



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۱۵ شهریور ۱۳۹۸)

(مباحث ۲۲ شهریور ۹۸)

برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحه مقطع و همچنین به صفحه شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمائید و از منوی سمت راست گزینه آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحجوب	امیر حسین ابومحجوب	بابک اسلامی	متین هوشیار
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحجوب	امیر حسین ابومحجوب	بابک اسلامی	متین هوشیار

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

تابع، مثلثات

صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۱- تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$ مفروض است. تابع $g(x) = \sqrt{x}$ با کدام یک از انتقال‌های زیر بر

تابع f^{-1} منطبق می‌شود؟

- (۱) یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت بالا
- (۲) یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت پایین
- (۳) یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا
- (۴) یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین

۲- نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x - 5) - 7$ قرار

دارد. $a - b$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) صفر

(۳) ۲ (۴) ۴

۳- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, [a])\}$ و $g(x) = 2^x$ باشند، به ازای چه مقادیری از a تابع $f + g$ صعودی است؟ (علامت جزء

صحیح است.)

(۱) $[-1, 3]$ (۲) $[0, 4]$

(۳) $[-\frac{1}{2}, 3]$ (۴) $[-\frac{1}{2}, 4]$

۴- اگر چند جمله‌ای $x^4 - 3x^3 + mx + n$ بر $x^2 - 5x + 6$ بخش پذیر باشد، $m + n$ کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۳۲

(۳) -۱۶ (۴) -۳۲

۵- اگر دوره تناوب تابع $y = 3 - 5 \sin ax$ دو برابر دوره تناوب تابع $y = 1 + \cos 3x$ باشد، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

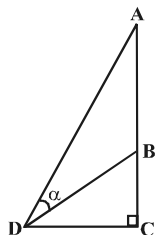


۶- دوره تناوب تابع $y = \sin x(\cos 2x + 2\cos^2 x)$ کدام است؟

(۱) 2π (۲) π

(۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۷- در مثلث قائم الزاویه شکل زیر، اگر $CD=1$ ، $AC=5$ و $AB=3$ باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۸- انتهای کمان جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} + x) = 0$ روی دایره مثلثاتی در فاصله $[0, \pi]$ ، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

(۱) مثلث قائم الزاویه

(۲) مثلث متساوی الساقین

(۳) دوزنقه

(۴) مربع

۹- معادله $\cos 4x + \tan x \sin 4x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۴

(۳) ۶ (۴) ۸

۱۰- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $2\cos x(\cos x - \sin x) = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۳) 2π (۴) π



هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۹ تا ۳۱

هندسه ۳

۱۱- اگر A ماتریس مربعی و غیر صفر و $A^2 = \bar{O}$ باشد، آنگاه حاصل $(2A - I)^2$ همواره کدام است؟

$$8A - I \quad (2)$$

$$4A - I \quad (1)$$

$$6A - I \quad (4)$$

$$2A - I \quad (3)$$

۱۲- اگر A یک ماتریس مربعی مرتبه n و $B = I_n - A$ باشد، ماتریس $A^2 + AB + B$ برابر کدام است؟

$$A \quad (2)$$

$$I_n \quad (1)$$

$$AB \quad (4)$$

$$B \quad (3)$$

۱۳- حاصل عبارت $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 55 & 10 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 55 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 11 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

۱۴- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m ، مقدار دترمینانماتریس AB برابر ۱۷ است؟

$$\{-1, 2\} \quad (2)$$

$$\{0, -2\} \quad (1)$$

$$\{0, 1\} \quad (4)$$

$$\{-2, 2\} \quad (3)$$

۱۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. دترمینان ماتریس $\frac{1}{4}(A^4 - A^3)$ کدام است؟

$$16 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$36 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$



۱۶- معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه دارد؟

(۱) فقط یک ریشه ساده (۲) فقط یک ریشه مضاعف

(۳) یک ریشه ساده و یک ریشه مضاعف (۴) سه ریشه متمایز

۱۷- برای ماتریس مربعی A از مرتبه ۳، رابطه $6I = A$ برقرار است. دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad A \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

(۱) -۳ (۲) ۳

(۳) -۱ (۴) ۱

۱۸- اگر A یک ماتریس 3×3 باشد و $|A| = \frac{1}{4}$ باشد، آنگاه دترمینان وارون ماتریس $2A^2$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۹- اگر A و B ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲ باشند به طوری که $A + B = AB$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ، وارون ماتریس B کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ و $AX = B - 2I$ باشد، آنگاه ماتریس X کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 13 & -6 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -35 & -3 \end{bmatrix}$



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته
آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۱ تا ۳۰

۲۱- اگر معادله $15x - 12y = 2a - 1$ در مجموعه Z دارای جواب باشد، آنگاه a کدام است؟

$(a, k \in Z)$

$5k + 2$ (۲)

$3k + 2$ (۱)

$5k + 1$ (۴)

$3k + 1$ (۳)

۲۲- در معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ ، مقدار y به کدام دسته هم‌نهشتی تعلق دارد؟ $(x, y \in Z)$

$[5]_9$ (۲)

$[4]_9$ (۱)

$[6]_9$ (۴)

$[3]_9$ (۳)

۲۳- اگر باقی‌مانده‌های تقسیم دو عدد چهاررقمی $3m2n$ و $n2m3$ بر ۱۱ برابر باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد $m + n$ بر ۱۱، کدام

است؟

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۳ (۴)

۵ (۳)

۲۴- اگر باقی‌مانده تقسیم $3x + 2$ بر ۵، برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $4x + 3$ بر ۱۰ کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۲۵- اگر یک رابطه هم‌نهشتی، Z را به ۸ کلاس افراز کند و $5a$ ، $3a + b$ و $4a - 2$ همگی در یک کلاس قرار داشته باشند، در

این صورت چند عدد طبیعی دو رقمی برای b وجود خواهد داشت؟

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)



۲۶- معادله سیاله $a^2 + 1 = 5x + 10y$ ، به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی a دارای جواب است؟

۱۲ (۱) ۳۶ (۲)

۲۴ (۳) ۱۸ (۴)

۲۷- عدد 43257 بر ۹ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم آن بر ۱۱ کدام است؟

۶ (۱) ۵ (۲)

۸ (۳) صفر (۴)

۲۸- اعداد صحیح x و y در معادله $1000 = 23x + 45y^2$ صدق می کنند. باقی مانده تقسیم x بر ۹ کدام است؟

۷ (۱) ۶ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۲۹- به ازای کدام مقدار n ، معادله سیاله $(2m^2 + 1)x + (2m - 4)y = n$ ، همواره در Z جواب دارد؟

۴۹ (۱) ۵۴ (۲)

۶۶ (۳) ۷۵ (۴)

۳۰- به ازای چند مقدار a ، باقی مانده تقسیم عدد $13a79$ بر دو عدد ۹ و ۱۱ یکسان است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) هیچ (۴)



فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
دینامیک و حرکت دایره‌ای
صفحه‌های ۱ تا ۴۶

۳۱- متحرکی با سرعت ثابت $5 \frac{m}{s}$ در مبدأ زمان از نقطه A روی محور x گذشته و به سمت نقطه B

پیش می‌رود. ۱۰ ثانیه بعد متحرک دیگری با سرعت ثابت $6 \frac{m}{s}$ از نقطه B گذشته و به سوی

نقطه A می‌رود. اگر دو متحرک در وسط مسیر به هم برسند، فاصله AB چند متر است؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۶۰۰

(۳) ۷۲۰ (۴) ۳۰۰

۳۲- جسمی روی خط راست از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و ۵ ثانیه به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر این

جسم در بازه زمانی ۳s تا ۵s به اندازه ۳۲ متر جابه‌جا شود، در بازه زمانی صفر تا ۵s چند متر جابه‌جا شده است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۵۰

(۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

۳۳- اگر سرعت متوسط جسمی که از حال سکون در مسیری مستقیم به حرکت درمی‌آید، در t ثانیه اول حرکت $4 \frac{m}{s}$ و در t ثانیه

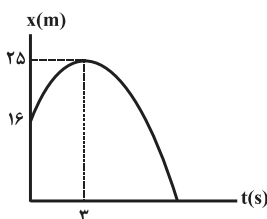
دوم حرکت $6 \frac{m}{s}$ و در t ثانیه سوم حرکت نیز $6 \frac{m}{s}$ باشد، نوع حرکت متحرک از لحظه شروع حرکت به ترتیب از راست به چپ

کدام است؟ (شتاب حرکت متحرک در هر مرحله ثابت است.)

(۱) تندشونده، کندشونده، کندشونده (۲) تندشونده، تندشونده، یکنواخت

(۳) تندشونده، کندشونده، یکنواخت (۴) تندشونده، کندشونده، تندشونده

۳۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست در حال حرکت است را نشان می‌دهد. در



چه مکانی بر حسب متر، بزرگی سرعت متحرک برابر با $10 \frac{m}{s}$ است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۶

(۳) -۶ (۴) صفر

۳۵- خط‌کش مدرجی را در راستای قائم در دست خود می‌گیریم. خط‌کش را رها کرده و آن را به سرعت دوباره می‌گیریم. اگر در طی

این مدت، خط‌کش به اندازه ۴/۹ سانتی‌متر سقوط کرده باشد، زمان واکنش ما چند ثانیه بوده است؟ ($g = 9/8 \frac{m}{s^2}$) و از تمامی

اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)

(۱) ۱ (۲) ۰/۱

(۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۲



۳۶- وزنه‌ای به جرم 0.5 kg تحت تأثیر نیروی افقی F با سرعت ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی یک سطح افقی حرکت می‌کند. با قطع نیروی F وزنه

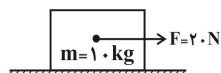
پس از یک ثانیه می‌ایستد. نیروی F چند نیوتون است؟

۱ (۱) $1/2$ (۲)

۲ (۴) $1/5$ (۳)

۳۷- در شکل زیر، نیروی افقی $F = 20 \text{ N}$ بر جسمی به جرم 10 kg وارد می‌شود و جسم هم‌چنان ساکن است. در این صورت کدام

یک از گزینه‌های زیر، الزاماً صحیح است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



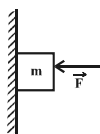
(۱) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم، کوچک‌تر از 0.2 است.

(۲) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم، بزرگ‌تر یا مساوی 0.2 است.

(۳) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم، کوچک‌تر از 0.2 است.

(۴) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم، بزرگ‌تر یا مساوی 0.2 است.

۳۸- در شکل زیر، جرم جسم برابر 2 kg و ضریب اصطکاک ایستایی جسم و دیوار قائم برابر 0.5 می‌باشد. حداقل بزرگی نیروی \vec{F}



چند نیوتون باشد تا جسم نلغزد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۲۰ (۲) 10 (۱)

۸۰ (۴) 40 (۳)

۳۹- جسمی به جرم 2 kg توسط فنری افقی که ثابت آن $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ است، با شتاب ثابت $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کشیده می‌شود. اگر $\mu_k = 0.2$ باشد،

طول فنر نسبت به حالت طبیعی‌اش چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ (از جرم فنر صرف‌نظر کنید و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ فرض شود).

۱۵ (۲) 5 (۱)

۲۰ (۴) 10 (۳)

۴۰- جسمی به جرم m درون یک آسانسور به انتهای نیروسنجی آویزان است. وقتی آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت a به

سمت بالا حرکت می‌کند، نیروسنج مقدار F_1 و وقتی با همان شتاب از حالت سکون به سمت پایین حرکت می‌کند، نیروسنج

مقدار F_2 را نشان می‌دهد. $F_1 - F_2$ برابر کدام است؟

صفر (۲) $2ma$ (۱)

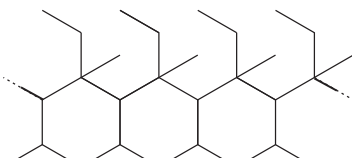
$2m(g - a)$ (۴) $2m(g + a)$ (۳)



شیمی ۲

پوشاک، نیازی پایان ناپذیر

صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱



۴۳- جرم یک نمونه از پلیمر به کار رفته در ظروف یکبار مصرف ۶/۲۴ کیلوگرم است. در ساختار این پلیمر چند پیوند دوگانه می‌تواند وجود داشته باشد؟ (N_A)

عدد آووگادرو است. ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

- (۱) $6 \cdot N_A$ (۲) $15 \cdot N_A$ (۳) $120 \cdot N_A$ (۴) $180 \cdot N_A$

۴۴- محور y ها کدام یک از موارد زیر باشد تا نمودار به دست آمده بر حسب شمار اتم‌های کربن (محور x ها) یک نمودار صعودی باشد؟

- (۱) انحلال پذیری الکل‌ها در آب (۲) میزان قطبیت الکل‌ها
(۳) نسبت نیروهای وان دروالسی به هیدروژنی در کربوکسیلیک اسیدها (۴) انحلال پذیری کربوکسیلیک اسیدها در آب

۴۵- کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

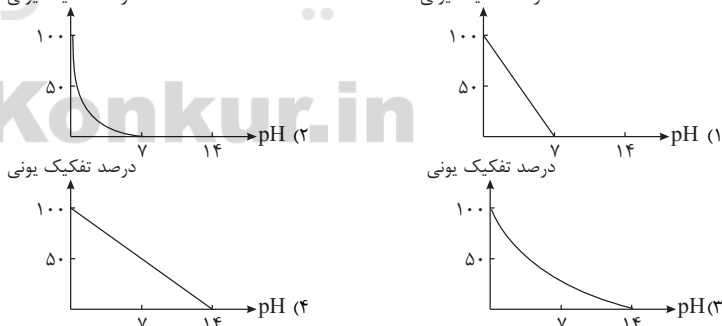
- (۱) در پلیمر طبیعی پشم گوسفند، گروه عاملی آمید در طول زنجیر کربنی تکرار شده است.
(۲) عامل آمیدی از واکنش الکل‌ها با آمین‌ها به دست می‌آید.
(۳) بوی ماهی، به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است.
(۴) پلیمرهای طبیعی توسط جانداران دربینی به گازهایی تبدیل می‌شوند که بیش تر حجم گاز شهری را می‌سازند.

شیمی ۳: صفحه‌های ۱ تا ۲۶

۴۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با واکنش میان آن‌ها آشنا بودند.
(۲) سوانت آرنیوس، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.
(۳) پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام آشنا بودند.
(۴) یافته‌های آرنیوس نشان داد که میزان رسانایی الکتریکی محلول اسیدها و بازها با هم یکسان است.

۴۷- نمودار وابستگی pH محلول یک مولار اسید HA نسبت به درصد تفکیک آن، به کدام صورت است؟ درصد تفکیک یونی



۴۸- علت مفید بودن برای زخم‌های معده، همان علت رنگ گل ادریسی در خاک آلوده به این ماده است.

- (۱) آسپرین - آبی (۲) شیر منیزی - آبی (۳) آسپرین - سرخ (۴) شیر منیزی - سرخ

۴۹- غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۲ مولار HA چند برابر غلظت یون B^- در محلول ۴ درصد جرمی اسید HB با چگالی ۱/۲ گرم بر میلی‌لیتر

است؟ (K_{a1} و K_{a2} به ترتیب ثابت یونش اسیدهای HA و HB هستند. $K_{a1} = 10^{-1} mol.L^{-1}$, $K_{a2} = 2/5 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$.)

($H = 1, B = 15: g.mol^{-1}$)

- (۱) $1/75$ (۲) $0/133$ (۳) $15/2$ (۴) $1/5$



۵۰- در واکنش تعادلی $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g), k = 49$ اگر یک مول از هر یک از گازهای H_2 و I_2 را وارد ظرفی با حجم V بکنیم، در پایان

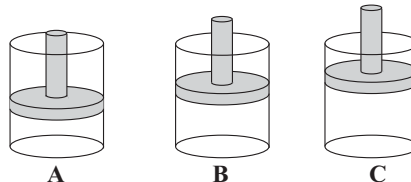
چند مول گاز H_2 در ظرف موجود است؟

- ۱ (۱) ۰/۷۸ (۲) ۰/۲۲ (۳) ۴ (اطلاعات کافی نیست) (۴)

شیمی ۱: صفحه‌های ۸۱ تا ۱۳۳

۵۱- با توجه به شکل زیر، کدام یک از مطالب زیر جای خالی را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«اگر شکل زیر مربوط به».



(۱) یک نمونه گاز با تعداد مول‌های ثابت باشد، در فشار ثابت دمای ظرف C بیش‌تر از حالات دیگر است.

(۲) گازهای مختلف باشد، در دما و فشار یکسان، مقدار مول گاز موجود در ظرف B بیش‌تر از ظرف A است.

(۳) گازهای مختلف با جرم یکسان باشد، در دما و فشار یکسان جرم مولی A کم‌تر از C است.

(۴) یک نمونه گاز با تعداد مول ثابت باشد، چگالی C کم‌تر از B است.

۵۲- چند مورد از مطالب زیر در مورد فرایند هابر، به درستی بیان شده‌اند؟

- مخلوطی از گازهای N_2 و H_2 برخلاف یک مخلوط از گازهای H_2 و O_2 ، در حضور کاتالیزگر یا جرقه منفجر می‌شود.

- شرایط بهینه برای تهیه آمونیاک از عناصر سازنده‌اش، دمای $450^\circ C$ ، فشار 200 اتمسفر و با حضور کاتالیزگر Fe می‌باشد.

- بر اثر سرد کردن محفظه واکنش تهیه آمونیاک تا $200^\circ C$ فقط می‌توان آمونیاک را از مخلوط واکنش جدا کرد.

- در طی جداسازی آمونیاک از محفظه واکنش، هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده از محفظه خارج می‌شود.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۳- چند مورد از مطالب زیر صحیح هستند؟

- زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر، بر هم‌کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند.

- جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.

- زیست کره شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها، درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی دارند.

- در بین انواع آب‌های غیراقیانوسی، آب‌های زیرزمینی کم‌ترین سهم را دارا می‌باشند.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۴- چند مورد از مقایسه‌های زیر، به درستی صورت گرفته‌اند؟

(آ) انحلال پذیری در فشار 1 atm ، $NO < CO_2$

(ب) سهولت میعان: $Cl_2 < N_2$

(پ) چگالی: $H_2O(s) < H_2O(l)$

(ت) رسانایی الکتریکی: $MgF_2(s) < NaCl(aq)$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۵- انحلال پذیری پتاسیم کلرید در 100 g آب از رابطه $S = 0.3\theta + 26$ پیروی می‌کند. اگر 250 گرم محلول سیر شده پتاسیم کلرید را در دمای

$60^\circ C$ داشته باشیم و آن را تا دمای $15^\circ C$ سرد کنیم، درصد جرمی محلول حاصل، در دمای $15^\circ C$ به تقریب چند درصد خواهد بود؟

- ۱ (۱) ۲۳/۴ (۲) ۱۷/۱ (۳) ۶۰/۲ (۴) ۳۴/۲

شیمی ۳
ردپای گازها در زندگی + آب،
آهنگ زندگی
صفحه‌های ۸۱ تا ۱۳۳



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه

آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۱۵ شهریور ۱۳۹۸)

(مباحث ۲۲ شهریور ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: آنته اسفندیاری	حروف نگار و صفحه آرا
حسن خرم جو	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

-۱ گزینه «۳»

(میانفش نیکنام)

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 1 = (x-2)^3 + 1$$

$$\Rightarrow x-2 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$$

با توجه به ضابطه f^{-1} داریم:

$$f^{-1}(x) = g(x-1) + 2$$

بنابراین $g(x)$ را باید یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال

دهیم.

-۲ گزینه «۲»

(سیرعادل عسینی)

$$\begin{cases} 2a - 5 = -1 \Rightarrow a = 2 \\ b = 2f(-1) - 7 = 2(3) - 7 = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = 0$$

-۳ گزینه «۲»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

تابع $f + g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 2 = 4$$

$$(f + g)(-1) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(f + g)(0) = [a] + 1$$

اگر $f + g$ صعودی باشد، با افزایش مقادیر x مقادیر تابع نباید کاهش یابد.

یعنی:

$$(f + g)(-1) \leq (f + g)(0) \leq (f + g)(1) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq [a] + 1 \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{2} \leq [a] \leq 3 \xrightarrow{[a] \in \mathbb{Z}} 0 \leq [a] \leq 3 \Rightarrow 0 \leq a < 4$$

-۴ گزینه «۱»

(مییب شفعی)

اگر چندجمله‌ای $P(x) = x^2 - 3x^2 + mx + n$ بر $(x-2)(x-3)$ بخش پذیر باشد، $P(2) = 0$ و $P(3) = 0$. بنابراین:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 16 - 24 + 2m + n = 0$$

$$P(3) = 0 \Rightarrow 81 - 81 + 3m + n = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 8 \\ 3m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow m = -8, n = 24 \Rightarrow m + n = +16$$

-۵ گزینه «۲»

(امیر زرانوز)

در توابع $y = a \cos bx$ و $y = a \sin bx$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می‌باشد.بنابراین داریم: $(a, b \neq 0)$

$$y = 3 - 5 \sin ax \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$y = 1 + \cos 3x \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$T_1 = 2T_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = 2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{|a|} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{3}{2}$$

-۶ گزینه «۴»

(علی‌اکبر دلداره)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = \sin x \cos 2x + 2 \cos^2 x \sin x = \sin x \cos 2x + (2 \cos x \sin x) \cos x$$

$$\Rightarrow y = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$$

$$\Rightarrow y = \sin 3x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$



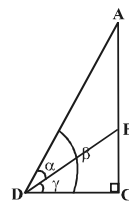
گزینه «۱» - ۷

(شاهرخ مومری)

اگر $\widehat{ADC} = \beta$ و $\widehat{BDC} = \gamma$ باشد، $\alpha = \beta - \gamma$ است. از طرفی:

$$\tan \beta = \frac{AC}{CD} = \frac{5}{1} = 5$$

$$BC = AC - AB = 2 \Rightarrow \tan \gamma = \frac{BC}{CD} = \frac{2}{1} = 2$$



از روی بسط عبارت‌های $\sin(\beta \pm \gamma)$ و $\cos(\beta \pm \gamma)$ ، که از حسابان ۱ به

یاد داریم، به سادگی به دست می‌آید که:

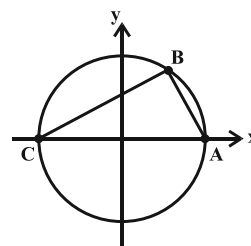
$$\tan(\beta \pm \gamma) = \frac{\tan \beta \pm \tan \gamma}{1 \mp \tan \beta \tan \gamma}$$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$\tan \alpha = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \tan \gamma} = \frac{5 - 2}{1 + 5 \times 2} = \frac{3}{11}$$

گزینه «۱» - ۸

(ممید ستاری)



$$\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pi \end{cases} \Rightarrow \text{نقاط A و C} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{نقطه B} \end{cases}$$

چند ضلعی حاصل، یک مثلث قائم‌الزاویه است؛ زیرا زاویه B، روبه‌رو به کمان

180° است.

گزینه «۲» - ۹

(مهدی رضا شوکتی بیرق)

$$\cos^2 x + \tan x \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x + \frac{\sin x}{\cos x} \times \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x \cos x + \sin^2 x \sin x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{\cos^3 x}{\cos x} = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}; (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن‌ها $\tan x$ نامعین است.

(فرهاد حامی)

گزینه «۲» - ۱۰

$$\sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - 1 = \sqrt{2} \sin x \cos x \Rightarrow \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Rightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}; (k \in \mathbb{Z})$$

پس جواب‌ها عبارت‌اند از:

$$\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \pi + \frac{\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{8}, \frac{13\pi}{8} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{7\pi}{2}$$



هندسه ۳

۱۱- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

طبق فرض $A^T = \bar{O}$ است. از طرفی دو ماتریس A و I تعویض پذیر هستند.

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}(2A - I)^3 &= 8A^3 - 12A^2I + 6AI^2 - I^3 \\ &= 8AA^T - 12A^T + 6A - I = \bar{O} - \bar{O} + 6A - I = 6A - I\end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۱»

(مهمد علی نادرپور)

$$B = I_n - A \Rightarrow A + B = I_n$$

$$\begin{aligned}A^T + AB + B &= A(A + B) + B \\ &= AI_n + B = A + B = I_n\end{aligned}$$

۱۳- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix}$$

نکته:

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+\dots+10 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

۱۴- گزینه «۳»

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 + 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 2(m^2 + 5) - 1 = 17 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

۱۵- گزینه «۱»

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

$$B = \frac{1}{4}(A^4 - A^3) = \frac{1}{4}A^3(A - I)$$

$$\Rightarrow |B| = \left| \frac{1}{4}A^3(A - I) \right| = \frac{1}{4}|A|^3|A - I|$$

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های 3×3 داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-2 + 0 + 1) - (-4 + 1 + 0) = -1 - (-3) = 2$$

$$\text{همچنین } A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

اول به دست می آوریم:

$$|A - I| = 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 \times (1 - (-8)) = 9$$

$$\Rightarrow |B| = \frac{1}{4} \times 2^3 \times 9 = 9$$

۱۶- گزینه «۳»

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = (x^3 + 1 + x^3) - (x^3 + x^2 + x^2) = 2x^3 - 2x^2 + 1$$

اگر مقدار دترمینان را مساوی صفر قرار دهیم، آنگاه داریم:

$$2x^3 - 2x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2(x-1) - (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین $x=1$ ریشه مضاعف و $x=-\frac{1}{2}$ ریشه ساده این معادله است.



گزینه ۱»

(مسئله مایکلو)

ابتدا طرفین رابطه $A + B = AB$ را از سمت چپ در ماتریس A^{-1} ضرب

می کنیم:

$$A^{-1}A + A^{-1}B = A^{-1}(AB) \Rightarrow I + A^{-1}B = \underbrace{(A^{-1}A)}_I B$$

$$\Rightarrow I + A^{-1}B = B$$

سپس طرفین رابطه را از سمت راست در ماتریس B^{-1} ضرب می کنیم:

$$B^{-1} + (A^{-1}B)B^{-1} = BB^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} + A^{-1}(BB^{-1}) = I \Rightarrow B^{-1} = I - A^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(نویس میبیدی)

گزینه ۳»

با توجه به این که $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ و $|A| = 3 \times 3 - 2 \times 4 \neq 0$ پس A وارون پذیر است و طرفین معادله $AX = B - 2I$ را می توانیم از چپدر A^{-1} ضرب کنیم. داریم:

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}B - 2A^{-1}I$$

$$\xrightarrow{A^{-1}A=I} X = A^{-1}B - 2A^{-1} \quad (*)$$

از طرفی وارون ماتریس A برابر است با:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & -2 \\ -27 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 0 & | & 0 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 6 & | & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (1 \times (-2) \times 6) |A| - ((-2 \times (-3) \times 1)) = 6^3$$

$$\Rightarrow -72 |A| = 216 \Rightarrow |A| = -3$$

تذکر: دترمینان ماتریس هایی که درایه های بالا یا پایین قطر اصلی آنها همگی

صفر است، برابر حاصل ضرب درایه های قطر اصلی و دترمینان ماتریس هایی که

درایه های بالا یا پایین قطر فرعی آنها همگی صفر است، برابر قرینه حاصل ضرب

درایه های قطر فرعی است، یعنی داریم:

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{vmatrix} = acf$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = -abd$$

گزینه ۲»

(مسئله خاطمی)

دترمینان وارون یک ماتریس، عکس دترمینان آن ماتریس است، بنابراین داریم:

$$|(2A^2)^{-1}| = \frac{1}{|2A^2|} = \frac{1}{2^3 |A|^2} = \frac{1}{8 \times (\frac{1}{4})^2} = 2$$

(مهرداد ملونری)

گزینه ۳»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -2 - (-1) = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۱»

(معمدها دلاور نژاد)

می‌دانیم شرط وجود جواب معادله سیاله خطی $ax + by = c$ این است که $(a, b) | c$ پس داریم:

$$3 | 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow 2a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a = 3k + 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 2a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 2a \equiv 3 + 1 \equiv 4 \pmod{3} \xrightarrow{+2} a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a = 3k + 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۲۲- گزینه «۱»

(علی سعیدی زار)

معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهشتی بر حسب متغیر y تبدیل می‌کنیم.

داریم:

$$9x + 13y \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 13y \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 4y \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+4} y \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow y \in [4]_{11}$$

۲۳- گزینه «۳»

(معمدها علی نادرپور)

$$3m^2n \equiv n - 2 + m - 3 \pmod{11}$$

$$n^2m^2 \equiv 3 - m + 2 - n \pmod{11}$$

$$3m^2n \equiv n^2m^2 \Rightarrow n + m - 5 \equiv 5 - m - n \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 2m + 2n \equiv 10 \pmod{11} \xrightarrow{+2} m + n \equiv 5 \pmod{11}$$

۲۴- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

$$3x + 2 \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 1 + 5 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 6 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$4x + 3 = 4(5k + 2) + 3 = 20k + 11 = 10(2k + 1) + 1 = 10m + 1$$

در نتیجه باقی‌مانده تقسیم $4x + 3$ بر 10 برابر یک خواهد شد.

۲۵- گزینه «۳»

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$5a \equiv 4a - 2 \pmod{11} \Rightarrow a + 5 \times 10 \equiv 4a - 2 \pmod{11} \Rightarrow a + 5 \equiv 4a - 2 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 3a \equiv 52 \pmod{11} \Rightarrow 3a \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 3a \equiv 12 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 4 \pmod{11} \xrightarrow{a \text{ رقم است.}} a = 4$$

$$2a + b \equiv 4a - 2 \pmod{11} \Rightarrow a + 3 \times 10 + b \equiv 4a - 2 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow a + 30 + b \equiv 4a - 2 \pmod{11} \xrightarrow{a=4} 34 + b \equiv 16 - 2 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow b \equiv -20 \equiv -20 + 3 \times 11 \equiv b \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow b = 11k + 4$$

$$10 \leq b \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 11k + 4 \leq 99 \Rightarrow 6 \leq 11k \leq 95 \Rightarrow 1 \leq k \leq 11$$

پس ۱۱ عدد طبیعی دو رقمی برای b وجود دارد.

۲۶- گزینه «۲»

(سید امیر ستوده)

$$(5, 10) | a^2 + 1 \Rightarrow 5 | a^2 + 1 \Rightarrow a^2 \equiv -1 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow a = 5k + 2 \text{ یا } a = 5k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

اعداد دو رقمی a عبارتند از:

$$a = 5k + 2 \Rightarrow a = 12, 17, \dots, 97 \rightarrow \text{۱۸ عدد}$$

$$a = 5k + 3 \Rightarrow a = 13, 18, \dots, 98 \rightarrow \text{۱۸ عدد}$$

بنابراین در مجموع، به ازای ۳۶ عدد طبیعی دو رقمی a ، این معادله سیاله

دارای جواب است.



۲۷- گزینه «۴»

(علی سعیدی زار)

عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخش پذیر باشد.

$$7 + 5 + a + 2 + 4 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -19 \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow a = 8$$

$$\overline{43857} \equiv 7 - 5 + 8 - 3 + 4 \equiv 11 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 4m - 8 \\ d \mid 4m + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid 9$$

بنابراین برای آن که معادله همواره دارای جواب باشد، n باید مضرب ۹ باشد،

که در میان اعداد داده شده، تنها عدد ۵۴ بر ۹ بخش پذیر است.

۳۰- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\overline{13a79} \equiv 1 + 3 + a + 7 + 9 \equiv a + 20 \equiv a + 2 \pmod{9}$$

$$\overline{13a79} \equiv 9 - 7 + a - 3 + 1 \equiv a \pmod{9}$$

با توجه به این که a یک رقم است و در نتیجه $0 \leq a \leq 9$ ، پس به ازای هیچ

مقدار a ، باقی مانده تقسیم عدد $\overline{13a79}$ بر دو عدد ۹ و ۱۱، یکسان نخواهد

بود.

(محمدرضا اسلامی)

۲۸- گزینه «۳»

از آن جا که باقی مانده x بر ۹ مورد نظر است، طرفین معادله را در بیمانه ۹ با

یکدیگر برابر قرار می دهیم:

$$\begin{cases} 23x + 45y^2 \equiv 23x + 9 \times 5y^2 \equiv 5x + 0 \equiv 5x \pmod{9} \\ 1000 \equiv 1000 - 999 \equiv 1 \pmod{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow 5x \equiv 1 + 9 \equiv 10 \equiv 5 \times 2 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{9}$$

بنابراین باقی مانده تقسیم x بر ۹ برابر ۲ است.

۲۹- گزینه «۲»

(علیرضا سیف)

فرض کنید $d = (2m^2 + 1, 2m - 4)$ باشد، در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 2m^2 - 4m \\ d \mid 2m^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \mid 4m + 1$$



فیزیک ۳

۳۱- گزینه ۲»

(غلامرضا ممینی)

زمانی که دو متحرک در وسط مسیر حرکت به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است و با توجه به این که متحرک دوم، ۱۰ ثانیه بعد از متحرک اول شروع به حرکت کرده است، می‌توان نوشت:

$$|\Delta x_1| = |\Delta x_2| \Rightarrow \Delta t = 6(t - 10) \Rightarrow t = 60s$$

بنابراین تا لحظه $t = 60s$ متحرک اول با سرعت ثابت به اندازه نصف مسیر حرکت را آمده است، در نتیجه کل مسیر حرکت (فاصله \overline{AB}) برابر است با:

$$\overline{AB} = 2v_1 t = 2 \times 5 \times 60 \Rightarrow \overline{AB} = 600m$$

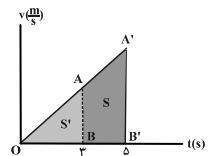
۳۲- گزینه ۲»

(نصراله افاضل)

با توجه به این که شتاب حرکت جسم ثابت است، نمودار سرعت-زمان آن مطابق شکل زیر به صورت یک خط راست است و مساحت محصور بین نمودار با محور زمان در بازه زمانی ۳s تا ۵s برابر با ۳۲m است. از تشابه دو مثلث OAB و $OA'B'$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta OA'B'}{\Delta OAB} \Rightarrow \frac{S' + S}{S'} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S' + 32}{S'} = \frac{25}{9} \Rightarrow S' = 18m$$



دقت کنید نسبت‌های مساحتی با توان دوم نسبت‌های طولی متناسب‌اند.

در نهایت جابه‌جایی متحرک بین لحظه‌های $t = 0$ و $t = 5s$ برابر است با:

$$\Delta x_{\text{کل}} = S + S' \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 32 + 18 = 50m$$

۳۳- گزینه ۴»

(شاهر تهرانی - ۶۷)

چون شتاب حرکت متحرک در هر مرحله ثابت است، سرعت متوسط متحرک از رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ به دست می‌آید. با استفاده از این رابطه، سرعت متحرک در انتهای هر بازه زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\text{در } t \text{ ثانیه اول حرکت: } v_{av} = 4 \frac{m}{s}, v_1 = 0 \frac{m}{s} \Rightarrow 4 = \frac{0 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow v_2 = 8 \frac{m}{s}$$

$$\text{در } t \text{ ثانیه دوم حرکت: } v_{av} = 6 \frac{m}{s}, v_1 = 8 \frac{m}{s} \Rightarrow 6 = \frac{8 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\text{در } t \text{ ثانیه سوم حرکت: } v_{av} = 6 \frac{m}{s}, v_1 = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow 6 = \frac{4 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow v_2 = 8 \frac{m}{s}$$

بنابراین در t ثانیه اول حرکت، سرعت متحرک از صفر به $8 \frac{m}{s}$ می‌رسد و

بنابراین حرکت متحرک در این بازه زمانی تندشونده است. در t ثانیه دوم

حرکت، سرعت متحرک از $8 \frac{m}{s}$ به $4 \frac{m}{s}$ می‌رسد و بنابراین حرکت متحرک در

این بازه زمانی کندشونده است. در t ثانیه سوم حرکت، سرعت متحرک

از $4 \frac{m}{s}$ به $8 \frac{m}{s}$ می‌رسد، بنابراین حرکت متحرک در این بازه زمانی تندشونده

بوده است.

۳۴- گزینه ۴»

(مصطفی کیانی)

ابتدا از رابطه مستقل از شتاب، سرعت اولیه متحرک را حساب می‌کنیم. دقت

کنید در لحظه $t = 3s$ سرعت متحرک صفر است، زیرا شیب خط مماس بر

نمودار در این لحظه برابر صفر می‌شود.

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} (t - t_0) \xrightarrow{x=25m, x_0=16m, t=3s, t_0=0, v=0}$$

$$25 - 16 = \frac{0 + v_0}{2} \times (3 - 0) \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت، شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, t=3s, v_0=6 \frac{m}{s}} 0 = a \times 3 + 6 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

در نهایت با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، مکان مورد نظر را حساب

می‌کنیم.

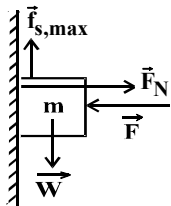
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow{|v|=1 \frac{m}{s}} 1 - 36 = 2(-2)(x - 16)$$

$$\Rightarrow -16 = x - 16 \Rightarrow x = 0$$



(فرهنگ فرقانی فر)

گزینه «۳» - ۳۸



مطابق شکل، با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با توجه به این که جسم در راستای افقی هیچ حرکتی ندارد، می‌توان نوشت:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F = F_N$$

$W = mg$ و $f_{s,max} \geq W$: شرط نلغزیدن جسم

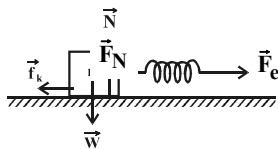
$$\Rightarrow \mu_s F_N \geq mg \Rightarrow F_N \geq \frac{2 \times 10}{0.5} = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_N = F \Rightarrow F \geq 40 \text{ N}$$

(فرهنگ فرقانی فر)

گزینه «۱» - ۳۹

ابتدا اندازه نیروی \vec{F}_e را به دست می‌آوریم. طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg$$

$$F_e - f_k = ma \text{ و } f_k = \mu_k F_N$$

$$F_e = f_k + ma = \mu_k mg + ma$$

$$\Rightarrow F_e = 0.2 \times 2 \times 10 + 2 \times 2 = 10 \text{ N}$$

از طرف دیگر طبق رابطه اندازه نیروی وارد بر فنر، می‌توان نوشت:

$$F_e = kx \Rightarrow x = \frac{F_e}{k} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

(امیر مسموری انزلی)

گزینه «۱» - ۴۰

در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را برای جسم m می‌نویسیم:

$$\begin{cases} F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 = m(g + a) \\ mg - F_2 = ma \Rightarrow F_2 = m(g - a) \end{cases} \Rightarrow F_1 - F_2 = 2ma$$

(بابک اسلامی)

گزینه «۲» - ۳۵

در طول مدت زمانی که خط‌کش را رها کرده و دوباره می‌گیریم، حرکت خط‌کش سقوط آزاد است. بنابراین داریم:

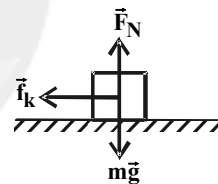
$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -4/9 \times 10^{-2} = -\frac{1}{2} \times 9.8t^2 \Rightarrow t^2 = 0.01$$

$$\Rightarrow t = 0.1 \text{ s}$$

(سراسری تهری - ۷۳)

گزینه «۱» - ۳۶

در ابتدا جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کرده است و بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر بوده است و بنابراین $F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k$ بوده است. پس از قطع نیروی F ، تنها نیروی اصطکاک بر وزنه وارد می‌شود و بنابراین می‌توان نوشت:



$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 1 + 2 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -f_k = 0.5 \times (-2) \Rightarrow f_k = 1 \text{ N}$$

بنابراین $F = f_k = 1 \text{ N}$ بوده است.

(سیامک قهرمانی)

گزینه «۴» - ۳۷

چون جسم ساکن است، بنابراین مقصود سؤال ضریب اصطکاک ایستایی است و گزینه‌های «۱» و «۲» نمی‌توانند جواب سؤال باشند. از طرف دیگر چون جسم با نیروی $F = 20 \text{ N}$ ساکن مانده است، نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بزرگ‌تر و یا مساوی با 20 N است و داریم:

$$f_{s,max} \geq 20 \Rightarrow mg\mu_s \geq 20 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{20}{10 \times 10} \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$

شیمی ۲

۴۱- گزینه ۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

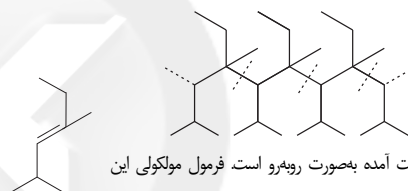
گزینه «۱»: سلولز یک پلیمر طبیعی است.

گزینه «۲»: شمار مولکول‌های گلوکز در ساختار سلولز و نشاسته متفاوت بوده و در نتیجه فرمول مولکولی یکسانی ندارند و نمی‌توانند با هم ایزومر باشند.

گزینه «۴»: همان‌طور که در نمودار ۱ صفحه ۹۹ کتاب درسی نشان داده شده است، میزان تولید الیاف پنبه‌ای بیش‌تر از الیاف پشمی است.

۴۲- گزینه ۲»

یک در میان پیوندهای موجود در زنجیر اصلی را می‌شکنیم و پیوندهای میان آن‌ها را به‌صورت جداگانه در نظر می‌گیریم:

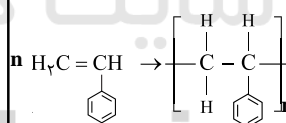


ساختار مولکولی مونومر به‌دست آمده به‌صورت روبرو است. فرمول مولکولی این ترکیب C_8H_{16} می‌باشد. بنابراین جرم مولی آن برابر ۱۱۲ گرم بر مول است.

$$\text{جرم مولی} = (8 \times 12) + (16 \times 1) = 112 \text{ g.mol}^{-1}$$

۴۳- گزینه ۴»

پلی استیرن، پلیمری است که در ساخت ظروف یکبار مصرف به‌کار می‌رود.



$$\frac{\text{پلیمر}}{\text{پلیمر}} = \frac{104 \text{ ng}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{\text{پلیمر}} = 6/24 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{پیوند دوگانه}}{\text{پیوند دوگانه}} = \frac{N_A}{\text{پیوند دوگانه}} \times \frac{\text{پیوند دوگانه}}{\text{پلیمر}} = 180 N_A$$

۴۴- گزینه ۳»

با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی در کربوکسیلیک اسیدها افزایش می‌یابد و با بزرگ‌تر شدن این بخش، نسبت نیروهای وان‌دروالسسی به هیدروژنی در کربوکسیلیک اسیدها افزایش می‌یابد.

۴۵- گزینه ۲»

عامل آمیدی از واکنش کربوکسیلیک اسیدها با آمین‌ها به‌دست می‌آید.

شیمی ۳

۴۶- گزینه ۴»

رسانایی الکتریکی محلول اسیدها و بازها با توجه به نوع اسید و باز و مقدار آن‌ها تغییر می‌کند.

۴۷- گزینه ۲»

pH را زمانی که $\alpha = 0/5$ باشد حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = M\alpha = 1 \times 0/5 = 5 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = 0/3$$

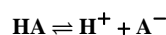
بنابراین مطابق نمودارها، تنها نمودار گزینه «۲» صحیح است.

۴۸- گزینه ۴»

زخم معده در اثر ترشح یا جذب بیش از حد اسید معده ایجاد می‌شود. برای بهبود آن باید از یک باز استفاده کرد. آسپرین برخلاف $Mg(OH)_2$ خاصیت اسیدی دارد. گل ادریسی در خاک اسیدی آبی و در خاک قلیایی سرخ می‌شود.

۴۹- گزینه ۲»

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را در محلول اسید HA به‌دست می‌آوریم:



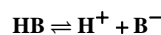
$$[H^+] = [A^-] = x \quad \text{می‌دانیم که:}$$

$$K_{a1} = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 10^{-1} = \frac{x^2}{0/2-x} \Rightarrow x^2 + 0/1x - 0/02 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0/1 \text{ ق ق} \\ x = -0/2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA برابر با ۰/۱ مولار است.

حال غلظت اولیه اسید HB را به‌دست می‌آوریم و سپس غلظت یون B^- را محاسبه می‌کنیم:



برای محاسبه غلظت اولیه HB داریم:

$$[HB]_{\text{اولیه}} = \frac{10 \text{ ad}}{M} \Rightarrow [HB]_{\text{اولیه}} = \frac{10 \times 4 \times 1/2}{16} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

می‌دانیم که:

$$K_{a2} = \frac{[H^+][B^-]}{[HB]} \Rightarrow 0/25 = \frac{y^2}{3-y} \Rightarrow y^2 + 0/25y - 0/75 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0/75 \text{ ق ق} \\ y = -1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۵۳- گزینه «۳»

فقط مورد آخر نادرست است.

آب شیرین دریاچه‌ها، آب شور دریاها و دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب هوا کم‌ترین سهم را در بین انواع آب‌های غیراقیانوسی دارا می‌باشند.

۵۴- گزینه «۲»

تنها مورد «ب» نادرست است.

(آ) در فشار ۱ اتمسفر و در هر دمایی انحلال‌پذیری گاز CO_2 بیش‌تر از گاز NO است.

(ب) هر چه نیروی بین مولکولی در ترکیبی بیش‌تر باشد، آن ماده راحت‌تر مایع می‌شود. N_2 و Cl_2 هر دو ناقطبی هستند و نیروی بین مولکولی Cl_2 ، به دلیل جرم و حجم بیش‌تر نسبت به N_2 قوی‌تر است.

(پ) می‌دانیم آب به هنگام انجماد، افزایش حجم دارد. پس نسبت جرم به حجم (چگالی) در آب مایع، بیش‌تر از یخ است.

(ت) ترکیب‌های یونی تنها در حالت مذاب یا محلول رسانای جریان برق هستند. پس NaCl(aq) برخلاف $\text{MgF}_2(\text{s})$ رسانای جریان برق می‌باشد.

۵۵- گزینه «۱»

با توجه به رابطه انحلال‌پذیری داده شده، انحلال‌پذیری KCl را در دو دمای 60°C و 15°C به دست می‌آوریم:

$$60^\circ\text{C} \Rightarrow S = 0 / 3 \times 60 + 26 = 44\text{g}$$

$$15^\circ\text{C} \Rightarrow S = 0 / 2 \times 15 + 26 = 30 / 5\text{g}$$

در دمای 60°C :

محل	حلول
۱۴۴g	۴۴g KCl
۲۵۰g	$x_1 \approx 76 / 4\text{g}$

در نتیجه در دمای 60°C در ۲۵۰g محلول، ۷۶ / ۴g حل‌شونده و ۱۷۳ / ۶g حلال خواهیم داشت:

در دمای 15°C :

محل	حلول
۱۰۰g	۳۰ / ۵g KCl
۱۷۳ / ۶g	$x_2 \approx 53\text{g}$

$$15^\circ\text{C} \text{ درصد جرمی KCl در محلول در دمای } = \frac{53}{173/6 + 53} \times 100 \approx 23 / 4\%$$

بنابراین داریم:

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{B}^-]} = \frac{0/1}{0/75} = \frac{2}{15} \approx 0/133$$

۵۰- گزینه «۳»



$$K = \frac{\left(\frac{2x}{V}\right)^2}{\left(\frac{1-x}{V}\right)\left(\frac{1-x}{V}\right)} = 49 \Rightarrow \frac{2x}{1-x} = 7$$

$$\Rightarrow 7 - 7x = 2x \Rightarrow x \approx 0/78$$

$$\Rightarrow \text{mol H}_2 = 1 - x = 0/22 \text{ mol H}_2$$

شیمی ۱

۵۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر شکل، مربوط به یک گاز با شمار مول‌های ثابت، در فشار ثابت باشد، حجم با دما رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین دمای طرف C بیش‌تر از حالات دیگر خواهد بود، زیرا حجم C بیش‌تر از B و A است.

گزینه «۲»: اگر شکل مربوط به گازهای مختلف باشد، در دما و فشار یکسان مقدار مول B باید از A بیش‌تر باشد؛ زیرا حجم B بیش‌تر است.

گزینه «۳»: اگر شکل مربوط به گازهای مختلف باشد، در دما و فشار یکسان مقدار مول C بیش‌تر از A است. با توجه به این که جرم هر دو برابر است، جرم مولی C کم‌تر از A است.

گزینه «۴»: اگر شکل مربوط به یک نمونه گاز با شمار مول ثابت باشد، با توجه به رابطه چگالی ($d = \frac{m}{v}$) چون حجم C بیش‌تر از B است، چگالی آن کم‌تر است.

۵۲- گزینه «۱»

فقط مورد دوم صحیح است. بررسی سایر موارد:

مورد اول: مخلوطی از گازهای H_2 و O_2 ، برخلاف N_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه منفجر می‌شود.

مورد سوم: بر اثر سرد کردن محفظه واکنش تهیه آمونیاک تا -200°C ، علاوه بر آمونیاک، نیتروژن نیز خارج می‌شود.

مورد چهارم: هیدروژن و نیتروژن واکنش ندادند جمع‌آوری و مجدداً به محفظه واکنش بازگردانده می‌شوند.