چهارم
 یک نفر از مدرسه پنجم

۵. اگر $1 = 2a + \sqrt{3a+16}$ باشد، عدد $4a+9$ ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{3a+16} = 1-2a \quad \text{توان ۲} \rightarrow 3a+16 = 1-4a+4a^2$$

$$4a^2 - 7a - 15 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4(-40) = 219$$

$$a = \frac{7 \pm \sqrt{219}}{8}$$

چون * رامنفرینه

تغییر $a = \frac{7+17}{8} = \frac{24}{8} = 3$

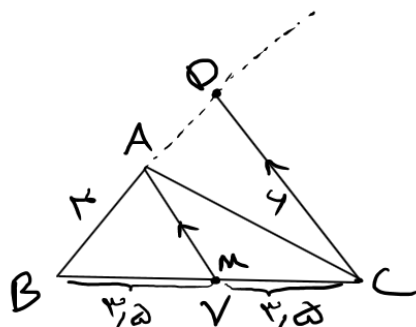
و $a = \frac{7-17}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}$

$$4a+9 = 4\left(-\frac{5}{4}\right) + 9 = 4$$

۶. در مثلث ABC، اضلاع $AB=4$ و $AC=6$ و $BC=7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD، کدام است؟

(۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) $8/5$ (۴) ۹

پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AM}{CD} = \frac{BM}{MC} = \frac{3.5}{3.5} = 1$$

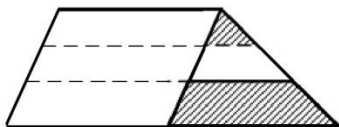
$$BD = AB = 4$$



هندسه

متوسط

یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده، کدام است؟



$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

$\frac{AB}{AD} = \frac{BG}{DE} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{قضیه}} DE = 3BG$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{BG}{CF} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{قضیه}} CF = 2BG$

مساحت $S_{ABG} = \frac{1}{2} \times BG \times h$
 مساحت $S_{COEF} = \frac{1}{2} \times (2BG + 3BG) \times h = \frac{5}{2} BG \times h$

$\frac{S_{ABG}}{S_{COEF}} = \frac{\frac{1}{2} \times BG \times h}{\frac{5}{2} \times BG \times h} = \frac{1}{5}$

هندسه

آسان

در مستطیل ABCD به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{7}{15} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{15} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$IV^2 = 15 \times BD \rightarrow AC = \frac{219}{15}$
 $\frac{219}{15} - 19 = \frac{4}{15}$

مثلثات

متوسط

اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$0,48 \quad (4)$$

$$0,27 \quad (3)$$

$$-0,52 \quad (2)$$

$$-1,23 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \quad r^2 = x^2 + y^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow r = 5 \quad \begin{cases} \sin \alpha = -\frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

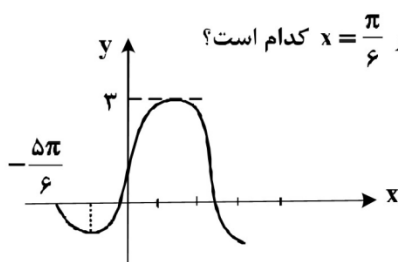
$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$(\cos \alpha)(-\sin \alpha) + \cot \alpha = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4} = \frac{-12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$



مثلاث

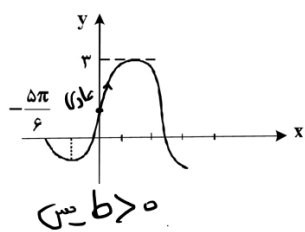
متوسط



شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{4} - x)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- ۱) ۱.۵
۲) ۲
۳) ۲.۵
۴) $1 + \sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲



$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{4} - x)$$

$$y = a + b \sin x \rightarrow y_{\max} = a + b = 3$$

$$(-\frac{5\pi}{6}, 0) \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 0 = a + b \sin(-\frac{5\pi}{6})$$

$$\xrightarrow{x^2} 0 = 2a - b$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{خطی سوال } y = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + 1 = 2$$

لگاریتم و

نمایی

متوسط

اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_4(x-2)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$3^{x^2-2} = 81^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Delta = 14 - 4(-2) = 24$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 2 \pm \sqrt{6}$$

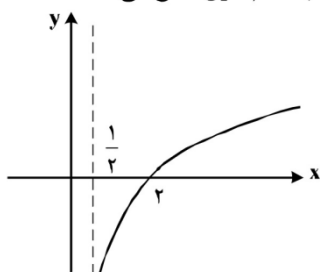
بسیار مناسب افش می کند

$$\log_4(x-2) = \log_4(2 + \sqrt{6} - 2) = \log_4 \sqrt{6} = \frac{1}{4}$$

نمودار

لگاریتمی

متوسط



شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b(2x + a)$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

پاسخ: گزینه ۲



$y = -1 + \log_b(2x+a)$
 دانه (دو) شکل $x > \frac{1}{2}$ (I)
 دامنه (دو) صابطه $2x+a > 0$
 $x > \frac{-a}{2}$ (II)
 طبق I و II؛ $-\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow a = -1$

$(2, 0) \Rightarrow 0 = -1 + \log_b(2 \cdot 2 - 1) \Rightarrow \log_b 3 = 1 \rightarrow b = 3$

$y = -1 + \log_3(2x-1) \Rightarrow \log_3(2x-1) = 2$
 $2x-1 = 3^2 = 9$
 $2x = 10$
 $x = 5$

پیوستگی
آسان

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2|x-2|} & ; x \neq 2 \\ 2 & ; x = 2 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در $x=2$ چگونه است؟

- (۱) از چپ پیوسته
- (۲) پیوسته
- (۳) از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته
- (۴) از راست پیوسته

پاسخ: گزینه ۴

$f(2) = 2$ عدد صحیح

از راست پیوسته است $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{2|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = \frac{4}{2} = 2$

از چپ ناپیوسته است $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{2|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{-2(x-2)} = \frac{4}{-2} = -2$

احتمال
سخت

احتمال موفقیت فردی، در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو، $\frac{7}{9}$ است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{4}{9}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

$P(A) = x$ مستقل

$P(B) = 2x$ احتمال فرزند ز نظر که هویت پدر درشش PA باشد

$P(A \cup B) = \frac{7}{9} = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

$\frac{7}{9} = x + 2x - 2x^2 \rightarrow 2x^2 - 3x + \frac{7}{9} = 0$
 $\Delta = 9 - 4 \left(\frac{14}{9}\right) = 9 - \frac{56}{9} = \frac{25}{9}$
 $x = \frac{3 \pm \frac{5}{3}}{4} = \frac{4 \pm \frac{5}{3}}{4}$

در نهایت $P(B) = 2x = 2\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3}$



<p>آمار متوسط</p>	<p>۱۵. نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟ A (۱) B (۲) ۳) یکسان ۴) اظهار نظر نمی توان کرد.</p> <p>پاسخ: گزینه ۱</p> <p>A: ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶ → $\bar{x} = \frac{70}{5} = 14 \rightarrow \sigma^2 = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$ $CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{14} = \frac{14}{14} = 1$</p> <p>B: ۱۱/۵, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶ → $\bar{x} = \frac{72.5}{5} = 14.5 \rightarrow \sigma^2 = \frac{9+2+1+2+4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$ $CV_B = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{3.6}}{14.5} = \frac{1.9}{14.5} \approx \frac{19}{145} = \frac{13}{10}$</p> <p>چون $CV_A < CV_B$ پس دقت A بیشتر از B است</p>
<p>قدر مطلق متوسط</p>	<p>۱۶. تابع با ضابطه $f(x) = x+1 - x-2$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟ A) $(-\infty, 2)$ B) $(-1, +\infty)$ C) $(-1, 2)$ D) $(2, +\infty)$</p> <p>پاسخ: گزینه ۲</p> <p>$f(x) = x+1 - x-2$ نقاط گسسته: $x = -1$ و $x = 2$ $y = -3$ و $y = 3$</p>
<p>مثلثات متوسط</p>	<p>۱۷. جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟ A) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ B) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ C) $k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ D) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$</p> <p>پاسخ: گزینه ۲</p> <p>$\cos 3x = -\cos x = \cos(\pi - x) \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (ق ق)</p> <p>$\cos 3x = -\cos x = \cos(\pi - x) \rightarrow 3x = 2k\pi - (\pi - x) \rightarrow 4x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ (غ ق ق)</p> <p>چون $\cos x \neq 0$ پس $\cos x = 0$ مره بشود و خلاف شرط اول سوال است</p>

حد
آسان

حد عبارت $\frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ وقتی $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}(3x+2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3}{10x - 18} = \frac{-(1)^{-\frac{1}{2}}}{2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

مربوط: $(1)^{-\frac{1}{2}} = (2^0)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

حد
متوسط

در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

(۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0} = -\infty$$

حد
آسان

اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3

پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} = \frac{x - |2x|}{x} = \frac{x - (-2x)}{x} = \frac{3x}{x} = 3$$

مشتق
متوسط

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

پاسخ: گزینه ۳



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{k}+h) - f(\frac{1}{k})}{h} = f'(\frac{1}{k}) \quad \text{خلاصه سوال}$$

$$f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{(-1)(\sqrt{x}) - (-x-1)(\frac{1}{2\sqrt{x}})}{(\sqrt{x})^2} \xrightarrow{x=\frac{1}{k}} f'(\frac{1}{k}) = \frac{(-1)(\frac{1}{k}) - (-\frac{1}{k}-1)(\frac{1}{2})(\frac{1}{k})}{\frac{1}{k}}$$

$$f'(\frac{1}{k}) = \frac{-\frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{k}}{\frac{1}{k}} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k}} = 1$$

مشتق
متوسط

در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^2 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

شرط پیوستگی در $x=2$ $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a+b} \\ -12+4 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2a+b} = -8 \rightarrow 2a+b=2$ *

شرط برابر شدن مشتق در $x=2$ $\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{-1(a)}{(a+b)^2} \xrightarrow{x=2} \frac{-1a}{(2a+b)^2} = \frac{-1a}{(2)^2} = \frac{-1a}{4} = -2a \\ -2x^2+4 \xrightarrow{x=2} -12+4 = -8 \end{cases}$

$-2a = -8 \rightarrow a = 4$

مشتق
متوسط

مشتق تابع $f(x) = x^3 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = x^3 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}} \rightarrow f'(x) = (1) \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}} + x^3 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{3x+1}{x+2} \right)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{4-1}{(x+2)^2} \right)$$

$$x=-3 \rightarrow f'(-3) = (1)(2) + (-3)^3 \left(\frac{1}{2} (1)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} \right) = 2 - \frac{27}{2} = \frac{4-27}{2} = \frac{-23}{2}$$

حداکثر $\frac{-\frac{23}{2}}{1} = \frac{-23}{2} = \frac{1}{2}$

مشتق
متوسط

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای

منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

$-0,5$ (۴) -1 (۳) $-1,5$ (۲) -2 (۱)

پاسخ: گزینه ۲



$x=0 \rightarrow y=-5$
 $x=1 \rightarrow y=3$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-5)}{1 - 0} = \frac{8}{1} = 8$

$f(x) = \frac{8x - 5}{x + 1} \rightarrow f'(x) = \frac{8 - (-5)}{(x+1)^2} = \frac{13}{(x+1)^2} = 1$

$(x+1)^2 = 13 \rightarrow x+1 = \sqrt{13} \rightarrow x = \sqrt{13} - 1$
 $x+1 = -\sqrt{13} \rightarrow x = -\sqrt{13} - 1$

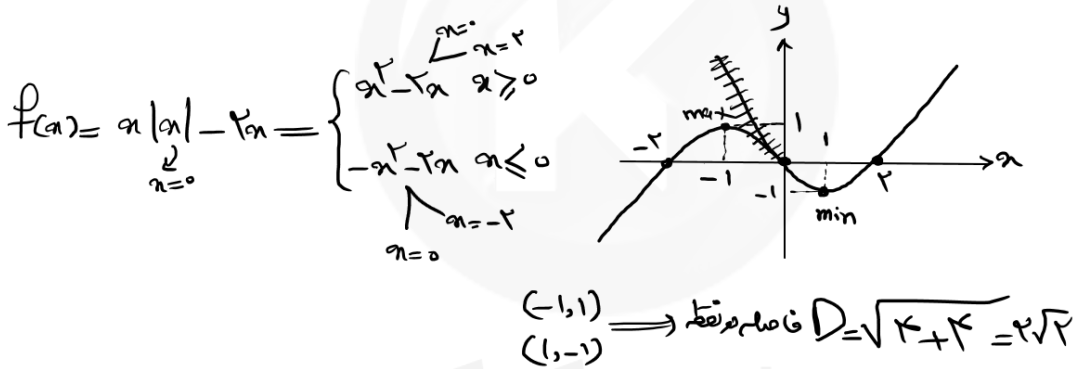
$x=0 \rightarrow y = -2 + 1 = -1$

کاربرد
مشتق
متوسط

۲۵ در تابع با ضابطه $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطهٔ ماکسیمم نسبی و می نیمم نسبی آن، کدام است؟

- ۴ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

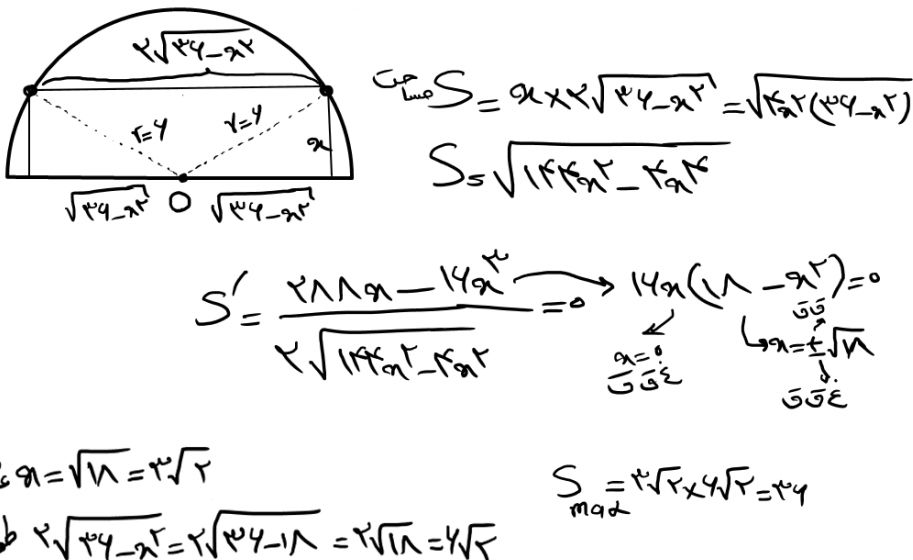


کاربرد
مشتق
متوسط

۲۶ بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم دایره باشد، کدام است؟

- ۲۶ (۴) ۲۷ (۳) ۲۴ (۲) ۱۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



مقاطع
مخروطی
متوسط

۲۷. نقطه $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می کند؟

$$-1 \pm \sqrt{3} \quad (4) \quad -1 \pm \sqrt{2} \quad (3) \quad 2, -4 \quad (2) \quad 3, -5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

نام نقطه از خط $2x - 3y + 1 = 0$ $\Rightarrow D = \frac{|-2 - 12 + 1|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$

$$r^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{13})^2 = 7 + 13 = 20$$

$$\text{معادله دایره } (x+1)^2 + (y-4)^2 = 20 \xrightarrow{y=2} (x+1)^2 = 14 \rightarrow \begin{cases} x+1=4 \rightarrow x=3 \\ x+1=-4 \rightarrow x=-5 \end{cases}$$

کاربرد
مشق
متوسط

۲۸. فاصله نقطه تلاقی مجانب های نمودار تابع $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ ، از نقطه $(2, -1)$ ، کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad \sqrt{5} \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x + 5} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} x + \left| x + \frac{2}{2(x)} \right|$$

جانب راست $x + x + 1 = 2x + 1$
جانب چپ $x - x - 1 = -1$

$$y = 2x + 1 \xrightarrow{\text{تلاقی}} 2x + 1 = -1 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = -1$$

$$(-1, -1) \Rightarrow D = 3$$

نام نقطه از خط

مقاطع
مخروطی
متوسط

۲۹. خط گذرا بر کانون سهمی به معادله $3y^2 - 6y + 18x + 10 = 0$ ، و عمود بر محور آن، سهمی را در دو نقطه A و B قطع می کند. طول وتر AB ، کدام است؟

$$6 \quad (4) \quad 5 \quad (3) \quad 3\sqrt{2} \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

در سهمی ها، وتر عمود بر کانون سهمی MN برده و اوله آن برابر $4p$ است.

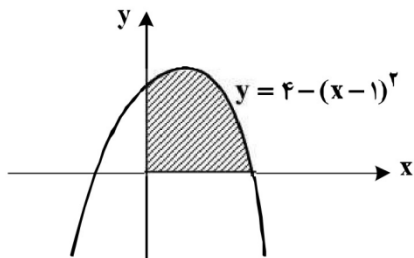
$$3y^2 - 6y = -18x - 10 \xrightarrow{=3} y^2 - 2y = -6x - \frac{10}{3}$$

$$4p = |1 - 6| = 5$$



انتگرال

آسان



در شکل روبه‌رو، مساحت سایه‌زده، کدام است؟

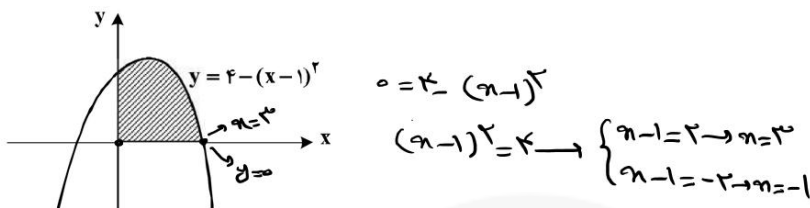
۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{aligned} 0 &= 4 - (x-1)^2 \\ (x-1)^2 &= 4 \rightarrow \begin{cases} x-1=2 \rightarrow x=3 \\ x-1=-2 \rightarrow x=-1 \end{cases} \\ \int_0^3 4 - (x-1)^2 &= 4x - \frac{(x-1)^2}{2} \Big|_0^3 \\ &= \left(12 - \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 12 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 12 \end{aligned}$$

ارزست همپنکو:

انسان ها شکست نمیخورند، بلکه تنها تلاش کردنشان را متوقف می سازند

سایت کنکور

Konkur.in