

بسمه تعالیٰ
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۸

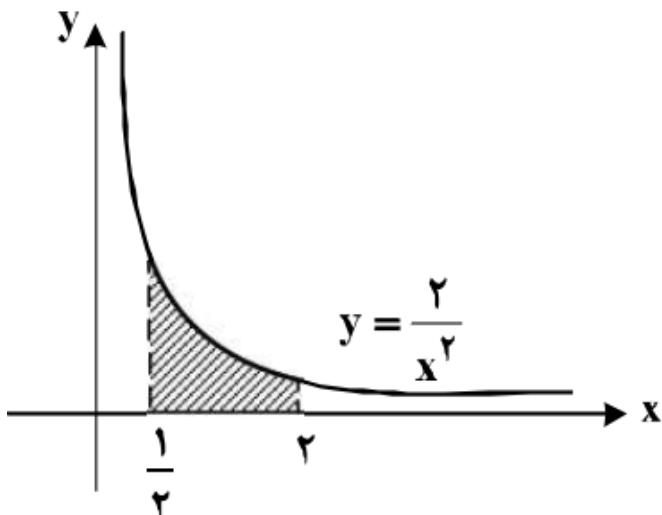
در شکل رو به رو ، مساحت ناحیه سایه زده ، کدام است ؟

۲/۵ (۱)

۳ (۲)

۳/۵ (۳)

۴ (۴)



$$\int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{-2}{x} \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = |(-1) - (-4)| = 3$$

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

در شکل رو به رو ، مساحت سایه زده ، کدام است ؟

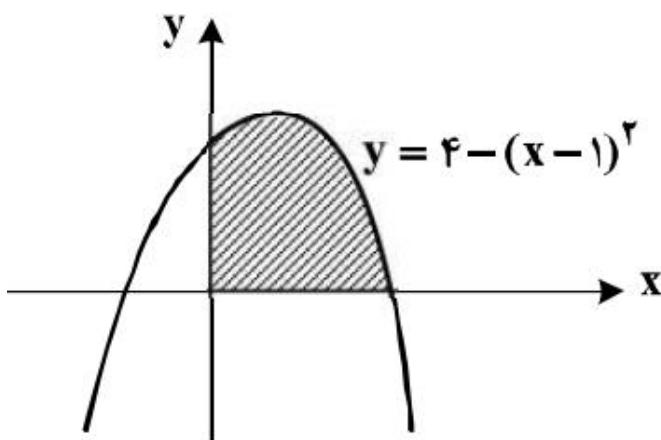
۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

۲



$$y = 4 - (x - 1)^2 \xrightarrow{y=0} (x - 1)^2 = 4 \xrightarrow{\begin{cases} x - 1 = 2 \longrightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \longrightarrow x = -1 \end{cases}}$$

$$\int_0^3 (-x^2 + 2x + 3) dx = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \Big|_0^3 = -9 + 9 + 9 = 9$$

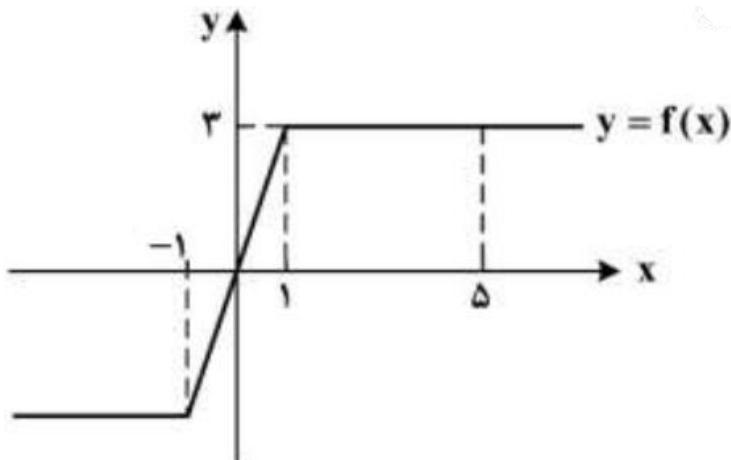
بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۷

با توجه به نمودار تابع مفروض ، مقدار $\int_{-1}^{\Delta} f(x)dx$ کدام است ؟

$$\int_{-1}^{\Delta} f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx + \int_1^{\Delta} f(x)dx = 4 \times 3 = 12$$

۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

۳

سراسری تجربی ۹۷

حاصل $\int_1^4 \left(\frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2} \right) dx$ کدام است ؟

۴

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

$$\begin{aligned} \int_1^4 \left(\frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2} \right) dx &= \int_1^4 \left(\frac{2x^3}{x^2} - \frac{\sqrt{x}}{x^2} \right) dx = \int_1^4 \left(2x - x^{-\frac{3}{2}} \right) dx = \left(x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) \Big|_1^4 \\ &= (16 + 1) - (1 + 2) = 17 - 3 = 14 \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۹۷ - خارج از کشور

با توجه به نمودار تابع مفروض ، مقدار $\int_{-5}^{\Delta} f(x)dx$ کدام است ؟

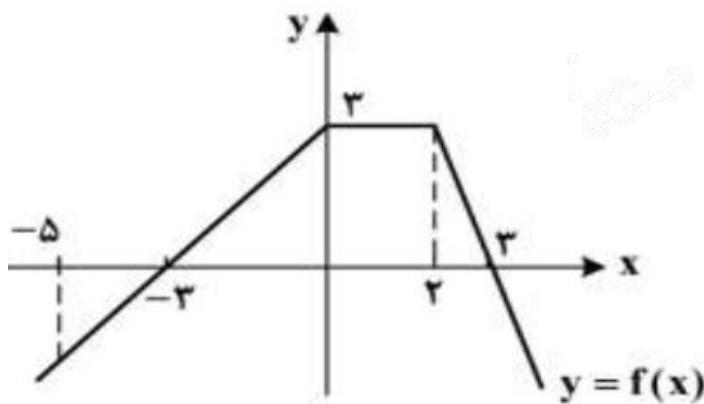
۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۵



$$A \left|_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \right. \quad B \left|_{\frac{3}{2}}^{\infty} \right. \rightarrow m = \frac{\frac{3}{2} - (-\frac{3}{2})}{\frac{3}{2}} = 1 \rightarrow y = x + \frac{3}{2} \xrightarrow{x=-\frac{5}{2}} y = -2$$

$$\int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx = \int_{-\frac{5}{2}}^{-\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx = -\frac{2 \times 2}{2} + \frac{(6+2) \times \frac{3}{2}}{2} = -2 + 12 = 10$$

سراسری تجربی ۹۷ - خارج از کشور

حاصل $\int_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} \right) dx$ ، کدام است؟ $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

ابتدا صورت کسر را به توان رسانده و سپس کسر را تفکیک می کنیم .

$$\int_1^4 \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int_1^4 \frac{(x-2\sqrt{x}+1)}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int_1^4 (x^{\frac{1}{2}} - 2 + x^{-\frac{1}{2}}) dx \\ = \left(\frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x + 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^4 = \left(\frac{16}{3} - 8 + 4 \right) - \left(\frac{2}{3} - 2 + 2 \right) = \frac{2}{3}$$

سراسری تجربی ۹۶

اگر $f(x) = x - |x-2|$ باشد ، حاصل $\int_0^4 f(x) dx$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

نکته: برای محاسبه انتگرال توابع شامل قدر مطلق ، باید انتگرال را در فاصله بین حدود انتگرال و ریشه داخل قدر مطلق را بشکنیم و سپس قدر مطلق را در آن فاصله تعیین علامت کرده و سپس انتگرال بگیریم .

روش اول :

$$\int_0^4 (x - |x-2|) dx = \int_0^2 x dx - \int_2^4 |x-2| dx = \frac{4 \times 4}{2} - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{2 \times 2}{2} \right) = 8 - 4 = 4$$

روش دوم :

$$\int_0^4 (x - |x-2|) dx = \int_0^2 (x + x-2) dx + \int_2^4 (x - x+2) dx = \int_0^2 (2x-2) dx + \int_2^4 (2) dx$$

$$= (x^2 - 2x) \Big|_0^2 + (2x) \Big|_2^4 = [(4-4)-(0-0)] + [(8)-(4)] = 4$$

بسمه تعالیٰ

سوالات ریاضی عمومی

تهیّه و تنظیم: سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سراسری تجربی ۹۶

۸

$$\text{اگر } \int (3x + \frac{1}{x})^2 dx = \frac{1}{x} f(x) + C \text{ باشد، آنگاه } f(x) \text{ کدام است؟}$$

$$3x^4 + 6x^2 - 1 \quad (4) \quad 3x^4 + 3x^2 - 1 \quad (3) \quad 3x^3 + 3x - 1 \quad (2) \quad 3x^3 + 6x^2 - 1 \quad (1)$$

$$\int (9x^2 + 6 + \frac{1}{x^2}) dx = 3x^3 + 6x - \frac{1}{x} + C = \frac{3x^4 + 6x^2 - 1}{x} + C \rightarrow f(x) = 3x^4 + 6x^2 - 1$$

سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور

-۱ (۴)

-۱/۵ (۳)

-۲ (۲)

-۲/۵ (۱)

۹

نکته: در تعیین انتگرال توابع شامل قدر مطلق، باید انتگرال را به ازای ریشه داخل قدرمطلق و حدود انتگرال، تعیین علامت کنیم.

$$\int_0^6 f(x) dx = \int_0^2 (-x + 2 - 2) dx + \int_2^6 (x - 2 - 2) dx = \int_0^2 (-x) dx + \int_2^6 (x - 4) dx$$

$$= \left(-\frac{x^2}{2} \right)_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 4x \right)_2^6 = [(-2) - (0)] + [(18 - 24) - (2 - 8)] = -2 - 6 + 6 = -2$$

سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور

$$\text{اگر } \int \frac{x-1}{x^3} dx = \frac{1}{2x^2} f(x) + C \text{ باشد، آنگاه } f(x) \text{ کدام است؟}$$

۲x - 1 (۴)

x - 2 (۳)

-x + 2 (۲)

-۲x + 1 (۱)

۱۰

$$\int \frac{x-1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int (x^{-2} - x^{-3}) dx$$

$$= (-1)x^{-1} - \left(-\frac{1}{2} \right)x^{-2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C = \frac{-2x+1}{2x^2} + C \rightarrow f(x) = -2x + 1$$

سراسری تجربی ۹۵

حاصل $\int_{-1}^1 (|3x| - [x]) dx$ ، کدام است؟ (نماد $[]$ به مفهوم جزء صحیح است).

۴ (۴)

 $\frac{7}{2}$ (۳)

۳ (۲)

 $\frac{5}{2}$ (۱)

۱۱

نکته: در تعیین انتگرال توابع شامل جزء صحیح باید انتگرال را به ترتیبی در نظر بگیریم که در هر بازه تنها یک مقدار برای جزء صحیح حاصل شود.

بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم :

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

$$\int_{-1}^1 (|3x| - [x]) dx = 3 \int_{-1}^1 (|x|) dx - \int_{-1}^1 ([x]) dx = 3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - (-1 + 0) = 3 + 1 = 4$$

سراسری تجربی ۹۵

$$\int \frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x})}{x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) + C \quad \text{اگر باشد، آنگاه } f(x) \text{ کدام است؟}$$

۲x + ۲ (۴)

x - ۲ (۳)

۲x - ۱ (۲)

۲x + ۲ (۱)

$$\begin{aligned} \int \frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x})}{x^2} dx &= \int \frac{x\sqrt{x} + x - x - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int \frac{x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}}{x^2} dx \\ &= \int \left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^2} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} \right) dx = (2)x^{\frac{1}{2}} - (-2)x^{-\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C = \frac{2x + 2}{\sqrt{x}} + C \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور

حاصل ، کدام است؟ (نماد $\int_{-1}^2 (|x|)[x] dx$ به مفهوم جزء صحیح است.)

۲ (۴)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 ([x]|x|) dx &= \int_{-1}^0 (-1)(-x) dx + \int_0^1 (0)(x) dx + \int_1^2 (1)(x) dx = \int_{-1}^0 (x) dx + \int_1^2 (x) dx \\ &= \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 = (0 - \frac{1}{2}) + (2 - \frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور

$$\int \frac{\Delta x^{\frac{1}{2}} + 3x}{\sqrt{x}} dx = x\sqrt{x} \cdot f(x) + C \quad \text{اگر باشد، آنگاه } f(x) \text{ کدام است؟}$$

۲x + ۳ (۴)

۲x + ۲ (۳)

x + ۳ (۲)

x + ۲ (۱)

$$\begin{aligned} \int \frac{\Delta x^{\frac{1}{2}} + 3x}{\sqrt{x}} dx &= 5 \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} dx + 3 \int \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} dx = 5 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx = 5\left(\frac{2}{3}\right)x^{\frac{5}{2}} + 3\left(\frac{2}{3}\right)x^{\frac{3}{2}} + C \\ &= 2\sqrt{x^5} + 2\sqrt{x^3} + C = 2x^{\frac{5}{2}}\sqrt{x} + 2x^{\frac{3}{2}}\sqrt{x} + C = x\sqrt{x}(2x + 2) + C \longrightarrow f(x) = 2x + 2 \end{aligned}$$

بسمه تعالیٰ
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۴

حاصل $\int_{\circ}^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ برابر کدام است؟

○ (۴)

 π (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵

نکته: مساحت هر طاق در تابع $y = \cos x$ یا $y = \sin x$ است، لذا داریم:

$$\begin{aligned} \int_{\circ}^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} &= \int_{\circ}^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \int_{\circ}^{\pi} \left| \frac{dx}{\cos x} \right| = \int_{\circ}^{\pi} |\cos x| dx = \int_{\circ}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-\cos x) dx \\ &= (\sin x) \Big|_{\circ}^{\frac{\pi}{2}} - (\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = (1 - 0) - (0 - 1) = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۹۴

اگر $\int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 4x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \sqrt[3]{x} \cdot f(x) + C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟ $x^2 - 2$ (۴) $x^2 - x$ (۳) $\frac{2}{3}x^2 - 1$ (۲) $\frac{1}{3}x^2 - 2x$ (۱)

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 4x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx &= \sqrt[3]{\int \frac{x^2}{x^2} dx} - 4 \int \frac{x}{x^2} dx = \sqrt[3]{\int x^{\frac{2}{3}} dx} - 4 \int x^{\frac{1}{3}} dx = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)x^{\frac{5}{3}}} - 4\left(\frac{3}{4}\right)x^{\frac{4}{3}} + C \\ &= 3x^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{x} - 3x^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{x} + C = \sqrt[3]{x}(x^{\frac{2}{3}} - x) + C \longrightarrow f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور

حاصل $\int_{\circ}^{\pi} \sqrt{2 - 2 \cos x} dx$ کدام است؟

λ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۷

$$\begin{aligned} \int_{\circ}^{\pi} \sqrt{2 - 2 \cos x} dx &= \int_{\circ}^{\pi} \sqrt{2(1 - \cos x)} dx = \int_{\circ}^{\pi} \sqrt{2(2 \sin^2 \frac{x}{2})} dx = 2 \int_{\circ}^{\pi} \left| \sin \frac{x}{2} \right| dx \xrightarrow[\circ < \frac{x}{2} < \pi]{} \\ &= 2 \int_{\circ}^{\pi} \left(\sin \frac{x}{2} \right) dx = 2(-2 \cos \frac{x}{2}) \Big|_{\circ}^{\pi} = -4(\cos \pi - \cos \circ) = -4(-1 - 1) = 8 \end{aligned}$$

بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم:

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور

$$\text{اگر } \int \frac{4x^{\frac{1}{3}} - 1}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} \cdot f(x) + C, \text{ آنگاه } f(x), \text{ کدام است؟}$$

$x^2 - 1 \quad (4)$

$x^{\frac{1}{3}} - 1 \quad (3)$

$x^2 - x \quad (2)$

$2x^2 - x \quad (1)$

۱۸

$$\int \frac{4x^{\frac{1}{3}} - 1}{\sqrt[3]{x}} dx = 4 \int \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} dx - \int \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} dx = 4 \int x^{\frac{2}{3}} dx - \int x^{-\frac{1}{3}} dx = 4 \times \frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^8} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C = \frac{3}{2} x^2 \sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} (x^2 - 1) + C \longrightarrow f(x) = x^2 - 1$$

سراسری تجربی ۹۳

$$\text{اگر } f(x) \text{ باشد، کدام است؟} \int \frac{(1+\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} - 1}{x} dx = 3\sqrt{x} \cdot f(x) + C$$

۱۹

$\frac{2}{3}x + \sqrt{x} + 6 \quad (2)$

$\frac{2}{3}x + 3\sqrt{x} + 2 \quad (1)$

$\frac{2}{9}x + \sqrt{x} + 2 \quad (4)$

$\frac{2}{9}x + 3\sqrt{x} + 6 \quad (3)$

$$(1+\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} - 1^{\frac{1}{3}} = (1+\sqrt{x}-1)(1+2\sqrt{x}+x+1+\sqrt{x}+1) = (\sqrt{x})(3+3\sqrt{x}+x) \\ = 3\sqrt{x} + 3x + x\sqrt{x}$$

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} - 1}{x} dx = \int \frac{3\sqrt{x} + 3x + x\sqrt{x}}{x} dx = \int (3x^{-\frac{1}{3}} + 3 + x^{\frac{1}{3}}) dx \\ = 3 \times \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{2}} + 3x + \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = 6\sqrt{x} + 3x + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C = 3\sqrt{x}(2 + \sqrt{x} + \frac{2}{9}\sqrt{x})$$

سراسری تجربی ۹۳

مقدار انتگرال معین $\int_{-1}^3 (x + [x]) dx$ کدام است؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزو صحیح است.)

۲۰

$6/5 \quad (4)$

$6 \quad (3)$

$5/5 \quad (2)$

$5 \quad (1)$

روش اول :

$$\int_{-1}^3 (x + [x]) dx = \int_{-1}^3 (x) dx + \int_{-1}^3 ([x]) dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^3 + (-1 + 0 + 1 + 2) = \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) + 2 = 6$$

روش دوم : با رسم نمودار $f(x) = x + [x]$ و محاسبه مساحت علامت دار ناحیه محدود به منحنی f و محور x ها و خطوط $x = -1$ و $x = 3$ ، حاصل انتگرال معین برابر است با :

$$S = \int_{-1}^3 (x + [x]) = -S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \left(-\frac{3}{2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

مقدار انتگرال معین $\int_{-2}^1 (|x| - [x]) dx$ کدام است؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزو صحیح است.)

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

$$\int_{-1}^1 (|x| - [x]) dx = \int_{-1}^1 (|x|) dx - \int_{-1}^1 ([x]) dx = \int_{-1}^0 (|x|) dx + \int_0^1 (|x|) dx - (-2 - 1 + 0)$$

$$= \int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^1 (x) dx - (-2) = -\left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 + 2 = (0 + 2) + \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + 2 = 5/5$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

اگر $f(x) = \int (\sqrt{x} - \frac{1}{x})^2 dx = \frac{f(x)}{2x} + C$ باشد، کدام است؟

$$x^3 - 4x\sqrt{x} + 2 \quad (2)$$

$$x^3 - 8x\sqrt{x} + 2 \quad (1)$$

$$x^3 - 4x\sqrt{x} - 2 \quad (4)$$

$$x^3 - 8x\sqrt{x} - 2 \quad (3)$$

$$\int (\sqrt{x} - \frac{1}{x})^2 dx = \int (x - \frac{2\sqrt{x}}{x} + \frac{1}{x^2}) dx = \int (x - 2x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2}) dx = \frac{x^2}{2} - 2 \times \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + \frac{x^{-1}}{-1} + C$$

$$= \frac{x^2}{2} - 4\sqrt{x} - \frac{1}{x} + C = \frac{1}{2x}(x^3 - 8x\sqrt{x} - 2) + C \longrightarrow f(x) = x^3 - 8x\sqrt{x} - 2$$

سراسری تجربی - ۹۲

با شرط $x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$ ، کدام است؟ $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$

$$\sin x - \cos x + C \quad (2)$$

$$\sin x + \cos x + C \quad (1)$$

$$-\sin x - \cos x + C \quad (4)$$

$$-\sin x + \cos x + C \quad (3)$$

بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم:

(فصل ۶ - انتگرال)

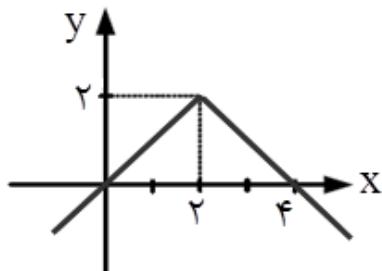
سوالات ریاضی عمومی

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x + 1$$

$$\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} = \cos x + \sin x$$

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx = \int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + C$$

سراسری تجربی ۹۲



با توجه به شکل روبرو، حاصل کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۴ (۴)

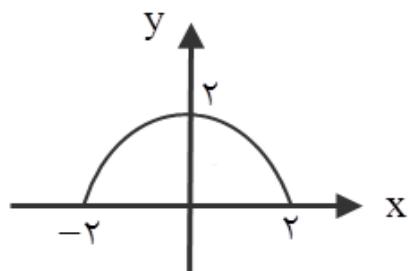
۳/۵ (۳)

۲۴

تعریف: انتگرال معین تابع f در بازه $[a, b]$ ، برابر با مساحت علامت دار بین نمودار f و محور x ها و دو خط $x = a$ و $x = b$ می باشد. داریم:

$$\int_0^4 f(x) dx = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور



با توجه به شکل روبرو، حاصل کدام است؟

 $\pi + 2$ (۲) $2\pi - 2$ (۱) 4π (۴) 2π (۳)

۲۵

$$y = \sqrt{4 - x^2} \longrightarrow y^2 = 4 - x^2 \longrightarrow x^2 + y^2 = 4 \longrightarrow O(0,0), R = 4$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi(2)^2 = 4\pi \quad \text{مساحت نیم دایره} = 4\pi \div 2 = 2\pi$$

سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور

با شرط $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ ، حاصل کدام است؟ $2\sin x + C$ (۴) $2\cos x + C$ (۳) $-2\sin x + C$ (۲) $-2\cos x + C$ (۱)

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} \times \sin 2x = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \times \sin 2x = \frac{1}{|\cos x|} \times \sin 2x = \frac{1}{-\cos x} \times 2\sin x \times \cos x = -2\sin x$$

$$\int \sqrt{1 + \tan^2 x} \sin 2x dx = -2 \int \sin x dx = -2(-\cos x) + C = 2\cos x + C$$

۲۶

بسمه تعالیٰ
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۱

اگر $f(x) = |x| - [x]$ باشد، حاصل است؟ (نماد $[]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

۳ (۴)

 $\frac{5}{2}$ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

$$\int_{-1}^2 (|x| - [x]) dx = \int_{-1}^2 (|x|) dx - \int_{-1}^2 ([x]) dx = \int_{-1}^0 (|x|) dx + \int_0^2 (|x|) dx - (-1 + 0 + 1)$$

$$= \int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^2 (x) dx = -\left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = \left[0 - \left(-\frac{1}{2} \right) \right] + \left[2 - 0 \right] = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

سراسری تجربی ۹۱

۲۸

اگر $f(x) = (2x\sqrt{x})f(x) + C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۵x - ۳ (۴)

۳x - ۲ (۳)

x - ۱ (۲)

x - ۲ (۱)

$$\int \frac{5x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int (5x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}) dx = 5 \times \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 3 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = 2x^{\frac{5}{2}} - 2x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= 2x\sqrt{x}(x-1) + C \longrightarrow f(x) = x-1$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

۲۹

اگر $f(x) = |x| + |x+1|$ باشد، حاصل است؟

۷ (۴)

۶/۵ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\int_{-1}^2 (|x| + |x+1|) dx = \int_{-1}^0 (|x| + |x+1|) dx + \int_0^2 (|x| + |x+1|) dx$$

$$= \int_{-1}^0 (-x + x + 1) dx + \int_0^2 (x + x + 1) dx = \int_{-1}^0 (1) dx + \int_0^2 (2x + 1) dx$$

$$= x \left[\begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right]_{-1}^0 + (x^2 + x) \left[\begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right]_0^2 = \left[0 - (-1) \right] + \left[(4 + 2) - (0) \right] = 1 + 6 = 7$$

بسمه تعالیٰ
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

$$\int \frac{1-x}{x\sqrt{x}} dx = \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{x}} + C \quad \text{اگر } f(x) \text{ کدام است؟}$$

۲x - ۱ (۴)

x + ۱ (۳)

x - ۲ (۲)

-x - ۱ (۱)

۳۰

$$\int \frac{1-x}{x\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{3}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = -2x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + C = \frac{2}{\sqrt{x}}(-1-x) + C \longrightarrow f(x) = -1-x$$

سراسری تجربی ۹۰

مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $f(x) = |2x - 1|$ و محور x ها و دو خط $x = 1$ و $x = -1$ کدام است؟

۳۱

۳ (۴)

 $\frac{5}{2}$ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

$$S = \int_{-1}^1 |2x - 1| dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} |2x - 1| dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 |2x - 1| dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (-2x + 1) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x - 1) dx$$

$$= (-x^2 + x) \Big|_{-1}^{\frac{1}{2}} + (x^2 - x) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \left[\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) - (-1 - 1) \right] + \left[(1 - 1) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{5}{2}$$

سراسری تجربی ۹۰

با شرط $x > 1$ داریم : $f(x) \cdot \int \frac{3-3x}{1-\sqrt{x}} dx = x.f(x) + C$ برابر کدام است؟

۳۲

۳x - ۳√x (۴)

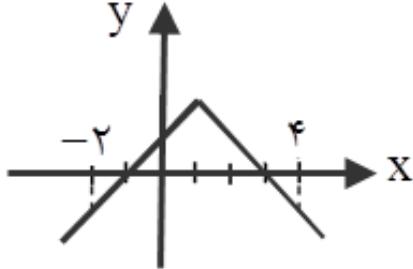
۳x - √x (۳)

۳ + √x (۲)

۳ + ۲√x (۱)

$$\frac{3-3x}{1-\sqrt{x}} = \frac{3(1-x)}{1-\sqrt{x}} = \frac{3(1-x)}{1-\sqrt{x}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{3(1-x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)} = 3(1+\sqrt{x})$$

$$\int 3(1+\sqrt{x}) dx = 3(x + \frac{1}{3}x\sqrt{x}) + C = x(3 + 2\sqrt{x}) + C \longrightarrow f(x) = 3 + 2\sqrt{x}$$

<p>سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور</p> <p>$X = -2$ و محور X ها و دو خط $-2 \leq x \leq 0$ مساحت ناحیه محصور بین نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x & , -2 \leq x \leq 0 \\ x^2 & , 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$</p> <p>و $x = 3$ کدام است؟</p> <p>۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)</p> $\left \int_{-2}^3 f(x) dx \right = \left \int_{-2}^0 x dx \right + \left \int_0^3 x^2 dx \right = \left \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big _{-2}^0 \right + \left \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big _0^3 \right = (0) - (-2) + (9) - (0) = 11$	۳۳
<p>سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور</p> <p>اگر $\int \frac{4x-4}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \sqrt[3]{x} \cdot f(x) + C$ ، آن گاه $f(x)$ کدام است؟</p> <p>۴x-1 (۴) ۲x-1 (۳) x-2 (۲) x-4 (۱)</p> $\int \frac{4x-4}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \int \left(\frac{4x}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx = \frac{4}{3} \int (x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{2}{3}}) dx = \frac{4}{3} \times \left(\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} - \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} \right) + C$ $= \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - 3 \sqrt[3]{x} \right) + C = \sqrt[3]{x} (x-4) + C \rightarrow f(x) = x-4$	۳۴
<p>سراسری تجربی ۸۹</p> <p>با توجه به نمودار تابع $f(x) = 2 - x - 1$ ، حاصل انتگرال معین $\int_{-2}^4 f(x) dx$ کدام است؟</p> <p></p> <p>$\int_{-2}^4 f(x) dx = \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$</p>	۳۵

بسمه تعالی
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۸۹

$$\text{اگر } f(x) \text{ کدام است ؟} \quad \int \frac{(1-\sqrt{x})^r}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} \cdot f(x) + C$$

۳۶

$$2 - \sqrt{x} + 3x \quad (4) \quad 2 - \sqrt{x} + \frac{2}{3}x \quad (3) \quad 1 + \sqrt{x} - \frac{1}{3}x \quad (2) \quad 1 - \sqrt{x} + \frac{1}{3}x \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{(1-\sqrt{x})^r}{2\sqrt{x}} dx &= \int \frac{1-2\sqrt{x}+x}{2\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x} \right) dx = \int \left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 1 + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - x + \frac{1}{2} \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \sqrt{x} - x + \frac{1}{3}x\sqrt{x} + C = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x} + \frac{1}{3}x) + C \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

$$\text{اگر } f(x) \text{ کدام است ؟} \quad \int \frac{x-1}{x^3} dx = \frac{f(x)}{2x^2} + C$$

۳۷

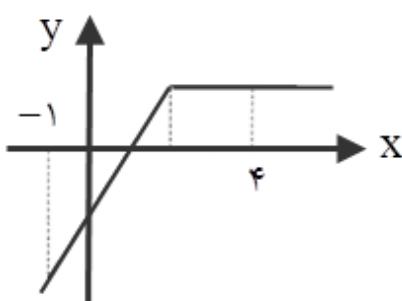
$$2x - 1 \quad (4) \quad -2x + 1 \quad (3) \quad x - 2 \quad (2) \quad -x + 2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x-1}{x^3} dx &= \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int (x^{-2} - x^{-3}) dx = \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C \\ &= \frac{1}{2x^2}(-2x + 1) + C \longrightarrow f(x) = 1 - 2x \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

با توجه به نمودار تابع $f(x) = x - |x - 2|$ ، حاصل انتگرال معین $\int_{-1}^4 f(x) dx$ کدام است ؟

۳۸



- | | |
|-------|-------------------|
| ۱ (۲) | $\frac{1}{2}$ (۱) |
| ۲ (۴) | $\frac{3}{2}$ (۳) |

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx = -\frac{2 \times 4}{2} + \frac{5 \times 2}{2} = -4 + 5 = 1$$

سراسری تجربی ۸۸

حاصل $\int_{-2}^2 (x + [x]) dx$ ، کدام است؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

۴) ۴

۲) ۳

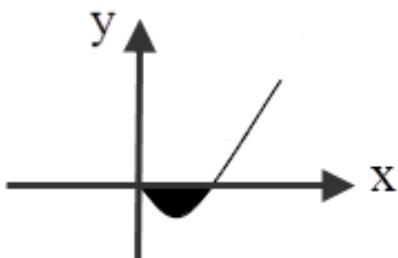
۰) ۲

-۲) ۱

$$\int_{-2}^2 (x + [x]) dx = \int_{-2}^2 (x) dx + \int_{-2}^2 ([x]) dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-2}^2 + (-2 - 1 + 0 + 1) = [(2) - (2)] - 2 = -2$$

سراسری تجربی ۸۸

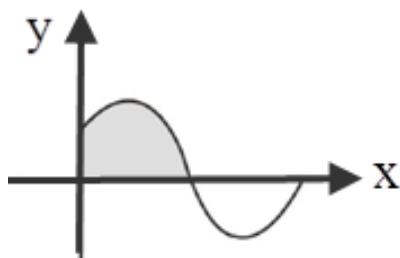
با توجه به نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x - \sqrt{x}$ ، مساحت ناحیه سایه زده ، کدام است؟

 $\frac{1}{4}) ۲$ $\frac{1}{6}) ۱$ $\frac{2}{3}) ۴$ $\frac{1}{3}) ۳$

$$\left| \int_0^1 (x - \sqrt{x}) dx \right| = \left| \left[\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x\sqrt{x} \right]_0^1 \right| = \left| \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) - (0) \right| = \left| -\frac{1}{6} \right| = \frac{1}{6}$$

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

با توجه به قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \sin x + \cos x$ در شکل مقابل ، مساحت ناحیه سایه زده ، کدام است؟

 $\sqrt{2}) ۲$ $2 - \sqrt{2}) ۱$ $1 + \sqrt{2}) ۴$ $2) ۳$

$$f(x) = \sin x + \cos x \xrightarrow{y=\circ} \sin x + \cos x = 0 \longrightarrow \tan x = -1 = \tan(-\frac{\pi}{4}) \longrightarrow$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{k=1} x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\int_{\circ}^{\frac{3\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx = (-\cos x + \sin x) \Big|_{\circ}^{\frac{3\pi}{4}} = (-\cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4}) - (-\cos \circ + \sin \circ)$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} - (-1 + \circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 1 + \sqrt{2}$$

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

۴۲

حاصل $\int_{-2}^2 (2 - [x]) dx$ ، کدام است؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزو صحیح است.)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

$$\int_{-1}^2 (2 - [x]) dx = \int_{-1}^2 (2) dx - \int_{-1}^2 ([x]) dx = 2x \Big|_{-1}^2 - (-2 - 1 + \circ + 1) = [(4) - (-4)] - (-2) = 10$$

سراسری تجربی ۸۷

۴۳

اگر $y = x \cdot G(x)$ ، آنگاه مشتق راست تابع $G(x) = \int_1^x \frac{t}{\sqrt{1+t^3}} dt$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟ $\frac{5}{3} (4)$ $\frac{4}{3} (3)$ $\frac{2}{3} (2)$ $\frac{1}{3} (1)$

نکته: با توجه به اولین قضیه بنیادی حساب انتگرال ، داریم:

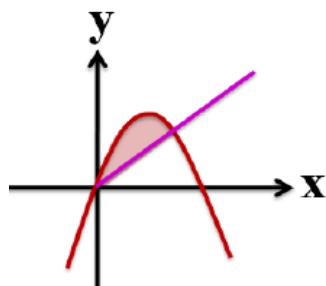
$$G(x) = \int_1^x \frac{t}{\sqrt{1+t^3}} dt \longrightarrow G'(x) = f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^3}}$$

$$y = x \cdot G(x) \longrightarrow y' = G(x) + x \cdot G'(x) \longrightarrow y'(2) = G(2) + 2 \cdot G'(2)$$

$$y'(2) = \int_1^2 \frac{t}{\sqrt{1+t^3}} dt + 2 \times \frac{2}{\sqrt{1+8}} = \circ + \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

سراسری تجربی ۸۷

۴۴

مساحت ناحیه زیر منحنی به معادله $y = -x^3 + 5x$ و بالای خط $x = 1$ کدام است؟ $\frac{22}{3} (2) \quad \frac{16}{3} (1)$ $\frac{22}{3} (4) \quad \frac{28}{3} (3)$

بسمه تعالی
تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

ابتدا باید نقاط برخورد (تقاطع) آن ها را مشخص می کنیم .

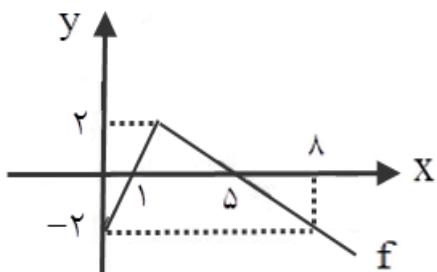
$$\begin{cases} y_1 = -x^3 + 5x \\ y_2 = x \end{cases} \rightarrow -x^3 + 5x = x \rightarrow x^3 - 4x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow a = 0 \\ x = 4 \rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$S = \left| \int_a^b (y_1 - y_2) dx \right| = \left| \int_0^4 (-x^3 + 5x - x) dx \right| = \left| \int_0^4 (-x^3 + 4x) dx \right| = \left[\left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right) \right]_0^4$$

$$S = \left| \left(-\frac{64}{3} + 32 \right) - (0) \right| = \frac{32}{3}$$

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

شکل مقابل نمودار تابع f است ، حاصل $\int_0^8 f(x) dx$ کدام است ؟



۰ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۴۵

$$\int_0^8 f(x) dx = S_1 + S_2 + S_3 = -\frac{1 \times 2}{2} + \frac{2 \times 4}{2} - \frac{3 \times 2}{2} = -1 + 4 - 3 = 0$$

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

اگر $\int \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{x\sqrt{x}} dx = \frac{f(x)}{3\sqrt{x}} + C$ ، آن گاه $f(x)$ کدام است ؟

۴۶

$2x^{\frac{1}{3}} + 3$ (۴)

$2x^{\frac{1}{3}} - 6$ (۳)

$2x + 2$ (۲)

$2x - 3$ (۱)

$$\int \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{x\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{3}{2}} \right) dx = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$= \frac{1}{3\sqrt{x}}(2x^{\frac{1}{3}} - 6) + C \rightarrow f(x) = 2x^{\frac{1}{3}} - 6$$

سراسری تجربی ۸۶

اگر $\int \frac{(1+\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} - x}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} \cdot f(x) + C$ ، آن گاه $f(x)$ کدام است ؟

۴۷

$2 + 2\sqrt{x}$ (۴)

$2 + \sqrt{x}$ (۳)

$1 + 2\sqrt{x}$ (۲)

$1 + \sqrt{x}$ (۱)

بسمه تعالیٰ

سوالات ریاضی عمومی

(فصل ۶ - انتگرال)

تهیّه و تنظیم : سید علی موسوی

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^2 - x}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1+2\sqrt{x}+x-x}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right) dx = \int (x^{-\frac{1}{2}} + 2) dx$$

$$= 2x^{\frac{1}{2}} + 2x + C = 2\sqrt{x} + 2x + C = \sqrt{x}(2 + 2\sqrt{x}) + C \longrightarrow f(x) = 2 + 2\sqrt{x}$$

سراسری تجربی ۸۶

حاصل $\int_{-2}^2 (2x + |x|) dx$ کدام است ؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$\int_{-2}^2 (2x + |x|) dx = \int_{-2}^0 (2x + |x|) dx + \int_0^2 (2x + |x|) dx = \int_{-2}^0 (2x - x) dx + \int_0^2 (2x + x) dx$$

$$= \int_{-2}^0 (x) dx + \int_0^2 (3x) dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-2}^0 + \left[\frac{3x^2}{2} \right]_0^2 = (0 - 2) + (6 - 0) = 4$$

۴۸

سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

حاصل $\int_{-2}^1 ([x]x) dx$ کدام است ؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزء صحیح است .)

۴ (۴)

 $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

$$\int_{-2}^1 ([x]x) dx = \int_{-2}^{-1} ([x]x) dx + \int_{-1}^0 ([x]x) dx + \int_0^1 ([x]x) dx = \int_{-2}^{-1} (-2x) dx + \int_{-1}^0 (-x) dx + 0$$

$$= -x^2 \left[\begin{array}{l} -1 \\ -2 \end{array} \right] - \frac{1}{2} x^2 \left[\begin{array}{l} 0 \\ -1 \end{array} \right] = (-1 + 4) - (0 - \frac{1}{2}) = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

۴۹

سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

حاصل $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$ کدام است ؟

۵۰

$$x - \cos x + C \quad (۴) \quad -x + \cos x + C \quad (۳) \quad x - \sin x + C \quad (۲) \quad \textcolor{red}{x + \sin x + C} \quad (۱)$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} dx = \int \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} dx = \int (1 + \cos x) dx = x + \sin x + C$$

سراسری تجربی ۸۵

$$\text{اگر } C \text{ کدام است؟} \quad \int x(1-5\sqrt{x})dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2} \cdot f(x) + C$$

۵۱

$x - x\sqrt{x}$ (۴)

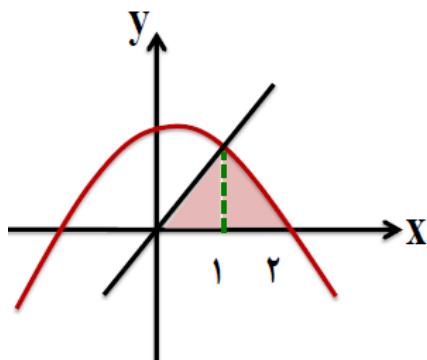
$x - 2\sqrt{x}$ (۳)

$1 - 2\sqrt{x}$ (۲)

$1 - 4\sqrt{x}$ (۱)

$$\begin{aligned} \int (x - 5x\sqrt{x})dx &= \int (x - 5x^{\frac{3}{2}})dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2} - 5 \times \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2} - 2x^{\frac{5}{2}}\sqrt{x} + C \\ &= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2}(1 - 4\sqrt{x}) + C \longrightarrow f(x) = 1 - 4\sqrt{x} \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۸۵

مساحت ناحیه محدود به منحنی $y = 4 - x^3$ و خط به معادله $y = 3x$ و محور x ها واقع در ناحیه اول کدام است؟

$\frac{7}{3} (2)$

$\frac{13}{6} (1)$

$\frac{19}{6} (4)$

$\frac{8}{3} (3)$

۵۲

نکته: اگر چند انتگرال دارای کران های بالا و پائین یکسان باشند، می توان آن ها را ادغام کرد.

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = 4 - x^3 \end{cases} \longrightarrow 3x = 4 - x^3 \longrightarrow x^3 + 3x - 4 = 0 \longrightarrow x = 1 \longrightarrow y = 3$$

$$\int_0^1 (3x)dx + \int_1^2 (4 - x^3)dx = \left[\frac{3x^2}{2} \right]_0^1 + \left[(4x - \frac{x^4}{4}) \right]_1^2 = \left[(\frac{3}{2}) - (0) \right] + \left[(8 - \frac{8}{3}) - (4 - \frac{1}{3}) \right] = \frac{19}{6}$$

سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور

$$\text{اگر } f(x), \text{ آن گاه } \int \frac{1-x}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3}\sqrt{x} \cdot f(x) + C$$

۵۳

$3 - 2x$ (۴)

$3 - x$ (۳)

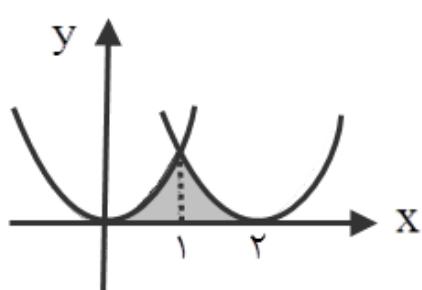
$2 - x$ (۲)

$2 - 3x$ (۱)

$$\int \frac{1-x}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = 2\sqrt{x} - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x}(3-x) + C \longrightarrow f(x) = 3-x$$

سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور

مساحت ناحیه محدود به دو منحنی به معادلات $y = x^2$ و $y = (x-2)^2$ و محور x ها کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۴) ۱ (۳)

۵۴

ابتدا باید سطح زیر نمودار تک تک منحنی ها را با محور x ها جداگانه محاسبه کرده و با هم جمع می کنیم.

$$S = S_1 + S_2 = \left| \int_0^1 x^2 dx \right| + \left| \int_1^2 (x-2)^2 dx \right| = \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}(x-2)^3 \right]_1^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

سراسری تجربی ۸۴

اگر $f(x) = (x+|x|)[x]$ برابر کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\int_{-1}^2 (x+|x|)[x] dx = \int_{-1}^0 (x-x)(-1) dx + \int_0^1 (x+x)(0) dx + \int_1^2 (x+x)(1) dx$$

$$= \int_1^2 (2x) dx = \left[x^2 \right]_1^2 = 4 - 1 = 3$$

۵۵

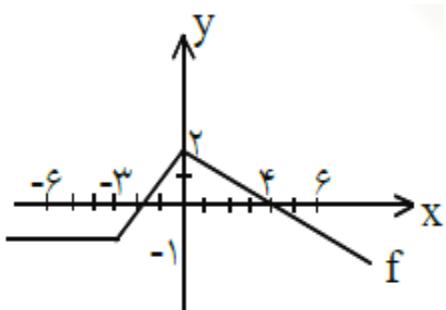
سراسری تجربی ۸۴

حاصل $\int_0^1 (\sqrt[3]{x} + \frac{1}{(1+x)^2}) dx$ کدام است؟ $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۵۶

$$\int_0^1 \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{(1+x)^2} \right) dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{3}} + (1+x)^{-2} \right) dx = \left[\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{(1+x)^{-1}}{-1} \right]_0^1 = \left[\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{1+x} \right]_0^1 \\ = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - (0-1) = \frac{5}{4}$$

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

شکل مقابل نمودار تابع f است، حاصل $\int_{-6}^6 f(x)dx$ کدام است؟

- | | | |
|---------------|-----|-------------------|
| $\frac{1}{2}$ | (۲) | ۱ (۱) |
| $\frac{5}{2}$ | (۴) | $\frac{2}{3}$ (۳) |

۵۷

تعریف: انتگرال معین $\int_a^b f(x).dx$ برابر با مساحت سایه زده زیر نمودار تابع f از $x=a$ تا $x=b$ است.

$$\int_{-6}^6 f(x).dx = \int_{-6}^{-3} f(x).dx + \int_{-3}^4 f(x).dx + \int_4^6 f(x).dx = -\frac{7}{2} + 6 - 1 = \frac{3}{2}$$

توجه داشته باشیم عرض نقطه‌ای به طول (-۶) برابر (-۱) است.

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

حاصل $\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right)^2 dx$ کدام است؟

۵۸

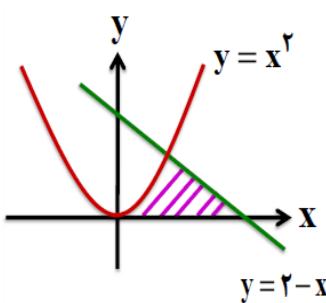
- | | | | | | | | |
|------------------------|-----|------------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|
| $-\frac{1}{2} - \ln 4$ | (۴) | $-\frac{1}{2} - \ln 2$ | (۳) | $\frac{3}{2} - \ln 4$ | (۲) | $\frac{3}{2} - \ln 2$ | (۱) |
|------------------------|-----|------------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|

$$\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(x - 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = F(2) - F(1)$$

$$= (2 - 2 \ln 2 - \frac{1}{2}) - (1 - 2 \ln 1 - 1) = \frac{3}{2} - 2 \ln 2 = \frac{3}{2} - \ln 4$$

سراسری تجربی ۸۳

با توجه به شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده چقدر است؟



- | | | | |
|---------------|-----|---------------|-----|
| $\frac{7}{6}$ | (۲) | $\frac{4}{3}$ | (۱) |
| $\frac{2}{3}$ | (۴) | $\frac{5}{6}$ | (۳) |

۵۹

بسمه تعالیٰ

سوالات ریاضی عمومی

(فصل ۶ - انتگرال)

تهیّه و تنظیم: سید علی موسوی

اولاً: محل تلاقی دو منحنی را به دست می آوریم **ثانیاً:** محل تلاقی خط با محور طول ها را به دست می آوریم.

$$(I) \begin{cases} y = x^3 \\ y = 2 - x \end{cases} \xrightarrow{x^3 + x - 2 = 0} \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{True} \\ x = -2 \rightarrow \text{false} \end{cases}$$

$$(II) y = 0 \rightarrow 2 - x = 0 \rightarrow x = 2$$

$$\int_0^1 (x^3) dx + \int_1^2 (2 - x) dx = \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 + \left[2x - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \left[\left(\frac{1}{4} \right) - (0) \right] + \left[(4 - 2) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{5}{4}$$

سراسری تجربی ۸۳

$$\text{اگر } f(x), \text{ آنگاه } \int (3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx = \sqrt{x} \cdot f(x) + C$$

$$x - 2 \quad (4)$$

$$2x - 2 \quad (3)$$

$$3x - 2 \quad (2)$$

$$3x - 1 \quad (1)$$

$$\int (3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx = \int (3x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}) dx = 3 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 2x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C = \sqrt{x}(2x - 2) + C \rightarrow f(x) = 2x - 2$$

سراسری تجربی ۸۲

$$\text{اگر } f(x), \text{ آنگاه } \int \frac{3x - 2}{\sqrt{x}} dx = f(x) \cdot \sqrt{x} + C$$

$$3x - 4 \quad (4)$$

$$3x - 2 \quad (3)$$

$$2x - 4 \quad (2)$$

$$2x - 1 \quad (1)$$

$$\int \frac{3x - 2}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{3x}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{2}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx = \int (3x^{\frac{1}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}}) dx = 3 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 2 \times \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 2x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + C$$

$$= \sqrt{x}(2x - 4) + C \rightarrow f(x) = 2x - 4$$

سراسری تجربی ۸۲

$$\text{حاصل } \int_0^{\pi} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx \text{ کدام است؟}$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

$$\int_0^{\pi} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^{\pi} (\cos 2x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{3} - \sin 0 \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم: سید علی موسوی

(فصل ۶ - انتگرال)

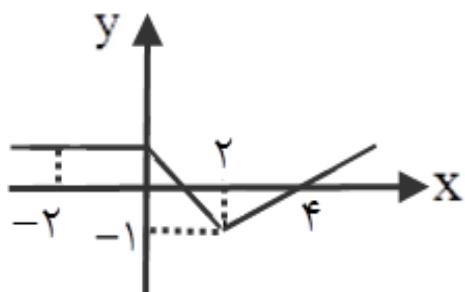
سوالات ریاضی عمومی

سراسری تجربی ۸۱

شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل $\int_{-2}^4 f(x)dx$ کدام است؟

- $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{3}{2}$ (۴) ۱ (۳)

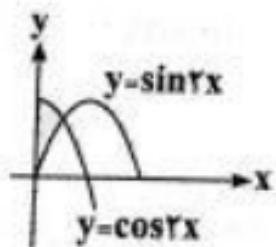
۶۳



$$\int_{-2}^4 f(x)dx = \int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^4 f(x)dx = \frac{(3+2) \times 1}{2} - \frac{3 \times 1}{2} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

سراسری تجربی ۸۰

مساحت ناحیه‌ی سایه دار، در شکل مقابل کدام است؟



- $\sqrt{2}-1$ (۲) $2-\sqrt{2}$ (۱)

۶۴

- $\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$ (۴) $\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})$ (۳)

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + C \quad \int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + C \quad \text{نکته:}$$

ابتدا محل تلاقی دو نمودار را پیدا می‌کنیم. یعنی $f(x) = g(x)$

$$\sin 2x = \cos 2x \longrightarrow \tan 2x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \longrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

$$S = \left| \int_0^{\frac{\pi}{8}} (\sin 2x - \cos 2x) dx \right| = \left| \left(-\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} \right| = \left| \left(-\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right) - \left(-\frac{1}{2} - 0 \right) \right| \\ = \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} |1 - \sqrt{2}| = \frac{1}{2} (\sqrt{2} - 1)$$

سراسری تجربی ۷۹

مساحت ناحیه محدود بین منحنی به معادله $y = x^3 + 2x$ و محور x ها و دو خط به معادلات $x = 1$ و $x = -1$ کدام است؟

- ۳/۵ (۴)

- ۳ (۳)

- ۲/۵ (۲)

- ۲ (۱)

۶۵

$$y = x^3 + 2x \xrightarrow{y=0} x^3 + 2x = 0 \longrightarrow x(x^2 + 2) = 0 \longrightarrow x = 0$$

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} + x^2 \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} + x^2 \right) \Big|_0^1 \right| \\ &= \left| (0) - \left(\frac{1}{4} + 1 \right) \right| + \left| \left(\frac{1}{4} + 1 \right) - (0) \right| = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۷۹

اگر $f(x) = \int \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} dx$ کدام است؟

$$2 - \sqrt{x} \quad (4)$$

$$1 - 2\sqrt{x} \quad (3)$$

$$x + \sqrt{x} \quad (2)$$

$$x - \sqrt{x} \quad (1)$$

۶۶

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} dx &= \int \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{3}{2}} - x^{-2} \right) dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} - \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{-2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{x} (-2\sqrt{x} + 1) + C \longrightarrow f(x) = 1 - 2\sqrt{x}$$

سراسری تجربی ۷۹

اگر $F(\frac{\pi}{2}) - F(\frac{\pi}{6})$ حاصل $F(x) = \int \frac{\cos x}{1 - \cos 2x} dx$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۶۷

نکته: در روش تغییر متغیر، عامل u ، باید طوری انتخاب شود که مشتق آن جلوی انتگرال باشد.

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$F(x) = \int \frac{\cos x}{1 - \cos 2x} dx = \int \frac{\cos x}{2\sin^2 x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx \xrightarrow{\sin x = t, \cos x dx = dt} \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{2} \int t^{-2} du$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{t^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{2t} + C = -\frac{1}{2\sin x} + C \longrightarrow F(\frac{\pi}{2}) - F(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2\sin \frac{\pi}{2}} - \left(-\frac{1}{2\sin \frac{\pi}{6}} \right) = \frac{1}{2}$$

سراسری تجربی ۷۸

مساحت محدود به نمودار تابع با ضابطه $y = x^3 - 4x$ و خطوط $x = 0$ و $x = 2$ و محور x ها کدام است؟

$$\frac{21}{4} \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$\frac{19}{4} \quad (1)$$

۶۸

بسمه تعالیٰ

تهیّه و تنظیم:

(فصل ۶ - انتگرال)

سوالات ریاضی عمومی

$$y = x^3 - 4x \xrightarrow{y=0} x^3 - 4x = 0 \xrightarrow{x(x^2 - 4) = 0} \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{True} \\ x = 2 \rightarrow \text{True} \\ x = -2 \rightarrow \text{false} \end{cases}$$

$$S = \left| \int_0^1 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = |(4 - 8) - (0)| = 4$$

سراسری تجربی ۷۸

$$\text{اگر } F(b) = \int_{-1}^b \frac{dx}{\sqrt[3]{-x^2 - 2x}} \text{ ، مقدار } F(0) \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{\pi}{6} (4)$$

$$\frac{\pi}{4} (3)$$

$$\frac{\pi}{3} (2)$$

$$\frac{\pi}{2} (1)$$

$$F(b) = \int_{-1}^b \frac{dx}{\sqrt[3]{-x^2 - 2x}} = \frac{1}{3} \int_{-1}^b \frac{dx}{\sqrt[3]{1-(x+1)^2}} = \frac{1}{3} \text{Arcsin}(x+1) \Big|_{-1}^b$$

$$F(b) = \frac{1}{3} \text{Arcsin}(b+1) \longrightarrow F(0) = \frac{1}{3} \text{Arcsin}(1) = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

سراسری تجربی ۷۸

$$\text{حاصل } \int_{-1}^2 \sqrt{x+2} dx \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{14}{3} (4)$$

$$\frac{13}{3} (3)$$

$$\frac{5}{3} (2)$$

$$\frac{10}{3} (1)$$

$$\int_{-1}^2 \sqrt{x+2} dx = \int_{-1}^2 (x+2)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} (x+2)^{\frac{3}{2}} \Big|_{-1}^2 = \frac{2}{3} \sqrt{(x+2)^3} \Big|_{-1}^2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

سراسری تجربی ۷۸

$$\text{اگر } F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F(0) \text{ ، مقدار } F(x) = \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx \text{ کدام است؟}$$

$$2 - \sqrt{2} (4)$$

$$\sqrt{2} - 1 (3)$$

$$2\sqrt{2} - 1 (2)$$

$$\frac{1}{2}(2 - \sqrt{2}) (1)$$

نکته: در روش تغییر متغیر، عامل u ، باید طوری انتخاب شود که مشتق آن جلوی انتگرال باشد.

$$\cos x = u \longrightarrow -\sin x dx = du \longrightarrow \sin x dx = -du$$

$$F(x) = \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx = \int \frac{-du}{\sqrt{u}} = -\int u^{-\frac{1}{2}} du = -2u^{\frac{1}{2}} + C = -2\sqrt{u} + C = -2\sqrt{\cos x} + C$$

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{\frac{1}{2}} + C = -\sqrt{2} + C \quad F(0) = -2 + C \quad F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F(0) = 2 - \sqrt{2}$$

سراسری تجربی ۷۷

مساحت ناحیه محدود به نمودار های دوتابع $y = -3x + 9$ و $y = (x - 3)^2$ کدام است؟

۷/۵ (۴)

۶ (۳)

۴/۵ (۲)

۳ (۱)

$$\begin{cases} y = (x - 3)^2 \\ y = -3x + 9 \end{cases} \longrightarrow x^2 - 6x + 9 = -3x + 9 \longrightarrow x^2 - 3x = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$S = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 \right| = \left| \left(9 - \frac{27}{2} \right) - (0) \right| = \left| -\frac{9}{2} \right| = \frac{9}{2}$$

۷۲

سراسری تجربی ۷۷

اگر $f(x) = \int \frac{(1-\sqrt{3x})(1+\sqrt{3x})}{\sqrt{x}} dx$ ، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱+X (۴)

۱+۲X (۳)

۲-X (۲)

۲-۲X (۱)

$$\int \frac{(1-\sqrt{3x})(1+\sqrt{3x})}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{(1-3x)}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{3x}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx = \int (x^{-\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}) dx$$

$$= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - 3 \times \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = 2\sqrt{x} - 2x\sqrt{x} + C = \sqrt{x}(2 - 2x) + C \longrightarrow f(x) = 2 - 2x$$

۷۳

سراسری تجربی ۷۷

اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+\sqrt[3]{t}}$ ، مقدار مشتق $F(x^3)$ به ازای $x = 2$ چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۴

$$y = \int_a^u f(t) dt \longrightarrow y' = u' \times f(u)$$

نکته: با توجه به اولین قضیه بنیادی حساب انتگرال، داریم:

$$F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+\sqrt[3]{t}} \longrightarrow F'(x) = \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}} \longrightarrow F'(x^3) = \frac{1}{1+\sqrt[3]{x^3}} = \frac{1}{1+x}$$

$$y = F(x^3) \longrightarrow y' = 3x^2 \times F'(x^3) \longrightarrow y' = \frac{3x^2}{1+x} \xrightarrow{x=2} y'(2) = \frac{12}{3} = 4$$

سراسری تجربی ۷۶

حاصل انتگرال $\int \frac{(1+\cos x)^2}{\sin^2 x} dx$ کدام است؟

$-\frac{2\cot x}{2} - x + C$ (۴) $-\frac{2\cot x}{2} + x + C$ (۳) $\tan x + x + C$ (۲) $\cot x + x + C$ (۱)

$$\int \frac{(1+\cos x)^2}{\sin^2 x} dx = \int \frac{(1+\cos x)^2}{1-\cos^2 x} dx = \int \frac{(1+\cos x)^2}{(1-\cos x)(1+\cos x)} dx = \int \frac{(1+\cos x)^2}{(1-\cos x)} dx$$

$$= \int \frac{\frac{2\sin^2 x}{2}}{\frac{2\cos^2 x}{2}} dx = \int \cot^2 \frac{x}{2} dx = \int \left[(1 + \cot^2 \frac{x}{2}) - 1 \right] dx = -\frac{1}{2} \cot \frac{x}{2} - x + C$$

$$= -\frac{2\cot x}{2} - x + C$$

۷۵

با توجه به نمودار تابع $f(x) = |2x - 1|$ ، حاصل انتگرال $\int_{-2}^3 f(x) dx$ کدام است؟

۶/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۰ (۱)

ابتدا محل برخورد نمودار تابع با محور X ها را به دست می آوریم.

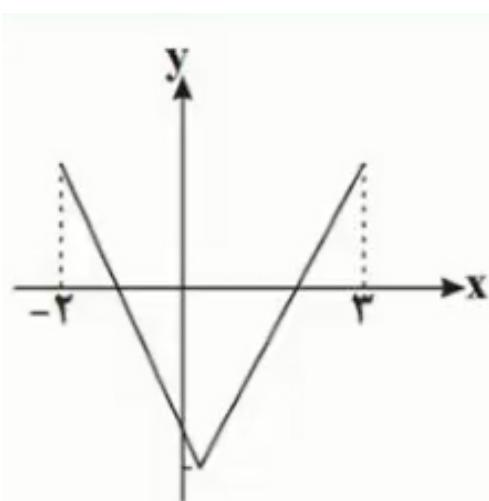
$$f(x) = |2x - 1| - 3 \xrightarrow{y=0} |2x - 1| = 3$$

$$2x - 1 = 3 \longrightarrow x = 2$$

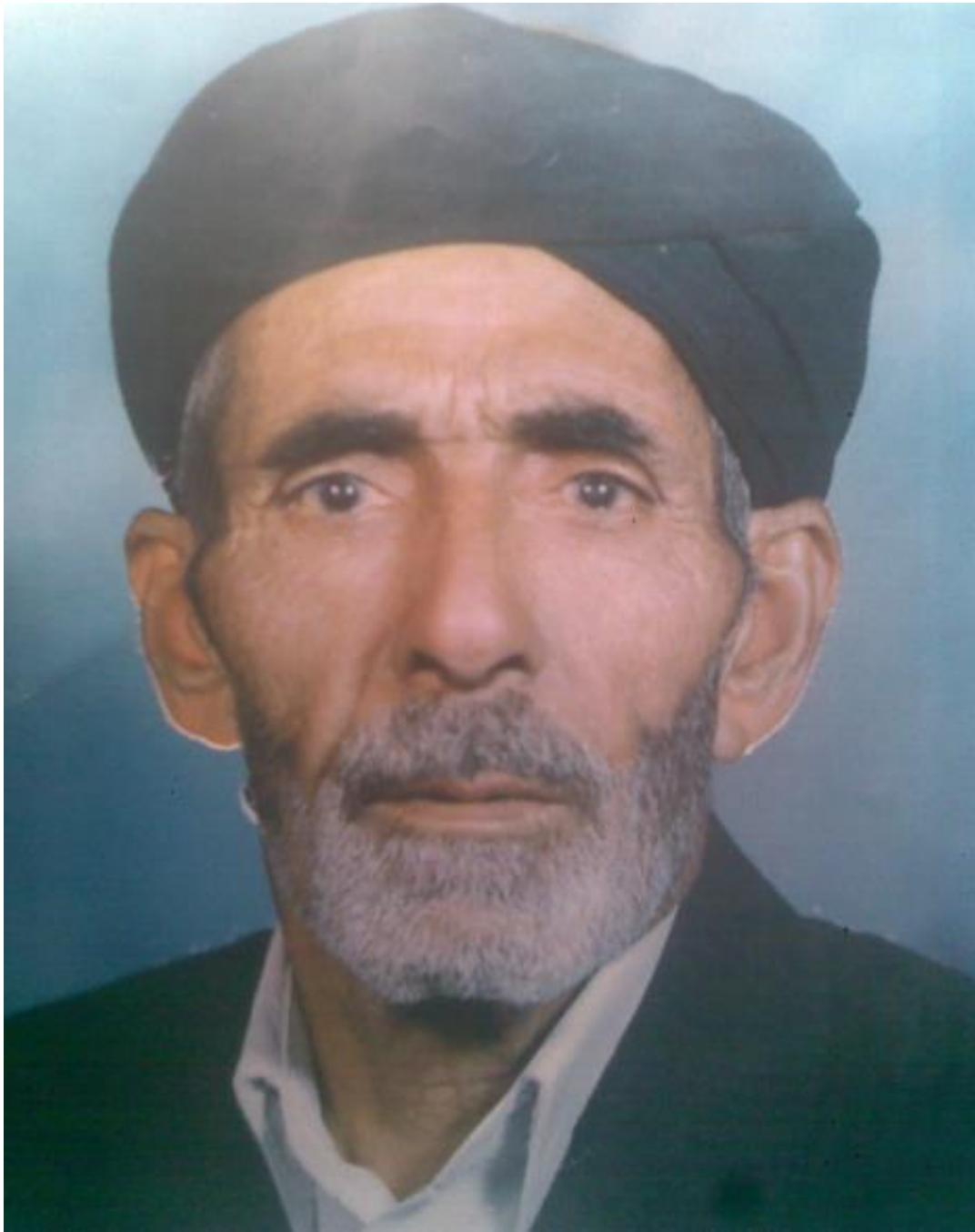
$$2x - 1 = -3 \longrightarrow x = -1$$

$$f(-2) = f(3) = 2$$

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = \frac{1 \times 2}{2} - \frac{3 \times 3}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = -\frac{5}{2}$$



۷۶



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هائی که در اختیار شما قرار گرفته است ،
زحمات چندین ساله بندۀ می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات
را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .

با تشکر : سید علی موسوی

بسمه تعالیٰ

سوالات ریاضی عمومی

(فصل ۶ - انتگرال)

همکاران و دانش آموزان عزیزان اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را
همراهی کنید و پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام (۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)
و یا به ایمیل seyedalimousavi48@gmail.com ارسال فرمائید.

با سپاس فراوان از شما عزیزان