

۱- در یک دنباله حسابی، مجموع بیست جمله اول، سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟

- ۳۲ (۱)      ۳۴ (۲)      ۳۶ (۳)      ۳۸ (۴)

۲- معادله  $\sqrt{x^2 - 2x - 5} = 1 - x$  چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

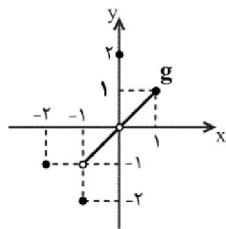
۳- نقطه  $A(3, -1)$  وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله  $2y - x = 5$  است. مساحت این مربع کدام است؟

- ۴۰ (۱)      ۴۵ (۲)      ۷۵ (۳)      ۸۰ (۴)

۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x \leq 0 \\ x-1 & ; x > 0 \end{cases}$  باشد، حاصل  $f^{-1}(2) + f^{-1}(-2)$  کدام است؟

- $\frac{5}{2}$  (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

۵- اگر داشته باشیم:  $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x}$  و نمودار تابع  $y = g(x)$  به صورت زیر باشد، به ازای چه مقداری از  $a$ ، تساوی



$f(g^{-1}(a)) = 1$  برقرار است؟

- ۱ (۲)      -۲ (۱)      صفر (۴)      ۱ (۳)

۶- از تساوی  $\log_8(2x-1) + \log_8(3x-5) = 1$ ، مقدار  $\log_7(6x+3)$  کدام است؟

- ۵ (۴)      ۴ (۳)      ۳ (۲)      ۲ (۱)

۷- اگر  $\tan \theta = 0/2$  باشد، مقدار  $A = \frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$  کدام است؟

- ۳ (۴)      ۲ (۳)       $1/2$  (۲)      -۲ (۱)

۸- اگر  $|x| \leq \frac{\pi}{6}$  باشد، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار عبارت  $\sin x + \sqrt{3} \cos x$  کدام است؟

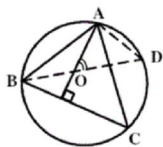
- $\sqrt{3} + 1$  (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin 2x + [\sin x]}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)      -۱ (۲)      ۱ (۱)

۱۰- تابع  $f(x) = (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right]$  روی بازه  $(0, 9)$ ، در چند نقطه ناپیوسته است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)



۱۱- در شکل زیر، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه  $\widehat{AOD}$  برابر کدام است؟

- $\widehat{OBC}$  (۱)       $\widehat{CAD}$  (۲)       $\widehat{ADO}$  (۴)       $\widehat{OAC}$  (۳)

۱۲- دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و اندازه یک ساق برابر ۵ واحد، مفروض است. اگر این دوزنقه قابل محاط در دایره باشد، طول قطعه مماسی که از نقطه تلاقی امتداد دو ساق بر دایره محیطی آن رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{5}$  (۲)  $5\sqrt{6}$  (۳)  $6\sqrt{5}$  (۴)  $8\sqrt{3}$

۱۳- دو دایره به شعاع‌های ۴ و  $10/5$  واحد مماس برون‌اند. از مرکز دایره کوچک‌تر، مماسی بر دایره بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماسی کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲)  $4\sqrt{5}$  (۳)  $4\sqrt{6}$  (۴) ۸

۱۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، طول یک ضلع قائم ۸ و شعاع دایره محیطی داخلی آن ۳ واحد است. اندازه وتر این مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

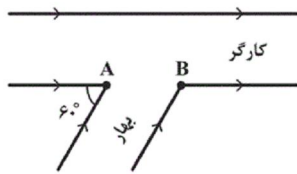
۱۵- در یک دوزنقه محیط بر دایره، طول خط واصل بین وسط‌های دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

۱۶- مربع ABCD را با تجانس که مرکز آن محل تلاقی قطرهای و نسبت تجانس آن  $\frac{2}{3}$  است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد، محیط مربع ABCD کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

۱۷- شکل زیر تقاطع دو خیابان کارگر و بهار، به ترتیب با عرض‌های ثابت ۴ و  $\sqrt{27}$  را نشان می‌دهد. شخصی می‌خواهد از نقطه A، ابتدا به سمت دیگر خیابان کارگر رفته و سپس به نقطه B برود. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



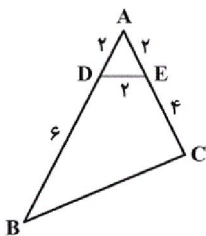
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۱۸- اندازه دو ضلع مثلثی ۴ و ۶ و مجموع اندازه زوایای روبه‌روی این اضلاع، ۶۰ درجه است. اندازه ضلع سوم مثلث کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{19}$  (۲)  $2\sqrt{7}$  (۳)  $2\sqrt{11}$  (۴)  $2\sqrt{17}$

۱۹- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه اضلاع قائم ۳ و ۴ است. فاصله دورترین رأس این مثلث از نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی آن کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)  $3\sqrt{2}$



۲۰- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی DECB کدام است؟

- (۱)  $10\sqrt{3}$  (۲)  $11\sqrt{3}$  (۳)  $14\sqrt{3}$  (۴)  $12\sqrt{3}$

۲۱- اگر گزاره‌های  $q \Rightarrow \sim p$ ،  $p \Rightarrow q$  و  $\sim r \Rightarrow p$  به ترتیب درست، درست و نادرست باشند، آنگاه:

- (۱)  $p$ ،  $q$  و  $r$  هر سه نادرست هستند. (۲)  $p$  و  $q$  نادرست هستند و  $r$  درست است.  
(۳)  $p$ ،  $q$  و  $r$  هر سه درست هستند. (۴)  $p$  و  $r$  نادرست هستند و  $q$  درست است.

۲۲- چند زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک رقمی وجود دارد به طوری که شامل حداقل یک عدد اول یک رقمی باشد؟

- (۱) ۳۸۴ (۲) ۴۴۸ (۳) ۴۸۰ (۴) ۵۱۲

۲۳- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه  $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$  همواره برابر با کدام است؟

- (۱)  $A' - B'$  (۲)  $(A - B)'$  (۳)  $A'$  (۴)  $\emptyset$

۲۴- اگر  $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$  فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$  و  $B = \{a_2, a_3, a_4, a_5\}$  و  $C = \{a_3\}$

سه پیشامد از این فضای نمونه باشند به طوری که  $P(A) = \frac{3}{10}$  و  $P(B) = \frac{4}{5}$ ، آن گاه  $P(C)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{20}$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۵- دو تاس همگن را انداخته ایم. اگر حاصل جمع شماره های رو شده کم تر از ۶ باشد، احتمال آنکه شماره حداقل یکی از تاس های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۶- در پرتاب یک تاس، اگر عدد زوج ظاهر شود، یک تیرانداز مجاز است ۴ تیر رها کند. در غیر این صورت ۳ تیر رها می کند.

می دانیم احتمال موفقیت در هر تیر رها شده  $\frac{2}{3}$  است. با کدام احتمال فقط ۲ بار موفقیت حاصل می شود؟

- (۱)  $\frac{8}{27}$  (۲)  $\frac{10}{27}$  (۳)  $\frac{11}{27}$  (۴)  $\frac{13}{27}$

۲۷- در جدول فراوانی زیر اگر میانگین داده ها  $18/4$  باشد، در نمودار دایره ای، زاویه مربوط به بازه  $[21, 25]$  چند درجه است؟

حدود دسته	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹	۷۵ (۲)	۶۰ (۱)
$f_i$	۳	۴	۷	x	۱	۹۰ (۴)	۸۰ (۳)

۲۸- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد. اگر داده های ۲۸، ۲۷، ۲۰ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید تقریباً کدام است؟

- (۱)  $9/25$  (۲)  $9/36$  (۳)  $9/52$  (۴)  $9/63$

۲۹- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

(۱) در نمونه گیری خوشه ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر نیست.

(۲) در نمونه گیری خوشه ای، احتمال انتخاب خوشه ها برابر است.

(۳) نمونه گیری خوشه ای، یک روش نمونه گیری احتمالی است.

(۴) در نمونه گیری خوشه ای، تمام اعضای خوشه انتخاب شده در نمونه حضور دارند.

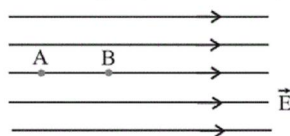
۳۰- در اعداد صحیح ۰ تا N، پنج عدد ۸، ۵، ۲، ۶ و ۴ به تصادف انتخاب شده اند. برآورد نقطه ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۳۱- اندازه نیرویی که دو بار الکتریکی نقطه ای +q در فاصله r به یکدیگر وارد می کنند برابر با  $F = 640N$  است. اگر بار  $2\mu C$  را از یکی کم کرده و همان مقدار به دیگری اضافه کنیم، نیروی جدید  $F'$ ، در همان فاصله برابر با  $600N$  می شود. بار q چند میکروکولن بوده است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۲- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت  $E = 3000 \frac{N}{C}$  و فاصله AB برابر با ۲cm است. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B را به ترتیب با  $V_A$  و  $V_B$  نشان دهیم،  $V_A - V_B$  چند ولت است؟



- (۱)  $-6000$  (۲)  $6000$  (۳)  $-60$  (۴)  $60$

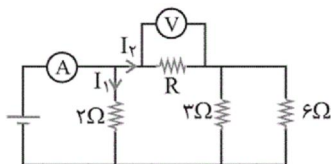
۳۳- ظرفیت خازنی  $22\mu F$  است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش خواهد یافت. بار اولیه خازن چند میکروکولن است؟ (فروریزش الکتریکی رخ نمی دهد.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳)  $2 \times 10^{-2}$  (۴)  $4 \times 10^{-2}$

۳۴- جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است ولی قطر مقطع سیم A،  $\sqrt{2}$  برابر قطر مقطع سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی سیم B برابر  $10\Omega$  باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

- (۱)  $2/5$  (۲) ۵ (۳)  $12/5$  (۴) ۲۰

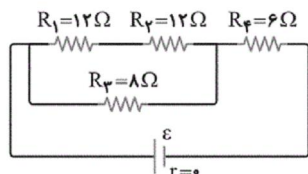




۳۵- در مدار روبه‌رو، ولت‌سنج ایده‌آل عدد  $10V$  و آمپرسنج ایده‌آل عدد  $15A$  را نشان می‌دهد.

مقاومت  $R$  چند اهم است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$



۳۶- در مدار روبه‌رو، توان مصرفی مقاومت  $R_4$  چند برابر توان مصرفی مقاومت  $R_1$  است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۸

۳۷- سیم راست و طویلی که از آن جریان  $5A$  می‌گذرد، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $0.2$  تسلا قرار دارد. اگر راستای سیم با خط‌های میدان زاویه  $30^\circ$  درجه بسازد، اندازه نیرویی که از طرف میدان بر هر سانتی‌متر از سیم وارد می‌شود،

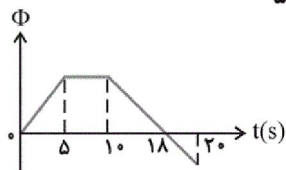
چند نیوتون است؟

- (۱)  $5 \times 10^{-2}$   
(۲)  $5 \times 10^{-4}$   
(۳)  $5\sqrt{3} \times 10^{-2}$   
(۴)  $5\sqrt{3} \times 10^{-4}$

۳۸- می‌خواهیم سیم‌لوله‌ای بدون هسته آهنی بسازیم که وقتی جریان  $2A$  از آن می‌گذرد، میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی

$0.12T$  داخل آن برقرار شود. در هر سانتی‌متر سیم‌لوله چند دور سیم لازم است؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ )

- (۱) ۲۰  
(۲) ۵۰  
(۳) ۲۰۰  
(۴) ۵۰۰



۳۹- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است.

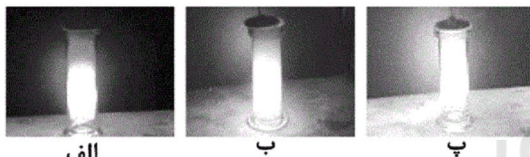
در کدام بازه زمانی، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه بیش‌تر است؟

- (۱) ۰ تا ۵ ثانیه  
(۲) ۱۰ تا ۲۰ ثانیه  
(۳) ۵ تا ۲۰ ثانیه  
(۴) ۱۰ تا ۱۸ ثانیه

۴۰- از سیم‌لوله‌ای به ضریب القاوری  $0.04$  هانری جریان متناوبی می‌گذرد که معادله آن در SI به صورت  $I = 5 \sin(50\pi t)$  است.

بیشینه انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله چند میلی‌ژول است؟

- (۱) ۲۰  
(۲) ۵۰  
(۳) ۲۰۰  
(۴) ۵۰۰



۴۱- شکل‌های مقابل واکنش فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم را با گاز کلر در شرایط

یکسان نشان می‌دهند. با توجه به این موضوع کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) فلز موجود در واکنش (پ) فعال‌ترین فلز دوره چهارم است.  
(۲) نور تولید شده در واکنش (ب) زرد رنگ بوده و محصول این واکنش یک ترکیب یونی سفیدرنگ است.  
(۳) در واکنش (پ) آرایش الکترونی کاتیون و آنیون به ترتیب به گازهای نجیب Ne و Ar می‌رسد.  
(۴) در دوره فلز موجود در واکنش (الف) فقط یک شبه‌فلز وجود دارد.

۴۲- به منظور تهیه  $250$  میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت  $2$  مولار، چند گرم سدیم هیدروکسید با خلوص  $80\%$  لازم است

و از واکنش  $100$  میلی‌لیتر از این محلول با مقدار کافی آهن (III) کلرید، تقریباً چند گرم رسوب، به دست می‌آید؟

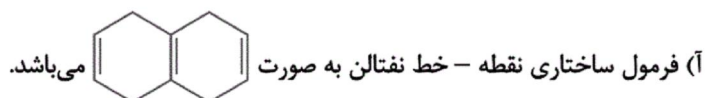
( $Na = 23, O = 16, H = 1, Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$ ) (ناخالصی‌ها در آب حل می‌شوند اما در واکنش شرکت نمی‌کنند).

- (۱)  $7/1-25$   
(۲)  $6/2-16$   
(۳)  $7/1-16$   
(۴)  $6/2-25$

۴۳- نام ترکیبی با فرمول:  $CH_3-CH-CH_2-CH-CH_3$  کدام است؟  
 $\begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ CH_3-CH-CH_2-CH-CH_3 \\ | \quad | \\ C_2H_5 \quad CH_3 \end{array}$

- (۱) ۳، ۵، ۶- تری متیل نونان  
(۲) ۲- اتیل-۴، ۵- دی متیل اکتان  
(۳) ۷- اتیل-۴، ۵- دی متیل اکتان  
(۴) ۱، ۵- اتیل-۲، ۳- دی متیل هگزان

۴۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد بنزن و نفتالن درست می‌باشد؟ ( $H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$ )



(ب) تفاوت جرم مولی بنزن و نفتالن ۵۰ گرم بر مول می‌باشد.

(پ) نسبت تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در بنزن به همین تعداد در نفتالن برابر  $\frac{15}{24}$  می‌باشد.

(ت) بنزن و نفتالن هر دو از ترکیب‌های هیدروکربنی سیر نشده و آروماتیک می‌باشند.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۴۵- با توجه به واکنش:  $SO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq), \Delta H = -132 kJ$ ، چند گرم گاز  $SO_2$  باید در یک کیلوگرم آب  $20^\circ C$  حل شود تا دمای آن به تقریب  $10^\circ C$  بالاتر رود؟ (از گرمای مبادله شده هنگام فرایند انحلال صرف نظر شود،

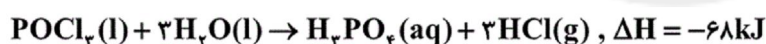
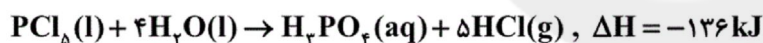
$$(S = 32, O = 16 : g.mol^{-1}) \quad (c_{H_2O} = 4 / 2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1})$$

۳۵/۷ (۴) ۳۴/۲ (۳) ۲۵/۵ (۲) ۲۰/۵ (۱)

۴۶- آنتالپی سوختن متان برابر  $-890 kJ.mol^{-1}$  و آنتالپی سوختن اتان برابر  $-2220 kJ.mol^{-1}$  است. گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول گاز  $CO_2$  در سوختن اتان چند کیلوژول بیش‌تر از گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول  $CO_2$  در سوختن متان است؟

۱۳۳۰ (۴) ۶۶۵ (۳) ۲۲۰ (۲) ۱۱۰ (۱)

۴۷- با توجه به واکنش‌های زیر،  $\Delta H$  واکنش:  $P_2O_5(s) + 6PCl_5(l) \rightarrow 10POCl_3(l)$  برابر چند کیلوژول است و اگر در این واکنش  $266/5$  کیلوژول گرما آزاد شود، چند مول  $POCl_3$  تشکیل می‌شود؟

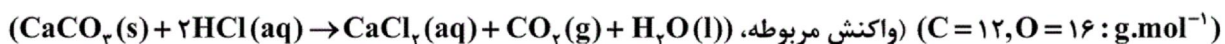


۴۰-۳۴۴ (۴) ۴۰-۵۳۳ (۳) ۵۰-۳۴۴ (۲) ۵۰-۵۳۳ (۱)

۴۸- جدول زیر، مربوط به واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار مشخص است. حجم محلول ۵۰۰ میلی‌لیتر

می‌باشد. اگر سرعت متوسط مصرف  $HCl$  در ده ثانیه اول برابر  $1.0 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$  و در ده ثانیه سوم، برابر

$2.0 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$  باشد، سرعت متوسط تولید کلسیم کلرید، در ده ثانیه دوم، بر حسب  $\text{mol.L}^{-1}.s^{-1}$  کدام است؟

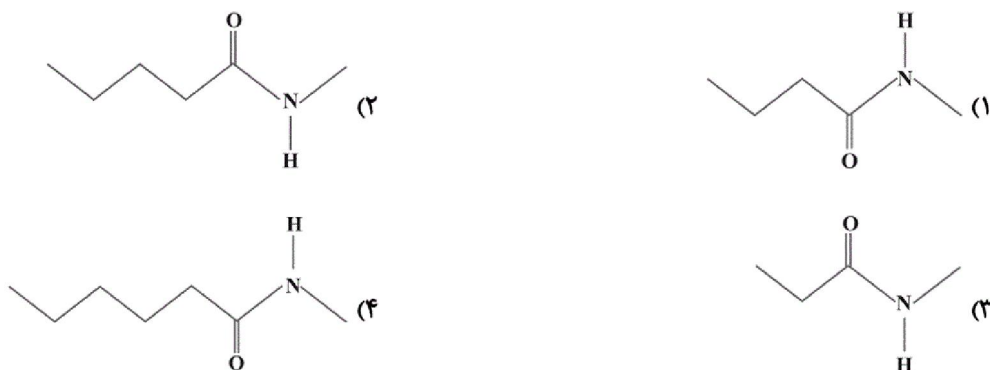


زمان (ثانیه)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۷۰	۶۵		۵۸/۷		۵۵/۵	۵۴/۶

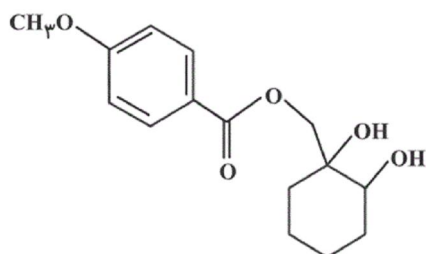
۰/۰۲ (۲) ۰/۰۱۵ (۳) ۰/۰۳ (۴) ۰/۰۴ (۱)

۴۹- ۵/۱ گرم از یک کربوکسیلیک اسید، با ۱/۵۵ گرم متیل آمین به طور کامل واکنش می دهد و تمام واکنش دهنده ها مصرف می شوند.

آمید حاصل از این واکنش، کدام یک از آمیدهای زیر می تواند باشد؟ ( $C = 12, N = 14, H = 1: g.mol^{-1}$ )



۵۰- کدام گزینه درباره ترکیبی با فرمول روبهرو، درست است؟



(۱) فاقد گروه استری است و می تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

(۲) در آن ۲ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی وصل نیستند.

(۳) یک گروه عاملی کتونی و دو گروه عاملی هیدروکسیل دارد.

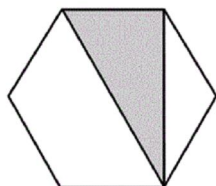
(۴) فرمول مولکولی آن  $C_{15}H_{17}O_5$  است.

۵۱- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی با جملات غیرصفر، می توانند به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی

باشند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{7}{4}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۵۲- مساحت شش ضلعی منتظم شکل روبهرو  $18\sqrt{3}$  است. مساحت ناحیه سایه خورده کدام است؟



(۱) ۱۲ (۲)  $18\sqrt{3}$  (۳)  $6\sqrt{3}$  (۴)  $9\sqrt{3}$

۵۳- اگر  $x$  زاویه ای حاده و  $\tan x = \frac{2}{3}$  باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{4}{\sin x} + \frac{2+3\sin x}{\cos x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$  (۲)  $8\sqrt{13} + \frac{2}{3}$  (۳)  $4\sqrt{13} + \frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{8\sqrt{13}}{3}$

۵۴- اگر  $x = \sqrt{1+\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{2}-1}$  باشد، مقدار  $x^2 - 3x$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $2\sqrt{2}$

۵۵- اگر رأس سهمی  $y = x^2 - mx + m + 1$  بر روی خط  $y = x + 1$  واقع باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

(۱) ۱ یا ۳ (۲) ۱ یا -۳ (۳) ۲ یا ۳ (۴) ۲ یا -۲

۵۶- اگر مجموعه جواب نامعادله  $-2x^2 + ax + 4 \geq 0$  بازه  $[-2, k]$  باشد، حاصل  $a + k$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۵۷- تابع  $f = \{(-1, 2), (7, m^2 - 4m), (m, 6), (2, 5), (7, 5)\}$  چند نقطه بالای نیمساز ناحیه اول دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

۵۸- برد تابع  $f(x) = (a-b-1)x^2 + (b-2)x + a+c-1$  مجموعه تک‌عضوی  $R_f = \{2c-a\}$  و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

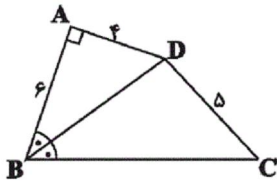
- ۱ (۱)      ۹ (۲)      ۸ (۳)      ۷ (۴)

۵۹- سکه‌ای را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا برای سومین بار رو بیاید. تعداد حالاتی که می‌توان در  $10^۰$  بار پرتاب سکه به این منظور رسید، کدام است؟

- ۳ (۱)      ۸ (۲)      ۳۶ (۳)      ۱۲۰ (۴)

۶۰- در جعبه‌ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟

- ۱ (۱)  $\frac{8}{21}$       ۲ (۲)  $\frac{17}{42}$       ۳ (۳)  $\frac{10}{21}$       ۴ (۴)  $\frac{9}{14}$



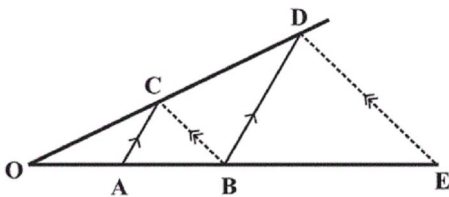
۶۱- در شکل مقابل،  $BD$  نیمساز زاویه  $ABC$  است. طول  $BC$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۷      ۲ (۲) ۸      ۳ (۳) ۹      ۴ (۴) ۱۰

۶۲- سه پاره‌خط به طول‌های  $4x-4$ ،  $x+7$  و  $6x$  اضلاع مثلثی هستند. تمامی مقادیر  $x$  به کدام صورت است؟

- ۱ (۱)  $\frac{11}{9} < x < 3$       ۲ (۲)  $\frac{5}{3} < x < 3$       ۳ (۳)  $2 < x < 3$       ۴ (۴)  $\frac{11}{9} < x < 4$

۶۳- در شکل زیر، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. اگر  $OA = 3$  و  $AB = 5$ ، آنگاه اندازه  $BE$  کدام است؟



- ۱ (۱)  $10\frac{2}{3}$       ۲ (۲)  $12\frac{2}{3}$       ۳ (۳)  $11\frac{1}{3}$       ۴ (۴)  $13\frac{1}{3}$



۶۴- مثلثی به طول اضلاع ۵، ۴ و a با مثلثی به طول اضلاع ۹، ۷ و b متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای a کدام است؟

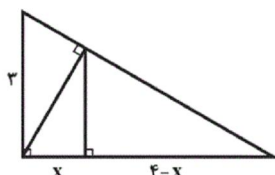
$$\frac{35}{4} \quad (2)$$

$$\frac{26}{7} \quad (1)$$

$$\frac{45}{7} \quad (4)$$

$$\frac{26}{5} \quad (3)$$

۶۵- در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه x کدام است؟



$$1/56 \quad (2)$$

$$1/44 \quad (1)$$

$$1/96 \quad (4)$$

$$1/64 \quad (3)$$

۶۶- مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای  $\frac{1}{8}$  مجذور وتر آن است. کوچکترین زاویه این مثلث چند درجه است؟

$$17/5 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$22/5 \quad (3)$$

۶۷- اندازه دو ضلع قائم از مثلث قائم الزاویه‌ای ۸ و  $2\sqrt{11}$  واحد است. فاصله نقطه تلاقی میانه‌ها از وسط وتر این مثلث کدام است؟

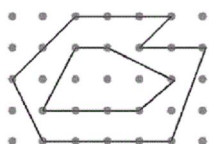
$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۶۸- در شکل زیر مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای، چه کسری از مساحت چندضلعی بزرگ‌تر است؟



$$\frac{25}{36} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

$$\frac{23}{36} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

۶۹- صفحه P، خط d و نقطه A خارج از خط d مفروض‌اند. صفحه گذرا بر نقطه A و عمود بر صفحه P و موازی خط d در کدام

حالت موجود، ولی یکتا نیست؟

$$d \perp P \quad (2)$$

$$d \parallel P \quad (1)$$

$$\text{خط } d \text{ بر صفحه } P \text{ واقع باشد.} \quad (4)$$

$$A \in P \quad (3)$$



۷۰- یک کیک به شکل نیم کره را در نظر بگیرید که شعاع آن یک واحد باشد. کیک را از قسمت مسطح آن روی یک سینی قرار می‌دهیم. مساحت

سطح مقطع برشی از کیک را به دست آورید که موازی با سینی و در فاصله  $\frac{1}{6}$  واحد از آن باشد؟

$$\frac{9\pi}{25} \quad (1) \quad \frac{12\pi}{25} \quad (2)$$

$$\frac{16\pi}{25} \quad (3) \quad \frac{18\pi}{25} \quad (4)$$

۷۱- کدام یک از تبدیل واحدهای زیر با استفاده از نمادگذاری علمی درست است؟

$$1 \text{ MW} = 3 \times 10^3 \text{ TW} \quad (1) \quad 5 \text{ pm} = 0.5 \times 10^{-5} \mu\text{m} \quad (2) \quad 800 \text{ nm} = 0.8 \mu\text{m} \quad (3) \quad 3200 \text{ cm}^2 = 3/2 \times 10^{-1} \text{ m}^2 \quad (4)$$

۷۲- طول هر ضلع یک مکعب فلزی  $10 \text{ cm}$  و جرم آن  $6 \text{ kg}$  است. اگر چگالی فلز  $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، مکعب:

(۱) توپُر است و حجم آن  $750 \text{ cm}^3$  است. (۲) توپُر است و حجم آن  $1000 \text{ cm}^3$  است.

(۳) حفره‌ای خالی دارد و حجم حفره  $250 \text{ cm}^3$  است. (۴) حفره‌ای خالی دارد و حجم حفره  $750 \text{ cm}^3$  است.

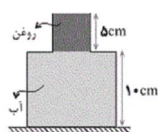
۷۳- گلوله‌ای از ارتفاع  $20$  متری سطح زمین، با سرعت اولیه  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این

گلوله بعد از  $4$  متر پایین آمدن چند برابر می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و از مقاومت هوا صرف نظر شود).

$$3 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۷۴- توان مصرفی یک موتور الکتریکی  $400$  وات و بازده آن  $75\%$  است. در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی الکتریکی در آن به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

$$1/44 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 4/32 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

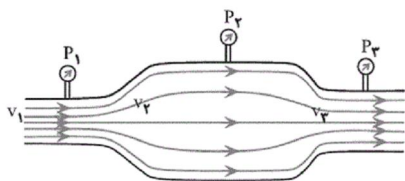


۷۵- در شکل مقابل، ظرف از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده است که سطح مقطع استوانه‌ها  $10 \text{ cm}^2$  و  $50 \text{ cm}^2$  است. اندازه نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (چگالی روغن و آب

به ترتیب  $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  است.)

$$5/4 \quad (1) \quad 6/6 \quad (2) \quad 7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$



۷۶- در شکل مقابل یک جریان لایه‌ای پایا از یک لوله بدون اصطکاک عبور می‌کند. کدام

گزینه در مورد مقایسه اعدادی که فشارسنج‌های  $P_1$ ،  $P_2$ ،  $P_3$  نشان می‌دهند و

همچنین مقایسه تندی‌های  $v_1$ ،  $v_2$ ،  $v_3$  و  $v_4$  شاره صحیح است؟

$$v_1 > v_2 > v_3 \text{ و } P_1 < P_2 < P_3 \quad (1) \quad v_1 < v_2 < v_3 \text{ و } P_1 > P_2 > P_3 \quad (2)$$

$$v_1 > v_2 > v_3 \text{ و } P_1 = P_2 = P_3 \quad (3) \quad v_1 > v_2 > v_3 \text{ و } P_1 > P_2 > P_3 \quad (4)$$

۷۷- یک گرمکن با توان گرمایی ثابت، در مدت  $10$  دقیقه،  $100$  گرم یخ صفر درجه سلسیوس را به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌کند.

این گرمکن همین آب را تقریباً در مدت چند دقیقه به بخار آب  $100$  درجه سلسیوس تبدیل می‌کند؟ ( $L_F = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ )

$$L_V = 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{C}} \text{ و اتلاف انرژی نداریم.}$$

$$26 \quad (1) \quad 40 \quad (2) \quad 56 \quad (3) \quad 80 \quad (4)$$

۷۸- یک انتهای میله آلومینیمی در دمای  $200^\circ \text{C}$  و انتهای دیگر آن در دمای صفر درجه سلسیوس نگه داشته شده و دور میله عایق بندی است. اگر طول میله برابر با یک متر و قطر مقطع آن  $2 \text{ cm}$  باشد، آهنگ رسانش گرما در میله چند وات

است؟ ( $\pi = 3$ ،  $k_{\text{Al}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ )

$$57/6 \quad (1) \quad 14/4 \quad (2) \quad 7/2 \quad (3) \quad 4/8 \quad (4)$$

۷۹- در یک انبساط بی دررو، کار انجام شده توسط یک مول گاز کامل تک اتمی برابر با  $1650$  ژول است. دمای گاز در این فرایند، چند

$$\text{درجه سلسیوس کاهش می یابد؟ } \left( C_V = \frac{3}{2}R \text{ و } R = 8 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} \right)$$

(۱) ۶۵ (۲) ۷۵ (۳) ۱۱۲/۵ (۴) ۱۳۷/۵

۸۰- کمیت های  $Q_L$ ،  $Q_H$  و  $W$  در یک چرخه ترمودینامیکی مبادله می شود. کدام یک از موارد زیر قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی را در چرخه یک یخچال نقض می کند؟

(۱)  $Q_H = 100J$  و  $W = 0$  و  $Q_L = -100J$  (۲)  $Q_H = -100J$  و  $W = 0$  و  $Q_L = 100J$   
 (۳)  $Q_L = 0$  و  $W = -100J$  و  $Q_H = 100J$  (۴)  $Q_L = 0$  و  $W = 100J$  و  $Q_H = -100J$

۸۱- عنصر  $X$  دارای دو ایزوتوپ در طبیعت است که در یون  $X^{2+}$  آن، اختلاف تعداد الکترون ها و نوترون ها در ایزوتوپ (۱) و (۲) به

ترتیب برابر ۱۰ و ۱۲ است. اگر جمع جبری عدد جرمی این دو ایزوتوپ برابر ۱۴۰ و جرم اتمی میانگین عنصر  $X$  برابر ۶۹/۸

باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ (۱) برابر چند درصد است؟ (جرم اتمی = عدد جرمی)

(۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۸۲- عدد جرمی عنصری ۴۵ و تفاوت تعداد پروتون و نوترون آن برابر ۳ می باشد. این عنصر متعلق به گروه ..... و دوره ..... است.

جدول تناوبی است. (گزینه ها از راست به چپ خوانده شود.)

(۱) سوم- چهارم (۲) چهارم- چهارم (۳) سوم- سوم (۴) چهارم- سوم

۸۳- در یون  $A^{2+}$  تفاوت شمار الکترون ها و نوترون ها برابر ۸ و در یون فرضی  $B^{5+}$  این تفاوت برابر ۱۶ است، کدام عبارت نادرست است؟

(۱) اتم بعد از اتم  $B$  دارای ۱۰ الکترون با  $I = 0$  می باشد.

(۲) عدد اتمی  $B$  برابر ۴۱ بوده و این عنصر در گروه ۵ جدول تناوبی قرار دارد.

(۳) اتم  $A$ ، اولین عنصر جدول تناوبی است که دارای ۱۸ الکترون با  $n = 3$  است.

(۴) عدد اتمی  $A$  برابر ۲۹ بوده و این عنصر در گروه یازده جدول تناوبی قرار دارد.

۸۴- عبارت کدام گزینه درست است؟

(۱) رنگ ترکیب هماتیت و بوکسیت به ترتیب خاکستری و قهوه ای می باشد.

(۲) همه فلزها در برابر اکسیژن اکسایش می یابند ولی همه آن ها دچار خوردگی نمی شوند.

(۳) هر چه ضخامت یک سیم بیش تر باشد، مقاومت آن در برابر جریان الکتریکی بیشتر است.

(۴) در برخی از کشورها، سیم های فولادی انتقال برق با ولتاژ بالا را با لایه ای از فلز آلومینیم می پوشانند.

۸۵- نسبت شمار آنیون ها به کاتیون ها در ترکیب ..... به نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در ترکیب ..... برابر ..... می باشد.

(۱) آهن (III) اکسید - پتاسیم سولفید - ۳ (۲) آلومینیم اکسید - کروم (II) اکسید -  $\frac{3}{2}$

(۳) پتاسیم کلرید - منیزیم اکسید -  $\frac{2}{3}$  (۴) کروم (III) کلرید - آلومینیم فلوئورید -  $\frac{1}{9}$

۸۶- در کدام ردیف از جدول زیر ویژگی‌های ذکر شده تماماً نادرست است؟

ردیف	ترکیب	تعداد کل الکترون‌های ظرفیت	تعداد پیوندهای کووالانسی	تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی
A (۱)	$N_2O_4$	۲۶	۴	۱۰
B (۲)	$NF_3$	۲۶	۳	۱۰
C (۳)	$SiCl_4$	۳۰	۶	۲۰
D (۴)	$NH_3$	۷	۳	۱

A (۱)

B (۲)

C (۳)

D (۴)

۸۷- برای ضدعفونی کردن آب یک استخر از محلول کلرید ۵ درصد جرمی استفاده می‌شود. اگر مقدار مجاز کلرید موجود در آب استخر ۱ppm باشد، ۱۲۶ کیلوگرم از این محلول را حداقل برای ضدعفونی کردن چند مرتبه از آب استخری که حاوی

$300m^3$  آب است، می‌توان مورد استفاده قرار داد؟

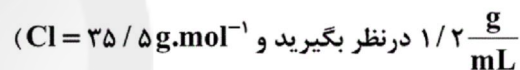
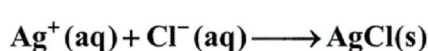
۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

۸۸- به یک ظرف حاوی ۱۰ میلی‌لیتر آب دریا که غلظت یون کلرید در آن  $1900ppm$  می‌باشد، ۲ میلی‌لیتر محلول  $0/2$  مولار نقره نیترات اضافه می‌شود. غلظت یون کلرید پس از اضافه نمودن محلول تقریباً چند مول بر لیتر خواهد شد؟ (چگالی آب دریا را



۰/۰۵۳ (۴)

۰/۰۶۴ (۳)

۰/۰۲۴ (۲)

۰/۰۲ (۱)

۸۹- کدام گزینه همواره صحیح می‌باشد؟ ( $F = 19, H = 1: g.mol^{-1}$ )

(۱) بیش‌تر بودن نقطه جوش  $H_2O$  نسبت به  $HF$  به دلیل بیش‌تر بودن جرم مولی  $H_2O$  نسبت به  $HF$  می‌باشد.

(۲) مولکول آب برخلاف متانول دارای نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(۳) نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه هفدهم به‌طور منظم از بالا به پایین به دلیل افزایش جرم، افزایش می‌یابد.

(۴) تمام ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۵ قطبی بوده و در میان ترکیب‌های هیدروژن‌دار دوره‌های دوم تا چهارم این گروه، ترکیب

$NH_3$  بیش‌ترین نقطه جوش را دارد.

۹۰- اگر در فشار  $1atm$ ،  $0/02$  گرم گاز اکسیژن در  $0/5$  کیلوگرم آب حل شود انحلال‌پذیری این گاز در فشار  $4atm$  چند گرم است؟

( $O = 16 g / mol$ )

۰/۳۸۴ (۲)

۰/۲۵۶ (۱)

۰/۰۱۶ (۴)

۰/۵۱۲ (۳)

A : پاسخ نامه(کلید) آزمون 21 تیر 1398 گروه ریاضی نظام جدید دفترچه

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

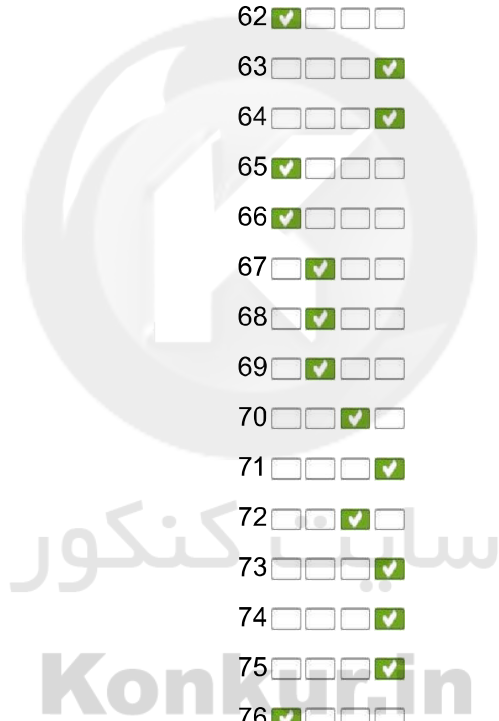
82

83

84

85

86





37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

87

88

89

90



سایت کنکور

**Konkur.in**

## حسابان ۱

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2-3-5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} : S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

(سؤال ۱۶۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۴

با توجه به اینکه اگر  $f^{-1}(\alpha) = \beta$  آنگاه  $f(\beta) = \alpha$  خواهیم داشت:

$$f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$$

$$f^{-1}(-2) = b \Rightarrow f(b) = -2$$

اگر  $a \leq 0$  باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(a) = 2a - 1 = 2 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ غ قق}$$

اگر  $a > 0$  باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(a) = a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

اگر  $b \leq 0$  باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(b) = 2b - 1 = -2 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

اگر  $b > 0$  باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(b) = b - 1 = -2 \Rightarrow b = -1 \text{ غ قق}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2) + f^{-1}(-2) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

(سؤال ۱۵۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵

$$f(g^{-1}(a)) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = g^{-1}(a) \quad (*)$$

$$f^{-1}(1) = \frac{1+1}{1-2(1)} = -2$$

$$\xrightarrow{(*)} g^{-1}(a) = -2 \Rightarrow g(-2) = a$$

با توجه به نمودار تابع  $g$ ، داریم:  $g(-2) = -1$ ، بنابراین  $a = -1$  است.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

(سؤال ۱۷۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۱

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(2a_1 + 19d) \\ S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d) \end{cases}$$

$$S_{20} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 19d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 95d = 18a_1 + 99d \Rightarrow d = -2a_1 \quad (*)$$

$$a_4 = a_1 + 3d = a_1 + 3(-2a_1) = -5a_1 \xrightarrow{(*)} d = 4$$

$$\Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = -2 + 9(4) = 34$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(سؤال ۵۸۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۲

$$\sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 - 2x - 5 = 1 + x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 - 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 2) = 0$$

$$\xrightarrow{x^2+2>0} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$x = \sqrt{3}$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن طرف راست معادله

$$x = -\sqrt{3} \text{ منفی می‌شود؛ پس تنها جواب معادله } \sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x$$

است.

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(سؤال ۷۴۲ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۳

فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مربع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را  $a$  بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$



از آنجایی که  $|x| \leq \frac{\pi}{6}$  است، پس داریم:

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2$$

پس اختلاف بیشترین و کمترین مقدار عبارت برابر یک است.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

(سؤال ۱۷۳۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۹

وقتی  $x \rightarrow \pi^-$ ، می‌توان فرض کرد  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  است، بنابراین

$0 < \sin x < 1$  و در نتیجه  $[\sin x] = 0$  خواهد بود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin 2x + [\sin x]} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2 \sin^2 x}}{\sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} |\sin x|}{2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} \sin x}{2 \sin x \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2}}{2 \cos x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(سؤال ۱۷۸۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۱۰

تابع  $(x-3)$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است، لذا نقاط ناپیوستگی تابع  $\left[\frac{x-3}{3}\right]$  را

می‌یابیم، بنابراین باید  $k = \frac{x-3}{3}$  یا  $x = 3k+3$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) باشد، که در

این بازه نقاط ۳ و ۶ می‌توانند نقاط ناپیوستگی تابع باشند. اما در  $x=3$  تابع

پیوسته است، زیرا:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^+] = 0 \\ f(3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^-] = 0 \end{cases}$$

در نتیجه تابع در این بازه، فقط در یک نقطه ناپیوسته است.

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(سؤال ۱۳۰۷ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۶

$$\log_{\Delta}(2x-1) + \log_{\Delta}(3x-5) = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}(2x-1)(3x-5) = 1$$

$$(2x-1)(3x-5) = \Delta \Rightarrow 6x^2 - 13x + 5 = \Delta$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 13x = 0 \Rightarrow x(6x-13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=\frac{13}{6} \Rightarrow \log_{\Delta}(6x+3) = \log_{\Delta} 16 = 4 \end{cases}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(سؤال ۱۵۱۵ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۷

می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(2\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(2\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \tan \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{5} = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(سؤال ۱۵۷۴ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۸

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$$

$$= \sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

هندسه ۲

$$\Delta OO'T : OT^2 = OO'^2 - O'T^2 = (14/5)^2 - (10/5)^2$$

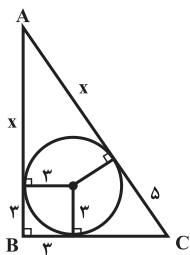
$$\Rightarrow OT^2 = (14/5 + 10/5)(14/5 - 10/5) = 25 \times 4 = 100$$

$$\Rightarrow OT = 10$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۶)

-۱۴



مطابق شکل اگر  $BC = 8$  باشد، آنگاه چون طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow (\delta + x)^2 = (3 + x)^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow 25 + x^2 + 10x = 9 + x^2 + 6x + 64$$

$$\Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow \text{طول وتر} = 12 + 5 = 17$$

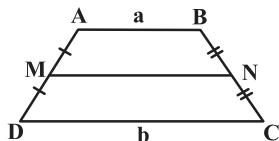
(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(سراسری ریاضی - ۹۵)

-۱۵

طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند،

$$MN = \frac{a+b}{2} \quad \text{میانگین طول دو قاعده دوزنقه است. یعنی در شکل زیر:}$$



$$\text{طبق فرض: } MN = 12 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a+b = 24 \quad (*)$$

اما طبق فرض سؤال دوزنقه ABCD محیطی است، می‌دانیم که در هر چهارضلعی محیطی مجموع ضلع‌های روبه‌رو با هم برابر است، یعنی در دوزنقه محیطی ABCD داریم:  $AB + CD = AD + BC$  پس:

$$\text{محیط } ABCD = AB + CD + AD + BC$$

$$= AB + CD + AB + CD$$

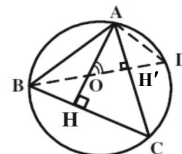
$$= a + b + a + b = 2(a + b)$$

$$\xrightarrow{(*)} \text{محیط } ABCD = 2 \times 24 = 48$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(سراسری ریاضی - ۹۳)

-۱۱



با توجه به این که O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است، پس ارتفاع گذرنده از رأس B بر پاره خط BD واقع است. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AOH' : \widehat{AOD} + \widehat{CAO} = 90^\circ \\ \Delta ACH : \widehat{ACH} + \widehat{CAO} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{ACH}$$

$$\widehat{ACH} = \widehat{ADO} = \frac{1}{2} \widehat{AB} \rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{ADO}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

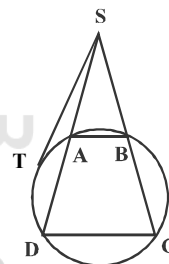
(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۱۲

دوزنقه قابل محاط در دایره، لزوماً متساوی‌الساقین است. طبق فرض در شکل زیر داریم:  $AB = 8$  و  $CD = 12$  و  $AD = 5$ . چون  $AB \parallel CD$  پس طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{SA}{SD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{SA}{SA+5} = \frac{8}{12} \Rightarrow 12SA = 8SA + 40$$

$$\Rightarrow 4SA = 40 \Rightarrow SA = 10 \Rightarrow SD = 10 + 5 = 15$$



حال بر اساس روابط طولی دایره برای یک مماس و یک قاطع داریم:

$$ST^2 = SA \cdot SD = 10 \times 15 = 150$$

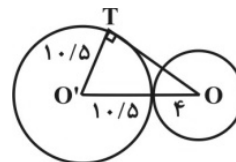
$$\Rightarrow ST = 5\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

-۱۳

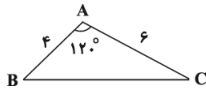
دو دایره، مماس برون هستند پس طول خط‌المركزین آنها برابر است با مجموع طول شعاع دو دایره.





(سؤال ۹۶۳ کتاب آبی)

-۱۸



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

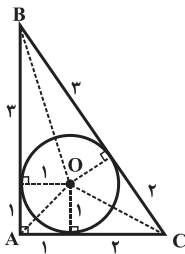
$$= 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76 = 4 \times 19 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۸)

-۱۹



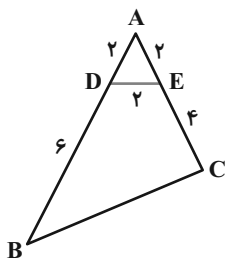
$$r = \frac{S}{P} = 1$$

$$BO = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(سؤال ۱۰۱۹ کتاب آبی)

-۲۰



مثلث ADE سه ضلع برابر دارد، پس متساوی‌الاضلاع است. بنابراین زاویه A برابر ۶۰ درجه است.

مساحت چهارضلعی DECB را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

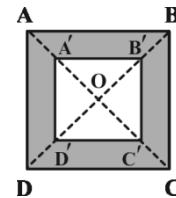
$$\Rightarrow S_{DECB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} = 12\sqrt{3} - \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث، مشابه تمرین ۴ صفحه ۷۵)

(سؤال ۹۰۲ کتاب آبی)

-۱۶

اگر مساحت مربع ABCD به ضلع a را S فرض کنیم، مساحت مربع A'B'C'D' برابر  $\frac{4}{9}S$  خواهد بود. پس مساحت ناحیه محدود بین مربع و تصویرش برابر  $S - \frac{4}{9}S = \frac{5}{9}S$  است، در نتیجه داریم:



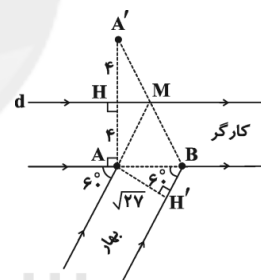
$$\frac{5}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \text{محیط مربع} = 4a = 12$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

(سؤال ۹۳۴ کتاب آبی)

-۱۷



برای به دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A را نسبت به

محور d بازتاب دهیم و نقطه حاصل (A') را به B وصل کنیم. محل تلاقی

A'B با محور d را M می‌نامیم. کوتاه‌ترین مسیر ممکن

است. حال از آنجایی که  $AM = MA'$ ، در نتیجه:

$$AM + MB = MA' + MB = A'B$$

لذا کافی است طول A'B را بیابیم. از طرفی داریم:

$$\triangle AH'B : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{AH'}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{AB} \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به این که  $\triangle A'AB$  در رأس A قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow 3^2 + 6^2 = A'B^2 \Rightarrow A'B = 10$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۵۶)

## آمار و احتمال

$$= A' \cap [B \cap U] = A' \cap B = A' - B'$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(سؤال ۳۳۷ کتاب آبی)

$$P(B) = P(\{a_2, a_3, a_4, a_6\}) = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P(B') = P(\{a_1, a_5\}) = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{10} \Rightarrow P(\{a_1, a_5\}) + P(a_3) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} + P(C) = \frac{3}{10} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۳ صفحه ۵)

(سراسری ریاضی - ۹۱)

-۲۵

اگر پیشامدهای A و B به ترتیب «شماره حداقل یکی از تاس‌های رو شده

۲ باشد» و «حاصل جمع شماره‌های رو شده کم‌تر از ۶ باشد» تعریف شوند،

آنگاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3)\}$$

$$\{(3,1), (3,2), (4,1)\} \Rightarrow n(B) = 10$$

$$A \cap B = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2)\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(سؤال ۴۳ کتاب آبی)

-۲۱

چون گزاره  $p \Rightarrow r \Rightarrow \sim r$  نادرست است، پس  $r \sim$  درست و  $p$  نادرست

است، یعنی  $p$  و  $r$  هر دو نادرست هستند. از طرفی گزاره  $r \Rightarrow q$  درست

است که با توجه به نادرستی تالی  $(r)$ ، لزوماً  $q$  باید نادرست باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(سؤال ۸۷ کتاب آبی)

-۲۲

برای حل، زیرمجموعه‌هایی که اعداد اول ندارند را از کل زیر مجموعه‌ها کم

می‌کنیم. به این ترتیب زیرمجموعه‌هایی خواهیم داشت که حداقل یکی از

اعضای  $\{2, 3, 5, 7\}$  را دارند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} \\ \text{اعداد طبیعی یک رقمی} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \rightarrow 2^9 = 512 \\ \text{اعداد اول یک رقمی} \rightarrow \{2, 3, 5, 7\} \\ \text{تعداد زیرمجموعه‌هایی} \\ \text{که اعداد اول ندارند} \rightarrow \{1, 4, 6, 8, 9\} \rightarrow 2^5 = 32 \end{array} \right\}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر} = 512 - 32 = 480$$

به این صورت زیرمجموعه‌هایی به دست می‌آید که حداقل یکی از اعداد اول

یک رقمی را دارند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۲۳

$$\underbrace{[A \cup (A \cap B)] \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]}_A \text{ قانون جذب}$$

$$= A' \cap [(B \cap A) \cup (B \cap A')] = A' \cap [B \cap \underbrace{(A \cup A')}_U]$$



(سراسری خارج از کشور - تیر ۹۳ - ۹۳)

-۲۸

$$\bar{x} = \frac{20 + 27 + 28}{3} = 25$$

چون میانگین داده‌های اضافه‌شده با میانگین کل داده‌ها برابر است، پس تأثیری در میانگین داده‌ها نخواهد داشت.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 9 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{18} \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 162$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{18 + 3}$$

$$= \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} = 9 \frac{5}{21}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(سؤال ۶۲۹ کتاب آبی)

-۲۹

در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب شدن خوشه‌ها و در نتیجه احتمال انتخاب شدن واحدهای آماری برابر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

(سؤال ۶۶۴ کتاب آبی)

-۳۰

می‌دانیم که پارامتر میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + N}{N + 1} = \frac{N(N + 1)}{N + 1} = \frac{N}{2}$$

حال با توجه به نمونه موجود، مقدار آماره برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 2 + 5 + 8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

پس برآورد نقطه‌ای ما از پارامتر جامعه یعنی  $\frac{N}{2}$ ، برابر است با مقدار آماره

نمونه یعنی ۵، پس برآورد ما از N برابر است با:

$$N = 10$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۵)

(سراسری تیر ۹۳ - ۹۳)

-۲۶

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{۲ بار موفقیت در ۴ دفعه}} \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\binom{4}{2}} \\ & \xrightarrow{\text{۱ تاس عدد زوج بیاید}} \frac{1}{2} \\ & \xrightarrow{\text{۲ بار موفقیت در ۳ دفعه}} \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)}{\binom{3}{2}} \\ & \xrightarrow{\text{۱ تاس عدد فرد بیاید}} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

اگر بیش‌از آنکه فقط ۲ بار موفقیت حاصل شود را A بنامیم، آنگاه طبق

نمودار درختی داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\binom{4}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)}{\binom{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{27} + \frac{2}{9} = \frac{4 + 6}{27} = \frac{10}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۷۲)

(سراسری تیر ۹۰ - ۹۰)

-۲۷

مرکز دسته	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷
$f_i$	۳	۴	۷	x	۱

$$\bar{x} = \frac{11 \times 3 + 15 \times 4 + 19 \times 7 + 23 \times x + 27 \times 1}{15 + x} = 18 \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{252 + 23x}{15 + x} = 18 \frac{1}{4} \Rightarrow 252 + 23x = 276 + 18 \frac{1}{4}x$$

$$\Rightarrow 4 \frac{1}{4}x = 24 \Rightarrow x = 5$$

$$\theta_f = \frac{f_f}{n} \times 360^\circ = \frac{5}{20} \times 360^\circ = 90^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

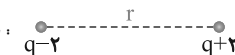
## فیزیک ۲

۳۱

(سؤال ۱۱۴۱ کتاب آبی)

در این سؤال باید مشخص کنیم، اندازه اولیه هر یک از دو بار مشابه  $+q$  چقدر باشد تا اگر  $2\mu\text{C}$  از یکی از بارها کم کرده و به بار دیگر اضافه کنیم، در همان فاصله نیروی بین آنها از  $F = 640\text{N}$  به  $F' = 600\text{N}$  تغییر کند. چون فاصله بین دو بار الکتریکی ثابت و اندازه نیروی بین دو بار در حالت‌های اول و دوم معلوم است، برای محاسبه بار  $q$  از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن استفاده می‌کنیم:

حالت اول: 

حالت دوم: 

$$q_1 = q \Rightarrow q'_1 = (q - 2)\mu\text{C}$$

$$q_2 = q \Rightarrow q'_2 = (q + 2)\mu\text{C}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad \begin{matrix} F'=600\text{N}, F=640\text{N} \\ r'=r \end{matrix}$$

$$\frac{600}{640} = \frac{q-2}{q} \times \frac{q+2}{q} \times 1 \Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{q^2-4}{q^2}$$

$$\Rightarrow 15q^2 = 16q^2 - 64 \Rightarrow q^2 = 64 \Rightarrow q = \pm 8\mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۲

(سؤال ۱۲۸۶ کتاب آبی)

با داشتن  $E = 3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  و  $d = AB = 2\text{cm}$ ، با استفاده از رابطه  $E = \frac{\Delta V}{d}$ ، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  یعنی  $(V_A - V_B)$  را به دست می‌آوریم. توجه کنید، چون در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می‌یابد،  $V_A > V_B$  است، لذا  $V_A - V_B > 0$  می‌شود.

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \quad \begin{matrix} d=AB=2\text{cm}=2 \times 10^{-2}\text{m} \\ E=3000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{matrix}$$

$$3000 = \frac{V_A - V_B}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow V_A - V_B = 60\text{V}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۳۳

(سؤال ۱۳۲۸ کتاب آبی)

چون ظرفیت  $(C)$ ، تغییر بار الکتریکی و تغییر انرژی خازن معلوم است، با استفاده از رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، بار اولیه خازن را به دست می‌آوریم. توجه کنید چون یکی از سه کمیت  $C$ ،  $Q$  و  $U$  دارای پیشوند میکرو است، نیازی به تبدیل واحد نداریم. با توجه به سؤال داریم:

$$Q_2 = Q_1 + \frac{20}{100} Q_1 \Rightarrow Q_2 = 1/2 Q_1$$

$$U_2 = U_1 + 16 \xrightarrow{U = \frac{Q^2}{2C}} \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} + 16$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = 16 \xrightarrow{Q_2 = 1/2 Q_1} \frac{1/4 Q_1^2 - Q_1^2}{2 \times 22} = 16$$

$$\Rightarrow 0/44 Q_1^2 = 44 \times 16 \Rightarrow Q_1^2 = 100 \times 16$$

$$\Rightarrow Q_1 = 10 \times 4 \Rightarrow Q_1 = 40\mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۳۴

(سؤال ۱۴۰۴ کتاب آبی)

با توجه به این که جرم دو سیم و نیز جنس آنها یکسان است، می‌توانیم حجم آنها را نیز مساوی در نظر بگیریم. بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{matrix} \rho_A = \rho_B \\ m_A = m_B \end{matrix} \right. \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2$$

حال برای مقایسه مقاومت‌های  $A$  و  $B$  داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4 \xrightarrow{d_A = \sqrt{2} d_B} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$$

$$\Rightarrow R_A = 2/5 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۵

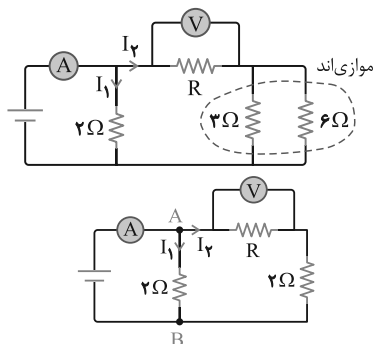
(سؤال ۱۶۰۲ کتاب آبی)

در ابتدا به جای دو مقاومت موازی  $6\Omega$  و  $3\Omega$ ، مقاومت معادل آنها یعنی  $2\Omega$  را

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{9} \Rightarrow R' = 2\Omega$$

قرار می‌دهیم:

مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



از طرفی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را از دو مسیر  $I_1$  و  $I_2$  با هم مساوی قرار می‌دهیم:



رابطه  $F = ILB \sin \theta$  به دست می آید که در آن  $\theta$  زاویه بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی است.

$$F = ILB \sin \theta \quad \begin{matrix} I = 5A, B = 0.2T \\ \theta = 30^\circ, L = 10^{-2} m \end{matrix}$$

$$F = 5 \times 10^{-2} \times 0.2 \times \sin 30^\circ = 5 \times 10^{-4} N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۱ تا ۹۴)

(سؤال ۱۸۶۱ کتاب آبی)

-۳۸

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad \begin{matrix} B = 0.12T, I = 2A \\ L = 1cm = 10^{-2} m \end{matrix}$$

$$0.12 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times N}{1 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 50$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

(سؤال ۱۹۳۷ کتاب آبی)

-۳۹

با توجه به قانون فاراد،  $\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القا شده در حلقه با شیب شار نسبت به زمان رابطه مستقیم دارد. بنابراین در نمودار تغییرات شار نسبت به زمان، در هر مرحله ای که شیب نمودار بیش تر است، نیروی محرکه القا شده بزرگ تر است:

$$0 \text{ تا } 5 \text{ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_{\max} - 0}{5} = \frac{\Phi_{\max}}{5}$$

$$5 \text{ تا } 10 \text{ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 0$$

$$10 \text{ تا } 20 \text{ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{0 - \Phi_{\max}}{10} = -\frac{\Phi_{\max}}{10}$$

و در بازه ۱۸ تا ۲۰ ثانیه، چون همان امتداد خط قبلی است شبیهی مشابه آن دارد. بنابراین با مقایسه اندازه شیب های به دست آمده پیداست که شیب مرحله اول بزرگ تر است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(سؤال ۲۰۲۹ کتاب آبی)

-۴۰

برای یافتن بیشترین انرژی ذخیره شده در سیملوله از رابطه

$$U_{\max} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2$$

$$I = 5 \sin(50\pi t) \Rightarrow I_m = 5A$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \quad \begin{matrix} L = 0.4H, I_m = 5A \end{matrix}$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (5)^2 = 0.5 J = 500 mJ$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

$$V_A - V_B = 2I_1 = V + 2I_2 \xrightarrow{V=10V} 2I_1 = 10 + 2I_2 \quad (1)$$

با توجه به شکل می توان دریافت که جریان عبوری از آمپرسنج (I) به دو جریان  $I_1$  و  $I_2$  تقسیم شده است، یعنی:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I=15A} I_1 + I_2 = 15A \quad (2)$$

حال با حل دستگاه دو معادله (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 2I_1 = 10 + 2I_2 \\ I_1 + I_2 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10A \\ I_2 = 5A \end{cases}$$

حال برای پیدا کردن مقاومت R داریم:

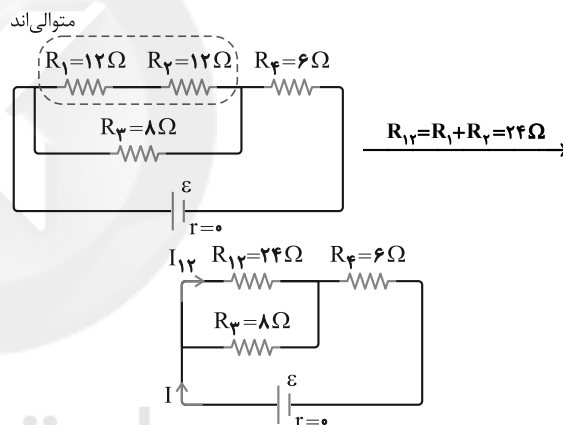
$$V = RI_2 \xrightarrow{V=10V, I_2=5A} 10 = R \times 5 \Rightarrow R = 2\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(سؤال ۱۶۶۱ کتاب آبی)

-۳۶

مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  متوالی اند، پس جریان عبوری از آنها یکسان و برابر جریان عبوری از شاخه مربوط به آنها است، به عبارتی داریم:



حال اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  را  $I$  بنامیم، این جریان در شاخه های شامل مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  تقسیم می شود (چون این شاخه ها

موازی اند)، بنابراین:

$$V_{12} = V_3 \Rightarrow R_{12} I_{12} = R_3 I_3 \xrightarrow{R_{12}=24\Omega, R_3=8\Omega} 24 I_{12} = 8 I_3$$

$$24 I_{12} = 8 I_3 \xrightarrow{I_{12}+I_3=I} I_{12} = I_3 = I_4 = \frac{1}{4} I$$

حال برای مقایسه توان مصرفی مقاومت ها داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{R_3}{R_1} \times \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 \xrightarrow{R_3=6\Omega, R_1=12\Omega, I_3=I, I_1=\frac{1}{4}I}$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \left(\frac{6}{12}\right) \times \left(\frac{I}{\frac{1}{4}I}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = 8$$

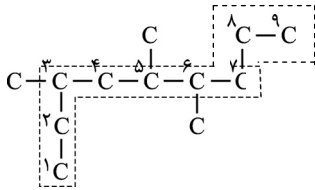
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

(سؤال ۱۸۱۲ کتاب آبی)

-۳۷

نیروی وارد بر هر سانتی متر (۱cm) از سیم راست و بلند حامل جریان در میدان مغناطیسی  $0.2T$  مد نظر است. می دانیم این نیرو از

## شیمی ۲



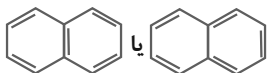
شماره گذاری زنجیر اصلی کربنی از سمت نزدیک تر به نخستین شاخه صورت می گیرد.

(شیمی ۲، صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

(سؤال ۱۳۹۰ کتاب آبی)

-۴۴

عبارت «آ» نادرست است، ساختار نقطه - خط نفتالین به صورت زیر است:



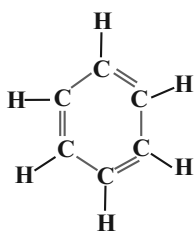
عبارت «ب»: درست است:

$$\left. \begin{aligned} C_6H_6 &= (12 \times 6 + 6) = 78g \\ C_{10}H_8 &= (12 \times 10 + 8) = 128g \end{aligned} \right\}$$

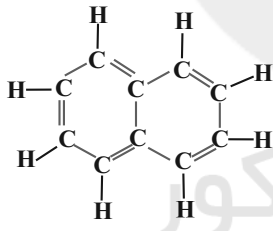
$$\Rightarrow 128 - 78 = 50 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ اختلاف جرم مولی}$$

عبارت «پ»: درست است.

عبارت «ت»: درست است.



۱۵ جفت الکترون پیوندی



۲۴ جفت الکترون پیوندی

(شیمی ۲، صفحه ۴۲)

(سؤال ۱۵۲۰ کتاب آبی)

-۴۵

ابتدا گرمای لازم برای نمونه آب را بدست می آوریم و سپس از طریق آن جرم  $SO_3$  لازم را محاسبه می کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta = 1000 \times 4 / 2 \times 10 = 42 \times 10^3 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

مطابق واکنش برای تولید  $132 \text{ kJ}$  گرما  $80$  گرم  $SO_3$  وارد واکنش می شود که جرم  $SO_3$  لازم برای تولید  $42 \text{ kJ}$  گرما برابر است با:

$$? \text{ g } SO_3 = 42 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{132 \text{ kJ}} \times \frac{80 \text{ g } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 25 / 5 \text{ g } SO_3$$

(شیمی ۲، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

(سؤال ۱۱۴۲ کتاب آبی)

-۴۱

مقایسه واکنش پذیری این سه فلز به صورت مقابل است:  $Li < Na < K$  پس:

واکنش (پ)  $\leftarrow K$  واکنش (ب)  $\leftarrow Na$  واکنش (الف)  $\leftarrow Li$  گزینه «۱» درست. هر یک از فلزات گروه یک، فعال ترین فلز در دوره خود هستند. پس فلز  $K$ ، فعال ترین فلز دوره چهارم است.

گزینه «۲» درست. واکنش (ب)، واکنش بین فلز  $Na$  با گاز  $Cl_2$  است که با تولید نور زرد رنگ همراه است و محصول این واکنش نمک سفید رنگ  $NaCl$  یا همان نمک خوراکی است.

گزینه «۳» نادرست. در واکنش (پ) فلز  $K$  با گاز  $Cl_2$  واکنش می دهد.



گزینه «۴» درست. در دوره دوم فقط یک شبه فلز وجود دارد.

(شیمی ۲، صفحه ۱۲)

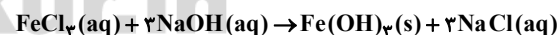
(سؤال ۱۲۶۹ کتاب آبی)

-۴۲

محلول  $250 \text{ mL} = 250 \text{ g NaOH}$  (ناخالص) ?

$$\begin{aligned} & \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \\ & \times \frac{100 \text{ g NaOH (ناخالص)}}{80 \text{ g NaOH (خالص)}} = 25 \text{ g NaOH} \end{aligned}$$

سپس جرم  $Fe(OH)_3$  حاصل را محاسبه می کنیم:



$$0 / 1 \text{ L NaOH} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_3}{3 \text{ mol NaOH}} \times \frac{107 \text{ g } Fe(OH)_3}{1 \text{ mol } Fe(OH)_3} = 7 / 1 \text{ g } Fe(OH)_3$$

(شیمی ۲، صفحه های ۱۹ و ۲۲ تا ۲۵)

(سؤال ۱۳۲۳ کتاب آبی)

-۴۳

اگر ترکیب داده شده را بدون اتم های  $H$  نشان دهیم:

۳، ۵، ۶- تری متیل نونان



$$\Rightarrow 70 - 8/8 = 61/8 = 7.625 \text{ g}$$

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = 0.02 \frac{\text{mol}}{\text{L}\cdot\text{s}} \times 0.05 \text{ L} = 0.001 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{0.001}{2} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$? \text{ g CO}_2 = 10 \text{ s} \times 5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol}} = 2/2 \text{ g CO}_2$$

$$\Rightarrow 20 \text{ g}$$

$$\text{جرم CO}_2 \text{ تولید شده در } 10 \text{ ثانیه دوم} = 61/8 - 56/8 = 5/8 \text{ g}$$

$$? \text{ mol CO}_2 = 5/8 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.1136 \text{ mol CO}_2$$

تولید می‌شود  $0.1136 \text{ mol CaCl}_2$

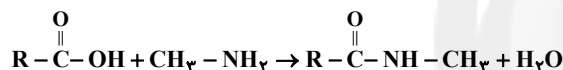
$$\bar{R}_{\text{CaCl}_2} = \frac{0.1136 \text{ mol}}{0.05 \text{ L} \times 10 \text{ s}} = 0.2272 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(سؤال ۱۹۴۰ کتاب آبی)

-۴۹

واکنش مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



ابتدا مول کربوکسیلیک اسید مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$1/55 \text{ g CH}_3\text{NH}_2 \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2}{31 \text{ g}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol RCOOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2} = 0.05 \text{ mol RCOOH}$$

جرم مولی کربوکسیلیک اسید را از روی جرم داده شده و مول محاسبه شده

$$\frac{5/1}{0.05} = 102 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{به دست می‌آوریم:}$$

فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدها  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  است:

$$102 = 12n + 2n + 32 \Rightarrow n = \frac{70}{14} = 5$$

کربوکسیلیک اسید مربوطه پنتانویک اسید بوده است. پس ساختار آید باید در

بخش مربوط به اسید، دارای ۵ کربن باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(سؤال ۱۹۰۱ کتاب آبی)

-۵۰

این ترکیب دارای یک گروه استری، دو گروه هیدروکسیل، یک حلقه آروماتیک و یک اکسیژن اتری است. می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد چون هیدروژن متصل به اکسیژن دارد. در آن ۴ اتم کربن وجود دارد که به

هیچ اتم هیدروژنی وصل نیستند. فرمول مولکولی این ترکیب  $\text{C}_{15}\text{H}_{20}\text{O}_5$

می‌باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۷ و ۱۰۹)

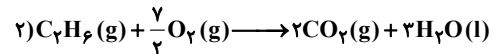
(سؤال ۱۵۵۰ کتاب آبی)

-۴۶

واکنش‌های سوختن متان و اتان به صورت زیر می‌باشد:



$$\Delta H_1 = -890 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_2 = -2220 \text{ kJ}$$

حال گرمای آزاد شده برای تولید یک مول  $\text{CO}_2$  را در هر یک از واکنش‌ها

به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} 1) ? \text{ kJ} &= 1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CO}_2} = 890 \text{ kJ} : Q_1 \\ 2) ? \text{ kJ} &= 1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2220 \text{ kJ}}{2 \text{ mol CO}_2} = 1110 \text{ kJ} : Q_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow Q_2 - Q_1 = +220 \text{ kJ}$$

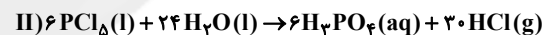
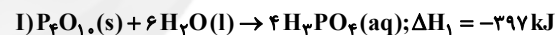
(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سؤال ۱۶۲۱ کتاب آبی)

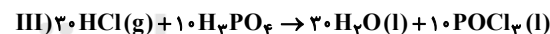
-۴۷

با استفاده از قانون هس به صورت زیر به واکنش مورد نظر می‌رسیم:

واکنش اول را به همان صورت می‌نویسیم، واکنش دوم را در ۶ ضرب می‌کنیم و واکنش سوم را معکوس کرده و در ۱۰ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_2 = 6 \times (-136) \text{ kJ}$$



$$\Delta H_3 = -10 \times (-68) \text{ kJ}$$

$$\Delta H : = -397 + 6 \times (-136) + 10 \times 68 = -533 \text{ kJ}$$

$$266/5 \text{ kJ} \times \frac{10 \text{ mol POCl}_3}{533 \text{ kJ}} = 10 \text{ mol POCl}_3$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

(سؤال ۱۷۱۶ کتاب آبی)

-۴۸

کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گاز  $\text{CO}_2$  از واکنش است.

معادله واکنش به صورت زیر است:



$$\text{ده ثانیه اول: } \bar{R}_{\text{HCl}} = 0.08 \frac{\text{mol}}{\text{L}\cdot\text{s}} \times 0.05 \text{ L} = 0.004 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{0.004}{2} = 0.002 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$? \text{ g CO}_2 = 10 \text{ s} \times 0.002 \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol}} = 0.88 \text{ g CO}_2$$

## ریاضی ۱

$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\Delta ABC : \sin 60^\circ = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{AC=2AB} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow BC = 6$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(6) = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(سؤال ۱۴۵۷ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۳

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{2}{3} \cos x$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{\frac{2}{3} \cos x} + \frac{2+2 \cos x}{\cos x} = \frac{6}{\cos x} + \frac{2}{\cos x} + 2 = \frac{8}{\cos x} + 2 (*)$$

کافی است  $\cos x$  را بیابیم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } x} \cos x = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\xrightarrow{(*)} A = \frac{8}{\cos x} + 2 \xrightarrow{\cos x = \frac{3}{\sqrt{13}}} A = \frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(سؤال ۳۴۱ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۴

$$x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$$

فرض می‌کنیم  $a = \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$  و  $b = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ . طرفین تساوی را به توان ۳

می‌رسانیم و از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$x = a+b \Rightarrow x^3 = (\sqrt{2}+1) + (\sqrt{2}-1) + 3(\sqrt[3]{\sqrt{2}-1})x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(سؤال ۱۸۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۱

جملات دوم، پنجم و دوازدهم یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و

قدرنسبت  $d$  به صورت زیر است:

$$t_2 = t_1 + d, \quad t_5 = t_1 + 4d, \quad t_{12} = t_1 + 11d$$

از طرفی اگر  $x, y, z$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه

$$y^2 = x \cdot z \quad \text{برقرار است. پس داریم:}$$

$$t_5^2 = t_2 t_{12} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 16d^2 = t_1^2 + 12t_1 d + 11d^2$$

$$\Rightarrow 5d^2 = 4t_1 d \xrightarrow{d \neq 0} t_1 = \frac{5}{4} d \quad (*)$$

قدرنسبت دنباله هندسی، از نسبت یک جمله به جمله قبلی آن

به دست می‌آید.

$$\Rightarrow r = \frac{t_1 + 4d}{t_1 + d} = \frac{\frac{5}{4}d + 4d}{\frac{5}{4}d + d} = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(سؤال ۱۳۹۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

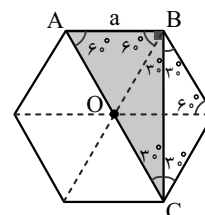
-۵۲

مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع  $a$  برابر با  $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$  است. بنابراین داریم:

$$18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

در شکل زیر، اگر قطرهای شش‌ضلعی منتظم را رسم کنیم، با توجه به زوایای

تشکیل شده، خواهیم داشت:







۵۵

(سؤال ۵۳ کتاب آبی ریاضیات پایه)

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

$$y = x^2 - mx + m + 1$$

$$\frac{x = \frac{m}{2}}{y} \Rightarrow y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m + 1 = \frac{-m^2 + 4(m+1)}{4}$$

رأس سهمی بر روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد. بنابراین مختصات رأس سهمی در معادله خط صدق می‌کند. پس داریم:

$$\frac{-m^2 + 4(m+1)}{4} = \frac{m}{2} + 1$$

$$\Rightarrow 4m + 4 - m^2 = 2m + 4 \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۵۶

(سؤال ۶۱۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

در عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$ ، علامت عبارت بین ریشه‌ها، مخالف علامت  $a$  است. از آنجا که علامت عبارت  $-2x^2 + ax + 4$  در بازه  $[-2, k]$  مثبت است، پس  $x = -2$  یک جواب معادله  $-2x^2 + ax + 4 = 0$  است و در معادله صدق می‌کند.

$$\Rightarrow -2(-2)^2 + a(-2) + 4 = 0 \Rightarrow -8 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین نامعادله به صورت  $-2x^2 - 2x + 4 \geq 0$  است. در نتیجه داریم:

$$-2(x^2 + x - 2) \geq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in [-2, 1] \Rightarrow k = 1 \xrightarrow{a=-2} a+k = -1$$

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۵۷

(سؤال ۷۸۶ کتاب آبی ریاضیات پایه)

در یک تابع، اگر دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول برابر وجود داشته باشد، مؤلفه‌های دوم آنها نیز باید برابر باشند، پس:

$$(7, m^2 - 4m) = (7, 5) \Rightarrow m^2 - 4m = 5$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m-5)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای  $m = -1$  دو زوج مرتب  $(-1, 2)$  و  $(-1, 6)$  را خواهیم داشت که

شرط تابع بودن را برآورده نمی‌کنند، پس  $m = 5$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow f = \{(-1, 2), (7, 5), (5, 6), (2, 5)\}$$

اگر نقطه  $(a, b)$  بالای نیم‌ساز ناحیه اول باشد، باید  $0 < a < b$  باشد.

بنابراین تنها دو نقطه  $(2, 5)$  و  $(5, 6)$  این شرایط را دارند.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۵۸

(سؤال ۸۵۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

تابع  $f$ ، تابعی ثابت است.

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع  $f$  برابر با  $\{2c - 3\}$  است، پس داریم:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

$$\Rightarrow a + b + c = 10$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱)

۵۹

(سؤال ۱۳۶۵ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

چون در دهمین پرتاب باید برای سومین بار «رو» بیاید، باید در ۹ پرتاب قبلی فقط دو بار «رو» آمده باشد. بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$\binom{9}{2} = 36$$

(ریاضی ۱- شمارش برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۶۰

(سؤال ۲۵۴ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

فضای نمونه‌ای شامل تمام حالت‌های انتخاب ۳ مهره از میان ۹ مهره است.

$$n(S) = \binom{9}{3} = 84 \quad \text{داریم:}$$

اگر فقط یکی از مهره‌های انتخابی سفید باشد، دو مهره دیگر باید به دلخواه از میان مهره‌های قرمز یا سیاه انتخاب شوند. اگر بیش‌امد مطلوب را  $A$  بنامیم، داریم:

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$\downarrow$  مهره سفید       $\downarrow$  دو مهره قرمز یا سیاه  
 یک مهره سفید

$$\Rightarrow P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

$$AC \parallel BD \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OA}{AB} \quad (1)$$

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE}$$

$$\Rightarrow BE = \frac{40}{3} = \frac{39+1}{3} = 13\frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(سراسری خارج از کشور تهری - ۹۰)

-۶۴

ضلع  $a$  از مثلث اول، نمی‌تواند با ضلع  $b$  از مثلث دوم متناسب باشد، زیرا

$$\text{تساوی‌های } \frac{a}{b} = \frac{4}{9} = \frac{5}{7} \text{ و } \frac{a}{b} = \frac{4}{7} = \frac{5}{9} \text{ برقرار نیستند.}$$

بنابراین ضلع  $a$  از مثلث اول با ضلع به طول ۷ یا ۹ از مثلث دوم متناسب

است. اما برای اینکه  $a$  بیشترین مقدار باشد، باید با ضلع بزرگتر یعنی ۹

متناسب باشد. در این صورت یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{cases} \frac{a}{9} = \frac{4}{7} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{36}{7} \\ \frac{a}{9} = \frac{4}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow a = \frac{45}{7} \end{cases}$$

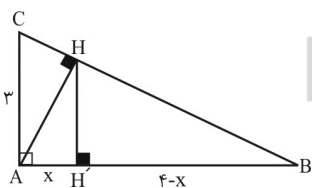
بنابراین، بیش‌ترین مقدار ممکن برای  $a$ ، برابر با  $\frac{45}{7}$  است.

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۶۵

راه حل اول:



$$AB = AH' + H'B = x + (4 - x) = 4$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} \Rightarrow BC = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{16}{5}$$

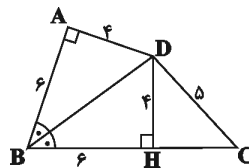
$$HH' \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BH'}{AB} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{16}{25} \Rightarrow 4-x = \frac{64}{25}$$

هندسه ۱

-۶۱

(سؤال ۲۵ کتاب آبی)



از  $D$  بر  $BC$  عمود می‌کنیم. چون  $D$  روی نیمساز زاویه  $ABC$  واقع است، پس:

$$BH = AB = 6$$

$$DH = AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DHC$  طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$HC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 6 + 3 = 9$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

-۶۲

(سراسری ریاضی - ۸۲)

می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه نامعادله زیر هم‌زمان برقرار باشند:

$$1) (x+7) + (4x-4) > 6x \Rightarrow 5x+3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

$$2) (x+7) + 6x > 4x-4 \Rightarrow 7x+7 > 4x-4 \Rightarrow$$

$$3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$3) 6x + (4x-4) > x+7 \Rightarrow 10x-4 > x+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

اشتراک سه بازه به دست آمده برابر است با:

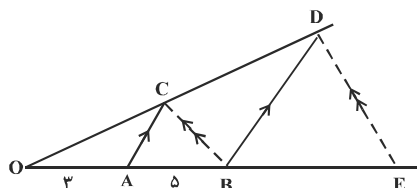
توجه کنید به ازا  $\frac{11}{9} < x < 3$  طول اضلاع مثلث یعنی  $4x-4$ ،  $6x$  و

$x+7$  همواره مثبت هستند، بنابراین کل این بازه قابل قبول است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۷)

-۶۳

(سراسری خارج از کشور تهری - ۹۴)



(سؤال ۵۱۲ کتاب آبی)

-۶۸

مساحت چندضلعی بزرگتر را  $S$  و مساحت چندضلعی کوچکتر را  $S'$ 

می‌نامیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= i + \frac{b}{2} - 1 = 12 + \frac{14}{2} - 1 = 18 \\ S' &= i + \frac{b}{2} - 1 = 3 + \frac{7}{2} - 1 = 5/5 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow S - S' = 18 - 5/5 = 12/5$$

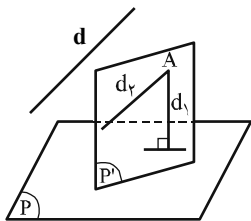
$$\frac{S - S'}{S} = \frac{12/5}{18} = \frac{25}{36}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۹ تا ۷۳)

(سراسری ریاضی - ۱۵)

-۶۹

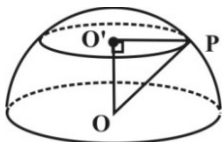
از نقطه  $A$  خط  $d_1$  را عمود بر صفحه  $P$  و خط  $d_2$  را موازی خط  $d$  رسم می‌کنیم، صفحه  $P'$  شامل  $d_1$  و  $d_2$  بر صفحه  $P$  عمود و با خط  $d$  موازی است. حال اگر خط  $d$  عمود بر صفحه  $P$  باشد، آنگاه  $d_1$  و  $d_2$  بر هم منطبق بوده و در این صورت صفحه  $P'$  موجود ولی منحصر به فرد نیست.



(هنرسه ۱- تبسم فضایی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

(سؤال ۶۲۷ کتاب آبی)

-۷۰



مطابق شکل داریم:

$$O'P^2 = OP^2 - OO'^2 = 1^2 - (0/6)^2 = 0/64$$

چون شعاع سطح مقطع همان  $O'P$  است، پس مساحت سطح مقطع برابر است

$$A = \pi \times O'P^2 = \pi(0/64) = \frac{16\pi}{25}$$

با:

(هنرسه ۱- تبسم فضایی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

$$\Rightarrow x = \frac{36}{25} = \frac{144}{100} = 1/44$$

راه حل دوم:

$$\Delta ABC: \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 3 \end{cases} \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} BC = 5$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

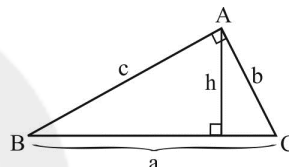
$$\Delta ABH: AH^2 = AH' \times AB \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = x \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{144}{100} = 1/44$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷، ۴۱ و ۴۲)

(سراسری خارج از کشور تهرانی - ۹۳)

-۶۶



با توجه به فرض مسئله  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a^2$ ، از طرفی با توجه به شکل

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ah$$

$$\frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} ah \Rightarrow h = \frac{1}{3} a$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است که این خاصیت مثلث‌های قائم‌الزاویه با زاویه حاده  $15^\circ$  می‌باشد.

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۴)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۵)

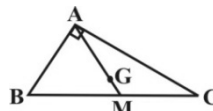
-۶۷

با استفاده از قضیه فیثاغورس، طول وتر مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a^2 = (2\sqrt{11})^2 + 8^2 = 44 + 64 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

از آنجا که طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه برابر نصف طول وتر است، پس با توجه به شکل، طول میانه  $AM$  برابر  $3\sqrt{3}$  است. از طرفی برای نقطه تلاقی میانه‌ها (مرکز ثقل مثلث) که با  $G$  نمایش داده شده است

داریم:

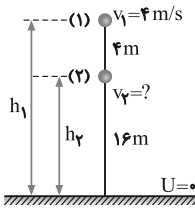


$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \xrightarrow{AM=3\sqrt{3}} GM = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۶ و ۶۷)

## فیزیک ۱

در ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین می‌پردازیم. سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + K_2 \quad \begin{matrix} v_1 = 4 \text{ m/s}, h_1 = 20 \text{ m} \\ h_2 = 16 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2 \end{matrix}$$

$$200 \text{ m} + 8 \text{ m} = 160 \text{ m} + K_2 \Rightarrow K_2 = 48 \text{ m (J)}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 16 = 8 \text{ m (J)}$$

بنابراین:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{48 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 6$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۸ و ۳۹ تا ۴۷)

(سؤال ۲۶۴ کتاب آبی)

-۷۴

ابتدا با داشتن بازده و توان مصرفی به محاسبه توان خروجی موتور الکتریکی می‌پردازیم و سپس با محاسبه توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده را می‌یابیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{400} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 300 \text{ W}$$

به کمک توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده برابر است با:

$$P_{\text{تلف شده}} = P_{\text{کل}} - P_{\text{خروجی}} = 400 - 300 = 100 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{\text{تلف شده}} = \frac{Q}{t} \Rightarrow 100 = \frac{Q}{6} \Rightarrow Q = 600 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

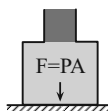
(سؤال ۳۸۱ کتاب آبی)

-۷۵

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها از رابطه  $F = P \cdot A$  به دست می‌آید. در این جا فشار وارد بر کف ظرف، حاصل از دو مایع است، بنابراین داریم:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{روغن}} + P_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}}gh + \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}}$$

$$\frac{\rho_{\text{روغن}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{h_{\text{روغن}} = 0.05 \text{ m}, h_{\text{آب}} = 0.1 \text{ m}}$$



$$P = 800 \times 10 \times 0.05 + 1000 \times 10 \times 0.1 = 400 + 1000 = 1400 \text{ Pa}$$

$$F = P \cdot A = 1400 \text{ Pa} \cdot A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = 1400 \times 5 \times 10^{-3} = 7 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

(سؤال ۴۳ کتاب آبی)

-۷۱

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم.  
گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$3 \text{ TW} = 3 \text{ TW} \times \frac{10^{12} \text{ W}}{1 \text{ TW}} \times \frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ W}} = 3 \times 10^6 \text{ MW}$$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$5 \text{ pm} = 5 \text{ pm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^{12} \text{ pm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 5 \times 10^{-6} \mu\text{m}$$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا:

$$800 \text{ nm} = 800 \text{ nm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^9 \text{ nm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 800 \times 10^{-3} \mu\text{m}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (8 \times 10^2) \times 10^{-3} \mu\text{m} = 8 \times 10^{-1} \mu\text{m}$$

گزینه «۴» درست است؛ زیرا:

$$3200 \text{ cm}^2 = 3200 \text{ cm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(10^2)^2 \text{ cm}^2} = 3200 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (3.2 \times 10^3) \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3.2 \times 10^{-1} \text{ m}^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(سؤال ۱۰۰ کتاب آبی)

-۷۲

ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم ۶ kg، حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطه چگالی پیدا می‌کنیم. (بدیهی است که در صورت حفره‌دار بودن مکعب، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است.)  
داریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \quad \begin{matrix} \rho = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ m = 6 \text{ kg} = 6000 \text{ g} \end{matrix} \Rightarrow 8 = \frac{6000}{V'} \Rightarrow V' = \frac{6000}{8} = 750 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{matrix} V_{\text{ظاهری}} = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ V' = 750 \text{ cm}^3 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} > V'}$$

چون حجم ظاهری مکعب بیش‌تر از حجم واقعی آن است، بنابراین مکعب دارای حفره است و داریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(سؤال ۲۰۷ کتاب آبی)

-۷۳

در اینجا نسبت انرژی جنبشی یک جسم در دو مکان را از ما خواسته است. ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی به محاسبه انرژی جنبشی جسم

(سؤال ۷۴۱ کتاب آبی)

-۷۸

با استفاده از رابطه آهنگ رسانش گرما می‌توان نوشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta\theta}{L} = \frac{kA(\theta_2 - \theta_1)}{L}$$

$$\frac{k_{Al} = 240 \frac{W}{m \cdot K}, \theta_2 = 200^\circ C, \theta_1 = 0^\circ C}{L = 1m, A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.02)^2}{4} = 3.14 \times 10^{-4} m^2}$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{240 \times 3.14 \times 10^{-4} \times (200 - 0)}{1} \Rightarrow \frac{Q}{t} = 14.4 W$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

(سؤال ۹۱۹ کتاب آبی)

-۷۹

چون فرایند انبساطی است کار محیط روی گاز منفی است یعنی

$$W = -1650 J$$

طبق قانون اول ترمودینامیک در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  است. بنابراین:

$$\Delta U = nC_V \Delta T \quad \frac{\Delta U = -1650 J, n = 1 \text{ mol}}{C_V = \frac{3}{2} R, R = 8 J/mol \cdot K}$$

$$-1650 = (1) \left(\frac{3}{2} \times 8\right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = -137.5 K$$

چون تغییر دما برحسب کلوین و درجه سلسیوس برابر است پس:

$$\Delta \theta = -137.5^\circ C$$

علامت منفی یعنی دما کاهش یافته است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵ و ۱۵۴ تا ۱۵۷)

(سؤال ۱۰۷۵ کتاب آبی)

-۸۰

بر طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، هیچ‌گاه گرما به خودی خود

از منبع دما پایین به منبع دما بالا نمی‌رود، بنابراین اگر در یک

یخچال،  $W = 0$  یا  $|Q_H| = Q_L$  باشد، قانون دوم ترمودینامیک به بیان

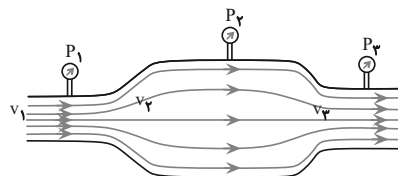
یخچالی نقض می‌شود.

دقت کنیم در گزینه «۱»  $W = 0$  ولی  $Q_H > 0$  و  $Q_L < 0$  است، درصورتی که در یخچال‌ها باید  $Q_H < 0$  و  $Q_L > 0$  باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۷)

(سؤال ۴۹۵ کتاب آبی)

-۷۶



مطابق شکل می‌خواهیم تندی حرکت شاره و فشار آن‌را در ناحیه‌های (۱)، (۲) و (۳) بررسی کنیم.

در جریان پایای یک شاره لایه‌ای، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیش‌تر و طبق اصل برنولی فشار شاره کم‌تر خواهد بود. بنابراین داریم:

$$A_2 > A_3 > A_1$$

$$\Rightarrow v_2 < v_3 < v_1$$

$$\Rightarrow P_2 > P_3 > P_1$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

(سؤال ۷۱۰ کتاب آبی)

-۷۷

ابتدا توان گرمایی ثابت گرمکن را با استفاده از اطلاعات سؤال به دست می‌آوریم:

$$P \cdot t = m L_F \quad \frac{t = 1 \text{ min} = 1 \times 60 = 60 \text{ s}, m = 1 \text{ kg}}{L_F = 334000 \frac{J}{kg}}$$

$$P \times 60 = 1 \times 334000 \Rightarrow P = \frac{167}{3} W$$

خواسته سؤال مدت زمان مورد نیاز برای تبدیل ۱۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس به ۱۰۰ گرم بخار آب ۱۰۰ درجه سلسیوس می‌باشد. با توجه به

ثابت بودن توان گرمایی گرمکن داریم:  $P \cdot t' = mc(\theta_2 - \theta_1) + mL_V$ 

$$\frac{m = 0.1 \text{ kg}, c = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, \theta_2 = 100^\circ C, \theta_1 = 0^\circ C}{P = \frac{167}{3} W, L_V = 2256000 \frac{J}{kg}}$$

$$\frac{167}{3} \times t' = 0.1 \times 4200 \times (100 - 0) + 0.1 \times 2256000$$

$$\Rightarrow t' = 480.7 \text{ s} \rightarrow t' = 8 \text{ min}$$

روش دوم: می‌دانیم توان گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t} = \frac{Q_2}{t'} \Rightarrow \frac{m L_F}{t} = \frac{mc\Delta\theta + m L_V}{t'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10 \text{ min}} \times 334 = \frac{1}{t'} \times \left( 4 \times 2 \times 100 + \frac{1}{10} \times 2256 \right)$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)



شیمی ۱

$${}^Z\text{B}^{5+} \Rightarrow \begin{cases} e = z - 5 \\ n = 93 - z \end{cases}$$

$$\Rightarrow 93 - z - z + 5 = 16 \Rightarrow z = 41$$

ملاحظه می کنید اتم A با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۱۸ الکترون با  $n = 3$  بوده و در تناوب چهارم و گروه ۱۱ قرار دارد. اتم B با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۴۲ الکترون با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۹ الکترون با  $I = 0$  است.

(شیمی، صفحه‌های ۵ و ۲۸ تا ۳۴)

(سؤال ۴۱۶ کتاب آبی)

-۸۴

گزینه «۱»: رنگ ترکیب هماتیت ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی) و ترکیب بوکسیت ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی) به ترتیب قهوه‌ای و خاکستری می‌باشد. گزینه «۲»: برخی فلزها مانند طلا، پلاتین و... در برابر اکسیژن اکسایش نمی‌یابند. گزینه «۳»: هرچه ضخامت یک سیم بیش‌تر باشد، مقاومت آن در برابر جریان الکتریکی کم‌تر است.

(شیمی، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

(سؤال ۴۳۸ کتاب آبی)

-۸۵

گزینه «۱»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fe}_2\text{O}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{2} \\ \text{K}_2\text{S} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{2}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Al}_2\text{O}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{2} \\ \text{CrO} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

گزینه «۳»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{KCl} \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{1}{1} \\ \text{MgO} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه «۴»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{CrCl}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{1} \\ \text{AlF}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{1} = 9$$

(شیمی، صفحه‌های ۶۳ و ۹۹)

(سؤال ۹۹ کتاب آبی)

-۸۱

اگر ایزوتوپ‌های عنصر X را به صورت  ${}^A_Z\text{X}$  و  ${}^B_Z\text{X}$  در نظر بگیریم، در این صورت خواهیم داشت:

$${}^A_Z\text{X}^{3+} \rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = A - Z \\ N - e = 10 \Rightarrow N - Z + 3 = 10 \Rightarrow N = Z + 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 7 = A - Z \Rightarrow A = 2Z + 7$$

$${}^B_Z\text{X}^{3+} \rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = B - Z \\ N - e = 12 \Rightarrow N - Z + 3 = 12 \Rightarrow N = Z + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 9 = B - Z \Rightarrow B = 2Z + 9$$

چون جمع جبری عدد جرمی دو ایزوتوپ برابر ۱۴۰ است، یعنی:

$$A + B = 140 \Rightarrow 2Z + 7 + 2Z + 9 = 140$$

$$\Rightarrow 4Z = 124 \Rightarrow Z = 31$$

بنابراین A و B برابر است با:

$$B = 2 \times 31 + 9 = 71, A = 2 \times 31 + 7 = 69$$

حال درصد فراوانی دو ایزوتوپ را به دست می‌آوریم:

$$69/8 = \frac{69x_1 + 71(100 - x_1)}{100}$$

$$\Rightarrow 6980 = 69x_1 + 7100 - 71x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = 60\% \rightarrow x_2 = 40\%$$

(شیمی، صفحه ۱۵)

(سؤال ۱۹ کتاب آبی)

-۸۲

$$\left. \begin{array}{l} A = 45 \\ N - Z = 3 \\ A = Z + N \end{array} \right\} \Rightarrow 45 = Z + (Z + 3) \Rightarrow 45 - 3 = 2Z \Rightarrow Z = 21$$

برای یافتن شماره گروه و دوره (تناوب) این عنصر باید از عدد اتمی یا تعداد پروتون آن استفاده کنیم. از آنجایی که عدد اتمی ۲۱ بین عناصر K ۱۹ و Kr ۳۶ قرار دارد و اختلاف عدد اتمی آن با K ۱۹ برابر ۲ است این عنصر در گروه سوم و تناوب چهارم جدول قرار دارد.

(شیمی، صفحه‌های ۵، ۳۳ و ۳۴)

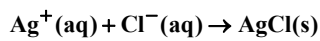
(سؤال ۲۴۵ کتاب آبی)

-۸۳

$${}^Z\text{A}^{2+} \Rightarrow \begin{cases} e = z - 2 \\ n = 64 - z \end{cases}$$

$$\Rightarrow 64 - z - z + 2 = 8 \Rightarrow z = 29$$

یون نقره با کلرید واکنش می‌دهد و رسوب نقره کلرید تشکیل می‌شود، پس در اثر واکنش از غلظت یون کلرید کاسته می‌شود.



$$0.00064 - 0.0004 = 0.00024 \text{ mol Cl}^-$$

غلظت کلرید باقی‌مانده پس از تشکیل رسوب:

$$\text{غلظت یون کلرید} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{0.00024}{(0.01 + 0.002)}$$

$$= \frac{0.00024}{0.012} = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۶ و ۱۰۷)

(سؤال ۹۵۷ کتاب آبی)

-۸۹

گزینه «۱»: نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  به دلیل بیش‌تر بودن تعداد پیوند هیدروژنی، نسبت به مولکول  $\text{HF}$  بیش‌تر می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۲»: هر دو ترکیب دارای نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی هستند. (نادرست)

گزینه «۳»: تغییرات نقطه جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه هفدهم نامنظم می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۴»: در تمام ترکیبات هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۵ بر روی اتم مرکزی الکترون ناپیوندی وجود دارد در نتیجه قطبی می‌باشند و در میان ترکیب‌های هیدروژن‌دار دوره‌های دوم تا چهارم این گروه، ترکیب  $\text{NH}_3$  بیشترین نقطه جوش را دارد. (درست)

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

(سؤال ۱۰۰۴ کتاب آبی)

-۹۰

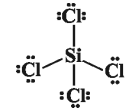
با توجه به اینکه رابطه انحلال‌پذیری گازها با فشار به صورت خطی تغییر می‌کند، در فشار ۴ atm، ۰/۰۸ گرم  $\text{O}_2$  در ۰/۵ کیلوگرم آب حل می‌شود. بنابراین در ۱۰۰ گرم آب، ۰/۰۱۶ گرم  $\text{O}_2$  حل می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

(سؤال ۷۲۲ کتاب آبی)

-۸۶

$\text{SiCl}_4$  دارای ۳۲ الکترون در لایه ظرفیت اتم‌های خود است و تعداد پیوندهای کووالانسی آن ۴ است و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد. (هر اتم کلر ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد.)



(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۳، ۶۴ و ۶۵)

(سؤال ۷۷۶ کتاب آبی)

-۸۷

ابتدا جرم  $\text{Cl}^-$  موجود در آب استخر را محاسبه می‌کنیم. در محلول‌های رقیق که حلال آن آب است می‌توان ppm را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 1 = \frac{x \text{ mg Cl}^-}{300 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow x = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^-$$

سپس جرم محلول حاوی یون کلرید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kg} = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^- \times \frac{1 \text{ g Cl}^-}{10^3 \text{ mg Cl}^-}$$

$$\times \frac{100 \text{ g محلول}}{5 \text{ g Cl}^-} \times \frac{1 \text{ kg محلول}}{10^3 \text{ g محلول}} = 6 \text{ kg محلول}$$

بنابراین با ۱۲۶ کیلوگرم از محلول، ۲۱ ( $\frac{126}{6}$ ) مرتبه می‌توان آب استخر را ضدعفونی کرد.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(سؤال ۸۶۸ کتاب آبی)

-۸۸

ابتدا مقدار مول یون کلرید در آب دریا را محاسبه می‌کنیم:

$$10 \text{ mL دریا} \times \frac{1/2 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1/9 \text{ g Cl}^-}{1000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{35/5 \text{ g Cl}^-}$$

$$= 0.00064 \text{ mol Cl}^-$$

مقدار مول یون نقره را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$0.002 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.0004 \text{ mol Ag}^+$$