



مبحث سطح سوال	سوال	شماره
مثلثات متوسط	اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $(2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x) \sqrt{1 + \tan^2 x}$ کدام است؟ (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$ پاسخ: گزینه ۴ $\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{ \cos x } = -\cos x$ $\left. \begin{aligned} &\pi < x < \frac{3\pi}{2} \\ &\text{دو ربع منفی} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{-\cos x} \times \cos x = -\cos x$ $2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x = 2 \times \frac{1}{4} - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$	۱
معادلات گویا سخت	سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵ پاسخ: گزینه ۳ $V = 100$ $x = Vt \rightarrow t = \frac{x}{V}$ باید رابطه سرعت نسبت را بنویسیم: در حالت رفت و برگشت قایق در جهت حرکت آب حرکت کرده، پس V آب به V قایق اضافه می شود و زمان کمتر صرف می شود و در حالت برگشت V آب از V قایق می کاهد پس داریم: $t_{\text{رفت}} = \frac{1200}{100 + V}$ $t_{\text{برگشت}} = \frac{1200}{100 - V}$ $t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = 5$ $\frac{1200}{100 + V} - \frac{1200}{100 - V} = 5 \xrightarrow{V=20} 15 - 10 = 5$ کامیست گزینه ها را امتحان کنیم که متغیر V که کسر را به عدد 20 تبدیل کرده و دو بار صدق حرکت $V=20$ است	۲
نامعادلات گویا آسان	مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟ (۱) $R - [-6, 4]$ (۲) $R - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$ پاسخ: گزینه ۱ کامیست از گزینه ها استفاده می کنیم: گزینه های ۲ و ۳ باعث صدق کرد $3 < \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1} < 3$ می شود گزینه ۴ باعث صدق کرد $3 < \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1} < 3$ می شود پس گزینه ۱ صحیح است	۳

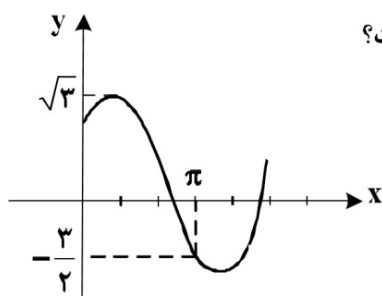


شمارش (ترکیبات) آسان	۴. گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟ (۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۴ (۴) ۱۶۸ پاسخ: گزینه ۳ $\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = 70 + 56 + 28 = 154$	.۴
معادلات رادیکالی آسان	۵. اگر $2\sqrt{2a^2 + 4a} = 3a + \frac{a+1}{a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟ (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴/۵ پاسخ: گزینه ۴ $\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 2a \quad \text{هر دو طرف به توان ۲} \rightarrow 2a^2 + 4a = 4 - 4a + 4a^2$ $2a^2 + 4a - 4 + 4a - 4a^2 = 0 \rightarrow -2a^2 + 8a - 4 = 0 \rightarrow a^2 - 4a + 2 = 0$ $(a-2)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases}$ برای $a=2$: $\frac{a+1}{a} = \frac{3}{2} = 1.5$ (گزینه ۲) برای $a=1$: $\frac{a+1}{a} = 2$ (گزینه ۲) اما در صورت $a=1$، $2\sqrt{2(1)^2 + 4(1)} = 2\sqrt{6} \neq 3(1) + \frac{1+1}{1} = 4$ پس $a=1$ رد می شود. در نهایت $a=2$ صحیح است و $\frac{a+1}{a} = \frac{3}{2} = 1.5$ (گزینه ۲).	.۵
مثلثات متوسط	۶. حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟ (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ پاسخ: گزینه ۳ $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{17\pi - 12\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi - 12\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan\left(\frac{19\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{19\pi - 16\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$ $\sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{11\pi - 12\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $I + II = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	.۶



مثلات

متوسط



۷. شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. b کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$$y_{\max} = a + b = \sqrt{3} \rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

مربع سینوسی

$$(\pi - \frac{\pi}{3}) \text{ جایگزینی در صیغ } -\frac{3}{2} = a + b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow -\frac{3}{2} = a + b(-\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\times 2 \Rightarrow -3 = 2\sqrt{3} - 2b - \sqrt{3}b$$

$$2b + \sqrt{3}b = 2\sqrt{3} + 3$$

$$b(2 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) \rightarrow b = \sqrt{3}$$

لگاریتم و

نمایی

آسان

۸. اگر $2^{x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1}$$

$$\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2}$$

$$2x-1 = -3x^2$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

چون $b = a + c$

$$x = -1 \rightarrow$$

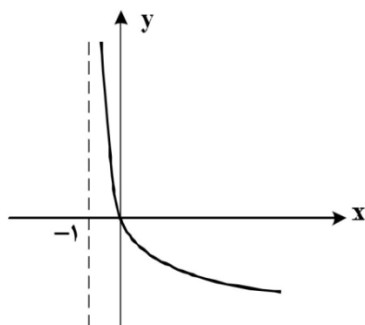
$$x = -\frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow \log_8(9(\frac{1}{3}) + 1) = \log_8(4) = \log_8 2^2 = \log_8 2^2 = \frac{2}{3}$$



لگاریتم

آسان

شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. کدام $U(x)$ است؟

(۱) $x+1$

(۲) $(x+1)^{-1}$

(۳) $x-1$

(۴) $1-x$

پاسخ: گزینه ۲

چون نمودار مترسّم نزولی است پس گزینه‌های ۱ و ۳ نادرستند چونکه مترسّر اکتصودی است
 $y = \log_2(x+1)$ (گزینه ۱) $\xrightarrow{x+1 > 0}$ $y = \log_2(x-1)$ (گزینه ۲)
 $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ دانه‌اش هم با نمودار یکسان نیست

گزینه ۳ یعنی $y = \log_2(1-x)$ هم که دانه‌اش با دانه شکل یکسان نیست $x < 1 \Rightarrow 1-x > 0$
 پس پاسخ گزینه ۲ است:
 $y = \log_2(x+1)^{-1} = -\log_2(x+1)$ مترسّر نزولی $x > -1$ دانه

پیوستگی

آسان

به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^3}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) -۶

(۱) -۱۲

پاسخ: گزینه ۱

اگر فقط از چپ پیوسته است پس مقدار تابع در $x = -2$ یعنی همان a باید معطّا با صریح در $x = -2$ برابر باشد
 $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1+x^3}{|x+2|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1+x^3}{-x-2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H} \frac{3x^2}{-1} = \frac{3(4)}{-1} = -12$
 $x \rightarrow (-2)^- \Rightarrow x+2 < 0$ منفی



احتمال
شرطی
متوسط

۱۱. احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می شود؟
(۱) $\frac{74}{100}$ (۲) $\frac{76}{100}$ (۳) $\frac{82}{100}$ (۴) $\frac{84}{100}$

پاسخ: گزینه ۱

این سؤال مربوط به احتمال شرطی است:

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

$$P(B) = \frac{6}{10}$$

$$P(B|A) = \frac{8}{10} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{56}{100}$$

طرفین
در ۱۰ ضرب

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} - \frac{56}{100} = \frac{74}{100}$$

آمار
متوسط

۱۲. در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است؟
(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

پاسخ: گزینه ۲

نماتنگار کج برای حل این سؤال نیز داشتیم این بزرگ گروهی بهتر است که CV مسئولیت پذیری
کمتر باشد (یعنی پراکندگی داده ها کمتر است)

$$CV = \frac{6}{80} = \frac{3}{40} = \frac{1}{14}$$

$$CV = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$

قدر مطلق
آسان

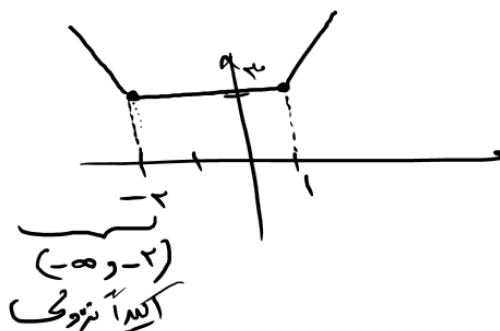
۱۳. تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟
(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

مابج گزینی

$$f(x) = |x+2| + |x-1|$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $x = -2$ $x = 1$
 $y = 4$ $y = 4$





مثلاث

متوسط

مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟ 5π (۴) 4π (۳) 3π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

رابع مؤثر منق

$$4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$$

$$4 \sin x (-\cos x) = 1 \rightarrow -4 \sin x \cos x = 1$$

$$-2 \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6})$$

$$2x = 2k\pi + (-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12}$$

برای $k=0 \rightarrow -\frac{\pi}{12}$ غلط
 $k=1 \rightarrow \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$ صحیح ✓
 $k=2 \rightarrow 2\pi - \frac{\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$ صحیح ✓
 $k=3 \rightarrow 3\pi - \frac{\pi}{12}$ غلط

برای $k=-1 \rightarrow -\pi + \frac{\pi}{12}$ غلط
 $k=0 \rightarrow \frac{11\pi}{12}$ صحیح ✓
 $k=1 \rightarrow \frac{19\pi}{12}$ صحیح ✓
 $k=2 \rightarrow \frac{23\pi}{12}$ صحیح ✓

جمع جوابها = $\frac{11\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} = \frac{53\pi}{12}$

حد

آسان

حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟ -6 (۴) -12 (۳) -18 (۲) -24 (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}} = \frac{2(-8) + 10}{\frac{1}{2}(-8)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{-6}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}}} = -12$$

$(-8)^{-\frac{1}{2}} = (-2^3)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

حد

سخت

در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۲) $x \rightarrow 0^-$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۴) $x \rightarrow 0^+$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۱) $x \rightarrow 0^-$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۳) $x \rightarrow 0^+$

پاسخ: گزینه ۴

میخواهیم $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ یک عبارت در ضابطه ای است که باید از متغیر را که ساختار داشته باشد.

$x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

در این تابع حد راست صفر برابر $+$ و حد چپ صفر برابر صفر صفر است.

برای $x \rightarrow 0^-$ ، $f(x) = \frac{-1}{0^-} = -\infty$

برای $x \rightarrow 0^+$ ، $f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$



حد

آسان

۱۷. اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + 2 \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} \\ &= 2x + 2 \left(-x - \frac{1}{4} \right) = 2x - 2x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

مشتق

آسان

۱۸. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4} &\xrightarrow[\text{همان}]{\text{تقریب مشتق}} f'(4) \\ f'(x) &= \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(5-2x) - (-2)(1+\sqrt{x})}{(5-2x)^2} \xrightarrow{x=4} f'(4) = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)(5-8) - (-2)(1+2)}{9} \\ f'(4) &= \frac{-\frac{3}{4} + 6}{9} = \frac{\frac{21}{4}}{9} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

مشتق

آسان

۱۹. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} x=2 \text{ پیوستگی در } x=2 \Rightarrow f(2) &= \begin{cases} \frac{1}{2-1} = 1 \\ -4 + 2a + b \end{cases} \xrightarrow{\text{باید برابر باشد}} \begin{cases} -4 + 2a + b = 1 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \\ f'(x) &= \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=2} -1 \\ -2x + a \xrightarrow{x=2} -4 + a \end{cases} \xrightarrow{\text{مشتق گیری}} \begin{cases} -4 + a = -1 \\ a = 3 \end{cases} \begin{cases} 2a + b = 5 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$



مشتق

متوسط

۲۰

اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$(fog)'(2) = 6 \rightarrow g'(2) f'(g(2)) = 6$$

$$\xrightarrow{x=2} g'(2) f'(5) = 6 \xrightarrow{(\div 6)} f'(5) = -2$$

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \rightarrow g(2) = 5$$

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x+1)}{(x-1)^2} \rightarrow g'(2) = \frac{2-5}{1} = -3$$

مشتق

آسان

۲۱

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ،

کدام است؟

۰/۷۵ (۴)

۰/۴۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{کشتن}} f'(x) = x - \frac{-1}{x^2} \rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{آهنگ متوسط}} \frac{f(4) - f(1)}{4-1} = \frac{\frac{1}{2}(16) - \frac{1}{4} - (-\frac{1}{1})}{3} = \frac{\frac{32}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{1}}{3} = \frac{\frac{32-1+4}{4}}{3} = \frac{\frac{35}{4}}{3} = \frac{35}{12} = \frac{11}{4}$$

$$f(4) = 8 - \frac{1}{4} = \frac{31}{4}$$

$$f(1) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{4} - \frac{9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

کاربرد

مشتق

متوسط

۲۲

در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیم نسبی و می نیم نسبی آن، کدام است؟ $2\sqrt{5}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نقطه‌های را رسم نمودار $f(x)$ است:

$$f(x) = x|x-4| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases}$$

فاصله دو نقطه $\rightarrow D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4-0)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

کاربرد
مشتق

متوسط

بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله $y = \sqrt{12-x}$ ، در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۸√۳ (۲)

۸√۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$y = \sqrt{12-x}$
 $12-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 12$

$S = x \sqrt{12-x} = \sqrt{x^2(12-x)} = \sqrt{12x^2 - x^3}$
 $S' = 0 \Rightarrow \frac{24x - 3x^2}{2\sqrt{12x^2 - x^3}} = 0 \Rightarrow 24x - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3x(8-x) = 0$
 $x = 0$ (غیرممکن) $x = 8$
 $S_{max} = \sqrt{12 \cdot 8^2 - 8^3} = \sqrt{768 - 512} = \sqrt{256} = 16$

مقاطع
مخروطی

آسان

در یک بیضی به کانون‌های $(2, 7)$ و $(2, -1)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

۵/۸ (۴)

۵/۷۵ (۳)

۵/۶۴ (۲)

۵/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$F(2, 7)$
 $F(2, -1)$
 $FF' = 2c \Rightarrow c = 4$
 $2a = 2b \Rightarrow b = 4$
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $a^2 = 16 + 16 = 32$
 $a = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
 $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

دنباله ها

متوسط

در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟

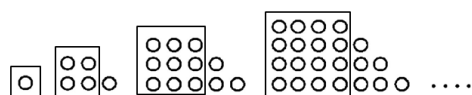
۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



$a_1 = 1^2 + 0$
 $a_2 = 2^2 + 1$
 $a_3 = 3^2 + 1 + 2$
 $a_4 = 4^2 + 1 + 2 + 3$... $a_n = n^2 + 1 + 2 + \dots + (n-1)$
 $a_9 = 81 + 36 = 117$



۲۶.

اگر $x \geq 1$ ؛ $f(x) = x^2 - 2x - 3$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 ; x \geq 1$$

$$y + 3 = x^2 - 2x \xrightarrow{+1} y + 4 = x^2 - 2x + 1 \rightarrow y + 4 = (x-1)^2$$

$$x-1 = \pm \sqrt{y+4} \xrightarrow{+1} x-1 = \sqrt{y+4} \rightarrow x = \sqrt{y+4} + 1$$

با شرط $x \geq 1$ و $y \geq -4$ باشد.

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} + 1 \Rightarrow \sqrt{x+4} + 1 = \frac{x-9}{2}$$

بر طبق نکته ها $x = 21$ درست می باشد

۲۷.

در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

 $\frac{5}{22}$ (۴) $\frac{4}{11}$ (۳) $\frac{2}{11}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{5}{11} \times \frac{4}{20} + \frac{4}{11} \times \frac{3}{15} = \frac{20}{11 \times 20} + \frac{12}{11 \times 15} = \frac{2}{11}$$

هر دو سفید

۱ مهره اول سفید
مجموع جعبه در حال حاضر

۲ سفید
۶ سیاه

۱ مهره اول سیاه
مجموع جعبه در حال حاضر

۳ سفید
۵ سیاه

ارزست همیدگو:

انسان ها شکست نمیخورند، بلکه تنها تلاش کردندشان را متوقف می سازند