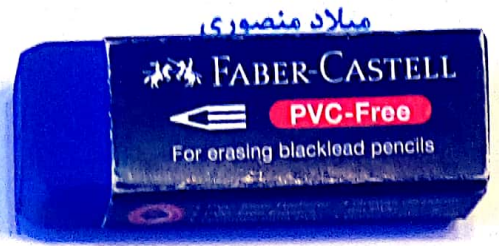
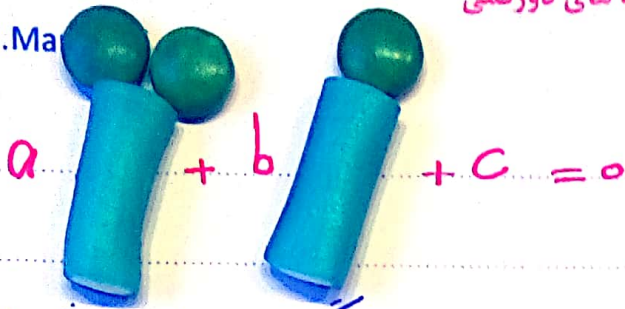


مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی



M.Ma



تابع و معادله درجه ۲

معادله به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ را معادله درجه دوم می گویند. اولین روش حل این معادلات اتحاد جمله مشترک است، در صورتی که این روش دشوار باشد سراغ Δ می رویم.

* روش Δ : در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ تعریف می کنیم: $\Delta = b^2 - 4ac$
در صورتی که $\Delta < 0$ باشد این معادله جواب ندارد.

در صورتی که $\Delta = 0$ باشد، این معادله یک ریشه مضاعف دارد.
در صورتی که $\Delta > 0$ باشد، این معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

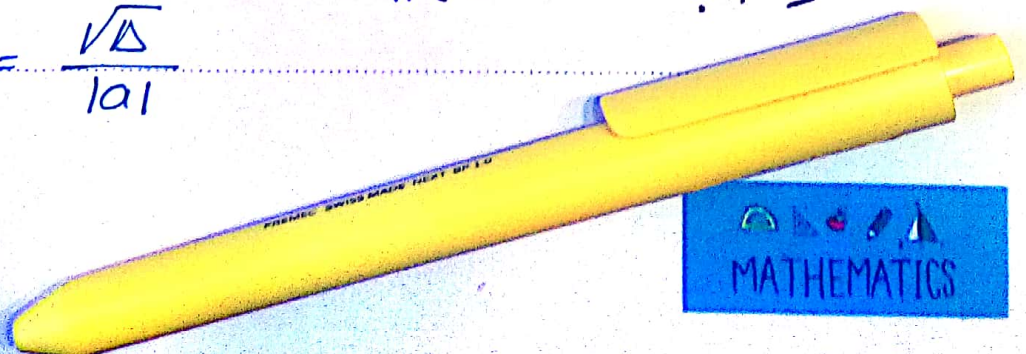
از اینجا به قوانین مهم دیت می رسم که می گوید:

① $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

② $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

③ $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

اگر $\Delta > 0$ باشد آن گاه
* (در قاعده دیت ریشه مضاعف)
* (دو ریشه برابر لحاظ می شود) *



میلاد منصوری

مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri



مثال ۱) بروش حل معادله های زیر دقت کنید:

$$۱) x^2 + 9x + 14 = 0 \rightarrow (x+7)(x+2) = 0 \rightarrow x = -7 \text{ و } x = -2$$

$$۲) x + \sqrt{x} - 2 = 0 \rightarrow (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1) = 0 \rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ غق}$$

$$\sqrt{x} = 1 \checkmark$$

دقت کنید که همواره $a^x > 0$ و $\sqrt[n]{x} \geq 0$ و $|x| \geq 0$ و $x \geq 0$

$$\rightarrow x = 1$$

$$۳) (x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0 \text{ (بهراسری تجربی)}$$

$$(x^2 + x - 12)(x^2 + x - 6) = 0$$

$$(x+4)(x-3)(x+3)(x-2) = 0 \rightarrow x \in \{-4, -3, 2, 3\}$$

$$۴) x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \text{ (بهراسری ریاضی)}$$

$$x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 1} - 1 = 0 \rightarrow (x^2 + x + 1) + \sqrt{x^2 + x + 1} - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x^2 + x + 1} + 2)(\sqrt{x^2 + x + 1} - 1) = 0 \rightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = -2 \text{ غق}$$

$$\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$$

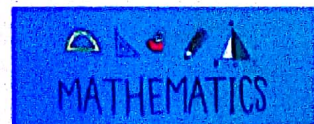
$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = 0, -1$$

$$۵) 4^x - 2^{x+2} + 15 = 0 \text{ (میلاد منصوری)}$$

$$\rightarrow (2^{2x} - 5)(2^{2x} - 3) = 0 \rightarrow 2^{2x} = 5 \text{ ب } 2^{2x} = 3$$

$$x = \log_2 5 \text{ ب } x = \log_2 3$$

Page: 2



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

میلاد منصوری



M.Mansouri

* دسته دو عبارت وارون ضربی داریم، باید با تغییر متغیر به معادله درجه ۲ تبدیل کنیم *
چند مثال از عبارت های وارون ضربی

۱) $(1 + \sqrt{3})^x$ و $(2 - \sqrt{3})^x$ ۲) $\tan x$ و $\cot x$

۳) $\log_a x$ و $\log_a a$ ۴) a^x و a^{-x}

مثال ۲) معادله $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x = \sqrt{8}$ را حل کنید.

* از آنجا که $(\sqrt{2}-1)^x (\sqrt{2}+1)^x = 1$ است، پس دو عبارت وارون ضربی داریم.
به کمک نکته بالا: $(\sqrt{2}+1)^x = T$. وقت کنید همین اول کار شرط مهم $T > 0$
به وجود آید. اینک داریم:

$$T + \frac{1}{T} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \rightarrow T^2 - 2\sqrt{2}T + 1 = 0 \rightarrow$$

$$\Delta = 4 \quad \text{و} \quad T_1 = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \sqrt{2} + 1 \quad \text{و} \quad T_2 = \sqrt{2} - 1$$

چون $T_1, T_2 > 0$ هر دو قابل قبول اند. اینک به کمک T_1 و T_2 معادله را بدست

می آوریم: $(\sqrt{2}+1)^x = (\sqrt{2}+1) \rightarrow x_1 = 1 \checkmark$

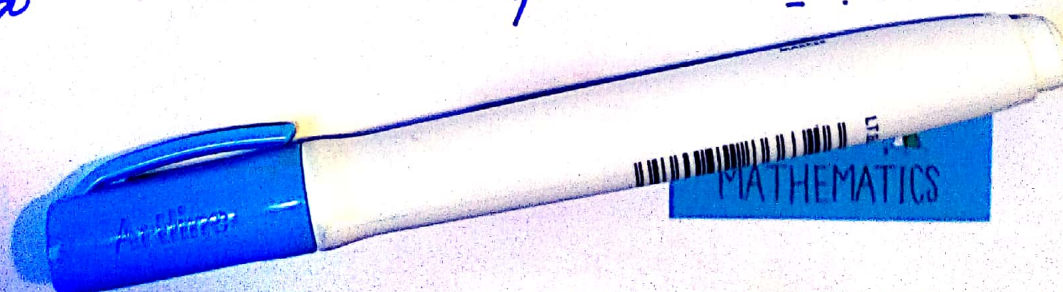
$(\sqrt{2}+1)^x = (\sqrt{2}-1) \rightarrow x_2 = -1 \checkmark$

مثال ۳) معادله $2 \log_3 x + \log_3 9 = 5$ را حل کنید. (میلاد منصوری)

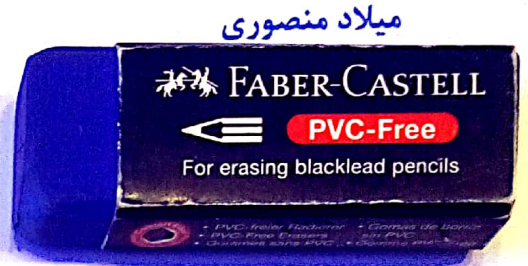
* به علت مشاهده دو عبارت وارون ضربی داریم: $T = \log_3 x$

بنابراین $2 \log_3 x + 2 \log_3 3 = 5 \rightarrow 2T + \frac{2}{T} = 5$

Page: 3



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی



M.Mansouri

حل مستقیم $2T^2 - 5T + 2 = 0 \rightarrow T_1 = \frac{1}{2} \text{ و } T_2 = 2 \rightarrow \log_3 x = \frac{1}{2} \text{ یا } 2$
 $\rightarrow x = \sqrt{3} \text{ یا } 9 \checkmark$

* اینکه بتوانیم معادله ای را حل کنیم بالاترین توانایی در پاسخ به مسائل این فصل است ولی خوشبختانه در مسائل بسیاری، به زحمت کمتری نیاز داریم. یک داوطلب کنگوری باید همواره به یاد داشته باشد که وقتی درباره یکی از ریشه ها اطلاعات داریم، احتمالاً دومی به کمک قاعده ویت قابل محاسبه است.*

مثال ۴) یکی از ریشه های معادله $3x^2 + \left(\frac{k+2}{2}\right)x + 5 = 0$ برابر $\frac{3}{16}$ است. ریشه دیگر را بیابید.

راه اول: راه حل اول سنتی برای این نکته فوق العاده مهم و بدیهی است که ریشه هر معادله ای در خود آن معادله صدق می کند. یعنی داریم:

$$x = \frac{3}{16} \rightarrow 3\left(\frac{3}{16}\right)^2 + \left(\frac{k+2}{2}\right)\left(\frac{3}{16}\right) + 5 = 0$$

$$\frac{27}{256} + \frac{3(k+2)}{64} + 5 = 0 \rightarrow \frac{27 + 24(k+2) + 1280}{256} = 0$$

$$\rightarrow 24k + 1355 = 0 \rightarrow k = -\frac{1355}{24}$$

با قرار دادن مقدار k در معادله اصلی داریم:

۱) $3x^2 + \left(\frac{k+2}{2}\right)x + 5 = 0 \rightarrow 3x^2 - \frac{1355}{48}x + 5 = 0$

و حالا باید ریشه های ۱) را به کمک ۵ حساب کنیم.



میلاذ منصوری

روش خنثی معقولی برا حل یک سمت نبود.
راه دوم: از توانین دوست عزیزان، ویت نگ میگیرم:

$$x_1 = \frac{3}{14} \quad \text{و} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{13} \rightarrow x_2 = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{3}{14}} = \frac{10}{9}$$

اسید دارم همین مثال شما را قانع کند که صرف تسلط بر Δ و تجزیه، با اینکه بسیار با ارزش است، پاسخگوی همه نیازها ایمان نیست.

مثال ۵) از دستگاه $\begin{cases} k^2 + 3k = 5 \\ k'^2 + 3k' = 5 \end{cases}$ مقدار $k + k' + kk'$ را بدست آورید. (مثال به کشور ریاضی - دوره کورتاسه* D)

* دقت کنید! خنثی به این سوال دقت کنید! k و k' دستگاه بالا در واقع در معادله

$$x^2 + 3x - 5 = 0 \quad \text{صوق می کنند. این یعنی } k \text{ و } k' \text{ ریشه های}$$

$$\begin{cases} k + k' = -\frac{b}{a} = -3 \\ kk' = \frac{c}{a} = -5 \end{cases} \rightarrow k + k' + kk' = -8$$

هستند. بنابراین

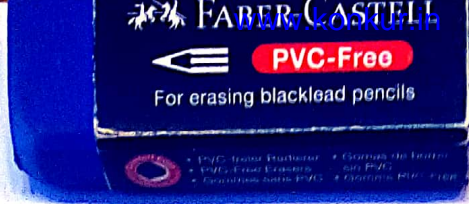
مثال ۶) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، حاصل

$$x_1^3 + x_2^3 \text{ را بدست آورید.}$$

راه اول: از اتحاد مکعب کامل نگ میگیرم

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 1 \rightarrow (x_1 + x_2)^3 = 1 \rightarrow$$

* دوره انقراض دایناسورها



$$x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) = +1 \rightarrow x_1^3 + x_2^3 + 3(-1)(1) = 1$$

$$\rightarrow x_1^3 + x_2^3 = 4 \checkmark$$

راه دوم و بهتر آن است که واقعاً x^3 را از معادله ای که داریم بدست آوریم.

$$x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x^2 = x + 1 \rightarrow x^3 = x^2 + x$$

$$\rightarrow x^3 = (x + 1) + x \rightarrow x^3 = 2x + 1$$

بنابراین:

$$x_1^3 + x_2^3 = (2x_1 + 1) + (2x_2 + 1) = 2(x_1 + x_2) + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4 \checkmark$$

مثال ۷) اگر x و y ریشه ها معادله $x^2 + 5x + 1 = 0$ باشند، حاصل

$\sqrt{(5x_1 - 1)(5x_2 - 1)}$ را بدست آورید.

$$* \text{ همین اول کار دقت کنیم که: } x_1^2 = 5x_1 - 1 \rightarrow 5x_2 - 1 = x_2^2$$

بنابراین:

$$\sqrt{x_1^2(5x_2 - 1)} = \sqrt{x_1^2 x_2^2} = |x_1 x_2| = \left| \frac{c}{a} \right| = 1$$

مثال ۸) در معادله $m x^2 - x - 3 = 0$ حاصل جمع وارون ریشه ها یک واحد کمتر

از دو برابر حاصل ضرب آنها است. m را بیابید. (میلاذ منصورى)



میلاذ منصورى

بدون شرح!

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} &= \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = \boxed{\frac{1}{m}} \\ x_1 x_2 &= \frac{c}{a} = \boxed{-\frac{3}{m}} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{m} = -\frac{3}{m} - 1 \rightarrow \boxed{m = -4} \checkmark$$

مثال 9) اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 8x + b = 0$ باشند، آن گاه مجموع

جوابهای معادله $x^2 - 4x + b + \alpha = 0$ را بدست آورید. (میلاذ منصورى)

* چون $x = \alpha$ ریشه $x^2 - 8x + b = 0$ است، پس $\alpha^2 - 8\alpha + b = 0$

این یعنی $\alpha^2 - 9\alpha + b + \alpha = 0$ پس $x = \alpha$ ریشه معادله

دوم نیز هست. از طرفی بنا بر ویت داریم:

$$x_1 + x_2 = 4 \rightarrow x_2 = 4 - \alpha \quad (1)$$

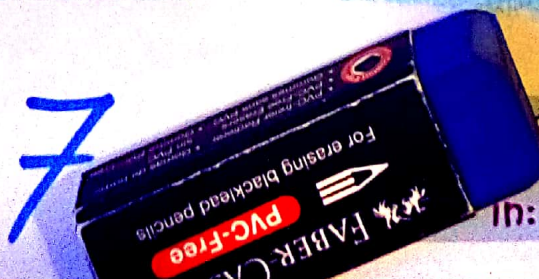
اما از معادله اول داریم $\alpha + \beta = 8$ پس از (1) نتیجه می‌گیریم:

$$x_2 = 4 - \alpha = (8 - \alpha) - 4 = \beta - 4$$

یعنی مجموعه ریشه‌ها می‌شود: $\{\alpha, \beta - 4\}$.

اگر x_1 و x_2 دو عدد حقیقی باشند، آن گاه قرار داد می‌کنیم و

$$S = x_1 + x_2 \quad \text{و} \quad P = x_1 x_2$$



میلاد ه
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

اینک معادله ای که ریشه های آن x_1 و x_2 باشد، به صورت زیر است:

$$* \boxed{x^2 - Sx + P = 0} *$$

مثال ۹) معادله ای بنویسید که ریشه های آن اعداد $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ و $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ باشد.
دقت کنید که طبق اتحاد اول داریم:

$$7 + 4\sqrt{3} = 4 + \sqrt{3}^2 + 2(2\sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} \quad \text{و} \quad \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$S = x_1 + x_2 = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$P = x_1 x_2 = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

معادله مورد نظر:

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

مثال ۱۰) معادله ای بنویسید که ریشه های آن، نصف معکوس ریشه های $2x^2 - x - 5 = 0$ باشد.
فرض کنیم ریشه های $2x^2 - x - 5 = 0$ برای x_1 و x_2 باشد. می خواهیم معادله ای بنویسیم که
ریشه های آن $\frac{1}{2x_1}$ و $\frac{1}{2x_2}$ هستند. یعنی:

$$S = \frac{1}{2x_1} + \frac{1}{2x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 x_2} = \frac{\frac{1}{2}}{-5} = \boxed{-\frac{1}{10}} \quad \text{و} \quad P = \frac{1}{2x_1} \times \frac{1}{2x_2} = \frac{1}{4x_1 x_2} = \boxed{-\frac{1}{10}}$$

Page:

8

$$\boxed{x^2 - Sx + P = x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{10} = 0}$$



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد

طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی

مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

* نکته: فرض کنید x_1 و x_2 ریشه های معادله $f(x) = 0$ باشد. آن گاه ریشه های

معادله $a f(g^{-1}(x)) = 0$ اعداد $g(x_1)$ و $g(x_2)$ هستند. به تابع $g(x)$



تابع اثر ریشه می گوئیم.

مثال ۱۰) معادله ای بنویسید که ریشه های آن از ۳ برابر ریشه های معادله $x^2 - x - 9 = 0$

۲ واحد کمتر باشند. * خواننده می تواند با کمی دقت تشخیص دهد که در این مسئله تابع اثر $g(x) = 3x - 2$

است. بنابراین $g^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x+2)$ و لذا معادله مورد نظر به صورت

$$a f(g^{-1}(x)) = 0 \rightarrow a \left(\frac{1}{9}(x+2)^2 - \frac{1}{3}(x+2) - 9 \right) = 0$$

$$\rightarrow a \left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{9}x - \frac{17}{9} \right) = 0 \xrightarrow{\text{ضرب بر 9}} a(x^2 + x - 17) = 0$$

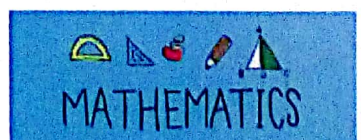
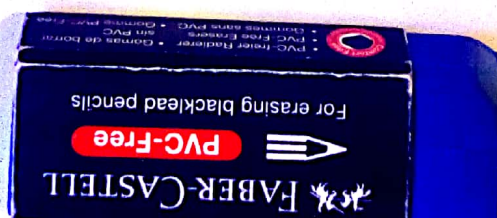
مثال ۱۱) معادله ای بنویسید که ریشه های آن از مجذور ریشه های معادله $x^2 - x - 7 = 0$ یک واحد بیشتر باشند.

* ابتدا دقت کنید که از $x^2 - x - 7 = 0$ بدست می آوریم $x^2 = x + 7$

و این یعنی $x + 8 = x^2 + 1$. پس تابع اثر می شود $g(x) = x^2 + 1 = x + 8$

Page:

9



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی



M.Mansouri

و برابرین $g(x) = x - 1$ در نتیجه :

$$af(g^{-1}(x)) = 0 \rightarrow a((x-1)^2 - (x-1) - 7) = 0$$

$$a(x^2 - 17x + 65) = 0$$

تصوره : مقدار a دلخواه و نامنفراست ، که طراح آن را تعیین می کند. مثلاً در گزینه ها اگر

$2x^2 - 36x + 130$ مشاهده کردید ، به معنای آن است که طراح $a=2$ گرفته

است

تابع درجه ۲ - سهمی

تابع $y = ax^2 + bx + c$ که $a \neq 0$ است را تابع درجه ۲ می گویند.

به کمک مربع کامل کردن می توان مختصات رأس سهمی* را پیدا کرد. رأس را با S نشان

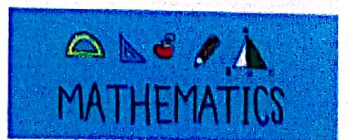
می دهیم و می نویسیم : $S = (x_0, y_0)$

اگر حافظه خوبی دارید ، مختصات رأس از قواعد زیر پیروی می کنند

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \quad \text{و} \quad y_0 = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow \text{مختصات رأس سهمی}$$

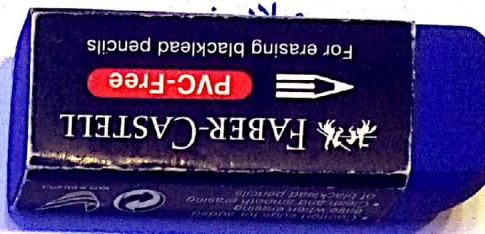
Page: 10

* با خود در تابع درجه ۲ ، سهمی می گویند.



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri



* نقتضای S در هر تابع درجه n ، از اهمیت ویژه ای برخوردار است. ویژگی های اصلی مربوط به S در زیر فهرست شده اند:

(1) Max یا Min تابع درجه n در رأس آن رخ می دهد. برای $a > 0$ ، Min

و برای $a < 0$ ، Max داریم.

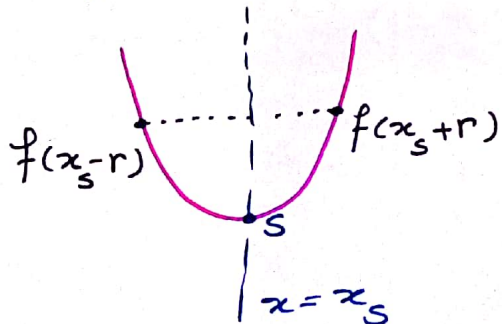
(2) فرض کنید I بازه ای از اعداد حقیقی باشد. شرط لازم و کافی برای اینکه تابع $f(x)$ درجه دوم

در I مینوا یا وارون پذیر باشد، آن است که $x_s \notin I$

(3) تابع درجه n در هر بازه I که $I \subseteq (-\infty, x_s]$ یا $I \subseteq [x_s, \infty)$

است، وارون پذیر است.

(4) $x = x_s$ محور تقارن تابع درجه دوم است. یعنی به ازاء هر عدد حقیقی r



$$f(x_s + r) = f(x_s - r)$$

(5) تنها خط افقی مماس بر سهمی است $y = y_s$

Page:

11



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد

میلاذ منصوری

طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی

مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

* از نکته (۵) نتیجه می گیریم شرط لازم و کافی برای ایندسهی $y = ax^2 + bx + c$ بر محور x ها

محاس باشد، این است که $\Delta = 0$. اگر طول نقطه محاس به باشد، آن گاه:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 \quad \text{و} \quad x_0 = x_0 = -\frac{b}{2a}$$

مثال (۱) اگر نمودار $f(x) = mx + 4$ و $g(x) = 3x^2 + x + n$ در نقطه ای

به طول $x = 3$ بر یکدیگر محاس باشند، m و n را بیابید.

چون دو نمودار $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در $x = 3$ بر یکدیگر محاس اند، پس

نمودار $y = g(x) - f(x)$ در $x = 3$ بر محور x ها محاس است. یعنی

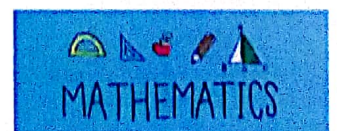
$$g(x) - f(x) = 3x^2 + (1-m)x + n - 4 = 3(x-3)^2$$

$$\rightarrow 3x^2 + (1-m)x + n - 4 = 3x^2 - 18x + 27$$

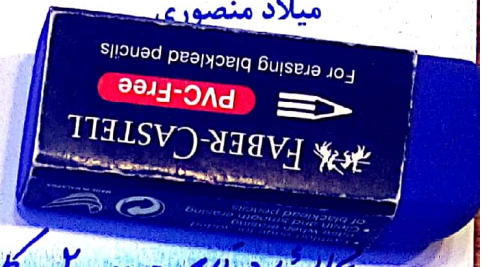
$$\rightarrow m = 19 \quad \text{و} \quad n = 31$$

مثال (۲) وارون تابع $x > 1$ ؛ $f(x) = x^2 + 4x + 4$ را بدست آورید.

Page: 12



میلاد منصوری
 مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
 طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
 مدرس رتبه های دورقمی



M.Mansouri

حاصل برد تابع درجه ۲ کار سختی نیست. کافی است x_5 و اول بازه را عددگذاری کنیم.

در این مسئله $x_5 = -\frac{b}{2a} = -3$ اصلاً در دامنه نیست. ابتدای بازه نیز $x = 1$

است که $11 = f(1) = y$ را نتیجه می دهد. چون $a > 0$ است، پس

در بازه ها بجای از رأس صعودی است. همه این ها یعنی برد $f(x)$ بازه $(11, \infty)$

است. پس $D = (11, \infty)$.

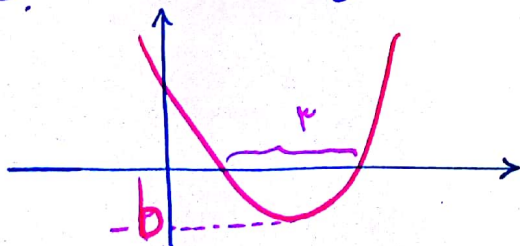
ضابطه تابع معکوس در تابع درجه ۲ به کمک مربع کامل کردن است:

$$f(x) = x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5 \rightarrow |x+3| = \sqrt{y+5}$$

$$\xrightarrow{x > 1} x+3 = \sqrt{y+5} \rightarrow x = \sqrt{y+5} - 3$$

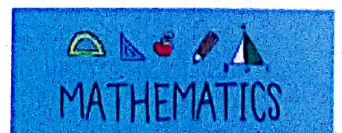
یعنی در کل می شود: $f^{-1}(x) = \sqrt{x+5} - 3$; $x > 11$

مثال ۳) با توجه به نمودار $y = 2x^2 + ax + b$ که به صورت مقابل است،



مقادیر a و b را بیابید.

Page: 12 (دو تا ۱۲ داریم) : D





میلاد منصوری
مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل، ... کنکور دکترا و ارشد
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی
مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

از نمودار داده شده متوجه می شویم که $|x_1 - x_2| = 3$ و $y_0 = -b$ است.

بنابراین

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = 3 \\ -\frac{\Delta}{4} = -b \end{cases} \rightarrow \Delta = 36 \text{ و } b = 415$$

در نتیجه: $36 = a^2 - 4b = a^2 - 36 \rightarrow a = 6\sqrt{2}$
 $a = -6\sqrt{2}$

اگر $a > 0$ باشد، پس باید $-\frac{a}{4} > 0$ یعنی $a < 0$.

لذا $a = -6\sqrt{2}$ قابل قبول است.

صبور از ناخایه ها: این قسمت را کتاب درسی خیلی زحمت کشیده است و به خوبی

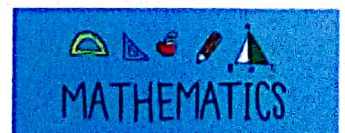
بیان کرده است. درباره علامت های c و b و a نیز تمرین های کتاب و امثالاً خوب و دقیق انتخاب شده اند. مافقط یک فهرست کوتاه می دهیم و بعد از آن

آزمون این فصل را تقدیم می کنیم.

۱) اگر $a > 0$ باشد نمودار حتماً از ناحیه های ① و ② عبور می کند و جهت تقعر رو به

بالا است. نمودار آن بگونه ای که $a < 0$ باشد چه اتفاقی می افتد.

۲) اگر $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد، نمودار فقط از ناحیه های ① و ② عبور می کند.



مدرس جبر، آنالیز، معادلات دیفرانسیل،... کنکور دکترا و ارشد

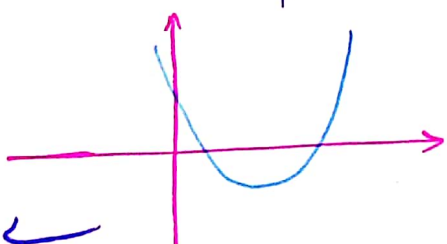
طراح آزمون های قلمچی و مدرس ریاضی رشته ی تجربی

مدرس رتبه های دورقمی

M.Mansouri

(۳) اگر $\frac{c}{a} < 0$ باشد نمودار از هر ۴ ناحیه عبور می کند. اگر $\frac{c}{a} > 0$ نمودار حداکثر از ۳ ناحیه عبور می کند.

(۴) اگر $a > 0$ و $\Delta > 0$ و $x_1 \geq x_2 \geq 0$ نمودار فقط از ناحیه سوم عبور نمی کند. خودتان حالت های دیگر را بررسی کنید.

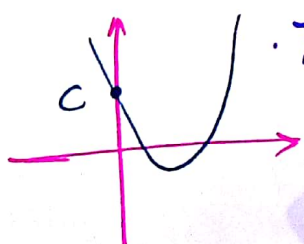


(۵) اگر $\Delta < 0$ نمودار محور را قطع نمی کند. اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ نمودار همواره بالا

محور را قطع نمی کند و اگر $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد ... است.

(۶) اگر $\Delta > 0$ و $\frac{c}{a} > 0$ یا عبارت دیگر $b^2 > 4ac > 0$ باشد، نمودار دقیقاً از سه ناحیه عبور می کند.

(۷) نمودار محور را قطع می کند زیرا $y = c$ قطع می کند زیرا $f(0) = c$.



(۸) دستان گوم

آزمون معادله و تابع درجه ۲

(۱) معادله $(x^2 - 2x) = 2 - (x^2 - 2x)$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟ (ریاضی ۹۷)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(۲) به ازای کدام مجموعه مقادیر m از معادله $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می شود؟ (تجربی ۱۸)

۱ (۱) $m \geq 1$ ۲ (۲) $m < 2$ ۳ (۳) $1 \leq m < 2$ ۴ (۴) $m < 2$

(۳) به ازای کدام مقادیر مقدار m مجموع مربعات ریشه که حقیقی معادله $m x^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر است؟ (تجربی ۹۳)

۱ (۱) $-\frac{9}{5}$ ۲ (۲) 1 ۳ (۳) $\frac{9}{5}$ ۴ (۴) $-\frac{9}{5}$ و -1

(۴) حاصل جمع ریشه که معادله $x^2 + (2 - \sqrt{3})x + (2 + \sqrt{3}) = 0$ برابر است با ...

۱ (۱) 4 ۲ (۲) $2\sqrt{3}$ ۳ (۳) 1 ۴ (۴) صفر

(۵) ریشه های معادله $2x^2 + ax + b = 0$ از دو برابر معکوس ریشه های معادله

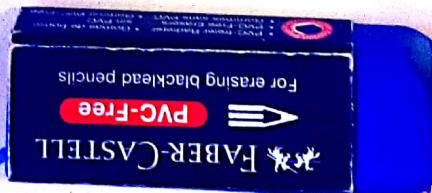
$x^2 + x - 3 = 0$ یک واحد کمتر اند. حاصل $a + b$ کدام است؟ (میلاذ منصوری)

۱ (۱) $\frac{1}{3}$ ۲ (۲) $\frac{2}{3}$ ۳ (۳) 1 ۴ (۴) $\frac{4}{3}$

(۶) به ازای کدام مقدار m مجموع جذر هر دو ریشه معادله درجه دوم $2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$

برابر ۲ است؟ (ریاضی ۹۷)

۱ (۱) 3 ۲ (۲) 4 ۳ (۳) 5 ۴ (۴) 6



(۷) به ازای کدام مقادیر m ، یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + (m-3)x - m = 0$ از معکوس دیگری یک واحد بزرگتر است؟ (میلاذ منصوری)

(۱) $19/11$ (۲) $-12/8$ (۳) $-19/11$ (۴) $-17/13$

(۸) اگر معادله $x^2 - (1 + \log m)x + \log m = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، m کدام است؟ (میلاذ منصوری)

(۱) 1 (۲) 10 (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $1/10$

(۹) اگر $x \geq 2$ ؛ $f(x) = x^2 - 4x + 5$ باشد، آن گاه $f(x)$ کدام است؟ (میلاذ منصوری)

(۱) $f(x) = \sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq -1$ (۲) $f(x) = -\sqrt{x-1} + 4$ (۳) $f(x) = \sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq 1$ (۴) $f(x) = -\sqrt{x-1} + 4$ ؛ $x \geq 1$

(۱۰) از معادله $\log x + 2 \log 9 + 5 = 0$ مقدار $\log x_1 + \log x_2$ را بیابید. (میلاذ منصوری)

(۱) $+4$ (۲) -4 (۳) -5 (۴) $+5$



(۱۱) حدوده کدام باشد تا تابع $f(x) = (a+1)x^2 + (2-a)x$

فقط از زاویه اول عبور نکند؟ (میلاد منصورى)

(۱) $a < -1$ (۲) $-1 < a < 2$ (۳) $a < 2$ (۴) \emptyset

(۱۲) مجموعه مقادیر a کدام باشد تا معادله $x^4 + (3a+1)x^2 + a^2 - 1 = 0$ دارای

دو جواب قرینه باشد؟ (کتاب آبی کانون معلم چی)

(۱) $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $[-1, 1] \cup \mathbb{R}$ (۴) \emptyset

(۱۳) اگر معادله $3x^2 - mx + 2 - m = 0$ دو ریشه حقیقی ناهم علامت داشته

باشد، حدود مجموع این دو ریشه کدام است؟ (میلاد منصورى)

(۱) $\frac{1}{3} < S < 1$ (۲) $S > \frac{2}{3}$ (۳) $S > 1$ (۴) $S < \frac{1}{3}$

(۱۴) اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، آنگاه

محل $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ برابر کدام است؟ (میلاد منصورى)

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸





(۱۵) نمودار $y = x^2 + mx + m - 4$ را حداقل ۳ واحد باید انتقال دهم، تا

ناحیه چهارم را قطع نکند. m کدام است؟ (میلااد منصوری)

(۱) $m = \frac{1}{2}$ (۲) $m = -1$ (۳) $m = \frac{1}{2} - 1$ (۴) $m = -\frac{1}{2}$

(۱۶) نمودار $y = ax^2 + 9x + a$ از بالا بر $y = 2x + 3$ محاسبات است. عرض

نقطه تماس کدام است؟ (میلااد منصوری)

(۱) $a = 4$ (۲) $a = -1$ (۳) $a = 1$ (۴) $a = 4$

(۱۷) برای آزایی کدام مقدار a ، خط به معادله $y = 5x + a$ بر نمودار تابع

$y = 2x^2 - 3x + 6$ محاسبات است؟ (۹۷ تجربی)

(۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 3

(۱۸) دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - (a+1)x + a} + \frac{1}{x^2 + (2a+1)x + 2a}$ به صورت

$\{x_1, x_2, x_3\} \subset \mathbb{R}$ است که $x_1 \neq x_2 \neq x_3$. a کدام است؟ (محمد کوردزی)

(۱) $a \in \{ -1, 1, 0, \frac{1}{2} \}$ (۲) $a \in \{ -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \}$

(۳) $a \in \{ -1, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \}$ (۴) $a \in \{ -1, 1, 0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \}$



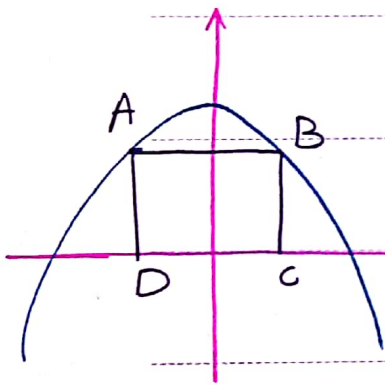
۱۹) دو نمودار $y = ax + b$ بر نمودار $y = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای

به طول ۳ عاين باشد، کدام است؟ (میلا د منصورى)

- $b = 17$
- ۱) $b = \frac{19}{2}$ ۲) $b = -17$ ۳) $b = \frac{19}{2}$ ۴) $b = -17$

۲۰) نمودار سهمی $y = ax^2 + c$ به صورت مقابل است. اگر گویا است

مربع ABCD برابر ۴ باشد، مختصات نقطه A کدام است؟



- ۱) $A(-1, 2)$ ۲) $A(-2, +1)$

- ۳) $A(-1, 1)$ ۴) $A(-2, 2)$

پاسخنامه

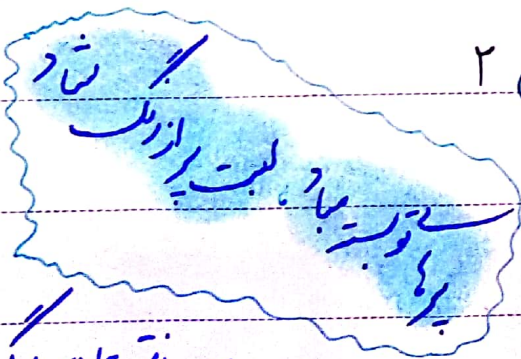
- ۱) ۳ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۴ ۴) ۲

- ۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

- ۱) ۲ ۲) ۱۹ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰



بهترین تجربه تان را بنویسید

در پناه خیرای مهربان

میلا د منصورى
زمستان ۹۷ - تهران

برای مشاهده پاسخنامه تشریحی می‌توانید به کانال @RiazTaj مراجعه فرمایید.