

۱- در یک دنباله هندسی، جمله دوم و دو برابر جمله پنجم و جمله هشتم می توانند سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند.

بزرگ ترین این سه عدد چند برابر کوچک ترین آنهاست؟

(۱)  $2 + \sqrt{3}$  (۲)  $5 + 2\sqrt{3}$  (۳)  $5 + 4\sqrt{3}$  (۴)  $7 + 4\sqrt{3}$

۲- رابطه  $A = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$  به ازای کدام مقدار  $m$ ، یک تابع است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $2$  (۴) هیچ مقدار  $m$

۳- برد تابع  $y = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x}$  کدام است؟

(۱)  $\mathbb{R} - (-1, 1)$  (۲)  $\mathbb{R} - \{0\}$  (۳)  $\mathbb{R} - [-1, 1]$  (۴)  $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$

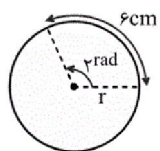
۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، هر نقطه از نمودار تابع  $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$  بالای محور  $x$  هاست؟

(۱)  $a < -1$  (۲)  $a > 1$  (۳)  $a > 2$  (۴)  $1 < a < 2$

۵- از دو معادله  $\log_2 x + \log_2 y = 2$  و  $x^2 + y^2 = 46$ ، لگاریتم  $(x+y)$  در پایه ۴ کدام است؟

(۱)  $1/5$  (۲)  $2$  (۳)  $2/5$  (۴)  $3$

۶- مساحت دایره مقابل چند سانتی متر مربع است؟



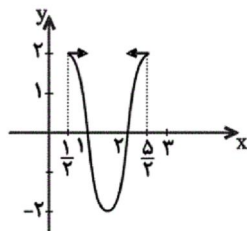
(۱)  $6\pi$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$

(۳)  $9\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{9}$

۷- اگر  $\cot 34^\circ \approx 1/5$  باشد، حاصل  $\frac{2 \sin 326^\circ + 3 \sin 56^\circ}{\cos 304^\circ}$  تقریباً کدام است؟

(۱)  $2/5$  (۲)  $2$  (۳)  $-1$  (۴)  $-1/5$

۸- نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x$  در یک دوره تناوب به صورت مقابل است. حاصل  $ab$  کدام است؟



(۱)  $-2$  (۲)  $1$

(۳)  $2$  (۴)  $-1$

۹- مجموع جواب های معادله  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  کدام است؟

(۱)  $-5$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $4$

۱۰- سکه ای را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای سومین بار «رو» بیاید. تعداد حالتی که می توان در ۱۰ بار پرتاب سکه به این منظور

رسید، کدام است؟

(۱)  $3$  (۲)  $8$  (۳)  $36$  (۴)  $120$

۱۱- اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم چند جمله ای  $5x^4 - 3x^2 + ax - 1$  بر  $x+1$  برابر با ۷ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $4$  (۲)  $5$  (۳)  $6$  (۴)  $7$

۱۲- به ازای چند مقدار حقیقی  $x$ ، عبارت  $\sqrt{120 - \sqrt{x}}$  عددی صحیح است؟

(۱)  $3$  (۲)  $10$  (۳)  $11$  (۴)  $9$

۱۳- فرض کنیم  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  تابعی با ضابطه  $g(x) = 2x$  باشد. اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد و تابع  $f: A \rightarrow \mathbb{N}$  به صورت

$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$  تعریف شود، تساوی  $(g \circ f)(x) = (2f + g)(x)$  به ازای چند مقدار  $x$  برقرار است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۱۴- اگر  $f(x) = [x]$  و  $g(x) = \frac{x}{1+|x|}$  باشد، برد تابع  $y = (f \circ g)(x)$  کدام است؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $\{0\}$  (۲)  $\{1\}$  (۳)  $\{-1, 0, 1\}$  (۴)  $\{-1, 0\}$

۱۵- اگر  $g(x) = f(3x - 4)$  و  $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، حاصل  $g^{-1}(16)$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۶- ساده شده عبارت  $\frac{2 \sin 70^\circ - 1}{\cos 70^\circ + \sin 20^\circ + \sqrt{3}}$  کدام است؟

(۱)  $\cot 20^\circ$  (۲)  $\cot 10^\circ$  (۳)  $\tan 10^\circ$  (۴)  $\tan 20^\circ$

۱۷- جواب کلی معادله  $\sin 4x \cos 2x = \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{12}$  (۲)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$  (۳)  $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$  (۴)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

۱۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin x}{\sin x + \sin 3x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۹- اگر  $f(x) = \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-\sqrt{x}}$  باشد، کدام گزینه در مورد پیوستگی تابع  $g \circ f$  در  $x=1$  صحیح است؟

(۱) فقط پیوستگی چپ دارد. (۲) فقط پیوستگی راست دارد. (۳) پیوسته است. (۴) شرایط بحث در مورد پیوستگی را ندارد.

۲۰- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & ; x > 1 \\ bx^2 + x & ; x \leq 1 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

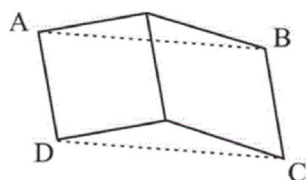
۲۱- در مثلث  $ABC$  ( $AB = AC$  و  $\hat{A} = 80^\circ$ )، عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده  $BC$  را در  $M$  و  $N$  قطع می‌کنند.

کوچک‌ترین زاویه مثلث  $AMN$  چند درجه است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۲۲- در شکل زیر، یک مربع و یک لوزی با زاویه  $60^\circ$  درجه، در یک ضلع مشترکند. بزرگ‌ترین زاویه متوازی الاضلاع  $ABCD$  چند

درجه است؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۰۵

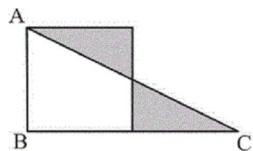
(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۳۵

۲۳- در مستطیلی به ابعاد ۱۳ و ۶ واحد، نقطه  $M$  بر روی ضلع بزرگ قرار دارد و خطوط واصل از  $M$  به دو رأس دیگر مستطیل بر هم عمودند. فاصله نزدیک‌ترین رأس مستطیل از  $M$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۲۴- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، بر روی ضلع  $AB$  مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟

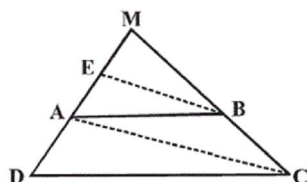


- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۲۵- در مثلث متساوی‌الساقین  $AB = AC = 4$  و  $BC = 2\sqrt{7}$ ، ضلع  $AC$  را به اندازه خود تا نقطه  $D$  امتداد می‌دهیم ( $AD = AC$ ). اندازه  $BD$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $4\sqrt{2}$  (۳) ۶ (۴) ۷

۲۶- در دوزنقه  $ABCD$ ، پاره خط  $BE$  موازی قطر  $AC$  است. اگر  $AD = 7$  و  $AE = 3$ ، فاصله  $MD$  کدام است؟

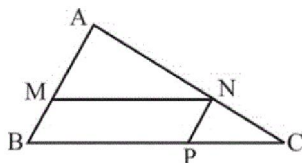


- (۱) ۱۲ (۲)  $12/25$  (۳)  $12/5$  (۴)  $12/75$

۲۷- مثلثی به اضلاع ۳،  $a$  و  $b$  با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ متشابه است. اگر دو مثلث قابل انطباق نباشند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

- (۱)  $7/2$  (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)  $13/5$

۲۸- در شکل زیر  $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$  است. مساحت متوازی‌الاضلاع  $MNPB$  چند درصد مساحت مثلث  $ABC$  است؟



- (۱) ۴۸ (۲) ۵۲ (۳) ۵۴ (۴) ۵۶

۲۹- اگر مثلث متساوی‌الساقین را حول قاعده آن دوران دهیم، در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل می‌شود که ...

- (۱) شعاع قاعده آن برابر طول ساق مثلث است.  
 (۲) شعاع قاعده آن برابر طول قاعده مثلث است.  
 (۳) شعاع قاعده آن برابر ارتفاع وارد بر قاعده مثلث است.  
 (۴) شعاع قاعده آن برابر نصف طول قاعده مثلث است.

۳۰- یک کیک به شکل نیمکره را در نظر بگیرید که شعاع آن، یک واحد باشد. کیک را از قسمت مسطح آن روی یک سینی قرار می‌دهیم.

مساحت سطح مقطع برشی از کیک را به دست آورید که موازی با سینی و در فاصله  $\frac{\pi}{6}$  واحد از آن باشد؟

$$\frac{18\pi}{25} \quad (4) \quad \frac{16\pi}{25} \quad (3) \quad \frac{12\pi}{25} \quad (2) \quad \frac{9\pi}{25} \quad (1)$$

۳۱- در داخل یک مربع به ضلع  $\sqrt{3}$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $\sqrt{3}$  رسم می‌کنیم. مجموع فواصل مرکز مربع از اضلاع این

مثلث کدام است؟

$$2 \quad (4) \quad \sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{4}{3} \quad (1)$$

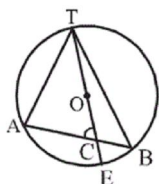
۳۲- در مثلث  $ABC$  که در آن  $AB = 3AC$  و  $BC = 12$  است، نقاط  $D$  و  $D'$  پای نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه  $A$  هستند.

مقدار  $AD^2 + AD'^2$  کدام است؟

$$100 \quad (4) \quad 81 \quad (3) \quad 72 \quad (2) \quad 64 \quad (1)$$

۳۳- در مثلثی به طول اضلاع ۱۳، ۱۳ و ۱۰ واحد، فاصله نقطه تلاقی میان‌ها از دورترین رأس آن کدام است؟

$$9 \quad (4) \quad 8 \quad (3) \quad 6\sqrt{2} \quad (2) \quad 4\sqrt{3} \quad (1)$$



۳۴- در شکل زیر،  $O$  مرکز دایره،  $\hat{A} = 65^\circ$  و  $\hat{B} = 35^\circ$  می‌باشد. زاویه  $C$  چند درجه است؟

$$61 \quad (2) \quad 60 \quad (1)$$

$$63 \quad (4) \quad 62 \quad (3)$$

۳۵- در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد، فاصله مرکز دایره از وتر  $AB$  برابر ۲ واحد است. نقطه  $C$  در امتداد  $AB$  به فاصله  $CB = 2\sqrt{2}$

انتخاب شده است. طول قطعه مماسی که از  $C$  بر دایره رسم شود، کدام است؟

$$3\sqrt{5} \quad (2) \quad 2\sqrt{10} \quad (1)$$

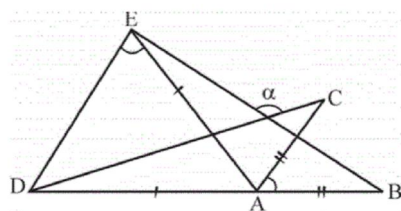
$$5\sqrt{2} \quad (4) \quad 7 \quad (3)$$

۳۶- در مثلث متساوی‌الساقین، اندازه ارتفاع وارد بر قاعده ۸ و شعاع دایره محاطی داخلی آن ۳ واحد است، طول قاعده این مثلث

کدام است؟

$$16 \quad (4) \quad 14 \quad (3) \quad 12 \quad (2) \quad 10 \quad (1)$$

۳۷- در شکل زیر،  $AD = AE$ ،  $AB = AC$ ،  $\hat{AED} = 65^\circ$  و  $\hat{CAB} = 50^\circ$  است. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



$$115 \quad (1)$$

$$120 \quad (2)$$

$$125 \quad (3)$$

$$130 \quad (4)$$

۳۸- با کدام تبدیل زیر می‌توان یک مربع را درون یک مثلث محاط کرد، به طوری که یک ضلع مربع بر یکی از اضلاع مثلث منطبق و

دو رأس دیگر آن روی دو ضلع دیگر مثلث باشند؟

$$\text{تجانس} \quad (4) \quad \text{انتقال} \quad (3) \quad \text{بازتاب} \quad (2) \quad \text{دوران} \quad (1)$$



۳۹- دو خط  $d$  و  $d'$  و نقطه  $O$  خارج آن دو خط مفروض اند. صفحه  $P$  گذرنده بر نقطه  $O$  و خط  $d$  است، به طوری که  $d' \cap P = \emptyset$ .

الزاماً کدام نتیجه گیری درست است؟

(۱)  $d$  و  $d'$  متناظرند.

(۲)  $d$  و  $d'$  موازی اند.

(۳) فقط یک خط گذرنده بر  $O$ ، هر دو خط  $d$  و  $d'$  را قطع می کند.

(۴) خطی گذرنده بر  $O$ ، هر دو خط  $d$  و  $d'$  را قطع نمی کند.

۴۰- اگر هر سه صفحه متمایز بر صفحه  $P$  عمود باشند، آن گاه فصل مشترک های دوجه دوی این سه صفحه متمایز، کدام وضعیت را

نمی پذیرد؟

(۱) فصل مشترک ندارند. (۲) منطبق (۳) موازی (۴) متقاطع

۴۱- طول یک مداد استوانه ای شکل برابر  $80$  میلی متر (با خطای اندازه گیری  $E_1$ ) و قطر قاعده آن برابر  $10$  میلی متر (با خطای اندازه گیری  $E_2$ )

است. کدام مدل زیر برای حجم آن بر حسب میلی متر مکعب مناسب است؟ (از تراشیدگی سر مداد صرف نظر کنید.)

$$(1) 2000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_2 \quad (2) 2000\pi + 800\pi E_1 + 12800\pi E_2$$

$$(3) 8000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_2 \quad (4) 8000\pi + 800\pi E_1 + 12800\pi E_2$$

۴۲- در مورد نوع متغیرهای زیر، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ صحیح است؟

«دمای اتاق، مزه غذا، تعداد حرف «م» در سوالات این آزمون، RH خون»

(۱) کیفی اسمی - کیفی ترتیبی - کمی گسسته - کیفی اسمی (۲) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی ترتیبی

(۳) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی - کیفی اسمی - کمی گسسته - کیفی ترتیبی

۴۳- کوچک ترین و بزرگ ترین داده های یک نمونه آماری  $17/2$  و  $22/6$  هستند. اگر کران پایین دسته دوم  $17/8$  باشد، مرکز دسته آخر کدام

است؟

(۱)  $21/7$  (۲)  $21/8$  (۳)  $22/3$  (۴)  $22/4$

۴۴- داده های جدول زیر، داده های آماری پیوسته هستند. چند درصد داده ها، در فاصله  $(21/5 - 18/5]$  قرار دارند؟

|               |    |    |    |    |        |        |
|---------------|----|----|----|----|--------|--------|
|               |    |    |    |    | ۲۵ (۲) | ۲۰ (۱) |
| مرکز دسته     | ۱۴ | ۱۷ | ۲۰ | ۲۳ | ۲۶     |        |
| فراوانی تجمعی | ۵  | ۱۳ | ۲۵ | ۳۴ | ۴۰     | ۳۰ (۳) |

۴۵- کدام گزینه در مورد نمودار مستطیلی نادرست است؟

(۱) نمودار مستطیلی همواره متقارن است. (۲) این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است.

(۳) مساحت مستطیل ها متناسب با فراوانی دسته ها است. (۴) قاعده هر مستطیل روی محور افقی برابر طول آن دسته است.

۴۶- جدول زیر، درصد فراوانی نسبی گروه خونی افراد یک جامعه است. در نمودار دایره ای زاویه مرکزی مربوط به گروه خونی  $O$  چند درجه است؟

|                   |    |      |    |   |        |        |
|-------------------|----|------|----|---|--------|--------|
| گروه خونی         | A  | B    | AB | O | ۵۴ (۲) | ۴۵ (۱) |
| درصد فراوانی نسبی | ۲۴ | ۲۷/۵ | ۳۶ | a | ۷۲ (۴) | ۶۳ (۳) |

۴۷- تعدادی داده آماری در ۹ طبقه با طول ۴، دسته بندی شده اند. اگر ۸ داده بین چارک اول و سوم به آن ها اضافه شود و یک واحد از طول

دسته ها کم کنیم، در دسته بندی جدید تعداد دسته ها کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۴۸- در نمودار جعبه ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می باشد. اگر میانگین تمام داده ها

$27/5$  باشد، آنگاه میانگین داده های داخل جعبه کدام است؟

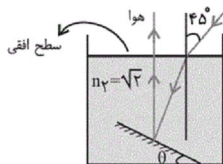
(۱) ۲۸ (۲)  $28/5$  (۳) ۲۹ (۴)  $29/5$

- ۴۹- پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس  $\frac{7}{6}$  را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟
- (۱)  $\frac{3}{10}$  (۲)  $\frac{3}{50}$  (۳)  $\frac{3}{25}$  (۴)  $\frac{3}{20}$
- ۵۰- اگر ۲۰ داده آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید،  $\frac{1}{5}$  برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود. مجموع داده‌های اولیه کدام است؟
- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۸۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۴۲۰
- ۵۱- اگر مجموع مکعب‌های اعداد طبیعی متوالی شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل  $3^2 + 4^2 + 13^2 + 14^2 + 10^2$  کدام است؟
- (۱) ۱۱۴۱۰۰ (۲) ۱۱۴۲۰۰ (۳) ۱۱۴۳۰۰ (۴) ۱۱۴۴۰۰
- ۵۲- اثبات کدام قضیه زیر احتیاج به استدلال به روش برهان خلف ندارد؟
- (۱) عدد  $\sqrt{5}$  گنگ است.  
 (۲) از یک نقطه فقط یک خط موازی خط مفروض می‌توان رسم کرد.  
 (۳) در یک صفحه از نقطه مفروض فقط یک خط می‌توان بر خط مفروض عمود کرد.  
 (۴) مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب ۸ یک واحد بیش‌تر است.
- ۵۳- هر زیرمجموعه  $n$  عضوی از  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ ، به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو ۲۴ می‌باشد. حداقل  $n$  کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳
- ۵۴- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$ ، مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟
- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۱۵
- ۵۵- اگر  $A = \{2k - 1 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 5\}$  و  $B = \{k \in \mathbb{Z} | |k - 3| \leq 2\}$  باشند، تعداد اعضای مجموعه  $(A \times B) \cap (B \times A)$  کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۶
- ۵۶- مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده‌ایم. اگر  $A = \{n : n = 7k + 2, k \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{n : n = 7k - 3, k \in \mathbb{N}\}$ ،  $C$  و  $B$  تعلق دارند؟
- (۱) ۲۱، ۱۳ (۲) ۲۳، ۱۳ (۳) ۳۲، ۲۱ (۴) ۳۲، ۲۳
- ۵۷- در جعبه‌ای ۷ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۲ مهره سفید خارج شده است؟
- (۱)  $\frac{30}{91}$  (۲)  $\frac{25}{77}$  (۳)  $\frac{40}{143}$  (۴)  $\frac{50}{143}$
- ۵۸- تاس سالمی را ۱۰ بار می‌ریزیم. احتمال آن که ۶ بار برآمد تاس عددی بزرگ‌تر از ۳ باشد، کدام است؟
- (۱)  $\frac{63}{256}$  (۲)  $\frac{75}{256}$  (۳)  $\frac{75}{512}$  (۴)  $\frac{105}{512}$
- ۵۹- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟
- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{7}{12}$
- ۶۰- تعداد مسافریں در یک هتل ۷۲ نفرند که ۲۳ نفر آنان تاجر و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. ۸ نفر از این تاجریں، برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر فردی به تصادف از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد نه تاجر است و نه برای اولین بار سفر کرده است؟
- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۶۱- جسمی مقابل یک آینه مقعر واقع است و تصویری مجازی از آن در آینه دیده می‌شود که بزرگی آن ۳ برابر بزرگی جسم است. اگر فاصله

جسم از تصویر ۴۰ سانتی‌متر باشد، فاصله کانونی آینه چند سانتی‌متر است؟

- ۷/۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴)

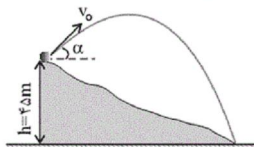


۶۲- در شکل مقابل با توجه به مسیر پرتو نور و بازتاب آن از روی آینه تخت، زاویه  $\theta$  چند درجه است؟

- ۱۵ (۱) ۲۲/۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴)

۶۳- گلوله‌ای مطابق شکل، در شرایط خلأ با سرعت اولیه  $30 \text{ m/s}$  تحت زاویه  $\alpha$  نسبت به افق از ارتفاع ۴۵ متری سطح زمین رو به بالا پرتاب

می‌شود. در این صورت، گلوله با سرعت چند متر بر ثانیه به زمین برخورد می‌کند؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



- ۴۵ (۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۳۰ (۴)

۶۴- ارتفاع یک سد ۱۰۰ متر است. توان الکتریکی مولدی که در پایین این سد قرار دارد، تقریباً برابر با ۲۰۰ MW است. اگر ۸۰ درصد کار نیروی

گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی پره‌های توربین بریزد؟ (جرم هر متر مکعب آب را  $1000 \text{ kg}$

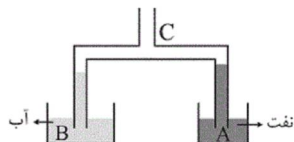
بگیرید.) ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

- ۲۲۰ (۱) ۲۵۰ (۲) ۲۲۵ (۳) ۲۷۰ (۴)

۶۵- در شکل مقابل، قطر مقطع لوله در قسمت A نصف قسمت B است. اگر هوای لوله‌ها از قسمت C مکیده

شود، نسبت ارتفاع آب در لوله B به ارتفاع نفت در لوله A چقدر است؟ (چگالی نفت  $0.8$  گرم بر سانتی‌متر

مکعب و چگالی آب  $1$  گرم بر سانتی‌متر مکعب است.)



- ۱/۸ (۱) ۰/۸ (۲) ۵/۸ (۳) ۰/۴ (۴)

۶۶- از یک ورق مسی، دو صفحه دایره‌ای شکل به مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2 = 2S_1$  بریده و جدا کرده‌ایم. حال اگر به اولی گرمای  $Q_1$  و به دومی

گرمای  $Q_2 = 2Q_1$  را بدهیم و بر اثر این گرما، افزایش شعاع آنها به ترتیب  $\Delta R_1$  و  $\Delta R_2$  باشد،  $\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1}$  چقدر است؟

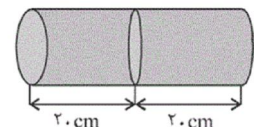
- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

۶۷- در شکل زیر، درون یک استوانه، یک پیستون رسانای گرما و بدون اصطکاک در وسط استوانه، ثابت نگه داشته شده است. در یک طرف

استوانه گاز کاملی در فشار  $2 \text{ atm}$  و دمای  $27^\circ \text{C}$  و در طرف دیگر گاز کاملی در فشار  $5 \text{ atm}$  و دمای  $227^\circ \text{C}$  وارد می‌کنیم و در همان لحظه،

پیستون را رها می‌کنیم و پس از مدتی دو گاز هم‌دمای می‌شوند. تا رسیدن به حالت تعادل، پیستون نسبت به حالت اولیه چند سانتی‌متر

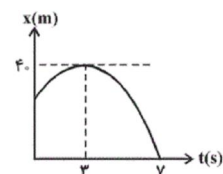
جابه‌جا می‌شود؟



- ۲ (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴)

۶۸- اگر  $|\vec{A}| = 2|\vec{B}|$  و  $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{B}|$  باشد، زاویه بین دو بردار  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  چند درجه است؟

- ۹۰ (۱) صفر (۲) ۱۸۰ (۳) ۶۰ (۴)



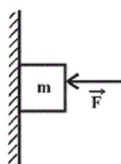
۶۹- شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی را که با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت است، نشان می‌دهد.

مکان اولیه متحرک چند متر است؟

- ۱۷/۵ (۱) ۲۲/۵ (۲) ۳۵ (۴) ۱۱/۱۵ (۳)

۷۰- در شکل زیر، جرم جسم برابر  $2 \text{ kg}$  و ضریب اصطکاک ایستایی جسم و دیوار قائم برابر  $0.5$  می‌باشد. حداقل بزرگی نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون

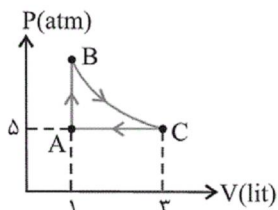
باشد تا جسم نلغزد؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴)



۷۱- شکل زیر، چرخه‌ای که  $0.5$  مول گاز کامل دو اتمی طی می‌کند را نشان می‌دهد. اگر فرایند BC هم‌دما باشد، گرمایی که گاز در

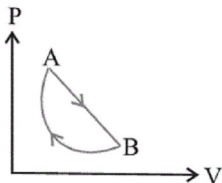


فرایند AB مبادله می‌کند، چند ژول است؟  $(C_P = \frac{5}{2}R, C_V = \frac{5}{2}R, R = 8 \frac{J}{mol.K})$

- (۱)  $-1500$   
 (۲)  $1500$   
 (۳)  $-2500$   
 (۴)  $2500$

۷۲- در شکل مقابل، چرخه  $P-V$  یک ماشین گرمایی فرضی نشان داده شده است. اگر فرایند  $B \rightarrow A$  بی‌دررو باشد، کدام یک از

گزینه‌های زیر در مورد فرایند  $A \rightarrow B$  صحیح است؟



(۱) در این فرایند گرمایی مبادله نشده است.

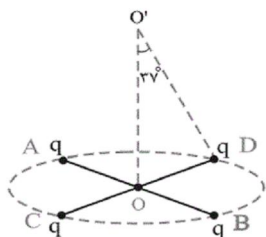
(۲) در این فرایند دستگاه هم گرما از دست داده، هم گرما گرفته و هم بر روی محیط کار انجام داده است.

(۳) در این فرایند دستگاه فقط گرما گرفته و بر روی محیط کار انجام داده است.

(۴) در این فرایند دستگاه گرما از دست داده و بر روی محیط کار انجام داده است.

۷۳- دو قطر عمود بر هم AB و CD از یک دایره افقی را در نظر گرفته و چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه را در نقاط A، B، C و D

قرار می‌دهیم. اگر میدان الکتریکی هر یک از بارها در نقطه  $O'$  (نشان داده شده در شکل) برابر  $\frac{N}{C} \times 10^4$  باشد، فرایند



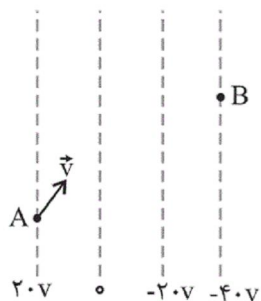
میدان‌های الکتریکی حاصل در نقطه  $O'$  چند نیوتون بر کولن است؟  $(\cos 37^\circ = 0.8)$

- (۱)  $8 \times 10^4$   
 (۲)  $6/4 \times 10^4$   
 (۳)  $2 \times 10^5$   
 (۴)  $1/6 \times 10^5$

۷۴- در شکل مقابل، پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف یک میدان الکتریکی یک‌نواخت مشخص شده است. اگر ذره‌ای به جرم  $3g$  و بار

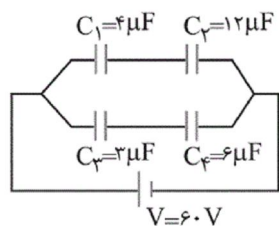
الکتریکی  $40 \mu C$  با سرعت  $3 \frac{m}{s}$  از نقطه A وارد فضای میدان الکتریکی شود و در ادامه مسیر خود از نقطه B عبور کند،

سرعت این ذره در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی وزن وارد بر ذره صرف‌نظر شود).



- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۲

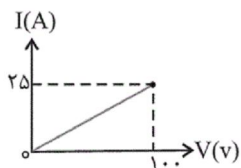
۷۵- در شکل داده شده انرژی ذخیره شده در کدام خازن بیشتر است؟



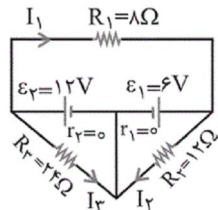
- (۱)  $C_1$   
 (۲)  $C_2$   
 (۳)  $C_3$   
 (۴)  $C_4$



۷۶- نمودار I-V مقابل متعلق به کدام یک از مقاومت‌های کربنی زیر است؟ (دما ثابت است.) (سیاه  $\equiv$  ۰، قرمز  $\equiv$  ۲، زرد  $\equiv$  ۴ و سبز  $\equiv$  ۵)

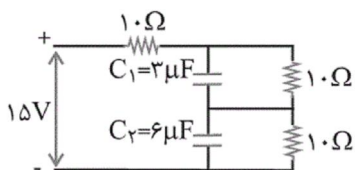


۷۷- در مدار روبه‌رو، جریانی که از هر شاخه بر حسب آمپر می‌گذرد به ترتیب برابر است با:



- (۱)  $I_1 = 0.75, I_2 = 0.5, I_3 = 0.5$
- (۲)  $I_1 = 2/25, I_2 = 0.5, I_3 = 0.5$
- (۳)  $I_1 = 2/25, I_2 = 0.5, I_3 = 1/25$
- (۴)  $I_1 = 0.75, I_2 = 0.5, I_3 = 1/5$

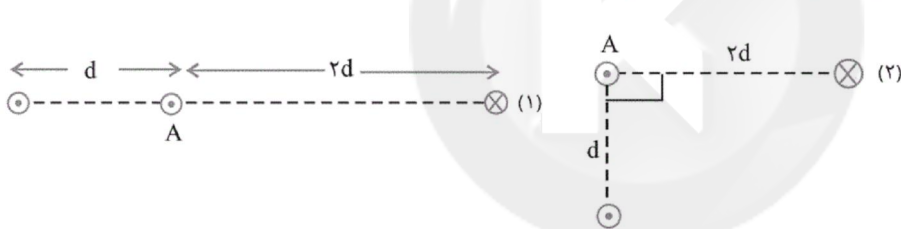
۷۸- در مدار شکل مقابل، بار ذخیره شده در خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب چند میکروکولن است؟



- (۱) ۲۰ و ۲۰
- (۲) ۱۵ و ۳۰
- (۳) ۱۵ و ۱۵
- (۴) ۳۰ و ۱۵

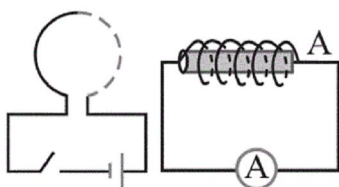
۷۹- سه سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های الکتریکی یکسان، مطابق شکل‌های (۱) و (۲)، عمود بر صفحه کاغذ، قرار دارند.

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A در شکل (۲)، چند برابر نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A در شکل (۱) است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$
- (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- (۳)  $\sqrt{3}$
- (۴)  $\sqrt{5}$

۸۰- در مجموعه مقابل، کلید را وصل و سپس قطع می‌کنیم. طرف A میل آهنی از نظر قطب آهن‌ربا، به ترتیب چه خواهد شد؟

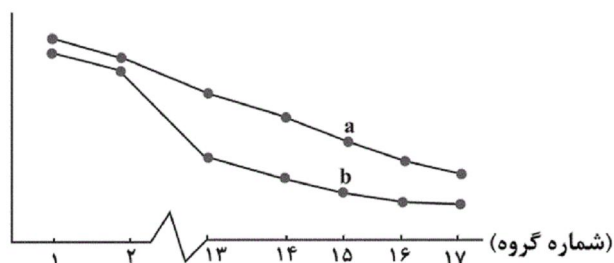


- (۱) جنوب، شمال
- (۲) جنوب، جنوب
- (۳) جنوب، شمال
- (۴) شمال، شمال

۸۱- کشف یا مشاهده‌ی کدام پدیده، سرآغاز بررسی وجود الکترون در اتم‌ها شد؟

- (۱) رفتار پرتوهای کاتدی
- (۲) الکتروسیته‌ی ساکن یا مالشی
- (۳) برقکافت قلع (II) کلرید
- (۴) پرتوزایی ترکیب‌های اورانیم‌دار

۸۲- نمودار زیر، به روند تغییر کدام ویژگی عنصرهای دوره‌ی دوم و سوم جدول تناوبی نسبت به شماره‌ی گروه آن‌ها مربوط است و a و b در آن، به ترتیب از راست به چپ، کدام دو عنصر هستند؟



- (۱) شعاع اتمی، P، N
- (۲) شعاع اتمی، N، P
- (۳) الکترونگاتیوی، Si، P
- (۴) الکترونگاتیوی، P، Si



۹۱- در یک واحد صنعتی، از سنگ معدنی که دارای ۶۴٪ از  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  است، برای استخراج کروم استفاده می‌شود. برای تولید ۸۸۴

کیلوگرم کروم، به تقریب چند تن از این سنگ معدن، نیاز است؟ ( $\text{O} = ۱۶, \text{Cr} = ۵۲; \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۱/۲۹۲ (۲) ۲/۰۱۹ (۳) ۳/۲۵ (۴) ۴/۲۵

۹۲- ۳۲/۵ گرم از یک قطعه‌ی آلیاژ روی و مس را در مقدار کافی محلول ۴ مولار هیدروکلریک اسید قرار داده و گرم می‌کنیم تا

واکنش کامل انجام گیرد. اگر در این فرایند، ۲/۲۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد آزاد شده باشد، درصد جرمی مس در

این آلیاژ کدام است و برای انجام کامل این واکنش، دست کم چند میلی‌لیتر از محلول این اسید لازم است؟ (گزینه‌ها را از

راست به چپ بخوانید؛  $\text{Cu} = ۶۴, \text{Zn} = ۶۵; \text{g.mol}^{-1}$ )

ولت  $E^\circ(\text{Cu}^{2+}(\text{aq})/\text{Cu}(\text{s})) = +۰/۳۴$ ، و  $E^\circ(\text{Zn}^{2+}(\text{aq})/\text{Zn}(\text{s})) = -۰/۷۶$ ،

- (۱) ۲۵، ۶۰ (۲) ۵۰، ۶۰ (۳) ۲۵، ۸۰ (۴) ۵۰، ۸۰

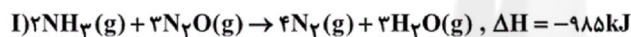
۹۳- مخلوطی از ۱۶/۸ گرم سدیم هیدروژن کربنات با ۱۵/۹ گرم سدیم کربنات، با چند مول هیدروکلریک اسید واکنش کامل

می‌دهد و چند گرم نمک خوراکی تشکیل می‌شود؟ (عددها را از راست به چپ بخوانید.)

( $\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶, \text{Na} = ۲۳, \text{Cl} = ۳۵; \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۲۳/۴، ۰/۴ (۲) ۲۹/۲۵، ۰/۴ (۳) ۲۳/۴، ۰/۵ (۴) ۲۹/۲۵، ۰/۵

۹۴- با توجه به واکنش‌های داده شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



• در هر دو واکنش، سامانه روی محیط کار انجام می‌دهد.

• آنتروپی در واکنش I، عامل مساعد و در واکنش II، عامل نامساعد است.

• فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها در واکنش I، پایداری بیش تری نسبت به واکنش II دارند.

• گرمای سوختن هر مول اتانول مایع، به تقریب ۲/۸ برابر گرمای واکنش هر مول آمونیاک در واکنش I است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۵- ۷/۲g پنتان و ۸/۴g سیکلوهگزان به‌طور جداگانه در دو گرماسنج بمبی مشابه که ظرفیت گرمایی هریک از آن‌ها

$۷/۵\text{kJ}\cdot\text{C}^{-1}$  است، سوزانده شده‌اند. اگر در پایان واکنش، دمای گرماسنج دارای سیکلوهگزان،  $۵^\circ\text{C}$  بالاتر از دیگری باشد،

تفاوت قدر مطلق آنتالپی تشکیل این دو ترکیب، چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی تشکیل  $\text{CO}_2(\text{g})$  و  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  در شرایط

آزمایش، به ترتیب ۳۹۵- و ۲۴۲- کیلوژول بر مول است،  $(\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲; \text{g.mol}^{-1})$ )

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۳۷/۵ (۴) ۳۷۵

۹۶- واکنشی در دمای اتاق غیرخودبه‌خودی اما در دمای  $-۷۳^\circ\text{C}$  خودبه‌خودی است. کدام مقایسه درباره‌ی مقدار عددی کمیت‌های

زیر، در دمای  $-۷۳^\circ\text{C}$  درست است؟

(۱)  $\Delta H > \Delta S > T\Delta S$  (۲)  $\Delta S > T\Delta S > \Delta H$

(۳)  $\Delta S > \Delta H > T\Delta S$  (۴)  $\Delta H > T\Delta S > \Delta S$

۹۷- در کدام ستون از جدول زیر، نوع کلویید مربوط به نمونه، درست بیان شده است؟

| ستون       | ۱       | ۲         | ۳        | ۴            |
|------------|---------|-----------|----------|--------------|
| نوع کلویید | کف جامد | سول جامد  | امولسیون | آیروسول مایع |
| نمونه      | یاقوت   | رنگ روغنی | کره      | ژله          |

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

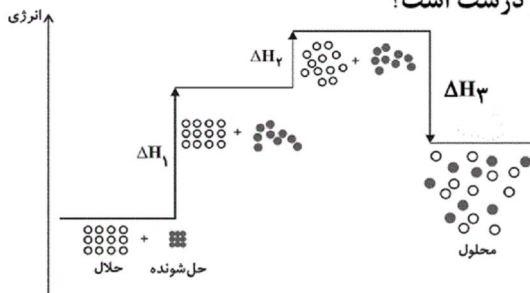
۹۸- یک نمونه سوخت، دارای ۹۶ppm گوگرد است. سوختن هر تن از آن چند گرم سولفوریک اسید به محیط زیست وارد می‌کند؟  
(در شرایط آزمایش گوگرد به اکسیدی با بالاترین عدد اکسایش خود تبدیل می‌شود،  $(S=۳۲, O=۱۶, H=۱: g.mol^{-1})$ )

۲۹۴ (۱)      ۲۴۰ (۲)      ۲۹/۴ (۳)      ۲۴ (۴)

۹۹- درصد جرمی آمونیاک در محلول ۱۰ مولار آن با چگالی  $۰/۹۳۵ g.mL^{-1}$ ، به کدام عدد نزدیک‌تر است؟  $(N=۱۴, H=۱: g.mol^{-1})$

۹ (۱)      ۱۲/۲ (۲)      ۱۸/۲ (۳)      ۲۲ (۴)

۱۰۰- با توجه به شکل زیر که به انحلال مواد مربوط است، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- $\Delta H_3$  را آنتالپی مرحله‌ی آب‌پوشی می‌گویند.
- فرایند نشان داده شده، از نظر آنتالپی، مساعد است.
- این فرایند را به انحلال گاز اکسیژن در آب می‌توان نسبت داد.
- انرژی شبکه‌ی حل‌شونده از انرژی جاذبه‌ی میان ذره‌های حلال، بیشتر است.
- انجام این فرایند در یک گرماسنج لیوانی، سبب افزایش دمای درون آن می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



سایت کنکور

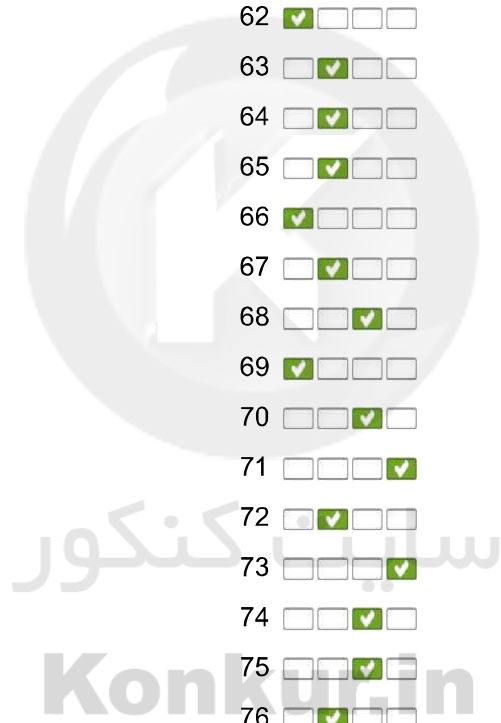
Konkur.in



A : پاسخ نامه(کلید) آزمون 21 تیر 1398 گروه ریاضی نظام قدیم دفترچه

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30
- 31
- 32
- 33
- 34
- 35
- 36

- 51
- 52
- 53
- 54
- 55
- 56
- 57
- 58
- 59
- 60
- 61
- 62
- 63
- 64
- 65
- 66
- 67
- 68
- 69
- 70
- 71
- 72
- 73
- 74
- 75
- 76
- 77
- 78
- 79
- 80
- 81
- 82
- 83
- 84
- 85
- 86



- 37
- 38
- 39
- 40
- 41
- 42
- 43
- 44
- 45
- 46
- 47
- 48
- 49
- 50

- 87
- 88
- 89
- 90
- 91
- 92
- 93
- 94
- 95
- 96
- 97
- 98
- 99
- 100



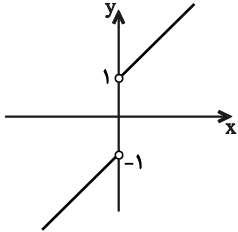
سایت کنکور

**Konkur.in**

## ریاضی ۲

۳- (سؤال ۳۴۷ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

$$y = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x} = x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} x+1 & ; x > 0 \\ x-1 & ; x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار فوق داریم:

$$\Rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

(ریاضیات ۲- توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴- (سؤال ۱۱۲ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

برای آنکه تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  بالای محور  $x$  ها باشد، باید  $a > 0$  و  $\Delta < 0$  باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a - 1 > 0 \rightarrow a > 1 & (1) \\ \Delta = (2\sqrt{2})^2 - 4a(a-1) < 0 \Rightarrow 8 - 4a^2 + 4a < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0$$

$$\Rightarrow a > 2 \text{ یا } a < -1 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲)،  $a > 2$  خواهد بود.

(ریاضیات ۲- توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۵- (سؤال ۹۸۶ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

$$\log_3 x + \log_3 y = 2 \Rightarrow \log_3 xy = 2 \Rightarrow xy = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 46 \\ xy = 9 \end{cases} \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 46$$

$$\xrightarrow{xy=9} (x+y)^2 - 18 = 46 \Rightarrow (x+y)^2 = 64 \Rightarrow x+y = \pm 8$$

$$\Rightarrow \log_4(x+y) = \log_4 8 = \log_2 2 = \frac{3}{2} = 1.5$$

توجه کنید که برای آن که  $\log_4(x+y)$  تعریف شده باشد، باید  $(x+y)$  مثبت باشد، پس مقدار  $(-8)$  را نمی‌پذیریم.

(ریاضیات ۲- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۱- (سؤال ۱۶۷ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

$$a_2, 2a_5, a_8$$

سه جمله متوالی دنباله حسابی‌اند، پس:

$$2a_5 = \frac{a_2 + a_8}{2}$$

$$\Rightarrow 2a_1 q^4 = \frac{a_1 q + a_1 q^7}{2} \Rightarrow 4q^3 = 1 + q^6$$

$$\Rightarrow q^6 - 4q^3 + 1 = 0 \xrightarrow{q^3=t} t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} \rightarrow q^3 = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \text{ و } q = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$$

با فرض صعودی بودن دنباله، جمله هشتم بزرگ‌ترین جمله است و در

نتیجه  $q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$  خواهد بود، پس:

$$\frac{a_8}{a_2} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q} = q^6 = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

نکته: دنباله اگر نزولی باشد، هم‌چنان این نسبت برقرار است.

(ریاضیات ۲- الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۲- (سؤال ۲۹۳ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

برای آنکه رابطه  $A$  یک تابع باشد، باید در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مؤلفه اول برابر نداشته باشند، بنابراین:

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

با جای‌گذاری این مقادیر  $m$  و تشکیل رابطه داریم:

$$m = -1 \Rightarrow A = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$$

تابع است.

$$m = 2 \Rightarrow A = \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$$

تابع نیست، پس فقط  $m = -1$  قابل قبول است.

(ریاضیات ۲- تابع: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(سؤال ۵۲۳ کتاب آبی هنرسه تملیلی)

-۹

$$\begin{bmatrix} x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [-x+2 \quad 0+3] \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [-x^2+2x+3]=0$$

$$\Rightarrow x^2-2x-3=(x-3)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=2$$

(ریاضیات ۲- ماتریس: صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۱)

(سؤال ۱۱۵ کتاب آبی کسسته)

-۱۰

چون در دهمین پرتاب باید برای سومین بار «رو» بیاید، باید در ۹ پرتاب قبلی فقط دوبار «رو» آمده باشد. بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$\binom{9}{2} = 36$$

(ریاضیات ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

حسابان

(سؤال ۲۳۳ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

-۱۱

رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$5x^4 - 3x^2 + ax - 1 = (x+1)Q(x) + R \quad (*)$$

با قرار دادن  $x = -1$  باقی‌مانده را می‌یابیم:

$$x = -1: 5 - 3 - a - 1 = 0 + R \Rightarrow 1 - a = R \quad (1)$$

چون مجموع ضرایب  $Q(x)$  برابر ۷ است، پس  $Q(1) = 7$  خواهد بود و در

نتیجه با قرار دادن  $x = 1$  در تساوی (\*) خواهیم داشت:

$$5 - 3 + a - 1 = 2 \times 7 + R \Rightarrow a = 13 + R \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$a = 7$$

(حسابان- معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

(سؤال ۵۵۲ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

-۶

از آنجایی که  $L = r\theta$  می‌باشد با توجه به اطلاعات داده‌شده در مسأله داریم:

$$6 = r \times 2 \Rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 9\pi \text{ cm}^2 \quad \text{بنابراین مساحت دایره برابر است با:}$$

(ریاضیات ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

(سؤال ۵۳۹ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

-۷

$$\frac{2 \sin(36^\circ - 34^\circ) + 3 \sin(90^\circ - 34^\circ)}{\cos(27^\circ + 34^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \sin 34^\circ + 3 \cos 34^\circ}{\sin 34^\circ} = -2 + 3 \cot 34^\circ$$

$$= -2 + 3(1/5) = 2/5$$

یادآور می‌شویم چون  $27^\circ$  و  $90^\circ$  در زاویه‌ها وجود دارد، سینوس به کسینوس و کسینوس به سینوس تبدیل شده است.

(ریاضیات ۲- مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

(سؤال ۶۹۰ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

-۸

با توجه به نمودار دوره تناوب تابع برابر  $T = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$  است. از طرفی

$$T = \left| \frac{2\pi}{b\pi} \right| = \left| \frac{2}{b} \right| = 2 \quad \text{است بنابراین } b = \pm 1 \text{ به دست می‌آید.}$$

$$b = 1: y = a \sin \pi x - \left( \frac{1}{2}, 2 \right) \in f \rightarrow 2 = a \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$b = -1: y = a \sin(-\pi x) - \left( \frac{1}{2}, 2 \right) \in f \rightarrow 2 = a \sin \left( -\frac{\pi}{2} \right)$$

$$\Rightarrow a = -2$$

پس  $ab = 2$  است.

(ریاضیات ۲- مثلثات: صفحه ۱۳۹)





-۱۲

(سؤال ۲۰۵ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

می‌دانیم  $\sqrt{x} \geq 0$  است پس  $\sqrt{120} - \sqrt{x} \leq \sqrt{120}$  می‌باشد. فرض کنیم  $\sqrt{120} - \sqrt{x} = k$  باشد، که در آن  $k$  عددی صحیح است، پس باید  $0 \leq k \leq \sqrt{120}$  باشد، بنابراین  $0 \leq k \leq 10$  (توجه کنید  $11 < \sqrt{120}$ ) است و برای آن، یازده مقدار صحیح وجود دارد.

(مسئله‌بان - معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

-۱۳

(سؤال ۱۳۲۵ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

داریم:

$$g = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), \dots\}$$

$$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$$

$$\Rightarrow 2f + g = \{(1, 6), (2, 10), (3, 16), (4, 22)\} \quad (1)$$

حال تابع  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(1)) = g(2) = 4 \quad \text{و} \quad g(f(2)) = g(4) = 8$$

$$g(f(3)) = g(5) = 10 \quad \text{و} \quad g(f(4)) = g(7) = 14$$

$$\Rightarrow g \circ f = \{(1, 4), (2, 8), (3, 10), (4, 14)\} \quad (2)$$

در (۱) و (۲) هیچ دو زوج برابری وجود ندارد، پس به ازای هیچ مقدار  $x$  تساوی برقرار نیست.

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

-۱۴

(سؤال ۱۳۳۳ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

ابتدا برد تابع  $g(x)$  را می‌یابیم، تابع  $g$  تابعی فرد است پس کافی است برد آن را به ازای  $x \geq 0$  بیابیم و سپس نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم.

$$x \geq 0 : y = \frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$$

$$1+x \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{1+x} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{-1}{1+x} < 0 \Rightarrow 0 \leq y = \frac{x}{x+1} < 1$$

چون  $g$  نسبت به مبدأ مختصات قرینه است پس  $R_g = (-1, 1)$  است.

این برد، برای تابع  $f(x)$  در محاسبه  $f \circ g$  در حکم دامنه است، پس داریم:

$$R_{f \circ g} = \{-1, 0\}$$

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

-۱۵

(سؤال ۵۰۷ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

$$f^{-1}(x) = x + \sqrt{x} \quad \text{و} \quad g(x) = f(3x - 4)$$

نقطه  $A(16, \beta)$  روی تابع  $g^{-1}$  است، پس نقطه  $A'(16, \beta)$  روی تابع  $g$

$$g(\beta) = 16 \quad \text{یعنی:}$$

$$\text{اما } g(x) = f(3x - 4) \text{ است، پس:}$$

$$\Rightarrow f(3\beta - 4) = 16 \Rightarrow f^{-1}(16) = 3\beta - 4$$

با قرار دادن نقطه در تابع  $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$  خواهیم داشت:

$$\Rightarrow 16 + \sqrt{16} = 3\beta - 4 \Rightarrow 3\beta = 16 + 4 + 4 \Rightarrow \beta = 8$$

$$\Rightarrow g(8) = 16 \Rightarrow g^{-1}(16) = 8$$

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۵)

-۱۶

(سؤال ۶۵۷ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

$$\frac{2 \sin 70^\circ - 1}{\cos 70^\circ + \sin 20^\circ + \sqrt{3}} = \frac{2 \left( \sin 70^\circ - \frac{1}{2} \right)}{2 \left( \sin 20^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}$$

با استفاده از دستور تبدیل جمع به ضرب، خواهیم داشت:

$$= \frac{\sin 70^\circ - \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 60^\circ} = \frac{2 \cos 50^\circ \sin 20^\circ}{2 \cos 40^\circ \cos 20^\circ} = \tan 20^\circ$$

(مسئله‌بان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

-۱۷

(سؤال ۷۳۲ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (بایه و پیش‌دانشگاهی))

$$\sin 4x \cos 2x = \cos^2 \left( x - \frac{\pi}{4} \right)$$

در سمت چپ معادله از تبدیل ضرب به جمع و در سمت راست از فرمول

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\sin(4x + 2x) + \sin(4x - 2x)) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos 2 \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\Rightarrow \sin 6x + \sin 2x = 1 + \cos \left( 2x - \frac{\pi}{2} \right)$$

می‌دانیم  $\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \alpha$  است، پس داریم:

$$\sin 6x + \sin 2x = 1 + \sin 2x$$

$$\Rightarrow \sin 6x = 1 \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$

(مسئله‌بان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)



-۱۸

(سؤال ۱۲۶۲ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\sin x + \sin^3 x} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

راه حل اول:

با فرض  $\frac{\pi}{2} - x = t$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{\pi}{2} - t = x, \quad t \rightarrow 0$$

باجای‌گذاری داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\sin x + \sin^3 x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} - t)}{\sin(\frac{\pi}{2} - t) + \sin^3(\frac{\pi}{2} - t)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{\cos t - \cos^3 t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{-2 \sin \frac{t+3t}{2} \sin \frac{t-3t}{2}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{-2(2t)(-t)} = \frac{1}{8}$$

راه حل دوم:

با استفاده از قاعده هوییتال داریم:

$$\stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\cos x}{\cos x + 3 \cos^3 x} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

مجدداً از قاعده هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$\stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{-\sin x - 9 \sin^3 x} = \frac{1}{-1+9} = \frac{1}{8}$$

(حسابان- هر و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

-۱۹

(سؤال ۱۳۴۱ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

می‌دانیم از پیوستگی یا ناپیوستگی تابع در نقطه  $x$  زمانی می‌توان صحبت کرد که تابع در یک همسایگی چپ یا راست (یا هر دو) آن نقطه تعریف شده باشد.

اما تابع  $f(x) = \sqrt{1-x}$  به ازای  $x \leq 1$  قابل تعریف است و دامنهٔ تابع

$g(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x}$ ، از اشتراک جواب‌های نامعادله‌های  $x - \sqrt{x} \geq 0$  و

$x \geq 0$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$x^2 - x \geq 0 \xrightarrow{x \geq 0} x \geq 1 \cup \{0\}$$

پس تابع  $g$  در اطراف نقطه  $x = 0$  تعریف نمی‌شود.از آنجایی که تابع  $f$  در  $x = 1$  پیوسته است و حد آن در این نقطه صفراست، باید برای بررسی پیوستگی تابع  $g \circ f$  در  $x = 1$ ، تابع  $g$  در همسایگیصفر تعریف شود، که با توجه به دامنهٔ تابع  $g$  این امکان وجود ندارد، درنتیجه از پیوستگی تابع  $g \circ f$  در  $x = 1$  نمی‌توان صحبت کرد.

(حسابان- هر و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

-۲۰

(سؤال ۱۶۱۶ کتاب آبی ۳۰ سال کنکور ریاضی (پایه و پیش‌دانشگاهی))

تابع  $f$  در هریک از ضابطه‌ها، مشتق‌پذیر است، بنابراین برای اینکه  $f$ روی  $\mathbb{R}$  مشتق‌پذیر باشد، باید در  $x = 1$  مشتق‌پذیر باشد، لذا:(۱) باید در  $x = 1$  پیوسته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (1 + a \cos \pi x) = 1 - a$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (bx^2 + x) = b + 1$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} 1 - a = b + 1 \Rightarrow a + b = 0 \quad (*)$$

(۲) باید  $f'_-(1) = f'_+(1)$  باشد:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & ; x > 1 \\ bx^2 + x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -a\pi \sin \pi x & ; x > 1 \\ 2bx + 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 0 \\ f'_-(1) = 2b + 1 \end{cases} \Rightarrow 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

با قرار دادن  $b = -\frac{1}{2}$  در رابطه (\*),  $a$  را می‌یابیم:

$$a - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(حسابان- مشتق توابع: صفحه‌های ۱۶۶ تا ۱۷۰)

اگر  $AM = x$ ، آن گاه  $MB = 13 - x$ . از طرفی طبق فرض سؤال  $MC$  و  $MD$  بر هم عمودند، پس مثلث  $MDC$  قائم الزاویه است و در آن ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

$$MH^2 = DH \times HC = AM \times MB \Rightarrow 6^2 = x(13 - x) \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow AM = 4, MB = 9 \\ x = 9 \Rightarrow AM = 9, MB = 4 \end{cases}$$

ملاحظه می‌شود که در هر دو حالت، فاصله نزدیک‌ترین رأس مستطیل از  $M$  برابر ۴ است.

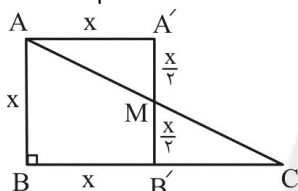
(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۶۵)

(سراسری تهری - ۹۲)

-۲۴

طول ضلع مربع  $AA'B'B$  را  $x$  در نظر می‌گیریم. از هم‌نهشت بودن دو

مثلث  $AA'M$  و  $CB'M$ ، نتیجه می‌شود که  $A'M = B'M = \frac{x}{2}$ ، پس:



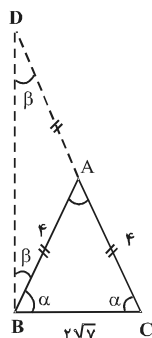
$$\frac{S(ABB'M)}{S(AA'B'B)} = \frac{\frac{1}{2}(x + \frac{x}{2})x}{x^2} = \frac{\frac{3}{4}x^2}{x^2} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۸ و ۵۰)

(سراسری خارج از کشور تهری - ۹۱)

-۲۵

مطابق شکل زیر، با امتداد ضلع  $AC$  به اندازه خودش تا نقطه  $D$ ، مثلث  $DBC$  به دست می‌آید.



راه اول:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 2\alpha \quad (I)$$

زاویه  $A$  برای مثلث متساوی‌الساقین  $ADB$ ، زاویه خارجی است. پس:

$$\hat{A} = \beta + \beta \Rightarrow \hat{A} = 2\beta \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} 180^\circ - 2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

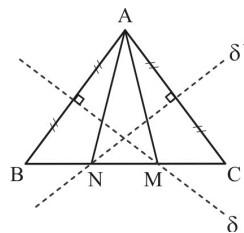
پس مثلث  $DBC$  در رأس  $B$  قائم‌الزاویه است.

$$\triangle DBC \text{ فیثاغورس در } \hat{B}: BD^2 = DC^2 - BC^2$$

هندسه ۱

-۲۱

(سراسری تهری - ۹۲)



$$\hat{A} = 80^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = 50^\circ$$

هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است، پس:

$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \\ \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 50^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 80^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \\ \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 80^\circ \end{cases}$$

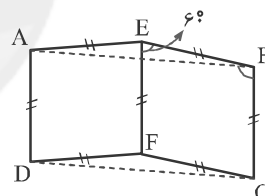
$$\Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 20^\circ$$

بنابراین، کوچکترین زاویه مثلث  $AMN$ ،  $\hat{MAN} = 20^\circ$  است.

(هندسه ۱- هندسه و استرلال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۷)

(سراسری تهری - ۸۸)

-۲۲



$$\begin{cases} \text{مربع است } AEFD \Rightarrow AE = EF \\ \text{لوزی است } BCFE \Rightarrow BE = EF \end{cases}$$

$\Rightarrow AE = BE \Rightarrow$  مثلث  $EAB$  متساوی‌الساقین است.

$$\hat{AEB} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

از متساوی‌الساقین بودن مثلث  $EAB$ ، نتیجه می‌شود که:

$$\hat{EBA} = \frac{180^\circ - \hat{AEB}}{2} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

از طرفی چون زاویه حاده لوزی برابر  $60^\circ$  است، پس زاویه منفرجه

آن  $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$  است.

می‌توانیم بنویسیم:

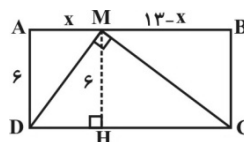
$$ABCD \text{ بزرگ‌ترین زاویه متوازی الاضلاع } \hat{ABC} = \hat{EBC} - \hat{EBA}$$

$$= 120^\circ - 15^\circ = 105^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

(سراسری ریاضی - ۸۶)

-۲۳



$$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{9}{25} S_{\Delta ABC}$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AN+NC}{NC} = \frac{3+2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{NC} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta CNP}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{NC}{AC}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta CNP} = \frac{4}{25} S_{\Delta ABC}$$

$$S_{MNPB} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AMN} - S_{\Delta CNP}$$

$$= S_{\Delta ABC} - \frac{9}{25} S_{\Delta ABC} - \frac{4}{25} S_{\Delta ABC}$$

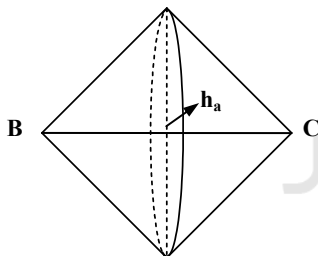
$$\Rightarrow S_{MNPB} = \frac{12}{25} S_{\Delta ABC} = \frac{48}{100} S_{\Delta ABC}$$

(هنرسه ۱- تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳ و ۱۰۰)

(سؤال ۶۳۲ کتاب آبی)

-۲۹

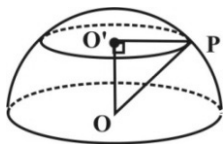
اگر مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  را حول قاعده آن مطابق شکل زیر دوران دهیم، در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل می‌شود که شعاع قاعده آن برابر ارتفاع وارد بر قاعده مثلث است که در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



(هنرسه ۱- شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۵)

(سؤال ۶۲۷ کتاب آبی)

-۳۰



مطابق شکل داریم:

$$O'P^2 = OP^2 - OO'^2 = 1^2 - (0.6)^2 = 0.64$$

چون شعاع سطح مقطع همان  $O'P$  است، پس مساحت سطح مقطع برابر است با:

$$A = \pi \times O'P^2 = \pi(0.64) = \frac{16\pi}{25}$$

(هنرسه ۱- شکل‌های فضایی: مشابه فعالیت ۴-۷ صفحه ۱۳۷)

$$\Rightarrow DB = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = 6$$

راه دوم: برای اثبات قائم‌الزاویه بودن مثلث  $DBC$  می‌توان گفت از آن‌جا که طول میانه  $BA$ ، نصف طول ضلع  $CD$  است، پس مثلث در رأس  $B$  قائم‌الزاویه است.

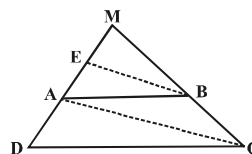
(هنرسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

و هنرسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۴)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

-۲۶

طبق قضیه تالس می‌توان نوشت:  $(ME = x)$



$$\left. \begin{aligned} BE \parallel AC &\Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel DC &\Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{7} \Rightarrow x = 2/25$$

$$MD = ME + AE + AD = 2/25 + 3 + 7 = 12/25$$

(هنرسه ۱- تشابه: مشابه تمرین ۴ صفحه ۸۲)

(سراسری تبری - ۹۰)

-۲۷

در دو مثلث متشابه، اضلاع دو به دو متناسب‌اند. با توجه به اینکه دو مثلث قابل انطباق نیستند، ضلع با اندازه ۳ در مثلث اولی با ضلع به اندازه ۳ در مثلث دوم متناسب نیست. در نتیجه دو حالت داریم:

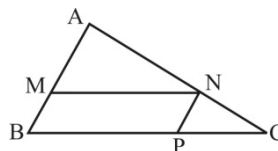
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{3}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} &\Rightarrow a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9 \\ \frac{3}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} &\Rightarrow a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} \end{aligned} \right.$$

بنابراین بیشترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت جای  $a$  و  $b$  می‌تواند عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

(هنرسه ۱- تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۶)

(سراسری ریاضی - ۹۵)

-۲۸



توجه کنید از آن‌جا که چهارضلعی  $MNPB$  متوازی‌الاضلاع است، پس دو مثلث  $AMN$  و  $CNP$  با مثلث  $ABC$  متشابه‌اند.

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MB} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{3}{5}$$

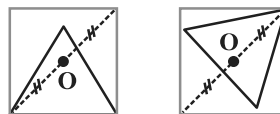
$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{MA}{AB}\right)^2 = \frac{9}{25}$$



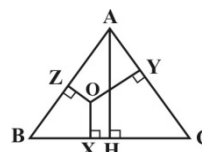
هندسه ۲

-۳۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)



با کمی بررسی، متوجه می‌شویم که مثلث متساوی‌الاضلاع هر طور که رسم شود، مرکز مربع همواره داخل مثلث می‌افتد. در نتیجه باید مجموع فواصل یک نقطه دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $\sqrt{3}$  را از اضلاع آن به دست آوریم.



می‌دانیم اگر نقطه O نقطه‌ای دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $a = \sqrt{3}$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$OX + OY + OZ = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

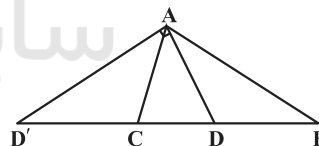
$$\xrightarrow{a=\sqrt{3}} OX + OY + OZ = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه ۲۱)

-۳۲

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۳)

می‌دانیم نیمسازهای داخلی و خارجی یک رأس مثلث، بر هم عمودند. یعنی  $AD \perp AD'$  و در مثلث  $ADD'$ ، رابطه فیثاغورس برقرار است یعنی  $DD'^2 = AD^2 + AD'^2$ .



$$AD \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CD}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{CD}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow CD = 3$$

$$AD' \Rightarrow \frac{CD'}{BD'} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{CD'}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{CD'}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow CD' = 6$$

$$DD' = CD + CD' = 9 \Rightarrow DD'^2 = 81$$

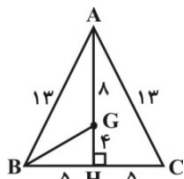
(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

-۳۳

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

مطابق شکل، مثلث مورد نظر متساوی‌الساقین بوده و ارتفاع AH، میانه ضلع BC نیز هست. داریم:

$$\Delta ABH : AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$



می‌دانیم که هر سه میانه مثلث در نقطه G (مرکز ثقل مثلث) هم‌رس‌اند، به طوری که با توجه به شکل داریم:

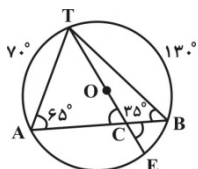
$$AG = \frac{2}{3}AH = 8 \text{ و } GH = 4$$

چنانچه در مثلث قائم‌الزاویه BHG، قضیه فیثاغورس را بنویسیم، طول BG برابر  $\sqrt{41}$  به دست می‌آید. پس رأس A که به فاصله ۸ از G قرار دارد، دورترین رأس مثلث از G است.

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه: صفحه ۳۶)

-۳۴

(سراسری ریاضی - ۸۱)



چون هر زاویه محاطی نصف کمان مقابل خود است در نتیجه  $\widehat{TB} = 130^\circ$  و  $\widehat{AT} = 70^\circ$  است. از طرفی چون TE قطری از دایره است، دایره را به دو کمان  $180^\circ$  تقسیم کرده است، یعنی:

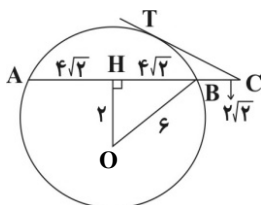
$$\widehat{TB} + \widehat{BE} = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \widehat{BE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BE} = 50^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{AT} + \widehat{BE}}{2} = \frac{70^\circ + 50^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۸)

-۳۵

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)



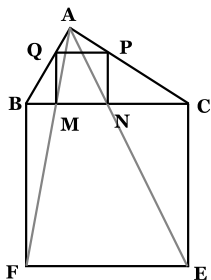
شعاع دایره برابر ۶ واحد است، بنابراین  $BH = \sqrt{6^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}$ . با توجه به روابط طولی مماس و قاطع در دایره داریم:

$$CT = \sqrt{CB \cdot CA} = \sqrt{2\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}} = 2\sqrt{10}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۴۸ و ۷۷)

(سراسری ریاضی - ۹۴)

-۳۸



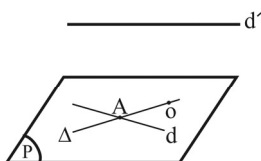
روی ضلع BC، مربع BCEF را بنا می‌کنیم. از A خطوطی را به E و F وصل می‌کنیم تا BC را در نقاط M و N قطع کند. از نقاط M و N عمودهایی بر BC رسم می‌کنیم تا AB و AC را به ترتیب در P و Q قطع کند.

چهارضلعی MNPQ مجانس BCEF نسبت به مرکز A است، پس با آن متشابه است. یعنی MNPQ مربع مورد نظر است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۳۹



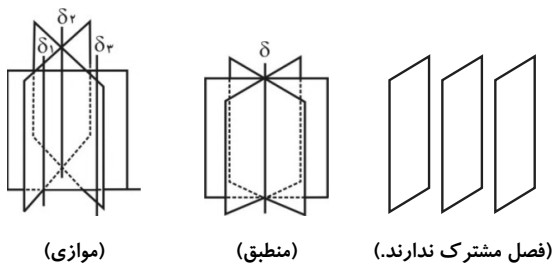
صفحه P از نقطه O گذشته و خط d به تمامی در آن قرار دارد، پس هر خطی مانند  $\Delta$  که از نقطه O گذشته و با d متقاطع باشد، به تمامی در صفحه P قرار می‌گیرد. چون P با  $d'$  هیچ نقطه مشترکی ندارد، نمی‌تواند با خط  $\Delta$  که به تمامی در صفحه P نیز واقع است نقطه مشترک داشته باشد.

(هنرسه ۲- هنرسه در فضا؛ صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۸۷)

-۴۰

با توجه به دو شکل زیر، فصل مشترک‌های این سه صفحه متمایز که هر سه بر صفحه P عمودند، نمی‌توانند به صورت دو به دو متقاطع باشند.



(موازی)

(منطبق)

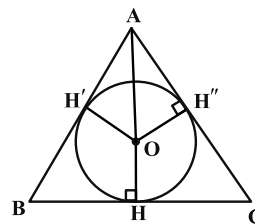
(فصل مشترک ندارند.)

(هنرسه ۲- هنرسه در فضا؛ صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۷)

(سراسری ریاضی - ۹۶)

-۳۶

مطابق شکل  $OH = OH' = OH'' = 3$  و در نتیجه  $OA = 5$  است.



$$\Delta OAH' : AH'^2 = OA^2 - OH'^2 = 25 - 9$$

$$\Rightarrow AH'^2 = 16 \Rightarrow AH' = 4$$

$$\Delta AH'O \sim \Delta AHB \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{OH'}{BH} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{3}{BH}$$

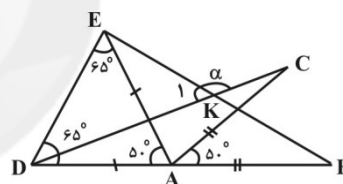
$$\Rightarrow BH = 6 \Rightarrow BC = 12$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(سراسری ریاضی - ۸۷)

-۳۷

در مثلث متساوی‌الساقین AED داریم:



$$\hat{EAD} = 180^\circ - (\hat{E} + \hat{D}) = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$$

حال اگر R دورانی به مرکز A و زاویه  $50^\circ$  باشد، می‌توان گفت تصویر

مثلث AEB تحت این دوران بر مثلث ADC منطبق می‌شود (زیرا AC

و AD به ترتیب دوران یافته AB و AE تحت دوران به مرکز A و زاویه

$50^\circ$  هستند)، یعنی DC دوران یافته EB تحت این دوران است، از طرفی

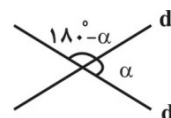
می‌دانیم که زاویه بین یک خط و دوران یافته‌اش برابر زاویه دوران است،

یعنی:

$$\hat{K}_1 = 50^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

تذکر: اگر دو خط یکدیگر را با زاویه  $\alpha$  قطع کنند، زاویه بین این دو خط

$180^\circ - \alpha$  نیز هست.



(هنرسه ۲- تبدیل‌ها؛ مشابه مثال صفحه ۱۲۴)



## آمار و مدل سازی

۴۱

(سؤال ۳۹ کتاب آبی آمار و مدل سازی)

مدل طول مداد و قطر قاعده آن به ترتیب به صورت  $10 + E_1$  و  $80 + E_1$  است.

$$\text{شعاع قاعده} = \frac{10 + E_1}{2} = 5 + \frac{E_1}{2}$$

$$\text{مساحت قاعده} = \pi \left(5 + \frac{E_1}{2}\right)^2 = \pi(25 + 5E_1 + \frac{E_1^2}{4})$$

$$\approx \pi(25 + 5E_1) = 25\pi + 5\pi E_1$$

$$\text{حجم مداد} \approx (25\pi + 5\pi E_1)(80 + E_1)$$

$$= 2000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_1 + 5\pi E_1^2$$

$$\approx 2000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_1$$

(آمار و مدل سازی - اندازه گیری و مدل سازی: صفحه های ۹ تا ۱۳)

۴۲

(سؤال ۱۳۲ کتاب آبی آمار و مدل سازی)

دمای اتاق: کمی پیوسته، مزه غذا: کیفی اسمی، تعداد حرف «م» در سؤالات این آزمون: کمی گسسته، RH خون: کیفی اسمی

(آمار و مدل سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه های ۳۴ تا ۳۹)

۴۳

(سراسری خارج از کشور، تیر - ۸۶)

از آنجایی که کوچک ترین داده آماری  $17/2$  و کران پایین دسته دوم  $17/8$  است، پس طول هر دسته برابر است با:

$$0/6 = 17/8 - 17/2 = 0/6$$

بنابراین کران پایین دسته آخر برابر است با:

$$0/6 = 22/6 - x \Rightarrow x = 22$$

$$\text{کران بالا} + \text{کران پایین} = \text{مرکز دسته آخر}$$

$$= \frac{22/6 + 22}{2} = 22/3$$

(آمار و مدل سازی - دسته بندی داده ها و جدول فراوانی: صفحه های ۴۶ تا ۵۰)

۴۴

(سراسری تیر - ۸۸)

فاصله  $(18/5 - 21/5)$  همان دسته سوم است. داریم:

$$12 = 25 - 13 = f_3: \text{ فراوانی مطلق دسته سوم}$$

$$\text{درصد داده هایی که در دسته سوم قرار می گیرند} = \frac{12 \times 100}{40} = 30$$

(آمار و مدل سازی - دسته بندی داده ها و جدول فراوانی: صفحه های ۵۳ تا ۵۷)

۴۵

(سؤال ۲۵۸ کتاب آبی آمار و مدل سازی)

نمودار مستطیلی می تواند متقارن و یا نامتقارن باشد.

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه های ۸۲ و ۸۳)

۴۶

(سراسری انسانی - ۸۳)

جمع درصدهای فراوانی نسبی همواره برابر ۱۰۰ می باشد.

$$24 + 27/5 + 36 + a = 100 \Rightarrow a = 12/5$$

$$\frac{12/5}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{360 \times 12/5}{100} = 45^\circ$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه های ۹۲ تا ۹۵)

۴۷

(سراسری ریاضی - ۸۷)

$$\frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته ها}} = 4 \Rightarrow \frac{\text{دامنه تغییرات}}{9} = 4$$

$$\Rightarrow \text{دامنه تغییرات} = 36$$

کوچک ترین داده - بزرگ ترین داده = دامنه تغییرات

چارک اول و سوم بین کوچک ترین و بزرگ ترین داده قرار دارند و بنابراین

اضافه کردن ۸ داده بین چارک اول و سوم تاثیری در کوچک ترین و

بزرگ ترین داده و در نتیجه تاثیری در دامنه تغییرات ندارد.

$$3 = 3 = \frac{36}{\text{تعداد دسته ها}}$$

$$\text{تعداد دسته ها} = \frac{36}{3} = 12$$

(آمار و مدل سازی - شاخص های مرکزی: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

و دسته بندی داده ها و جدول فراوانی: صفحه های ۴۶ تا ۵۰)

اگر ده داده آماری دیگر را با  $x_{16}, \dots, x_{25}$  نشان دهیم، آن گاه:

$$\sigma_y^2 = \frac{(x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{10}$$

$$\Rightarrow 7/6 = \frac{(x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{10}$$

$$\Rightarrow (x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2 = 7/6 \times 10 = 76$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 + (x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25}$$

$$= \frac{180 + 76}{25} = \frac{256}{25} = 10/24$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{10/24} = 3/2$$

(آمار و مدل سازی - شافص های پرآکنرگی، صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

(سراسری ریاضی - ۸۶)

-۵۰

اگر  $\bar{x}_1$  و  $\sigma_1$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده های اولیه باشند با دو برابر کردن داده های آماری و سپس کم کردن ۷ واحد از هر کدام خواهیم داشت:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}$$

$$\bar{x}_y = 2\bar{x}_1 - 7, \quad \sigma_y = 2\sigma_1$$

$$CV_y = \frac{\sigma_y}{\bar{x}_y} = \frac{2\sigma_1}{2\bar{x}_1 - 7} \Rightarrow 1/5 \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{2\sigma_1}{2\bar{x}_1 - 7} \Rightarrow$$

$$1/5 \sigma_1 (2\bar{x}_1 - 7) = 2\sigma_1 \bar{x}_1 \Rightarrow$$

$$2\sigma_1 \bar{x}_1 - 10/5 \sigma_1 = 2\sigma_1 \bar{x}_1 \Rightarrow$$

$$\sigma_1 \bar{x}_1 = 10/5 \sigma_1 \Rightarrow \bar{x}_1 = 10/5$$

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_{20}}{20} \Rightarrow 10/5 = \frac{x_1 + \dots + x_{20}}{20} \Rightarrow$$

$$x_1 + \dots + x_{20} = 210$$

(آمار و مدل سازی - شافص های پرآکنرگی، صفحه های ۱۵۷ و ۱۵۸)

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۴۸

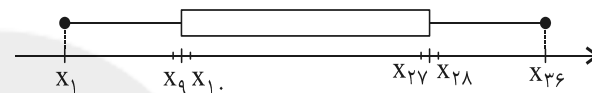
اگر داده ها را با  $x_1, \dots, x_{36}$  نشان دهیم، آن گاه:

$$\text{تعداد داده ها} = 36 \xrightarrow{\text{زوج}} \text{میانگین} = \frac{x_{18} + x_{19}}{2}$$

$$\text{تعداد داده ها در نیمه اول یا در نیمه دوم} = 18 \xrightarrow{\text{زوج}}$$

$$Q_1 = \frac{x_9 + x_{10}}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x_{27} + x_{28}}{2}$$



$$\frac{x_1 + \dots + x_9}{9} = 22 \Rightarrow x_1 + \dots + x_9 = 198$$

$$\frac{x_{28} + \dots + x_{36}}{9} = 30 \Rightarrow x_{28} + \dots + x_{36} = 270$$

$$\frac{(x_1 + \dots + x_9) + (x_{10} + \dots + x_{27}) + (x_{28} + \dots + x_{36})}{36} = 27/5$$

$$\Rightarrow \frac{198 + x_{10} + \dots + x_{27} + 270}{36} = 27/5$$

$$x_{10} + \dots + x_{27} = 36 \times 27/5 - 468 = 990 - 468 = 522$$

$$\Rightarrow \frac{x_{10} + \dots + x_{27}}{18} = \frac{522}{18} = 29$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی، صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۴)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۴۹

فرض کنید میانگین هر دو گروه برابر  $\bar{x}$  باشد.

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 = 12 \times 15 = 180$$





## جبر و احتمال



-۵۱

(سراسری ریاضی - ۹۱)

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

حاصل عبارت مورد نظر به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} & 10^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 30^3 \\ &= 2^3 \times (5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3) \\ &= 8 \times [(1^3 + 2^3 + \dots + 15^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)] \\ &= 8 \times \left[ \left( \frac{15 \times 16}{2} \right)^2 - \left( \frac{4 \times 5}{2} \right)^2 \right] = 8 \times [120^2 - 10^2] \\ &= 8 \times [14400 - 100] = 8 \times 14300 = 114400 \end{aligned}$$

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۵ و ۶)

-۵۲

(سراسری ریاضی - ۸۶)

مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب ۸ یک واحد بیش تر است، زیرا داریم:

$$\begin{aligned} a = 2k + 1 &\Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1 \\ &= 4k(k + 1) + 1 = 8q + 1 \end{aligned}$$

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

-۵۳

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

۱۱ دسته (۱،۱۳)، (۱،۱۴)، ...، (۳،۲۱)، (۲،۲۲)، (۱،۲۳) مجموع ۲۴ را

می‌دهند. حال اگر زیرمجموعه‌ای شامل یک عضو از هر دسته، به همراه عدد

۱۲ را در نظر بگیریم، مجموع هیچ دو عددی برابر ۲۴ نیست، ولی با اضافه

کردن یک عضو دیگر به این مجموعه، حتماً دو عدد یافت می‌شوند که مجموع آنها برابر ۲۴ باشد. پس زیرمجموعه باید حداقل دارای ۱۳ عضو باشد.

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

-۵۴

(سراسری ریاضی - ۸۹)

ابتدا باید توجه داشته باشید که مجموعه  $A - B$  با مجموعه  $A - \{B\}$  فرق دارند.

 $A - B$  یعنی اعضای از  $A$  که در مجموعه  $B$  نیستند.

$$A - B = \{\{a, b\}, \{a\}\}$$

 $A - \{B\}$  یعنی اعضای از  $A$  که در مجموعه  $\{B\}$  نیستند.

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} = \{a, b, \{a\}\}$$

پس مجموعه  $A - \{B\}$  سه عضو دارد و تعداد زیر مجموعه‌های غیر تهی آن

$$2^3 - 1 = 8 - 1 = 7 \quad \text{برابر است با:}$$

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰ و ۵۰ تا ۵۲)

-۵۵

(سراسری ریاضی - ۹۲)

ابتدا عضوهای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را تعیین می‌کنیم:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$|k - 2| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq k - 2 \leq 2$$

$$1 \leq k \leq 5 \Rightarrow B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\}$$

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = [n(A \cap B)]^2 = 3^2 = 9$$

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

-۵۸ (سراسری ریاضی - ۸۴)

احتمال آن که در یک بار پرتاب تاس، عددی بزرگتر از ۳ بیاید، برابر  $\frac{1}{4}$  است. بنابراین اگر تعداد دفعاتی که تاس عددی بزرگتر از ۳ می‌آید را با  $x$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$P(x=6) = \binom{10}{6} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{210}{1024} = \frac{105}{512}$$

(پیر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

-۵۹ (سراسری ریاضی - ۸۷)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$P(\{4, 5, 6\}) = P(4) + P(5) + P(6)$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

(پیر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

-۶۰ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

اگر پیشامدهای «تاجر بودن» و «برای اولین بار سفر کردن» را به ترتیب با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$n(S) = 22$$

$$n(A) = 23, n(B) = 12, n(A \cap B) = 8$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{23}{22} + \frac{12}{22} - \frac{8}{22} = \frac{27}{22} = \frac{3}{8}$$

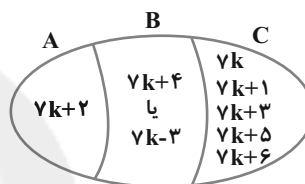
$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

(پیر و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۱۵ صفحه ۱۲۰)

-۵۶

(سراسری ریاضی - ۸۷)

در مجموعه  $A$  اعدادی وجود دارند که به صورت  $7k + 2$  هستند. یعنی باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۷ برابر ۲ است. در مجموعه  $B$  اعدادی وجود دارند که به صورت  $7k - 3$  یا همان  $7k + 4$  هستند. یعنی باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۷ برابر ۴ است. از طرفی می‌دانیم باقی‌مانده تقسیم بر ۷، یکی از اعداد  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  است. پس در مجموعه  $C$  اعدادی هستند که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۷، یکی از اعداد  $6, 5, 3, 1, 0$  می‌باشد، یعنی به یکی از صورت‌های  $7k, 7k + 1, 7k + 3, 7k + 4, 7k + 5$  و  $7k + 6$  هستند.



با توجه به گزینه‌ها، در گزینه «۱»  $7k = 21$  و  $7k + 6 = 13$  هستند که هر دو در یک زیرمجموعه قرار دارند. پس گزینه «۱» صحیح است.

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

-۵۷ (سراسری خارج از کشور تبری - ۹۴)

فضای نمونه‌ای شامل تمام حالت‌های انتخاب ۴ مهره از میان ۱۴ مهره است.

$$n(S) = \binom{14}{4} = 7 \times 11 \times 13$$

داریم:

اگر پیشامد مطلوب را  $A$  بنامیم، آنگاه:

$$n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{7}{2} \times \binom{5}{1}$$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 یک مهره قرمز    ۲ مهره سفید    یک مهره سیاه

$$+ \binom{2}{1} \times \binom{7}{3} = 2 \times 21 \times 5 + 2 \times 35 = 280$$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 ۲ مهره قرمز    ۳ مهره سفید

$$P(A) = \frac{280}{7 \times 11 \times 13} = \frac{40}{143}$$

(پیر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

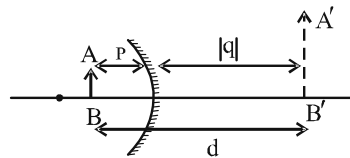


## فیزیک ۱ و ۲

-۶۱

(سؤال ۱۰۲ کتاب آبی)

روش اول: در این جا تصویر مجازی بوده، یعنی جسم و تصویرش در دو طرف آینه قرار دارند. لذا با معلوم بودن فاصله جسم از تصویرش و نیز بزرگ‌نمایی آینه به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\begin{cases} d = p + |q| = 40 \text{ cm} \\ m = \frac{|q|}{p} = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{تصویر مجازی}} \begin{cases} p = 10 \text{ cm} \\ q = -30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{-30} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

روش دوم: با معلوم بودن d (فاصله جسم از تصویرش) و بزرگ‌نمایی m داریم:

$$f = \left| \frac{md}{m^2 - 1} \right| = \frac{3 \times 40}{9 - 1} = 15 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- نور، بازتاب نور، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۸)

-۶۲

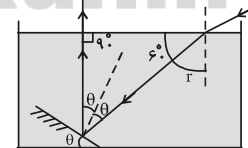
(سؤال ۱۸۸ کتاب آبی)

قبل از هر چیزی می‌دانیم که اگر اضلاع دو زاویه، به طور متناظر بر هم عمود باشند، دو زاویه برابرند.

زاویه شکست پرتو هنگام ورود به محیط شفاف برابر است با:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\rightarrow \sin \hat{r} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$



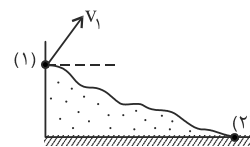
با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 60 + 90 + 2\hat{\theta} &= 180 \\ \hat{\theta} &= 15^\circ \end{aligned}$$

(فیزیک ۱- شکست نور، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

-۶۳

(سؤال ۴۵۴ کتاب آبی)



سطح زمین را مبدأ پتانسیل فرض می‌کنیم. به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = 0}$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2gh_1 \quad \begin{matrix} v_1 = 30 \text{ m/s} \\ h_1 = 45 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2 \end{matrix}$$

$$v_2^2 = 1800 \rightarrow v_2 = 30\sqrt{2} \text{ m/s}$$

(فیزیک ۲- کار و انرژی، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

-۶۴

(سؤال ۵۰۳ کتاب آبی)

انرژی الکتریکی تولیدی توسط مولد در پایین سطح در هر ثانیه برابر است با:

→ زمان × توان الکتریکی = انرژی الکتریکی

$$W = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

این انرژی ۸۰٪ انرژی پتانسیل آب در پشت سد در ارتفاع ۱۰۰ متری است:

$$\rightarrow (\text{انرژی پتانسیل گرانشی}) = \frac{W}{100} = \text{انرژی الکتریکی}$$

$$2 \times 10^4 = \frac{W}{100} \times (mgh) \quad \begin{matrix} g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ h = 100 \text{ m} \end{matrix}$$

$$2 \times 10^4 = \frac{W}{100} \times m \times 10 \times 100 \rightarrow m = 25 \times 10^4 \text{ kg}$$

جرم هر متر مکعب آب ۱۰۰۰ kg است بنابراین در هر ثانیه ۲۵۰ متر مکعب آب باید روی پره‌های توربین ریخته شود.

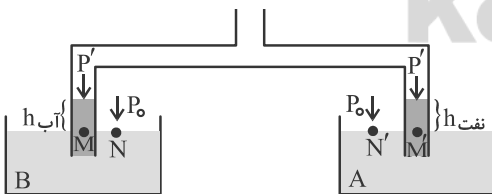
(فیزیک ۲- کار و انرژی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

-۶۵

(سؤال ۶۳۶ کتاب آبی)

مکیدن هوا باعث کاهش فشار هوا در داخل لوله‌ها و بالا رفتن آب و نفت در

لوله‌ها می‌شود. با توجه به یکسان بودن فشار نقاط M، N، M' و N' می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \text{طرف آب: } P_o = P' + P_{\text{آب}} \\ \text{طرف نفت: } P_o = P' + P_{\text{نفت}} \end{cases} \Rightarrow P_{\text{آب}} = P_{\text{نفت}}$$

$$\xrightarrow{P = \rho gh} \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}}$$

$$\Rightarrow \frac{h_{\text{آب}}}{h_{\text{نفت}}} = \frac{\rho_{\text{نفت}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 0.8$$

(فیزیک ۲- ویژگی‌های ماده، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۸)



-۶۶

(سؤال ۱۳۳ کتاب آبی)

ابتدا می‌بایست نسبت شعاع اولیه دو صفحه دایره‌ای شکل و نسبت افزایش دمای دو صفحه را به دست آوریم.

$$S_2 = 2S_1 \rightarrow \pi R_2^2 = 2\pi R_1^2 \rightarrow R_2^2 = 2R_1^2 \rightarrow R_2 = \sqrt{2}R_1$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad V = S \cdot h \quad \rho = \frac{m}{S \cdot h} \rightarrow m = \rho \cdot S \cdot h$$

$$\rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1} = 2 \rightarrow m_2 = 2m_1$$

$$Q_2 = 2Q_1 \rightarrow m_2 c \Delta\theta_2 = 2m_1 c \Delta\theta_1$$

$$\rightarrow 2m_1 \cdot \Delta\theta_2 = 2m_1 \cdot \Delta\theta_1 \rightarrow \Delta\theta_2 = \Delta\theta_1$$

اکنون با استفاده از رابطه محاسبه تغییر شعاع می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta_2}{R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta_1} \quad R_2 = \sqrt{2}R_1 \quad \Delta\theta_2 = \Delta\theta_1 \rightarrow \frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \sqrt{2}$$

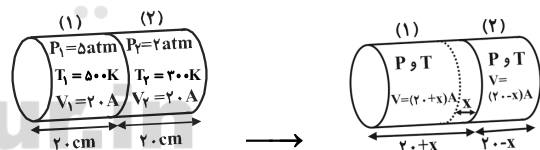
(فیزیک ۲- گرما و قانون گازها؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۳۶ تا ۱۴۰)

-۶۷

(سؤال ۱۹۵ کتاب آبی)

فرض می‌کنیم فشار و دمای گاز در نیمه چپ استوانه بیش‌تر از نیمه راست آن است (حجم یکسان است). بنابراین پیستون به طرف راست به اندازه  $x$  جابه‌جا می‌شود تا به تعادل برسد. در حالت تعادل، دما و فشار در دو طرف

پیستون یکسان است و با نوشتن رابطه  $\frac{PV}{T}$  برای حالت ابتدایی و انتهایی برای هر نیمه به طور مستقل، مسأله را حل می‌کنیم.



$$(1) \text{ نیمه: } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P V_1'}{T} \Rightarrow \frac{5 \times 20A}{500} = \frac{P(20+x)A}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{P}{T} \times (20+x) \quad (1)$$

$$(2) \text{ نیمه: } \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P V_2'}{T} \Rightarrow \frac{2 \times 20A}{300} = \frac{P(20-x)A}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{P}{T} \times (20-x) \quad (2)$$

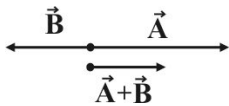
$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{20+x}{20-x} \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- گرما و قانون گازها؛ صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۴)

-۶۸

(سیرعلی میرنوری)

با توجه به شکل زیر، برای این‌که دو شرط  $|\vec{A}| = 2|\vec{B}|$  و  $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{B}|$  برای دو بردار  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  برقرار باشد، باید زاویه بین دو بردار  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  برابر با  $180^\circ$  باشد.



(فیزیک ۲- اندازه‌گیری و کمیت‌های فیزیکی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

-۶۹

(ناصر خوارزمی)

در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  متحرک در مکان  $x = 40 \text{ m}$  و در لحظه  $t = 7 \text{ s}$  مکان متحرک برابر صفر است. هم‌چنین در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  که شیب خط مماس بر نمودار صفر است، سرعت متحرک نیز برابر صفر می‌باشد، بنابراین می‌توان

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \quad \text{نوشت:}$$

سرعت در لحظه  $t = 7 \text{ s}$  برابر است با:

$$(0 - 40) = \frac{v + 0}{2} \times (7 - 3) \Rightarrow v = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

و برای محاسبه شتاب متحرک داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -20 = a \times 4 + 0 \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سرعت اولیه جسم برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -5 \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \quad \text{اکنون برای بازه زمانی ۰ تا ۷s داریم:}$$

$$\Rightarrow 0 - x_0 = \frac{-20 + 15}{2} \times (7 - 0) \Rightarrow x_0 = 17.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۲- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

-۷۰

(فرهنگ فرخانی‌فر)

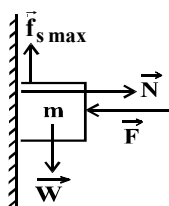
مطابق شکل، با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با توجه به این‌که جسم در راستای افقی هیچ حرکتی ندارد، می‌توان نوشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = N \quad \text{و} \quad W = mg \quad \text{و} \quad f_s \text{max} \geq W$$

$$\Rightarrow \mu_s N \geq mg \Rightarrow N \geq \frac{2 \times 10}{0.5} = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow N = F \Rightarrow F \geq 40 \text{ N}$$

(فیزیک ۲- دینامیک؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۱)





## فیزیک ۳

-۷۱

(سؤال ۱۰۷۵ کتاب آبی)

ابتدا با استفاده از معادله حالت گازهای کامل، دمای گاز را در حالت‌های A و C به دست می‌آوریم:

$$P_A V_A = nRT_A \Rightarrow 5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3} = 0.5 \times 8 \times T_A$$

$$\Rightarrow T_A = 125K$$

$$P_C V_C = nRT_C \Rightarrow 5 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3} = 0.5 \times 8 \times T_C$$

$$\Rightarrow T_C = 375K$$

با توجه به این که فرآیند BC یک فرآیند هم دما است، بنابراین داریم:

$$T_B = T_C = 375K$$

در نتیجه گرمایی که گاز طی فرآیند هم‌حجم AB مبادله می‌کند برابر است

$$Q_{AB} = nC_V \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times (375 - 125) \Rightarrow Q_{AB} = 2500J$$

(فیزیک ۳- ترمودینامیک: صفحه‌های ۶ تا ۱۸)

-۷۲

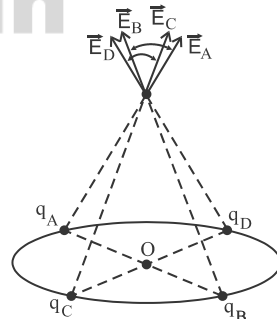
(سؤال ۱۱۰۲ کتاب آبی)

با توجه به این که چرخه مربوط به یک ماشین گرمایی است و با توجه به قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی که بازده هیچ ماشین گرمایی صد در صد نیست، طی این چرخه، ماشین گرما گرفته، گرما از دست داده و بر روی محیط نیز کار انجام می‌دهد و چون در فرآیند بی‌دررو هیچ گرمایی مبادله نمی‌شود، بنابراین در فرآیند AB ماشین هم گرما گرفته، هم گرما از دست داده و چون این فرآیند انبساطی است، دستگاه بر روی محیط کار انجام می‌دهد.

(فیزیک ۳- ترمودینامیک: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

-۷۳

(سؤال ۱۲۲۱ کتاب آبی)



مطابق شکل، بردار میدان الکتریکی هر یک از بارها را در نقطه O' رسم می‌کنیم و سپس برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم. دقت کنید، بردار میدان الکتریکی هر بار الکتریکی با راستای قائم زاویه ۳۷° می‌سازد.

مطابق شکل بردارهای  $\vec{E}_D$  و  $\vec{E}_C$  در یک صفحه واقع و با هم زاویه ۷۴° می‌سازند و هم‌چنین بردارهای  $\vec{E}_B$  و  $\vec{E}_A$  نیز در یک صفحه دیگر واقع و با

هم زاویه ۷۴° می‌سازند.

چون دو صفحه برهم عمودند، برآیند هر یک از دو بردار واقع در آن صفحه‌ها در راستای قائم رو به بالا می‌شود. بنابراین برآیند کل بردارهای میدان الکتریکی از جمع جبری این دو بردار به دست می‌آید.

$$E_A = E_B = E_C = E_D = 5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_{CD} = 2E_C \cos \frac{\alpha}{2} \quad \alpha = 74^\circ, E_C = E_D = 5 \times 10^4 \frac{N}{C} \rightarrow$$

$$E_{CD} = 2 \times 5 \times 10^4 \times \cos \frac{74^\circ}{2} \rightarrow \cos 37^\circ = 0.8$$

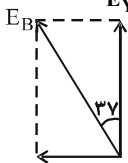
$$E_{CD} = 10^5 \times 0.8 = 8 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_{CD} = E_{AB} = 8 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_T = E_{CD} + E_{AB} = 8 \times 10^4 + 8 \times 10^4 = 16 \times 10^4$$

$$\rightarrow E_T = 1/6 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

روش دوم: چون بردار هر میدان الکتریکی با  $E_Y = E_B \cos 37^\circ$



$$E_X = E_B \sin 37^\circ$$

راستای قائم زاویه ۳۷° می‌سازد. اگر این

بردارها را در دو راستای قائم و افقی تجزیه

کنیم، در راستای افقی، مولفه‌های افقی

$E_X = E \sin 37^\circ$  اثر یک‌دیگر را خنثی

می‌کنند و در راستای قائم چهار مولفه

$E_Y = E \cos 37^\circ$  در یک جهت قرار می‌گیرند. بنابراین برآیند آن‌ها که

برابر برآیند کل میدان‌های الکتریکی است، برابر است با:

$$E_T = 4E \cos 37^\circ \quad \frac{E = 5 \times 10^4 \frac{N}{C}}{\rightarrow E_T = 4 \times 5 \times 10^4 \times 0.8}$$

$$\rightarrow E_T = 1/6 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۳- الکترواستاتیک ساکن: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

(سؤال ۱۲۷۹ کتاب آبی)

-۷۴

طبق قانون پایستگی انرژی، مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل

الکتریکی ذره برابر با صفر است. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + q(V_B - V_A) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 10^{-3} \times (v_B^2 - v_A^2) + 400 \times 10^{-6} \times (-40 - 20) = 0$$

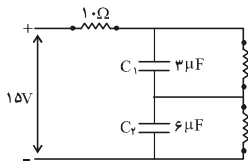
$$\Rightarrow v_B^2 = 25 \Rightarrow |v_B| = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- الکترواستاتیک ساکن: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)



(سؤال ۱۷۳۳ کتاب آبی)

-۷۸



سه مقاومت ۱۰ اهمی متوالی هستند و از خازن‌ها نیز جریان نمی‌گذرد زیرا خازن‌ها شارژ شده‌اند. ولتاژ ۱۵V بین هر سه مقاومت یکسان تقسیم شده است.

لذا اختلاف پتانسیل خازن  $C_1$  و خازن  $C_2$  هر کدام ۵ ولت است زیرا هر کدام از آن‌ها با یک مقاومت ۱۰ اهمی موازی‌اند.

$$q_1 = C_1 V_1 = \frac{C_1 = 3 \mu F}{V_1 = 5 V} \rightarrow q_1 = 15 \mu C$$

$$q_2 = C_2 V_2 = \frac{C_2 = 6 \mu F}{V_2 = 5 V} \rightarrow q_2 = 30 \mu C$$

(فیزیک ۳- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(سؤال ۱۹۱۲ کتاب آبی)

-۷۹

$$\frac{F_A}{l} = \frac{F}{l} + \frac{F'}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{d} + \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I'^2}{2d}$$

در شکل (۱) داریم:

$$\rightarrow \frac{F_A}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{2d}$$

$$\frac{F'_A}{l} = \sqrt{\left(\frac{F}{l}\right)^2 + \left(\frac{F'}{l}\right)^2}$$

در شکل (۲) داریم:

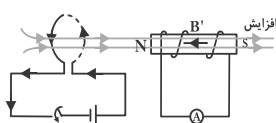
$$\rightarrow \frac{F'_A}{l} = \sqrt{\left[\left(\frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{2d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I'^2}{2d}\right)^2\right]}$$

$$\rightarrow \frac{F'_A}{l} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{2d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I'^2}{2d}\right)^2} \rightarrow \frac{F'_A}{F_A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(فیزیک ۳- میدان مغناطیسی و نیروهای مغناطیسی: صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

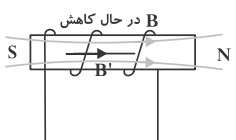
(سؤال ۲۰۳۰ کتاب آبی)

-۸۰



به هنگام وصل کلید با توجه به پایانه‌های باتری جریان گذرنده از حلقه به گونه‌ای است که شار

از چپ به راست در اثر خطوط میدان مغناطیسی B از سیمولوله (مطابق شکل) گذشته و در حال افزایش است. لذا در سیمولوله میدان مغناطیسی B' در خلاف جهت B القا می‌شود که باعث می‌گردد تا قطب S آهن‌ربایی در سیمولوله در نقطه A ایجاد شود.



دقت کنید که جهت میدان مغناطیسی در سیمولوله از قطب S به طرف قطب N و در اطراف آن از N به S است)

بدیهی است که به هنگام قطع کلید در نقطه A قطبی مخالف حالت اول یعنی قطب N القا می‌شود. زیرا در این حالت شار مغناطیسی B در حال کاهش بوده لذا میدان مغناطیسی القایی B' در همان جهت B ایجاد می‌شود تا با کاهش شار مخالفت کند.

(فیزیک ۳- القای الکترومغناطیسی: صفحه ۱۵۳)

(سؤال ۱۳۹۷ کتاب آبی)

-۷۵

اختلاف پتانسیل شاخه بالایی و پایینی دو سر مدار با هم برابر است؛ ابتدا اختلاف پتانسیل هر خازن را تعیین می‌کنیم و سپس انرژی هر خازن را محاسبه می‌کنیم و در نهایت آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$q_1 = q_2 \rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2 \rightarrow \begin{cases} 4V_1 = 12V_2 \\ V_1 + V_2 = 60V \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = 45V \rightarrow U_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 45^2 = 4050 \mu J \\ V_2 = 15V \rightarrow U_2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 15^2 = 1350 \mu J \end{cases}$$

$$q_3 = q_4 \rightarrow 3V_3 = 6V_4 \rightarrow \begin{cases} V_3 = 2V_4 \\ V_3 + V_4 = 60 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_3 = 40V \rightarrow U_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 40^2 = 2400 \mu J \\ V_4 = 20V \rightarrow U_4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 20^2 = 1200 \mu J \end{cases}$$

$$\rightarrow U_1 > U_3 > U_2 > U_4$$

(فیزیک ۳- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۶۲، ۶۳ و ۷۲ تا ۷۷)

(سؤال ۱۴۵۵ کتاب آبی)

-۷۶

با توجه به نمودار  $I - V$  و با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \frac{100}{25} \Rightarrow R = 4 \Omega$$

با توجه به این که مقدار یک مقاومت کربنی به صورت  $a \times 10^n$  است، رنگ حلقه‌های مقاومت کربنی باید مطابق شکل زیر باشد.

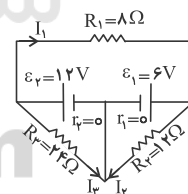


$$a = 0, b = 4, n = 0 \Rightarrow 4 \times 10^0 = 4 \Omega$$

(فیزیک ۳- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه ۹۲)

(سؤال ۱۶۳۴ کتاب آبی)

-۷۷



در حلقه مثلثی سمت راست شامل  $E_1$  و  $R_2$  هم‌جهت جریان  $I_2$  دور زده و  $\Sigma V = 0$  را اعمال می‌کنیم:

$$E_1 - I_2 R_2 = 0 \rightarrow \frac{E_1 = 6V}{R_2 = 12\Omega} \rightarrow I_2 = 0.5 A$$

حال در حلقه مثلثی سمت چپ شامل  $E_2$  و  $R_3$  دوری هم‌جهت با جریان زده و  $\Sigma V = 0$  را اعمال می‌کنیم:

$$E_2 - I_3 R_3 = 0 \rightarrow \frac{E_2 = 12V}{R_3 = 24\Omega} \rightarrow I_3 = 0.5 A$$

حال در حلقه مستطیلی بالا شامل  $R_1$  و  $E_1$  و  $E_2$  هم‌جهت با جریان  $I_1$  دور زده و شرط  $\Sigma V = 0$  را اعمال می‌کنیم:

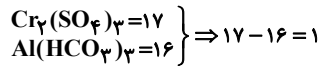
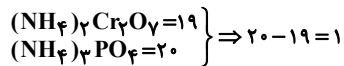
$$-I_1 R_1 - E_1 + E_2 = 0 \rightarrow \frac{E_2 = 6V, E_1 = 12V}{R_1 = 8\Omega} \rightarrow -8I_1 - 6 + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = 0.75 A$$

(فیزیک ۳- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹)

## شیمی ۲

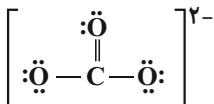
-۸۵ (سراسری خارج از کشور ۹۶)



(پیوند یونی و ترکیب‌های یونی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

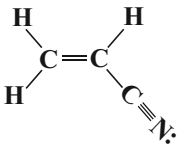
-۸۶ (سراسری خارج از کشور ۹۷)

بررسی گزینه‌ها:



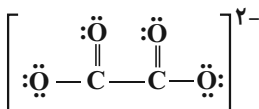
گزینه‌ی «۱»:

بنابراین اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی ندارد.



گزینه‌ی «۲»:

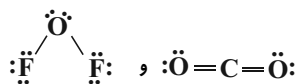
بنابراین شکل مولکول سیانواتن خمیده است.



گزینه‌ی «۳»:

$$\frac{\text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون پیوندی}} = \frac{10}{7}$$

گزینه‌ی «۴»:



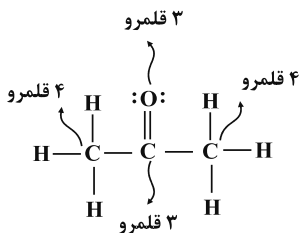
شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی و زاویه پیوندی در هر دو متفاوت است.

(پیوند کووالانسی و ترکیب‌های مولکولی)

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵ و ۱۰۲)

-۸۷ (سراسری خارج از کشور ۹۵)

در شکل زیر، تعداد کل قلمروهای اتم‌ها در استون مشخص شده است.



(پیوند کووالانسی و ترکیب‌های مولکولی)

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

-۸۱ (سراسری داخل کشور ۹۷)

در آغاز قرن نوزدهم میلادی، پس از کشف الکتریسیته‌ی ساکن یا مالشی، به این نکته پی برده شد که بارهای الکتریکی مثبت یا منفی ایجاد شده به هنگام مالیدن یک جسم روی جسم دیگر، از جایی نمی‌آید و پیدایش آن‌ها به خود ماده و شاید به اتم‌های سازنده‌ی آن مربوط باشد. بنابراین، سرآغاز بررسی وجود الکترون در اتم‌ها الکتریسیته‌ی ساکن یا مالشی است.

(سافت‌ا، اتم) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳، ۴، ۶ و ۷)

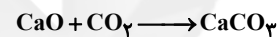
-۸۲ (سراسری داخل کشور ۹۷)

با توجه به روند موجود در شکل داده شده، از چپ به راست کمیت داده شده کاهش پیدا کرده است، بنابراین این روند مربوط به شعاع اتمی می‌باشد. چون در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد، a مربوط به P و b مربوط به N است.

(فواصل تناوبی عنصرها) (شیمی ۲، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵)

-۸۳ (سراسری خارج از کشور ۹۶)

عنصر A همان کلسیم است که اکسید کلسیم با گاز CO<sub>2</sub> واکنش داده و کلسیم کربنات تولید می‌کند که در برخی سنگ‌های طبیعی مانند سنگ آهک یافت می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: عنصر X همان گالیوم  $^{31}\text{Ga}$  است که در زیرلایه ظرفیت خود یک اوربیتال نیمه پر دارد.

گزینه‌ی «۲»: E از گروه ۱۷ و A ترکیب AE<sub>3</sub> و اتم D از گروه ۱۵ با A ترکیب A<sub>2</sub>D<sub>3</sub> تشکیل می‌دهند.

گزینه‌ی «۳»: ترکیب حاصل از X و D به صورت XD خواهد بود.

(ترکیبی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸، ۳۳، ۳۷، ۵۷ و ۵۸)

-۸۴ (سراسری خارج از کشور ۹۵)

ترتیب عناصر در جدول تناوبی از چپ به راست به صورت Z، D، X، A است. با توجه به این که عنصر A دو ترکیب ایجاد کرده است، پس این عنصر در گروه اول نیست و عنصر X نیز هم گروه منیزیم از گروه دوم نخواهد بود، در این صورت عنصر Z نیز نمی‌تواند عنصر واسطه از گروه ۴ باشد، با توجه به ظرفیت‌های عنصر A (۱ و ۲)، این عنصر در گروه ۱۱ قرار دارد که آرایش الکترونی آن  $[\text{Ar}]3d^1 4s^1$  بوده و یک الکترون در زیر لایه ۴s دارد. در نتیجه عنصر D از گروه ۱۳ دارای آرایش الکترونی  $[\text{Ar}]3d^1 4s^2 4p^1$  بوده و آخرین الکترون آن دارای  $l = 1, m_s = +\frac{1}{2}$  است.

(ترکیبی) (شیمی ۲، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸، ۵۰، ۵۲ تا ۵۰، ۵۷ و ۵۸)



$$? gZn = 2 / 24 LH_2 \times \frac{1 mol H_2}{22 / 4 LH_2} \times \frac{1 mol Zn}{1 mol H_2}$$

$$\times \frac{65 g Zn}{1 mol Zn} = 6 / 5 g Zn$$

$$Cu \text{ جرم} = 32 / 5g - 6 / 5g = 26g Cu$$

$$Cu \text{ درصد} = \frac{26g Cu}{32 / 5g Cu} \times 100 = 80\%$$

اکنون تعداد مولهای HCl را از طریق H<sub>2</sub> به دست می آوریم و از طریق غلظت حجم محلول را حساب می کنیم.

$$? mol HCl = 2 / 24 LH_2 \times \frac{1 mol H_2}{22 / 4 LH_2}$$

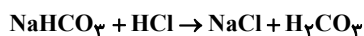
$$\times \frac{2 mol HCl}{1 mol H_2} = 0 / 2 mol HCl$$

$$V_{HCl} = \frac{0 / 2 mol}{4 mol.L^{-1}} \times \frac{1000 mL}{1 L} = 50 mL$$

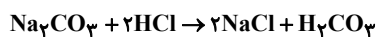
(ترکیبی) (شیمی ۳، صفحه های ۲۳ تا ۲۸ و ۸۹ تا ۹۲)

(سراسری خارج از کشور ۹۶)

-۹۳



$$\frac{16 / 8}{84 \times 1} = \frac{x_1}{1} = x_1 = 0 / 2$$



$$\frac{15 / 9}{106 \times 1} = \frac{x_2}{2} \Rightarrow x_2 = 0 / 3$$

$$x_1 + x_2 = 0 / 5$$

$$\frac{16 / 8}{84 \times 1} = \frac{y_1}{58 / 5} \Rightarrow y_1 = 11 / 7g$$

$$\frac{15 / 9}{106 \times 1} = \frac{y_2}{58 / 5 \times 2} \Rightarrow y_2 = 17 / 55g$$

$$y_1 + y_2 = 29 / 25$$

(واکنش های شیمیایی و استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

(سراسری خارج از کشور ۹۷)

-۹۴

موارد اول و سوم نادرست اند:

$$I) \Delta S > 0, w < 0, \Delta H < 0$$

$$II) \Delta S < 0, w > 0, \Delta H < 0$$

در مورد اول، در واکنش II محیط روی سامانه کار انجام می دهد.

در مورد سوم، با توجه به این که  $\Delta H$  واکنش II منفی تر از واکنش I است، پس

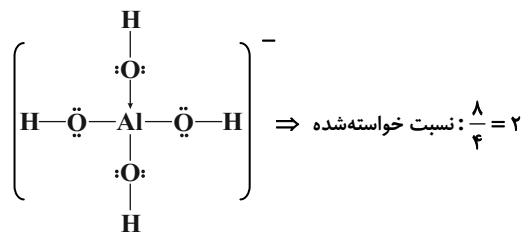
فرآورده ها نسبت به واکنش دهنده ها در واکنش II پایداری بیشتری نسبت به

واکنش I دارند.

(ترمودینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه های ۳۸ تا ۵۰ و ۵۵)

-۸۸

(سراسری خارج از کشور ۹۶)

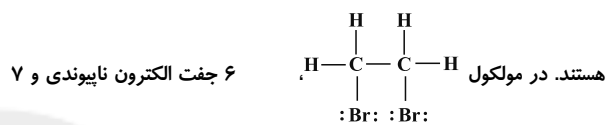


(پیوند کووالانسی و ترکیب های مولکولی) (شیمی ۲، صفحه های ۷۲ تا ۷۵ و ۸۴ تا ۸۸)

-۸۹

(سراسری خارج از کشور ۹۵)

با توجه به متن کتاب درسی شیمی (۲)، فصل پنجم موارد ۱، ۲ و ۳ درست



(کربن و ترکیب های آلی) (شیمی ۲، صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

-۹۰

(سراسری خارج از کشور ۹۴)

آسپرین دارای فرمول مولکولی C<sub>9</sub>H<sub>8</sub>O<sub>4</sub> بوده و آلکنها دارای فرمول

عمومی C<sub>n</sub>H<sub>2n</sub> هستند؛ بنابراین آلکن مورد نظر C<sub>9</sub>H<sub>18</sub> است.

$$\frac{C_9H_{18} \text{ تعداد } H}{C_9H_8O_4 \text{ تعداد } H} = \frac{18}{8} = 2 / 25$$

(کربن و ترکیب های آلی) (شیمی ۲، صفحه های ۱۰۱، ۱۰۲ و ۱۰۷)

شیمی ۳

-۹۱

(سراسری خارج از کشور ۹۷)

$$? \text{ ton سنگ معدن } = 884 \text{ kg Cr} \times \frac{1000 \text{ g Cr}}{1 \text{ kg Cr}}$$

$$\frac{1 \text{ mol Cr}}{52 \text{ g Cr}} \times \frac{1 \text{ mol Cr}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Cr}} \times \frac{152 \text{ g Cr}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Cr}_2\text{O}_3}$$

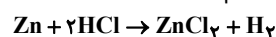
$$\frac{100 \text{ g سنگ معدن}}{64 \text{ g Cr}_2\text{O}_3} \times \frac{1 \text{ ton سنگ معدن}}{10^6 \text{ g Cr}} \approx 2 / 019 \text{ ton سنگ معدن}$$

(واکنش های شیمیایی و استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه های ۲۳ و ۲۴)

-۹۲

(سراسری خارج از کشور ۹۵)

در سری الکتروشیمیایی Cu پایین تر از هیدروژن قرار دارد، بنابراین با HCl واکنش نمی دهد و تنها فلز روی با HCl وارد واکنش می شود، بنابراین از طریق گاز H<sub>2</sub> مقدار Zn آلیاژ را به دست می آوریم:

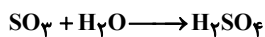
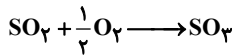
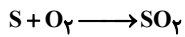






۹۸- (سراسری خارج از کشور، ۹۴)

معادله واکنش‌های انجام شده نشان می‌دهند که از سوختن یک مول گوگرد، یک مول سولفوریک اسید در نهایت تولید می‌شود. در ضمن بالاترین عدد اکسایش گوگرد برابر +۶ است.



$$96 \text{ g S} = 10^6 \text{ g سوخت} \times \frac{96 \text{ g S}}{10^6 \text{ g سوخت}} = 96 \text{ g S}$$

$$? \text{ g H}_2\text{SO}_4 = 96 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol S}}$$

$$\times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 294 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

(مملول‌ها) (شیمی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۹۹- (سراسری خارج از کشور، ۹۶)

$$\text{جرم مولی} = \frac{10 \cdot a d}{10}$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{10 \times a \times 0 / 935}{17} \Rightarrow a \simeq 18 / 2$$

(مملول‌ها) (شیمی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۱۰۰- (سراسری داخل کشور، ۹۷)

فقط مورد چهارم صحیح است. با توجه به اینکه سطح انرژی محلول بیشتر از حلال و حل‌شونده است، انرژی شبکه حل‌شونده از اندازه انرژی آب‌پوشی و جاذبه‌ی میان ذره‌های حلال، بیشتر است.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: به مجموع  $\Delta H_2$  و  $\Delta H_3$ ، آنتالپی مرحله‌ی آب‌پوشی گفته می‌شود.

مورد دوم: با توجه به اینکه سطح انرژی محلول بیشتر از حلال و حل‌شونده است،

آنتالپی نامساعد است.

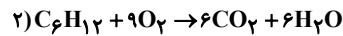
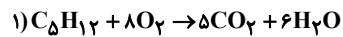
مورد سوم: با توجه به گرماگیر بودن فرایند، این جمله نادرست است.

مورد پنجم: با توجه به گرماگیر بودن فرایند، سبب کاهش دمای آن می‌شود.

(مملول‌ها) (شیمی ۳، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۹۵- (سراسری داخل کشور، ۹۷)

گرمای سوختن  $7/2 \text{ g}$  پنتان را،  $x$  و گرمای سوختن  $8/4 \text{ g}$  سیکلوپنتان را،  $y$  فرض می‌کنیم.



$$1) ? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } C_5H_{12} \times \frac{72 \text{ g } C_5H_{12}}{1 \text{ mol } C_5H_{12}} \times \frac{-x \text{ kJ}}{7/2 \text{ g } C_5H_{12}} = -10x \text{ kJ}$$

$$2) ? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } C_6H_{12} \times \frac{84 \text{ g } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}} \times \frac{-y \text{ kJ}}{8/4 \text{ g } C_6H_{12}} = -10y \text{ kJ}$$

$$Q = C \Delta \theta \Rightarrow -y + x = 7/5 \times 5 = -37/5 \text{ kJ}$$

$$\Delta H(2) - \Delta H(1) = -10y + 10x = 10(-y + x) = -375 \text{ kJ}$$

$$\Delta H(2) = 6 \times \Delta H_f(CO_2) + 6 \Delta H_f(H_2O)$$

$$- \Delta H_f(C_6H_{12})$$

$$\Delta H(1) = 5 \times \Delta H_f(CO_2) + 6 \Delta H_f(H_2O)$$

$$- \Delta H_f(C_5H_{12})$$

$$\Delta H(2) - \Delta H(1) = \Delta H_f(CO_2) +$$

$$\underbrace{\Delta H_f(C_5H_{12}) - \Delta H_f(C_6H_{12})}_{\Delta} \Rightarrow$$

$$-375 = -395 + \Delta \Rightarrow \Delta = 20 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(ترمورینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۵۸ و ۵۹)

۹۶- (سراسری خارج از کشور، ۹۵)

چون واکنش در دمای پایین خودبخودی است پس

$$\Delta G = \Delta H - T \Delta S < 0, \Delta H < 0$$

$\Delta H$  منفی و بزرگ و  $-T \Delta S$  مثبت و کوچک خواهد بود تا  $\Delta G < 0$  باشد.

یعنی از نظر عددی  $\Delta H$  از  $T \Delta S$  کوچک‌تر خواهد بود و از طرفی  $T \Delta S$  نیز

از  $\Delta S$  کم‌تر می‌شود.

$$\Delta S > T \Delta S > \Delta H$$

(ترمورینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۹۷- (سراسری داخل کشور، ۹۷)

یاقوت ← سول جامد کره ← امولسیون

رنگ روغن ← سول زله ← زل

(مملول‌ها) (شیمی ۳، صفحه ۹۹)