



سوال

شماره

۰۱ اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟

(۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|} = \frac{1}{-\cos x}$$

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$
دوسم منفی

$$2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x = 2 \times \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

$$\left(\frac{1}{-\cos x}\right)^2 \times \cos^2 x = -\cos x$$

۰۲ سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

با به رابطه سرعت نسبت را بنویسیم:

در حالت رفت و برگشت قایق در جهت حرکت آب حرکت کرده، پس V آب به V قایق اضافه می‌شود و زمان کمتر می‌شود و در حالت برگشت V آب از V قایق کم می‌شود پس داریم:

$$V = 100$$

$$x = Vt \rightarrow t = \frac{x}{V}$$

$$t_{\text{رفت}} = \frac{1200}{100 + V}$$

$$t_{\text{برگشت}} = \frac{1200}{100 - V}$$

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = 5$$

$$\frac{1200}{100 + V} - \frac{1200}{100 - V} = 5 \xrightarrow{V=20} 15 - 10 = 5$$

گامیست که در این جا را احتمال کنیم که تقاضا در کسر را به عددی در آن تبدیل کرده و دو بار بر صدق حرکت $V=20$ است

۰۳ مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-3}{x+1} < 1$ به کدام صورت است؟

(۱) $R - [-6, 4]$ (۲) $R - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

پاسخ: گزینه ۱

گامیست از گزینه‌ها استفاده می‌کنیم:

رنگی‌های ۲ و ۳ با هم صدق کرد $3 < \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1} < 1$ یا $\frac{2x-3}{x+1} < 1$ یا $\frac{2x-3}{x+1} < 1$

رنگی ۳ با هم صدق کرد $3 < \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1} < 1$ یا $\frac{2x-3}{x+1} < 1$ یا $\frac{2x-3}{x+1} < 1$

پس نتیجه ۱ صحیح است

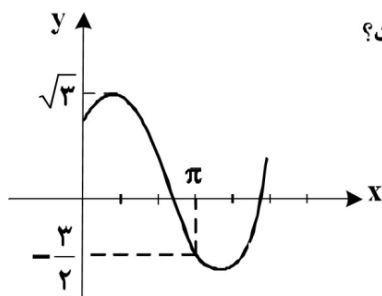


| | |
|-----------------------------|---|
| شمارش (ترکیبات) آسان | <p>۴. گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟</p> <p>(۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۴ (۴) ۱۶۸</p> <p>پاسخ: گزینه ۳</p> $\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = 70 + 56 + 28 = 154$ |
| معادلات رادیکالی آسان | <p>۵. اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$، کدام است؟</p> <p>(۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴/۵</p> <p>پاسخ: گزینه ۴</p> $\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \quad \text{توان ۲ طرف}$ $2a^2 + 4a = 4 - 12a + 9a^2$ $7a^2 - 16a + 4 = 0 \quad \text{توان ۷ طرف}$ $(7a - 4)(a - 1) = 0 \quad \text{اینجا ضرایب را در نظر بگیرد}$ $\begin{cases} a = \frac{4}{7} \\ a = 1 \end{cases}$ <p>چونکه $a = \frac{4}{7}$ را امتحان می کنیم</p> $\frac{a+1}{a} = \frac{\frac{4}{7} + 1}{\frac{4}{7}} = \frac{\frac{11}{7}}{\frac{4}{7}} = \frac{11}{4} = 2.75$ |
| مثلثات متوسط | <p>۶. حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$، کدام است؟</p> <p>(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$</p> <p>پاسخ: گزینه ۳</p> $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{17\pi - 2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{15\pi}{3}\right) = \sin(5\pi) = 0$ $\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi - 2\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{15\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 0$ $\tan\left(\frac{19\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{19\pi - 4\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{15\pi - 4\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{11\pi}{4}\right) = -1$ $\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{11\pi - 2\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{9\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$ $I + II = 0 - 1 = -1$ |



مثلاث

متوسط



شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. کدام است b ؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$y_{\max} = a + b = \sqrt{3} \rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

برج‌سوی منفی

$$\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \text{ جایگزینی در صفا } -\frac{3}{2} = a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow -\frac{3}{2} = a + b\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$x \Rightarrow -3 = 2\sqrt{3} - 2b - \sqrt{3}b$$

$$2b + \sqrt{3}b = 2\sqrt{3} + 3$$

$$b(2 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) \rightarrow b = \sqrt{3}$$

لگاریتم و

نمایی

آسان

اگر $2^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

$$\frac{2}{2} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1}$$

$$\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$$

$$2x-1 = -3x^2$$

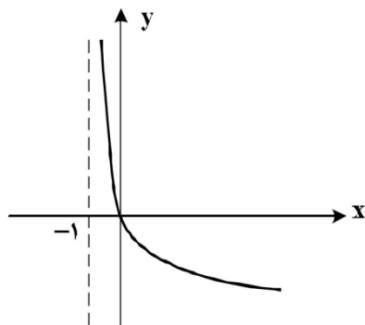
$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{چون } b=a+c} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow \log_8\left(9\left(\frac{1}{3}\right) + 1\right) = \log_8(3+1) = \log_8 4 = \log_8 2^2 = \log_8 2^2 = \frac{2}{3}$$



لگاریتم

آسان

شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟

(۱) $x+1$

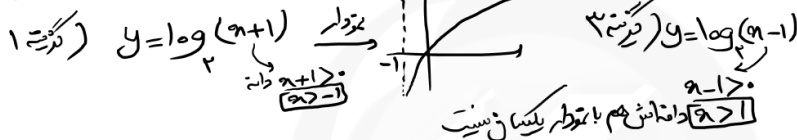
(۲) $(x+1)^{-1}$

(۳) $x-1$

(۴) $1-x$

پاسخ: گزینه ۲

چون نمودار ضمیمه نزولی است پس گزینه‌های ۱ و ۳ نادرستند چونکه نمودار آن صعودی است



گزینه ۲ یعنی $y = \log_p(1-x)$ هم که رافاش با رافه شکل یکسان است $1-x < 0 \rightarrow x > 1$

پس پاسخ گزینه ۲ است: نمودار نزولی $y = \log_p(x+1)^{-1} = -\log_p(x+1)$ $1-x > 0 \rightarrow x < 1$

پیوستگی

آسان

به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^3}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) -۶

(۱) -۱۲

پاسخ: گزینه ۱

اگر فقط از چپ پیوسته است پس مقدار تابع در $x = -2$ یعنی همان a باید فقط با ضابطه در $x = -2$ برابر باشد.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1+x^3}{|x+2|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1+x^3}{-x-2} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{3x^2}{-1} = \frac{3(4)}{-1} = -12$$



احتمال
شرطی
متوسط

احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می شود؟

(۱) $\frac{7}{10}$ (۲) $\frac{7}{10}$ (۳) $\frac{8}{10}$ (۴) $\frac{8}{10}$

پاسخ: گزینه ۱

این سوال مربوط به احتمال شرطی است

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

$$P(B) = \frac{6}{10}$$

$$P(B|A) = \frac{8}{10} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{56}{100}$$

طرفین
درضرب
طرفین
درضرب

$$\text{خواسته سوال} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} - \frac{56}{100} = \frac{74}{100}$$

آمار
متوسط

در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

پاسخ: گزینه ۲

نماتنگار کج برای حل این سوال نیز داشتیم این پورچه گروهی بهتر است که CV مسرتی بزرگی
آنها کمتر باشد (یعنی پراکندگی راه ها کمتر است)

$$CV = \frac{6}{90} = \frac{5}{14} = \frac{1}{14} \quad \text{گروه اول}$$

$$CV = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{گروه دوم}$$

CV گروه دوم کمتر و پس مسرتی بزرگی بیشتر

قدر مطلق
آسان

تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

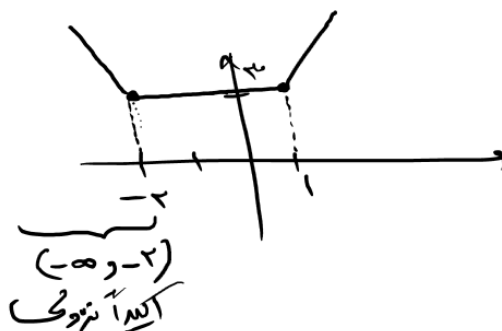
(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = |x+2| + |x-1|$$

مابج گزینی

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ x = -2 \quad x = 1 \\ y = 4 \quad y = 4 \end{array}$$





مثلات

متوسط

مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟ 5π (۴) 4π (۳) 3π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

رابع منفرجه

$$4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$4 \sin x (-\cos x) = 1 \rightarrow -4 \sin x \cos x = 1$$

$$-2 \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

مغز

$$2x = 2k\pi + \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12}$$

مغز

$$2x = 2k\pi + \left(\frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12}$$

مغز

$$2x = 2k\pi + \left(\frac{7\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

مغز

$$2x = 2k\pi + \left(\frac{11\pi}{6}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{11\pi}{12}$$

مغز

$$x = 2k\pi + \pi = \pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{12\pi}{12} \Rightarrow x = k\pi + \frac{12\pi}{12}$$

مغز

$$x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12}$$

مغز

$$x = 2k\pi + \frac{7\pi}{12} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

مغز

$$x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12}$$

مغز

$$x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12} + \frac{2\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} = \frac{40\pi}{12} = \frac{10\pi}{3} = 2\pi$$

مغز

$$x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12} + \frac{2\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} = \frac{40\pi}{12} = \frac{10\pi}{3} = 2\pi$$

حد

آسان

حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟ -6 (۴) -12 (۳) -18 (۲) -24 (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{6 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}} = \frac{2(-8) + 10}{6 \cdot \frac{1}{2} (-8)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{-6}{3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{-8}}\right)} = -12$$

$$(-8)^{-\frac{1}{2}} = (-2^3)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{-2}}$$

حد

سخت

در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۱) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مغز

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$$

مغز

$$x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

مغز

در این تابع حد راست صفر برابر $+$ و حد چپ صفر برابر صفر صفر است

$$x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



حد

آسان

اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + 2 \sqrt{x + \frac{1}{4}} \\ &= 2x + 2 \left(-x - \frac{1}{4} \right) = 2x - 2x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

مشتق

آسان

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} &\stackrel{\text{قانون ل'Hopital}}{\longrightarrow} f'(4) \\ f'(x) &= \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(5 - 2x) - (-2)(1 + \sqrt{x})}{(5 - 2x)^2} \stackrel{x=4}{\longrightarrow} f'(4) = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)(-3) - (-2)(3)}{9} \\ f'(4) &= \frac{-\frac{3}{4} + 6}{9} = \frac{\frac{21}{4}}{9} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

مشتق

آسان

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} x=2 \text{ در } f(x) &\implies f(2) = \begin{cases} \frac{1}{2-1} = 1 \\ -4 + 2a + b \end{cases} \xrightarrow{\text{با یکره برابر باشد}} \begin{cases} -4 + 2a + b = 1 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \\ f'(x) &= \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=2} -1 \\ -2x + a \xrightarrow{x=2} -4 + a \end{cases} \begin{cases} -4 + a = -1 \\ a = 3 \end{cases} \begin{cases} 2(3) + b = 5 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$



مشتق

متوسط

اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$(f \circ g)'(2) = 6 \rightarrow g'(2) f'(g(2)) = 6$$

$$\xrightarrow{x=2} g'(2) f'(5) = 6 \xrightarrow{(\div 6)} f'(5) = -2$$

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \rightarrow g(2) = 5$$

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x+1)}{(x-1)^2} \rightarrow g'(2) = \frac{2-5}{1} = -3$$

مشتق

آسان

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ،

کدام است؟

۰٫۷۵ (۴)

۰٫۴۵ (۳)

۰٫۵ (۲)

۰٫۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = x - \frac{-1}{x^2} \rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\rightarrow \frac{f(4) - f(1)}{4-1} = \frac{\frac{1}{2}(16) - \frac{1}{4} - (-\frac{1}{1})}{3} = \frac{\frac{16}{2} - \frac{1}{4} + 1}{3} = \frac{\frac{32}{4} - \frac{1}{4} + \frac{4}{4}}{3} = \frac{\frac{35}{4}}{3} = \frac{35}{12} = \frac{11}{4}$$

$$f(4) = 8 - \frac{1}{4} = \frac{31}{4} \quad f(1) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{35}{12} - \frac{9}{4} = \frac{35}{12} - \frac{27}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{1}{1.5} = 0.666$$

کاربرد

مشتق

متوسط

در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیمم نسبی و می نیمم نسبی آن، کدام است؟ $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نقطه‌های راه رسم نمودار $f(x)$ است:

$$f(x) = x|x-4| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases}$$

فاصله دو نقطه $\rightarrow D = \sqrt{(4-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



۲۳. بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

$y = \sqrt{12-x}$ ، در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۸√۳ (۲)

۸√۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$y = \sqrt{12-x}$

$0 \leq 12-x \leq 12 \Rightarrow 0 \leq x \leq 12$

$S = x \sqrt{12-x} = \sqrt{x^2(12-x)} = \sqrt{12x^2 - x^3}$

$S' = 0 \rightarrow \frac{24x - 3x^2}{2\sqrt{12x^2 - x^3}} = 0 \rightarrow 24x - 3x^2 = 0$

$3x(8-x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (غیرممکن)}, x = 8$

$S_{max} = 8 \sqrt{12-8} = 8 \sqrt{4} = 16$

۲۴. در یک بیضی به کانون‌های $(2, 7)$ و $(2, -1)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

۰٫۸ (۴)

۰٫۷۵ (۳)

۰٫۶۴ (۲)

۰٫۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$F(2, 7)$
 $F(2, -1)$

$FF' = 1 = 2c \rightarrow c = \frac{1}{2}$

$2 = 2b \rightarrow b = 1$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$

خروج از مرکز $e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

۲۵. نقطه A به طول ۳-، بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2}{x-1}$ واقع است. فاصله این نقطه از خط مجانب مایل آن، چند برابر

√۲ است؟

۱/۴ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا عرض نقطه A را بیابیم:

$x = -3 \rightarrow y = \frac{9}{-3-1} = \frac{9}{-4}$

$A(-3, -\frac{9}{4})$

خط مجانب مایل $y = x + 1$

$x - y + 1 = 0 \rightarrow D = \frac{|-3 + \frac{9}{4} + 1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|\frac{-4+9+4}{4}|}{\sqrt{2}} = \frac{|\frac{9}{4}|}{\sqrt{2}} = \frac{9}{4\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$

فاصله نقطه A از خط مجانب مایل $\frac{9\sqrt{2}}{8}$



مقاطع

مخروطی

متوسط

۲۶. در سهمی به معادله $5y^2 - 10y + 4x - 3 = 0$ ، فاصله کانون تا نقطه تلاقی سهمی با محور x ها، کدام است؟

۱/۴۵ (۴)

۱/۳ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله سهمی را به فرم کامل می‌نویسیم:

$$5y^2 - 10y = -4x + 3$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}$$

طرفین را $+1$ می‌دهیم:

$$y^2 - 2y + 1 = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$$

$$(y-1)^2 = -\frac{4}{5}(x-2) \quad S(2,1)$$

سهمی رو به چپ
 $2p = \frac{4}{5} \Rightarrow p = \frac{1}{5}$

فاصله کانون تا نقطه تلاقی با محور x ها
 $1 = -\frac{4}{5}(x-2) \Rightarrow -5 = 4x - 8 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

نقطه تلاقی $F(\frac{9}{5}, 1)$

فاصله نقطه

$$\left(\frac{9}{5}, 1\right) \Rightarrow D = \sqrt{\left(\frac{9}{5} - \frac{3}{4}\right)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{\left(\frac{21}{20}\right)^2 + 1} = \sqrt{\frac{841}{400}} = \frac{29}{20} = \frac{145}{100}$$

انتگرال

آسان

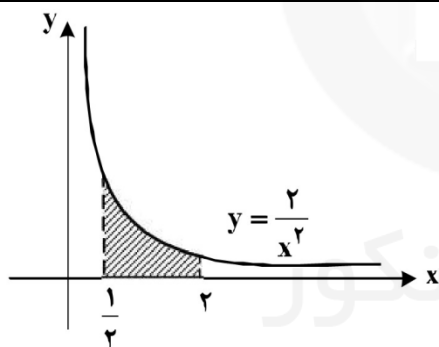
۲۷. در شکل روبه‌رو، مساحت ناحیه سایه‌زده، کدام است؟

۲/۵ (۱)

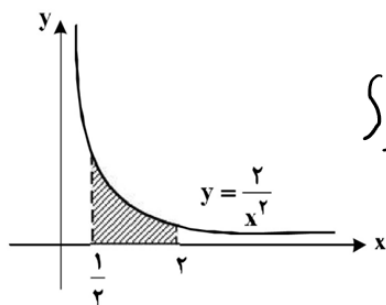
۳ (۲)

۳/۵ (۳)

۴ (۴)



پاسخ: گزینه ۲



$$\int_{1/2}^2 2x^{-2} = \frac{2x^{-1}}{-1} \Big|_{1/2}^2 = \frac{-2}{x} \Big|_{1/2}^2$$

$$= -1 - (-4) = 3$$

ارزست همیشه بگو:

انسان‌ها شکست نمی‌خورند، بلکه تنها تلاش کردنشان را متوقف می‌سازند