



آزمون غیر حضوری اختصاصی نظام قدیم ریاضی (۱۹ مهر ۱۳۹۸) (مباحث ۳ آبان ۹۸)

👉 برای دیدن پاسخ آزمون غیرمضوری به صفحهٔ مقطع و همچنین به صفحهٔ شفصی خود در قسمت دریافت کارنامه در سایت کانون به آدرس www.kanoon.ir مراجعه نمائید و از منوی سمت راست گزینهٔ آزمون غیرمضوری را انتخاب کنید.

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب	گروه مستند سازی
مسئول دفترچه: الهه مرزوق	حروف نگار و صفحه آرا
حسن خرم جو	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

بنیاد علمی آموزشی قلمچی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

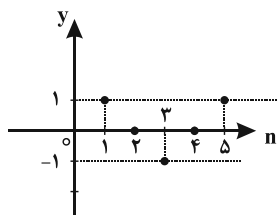


دیفرانسیل

دیفرانسیل

دنباله‌ها

صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷



۱- نمودار کدام یک از دنباله‌های زیر به صورت مقابل است؟

$$\left\{ \cos(n-1)\frac{\pi}{2} \right\} \quad (۲) \quad \{ \cos n\pi \} \quad (۱)$$

$$\frac{(-1)^{n-1} + 1}{2} \quad (۴) \quad \{ (-1)^{n-1} \} \quad (۳)$$

۲- اگر دنباله $\{a_n\}$ به صورت $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$ تعریف شده باشد، حاصل $a_{n+1} - a_n$ کدام است؟

$$\frac{1}{4n^2 + 4n} \quad (۴) \quad \frac{1}{2n^2 + 3n + 4} \quad (۳) \quad \frac{1}{4n^2 + 2n} \quad (۲) \quad \frac{1}{4n^2 + 6n + 2} \quad (۱)$$

۳- چه تعداد از جملات دنباله $a_n = \left[\frac{3n+16}{n^2 - n + 4} \right]$ از صفر بزرگ‌تر است؟ []، نماد جزء صحیح است.

$$۹ \quad (۴) \quad ۸ \quad (۳) \quad ۶ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۱)$$

۴- چند دنباله از دنباله‌های زیر ثابت‌اند؟ []، نماد جزء صحیح است.

$$b_n = \left\{ \tan^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right) \right\} \quad \text{ب:} \quad a_n = \left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} \right\} \quad \text{الف:}$$

$$d_n = \left\{ \left[\frac{n+1}{n} \right] + \left[\frac{n-1}{n} \right] \right\} \quad \text{د:} \quad c_n = \left\{ \left[(3n)^{(-1)^{n+1}} \right] \right\} \quad \text{ج:}$$

$$۱ \quad (۴) \quad ۲ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۱)$$

۵- در دنباله $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 1$ و $a_1 = 1$ ، کدام k باشد تا دنباله $b_n = \{k + a_n\}$ یک دنباله هندسی باشد؟

$$-۴ \quad (۴) \quad -\frac{3}{4} \quad (۳) \quad -\frac{1}{4} \quad (۲) \quad -۳ \quad (۱)$$

۶- چند جفت از جملات دنباله $a_n = n^2 - 9n + 1$ دو به دو با یکدیگر برابرند؟

$$۴ \quad (۴) \quad ۵ \quad (۳) \quad ۶ \quad (۲) \quad ۷ \quad (۱)$$

۷- در دنباله $\{a_n\}$ که $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{n}$ ، $a_1 = 1398$ ، کدام است؟

$$1398^{1397} \quad (۱) \quad 1398! \quad (۲) \quad 1398 \times 1398! \quad (۳) \quad 1397! \quad (۴)$$

۸- در دنباله بازگشتی $\{a_n\}$ که به صورت $a_n = \frac{n+1}{3n}a_{n-1}$ و $a_1 = \frac{2}{3}$ تعریف شده‌است، جمله دهم کدام است؟

$$\frac{12}{310} \quad (۴) \quad \frac{11}{311} \quad (۳) \quad \frac{11}{310} \quad (۲) \quad \frac{311}{11} \quad (۱)$$

۹- در دنباله $\{a_n\}$ که $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 3a_n \end{cases}$ ، دو برابر مجموع جملات اول تا دهم، کدام است؟

$$a_{22} \quad (۴) \quad a_{22} - 1 \quad (۳) \quad a_{11} - 1 \quad (۲) \quad a_{11} \quad (۱)$$



۱۰- حاصل ضرب همه جملات دنباله $a_n = n^2 \sin \frac{n! \pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱- اختلاف بین بیشترین و کمترین مقدار دنباله $\left\{ \frac{n-2}{3n-7} \right\}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) صفر

۱۲- در دنباله $a_n = \frac{9n+1}{3n-26} + \sin \frac{n\pi}{4} \cos \frac{n\pi}{4}$ ، بزرگترین جمله کدام است؟

- (۱) $81/5$ (۲) $82/5$ (۳) $81 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $81 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۳- جملات دنباله $a_n = \frac{10n+9}{2n+2}$ برای مقادیر $n \geq M$ در بازه $(4/96, 5)$ قرار می‌گیرند. حداقل مقدار طبیعی M کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴- اگر دنباله $\left\{ \log \frac{kn+1}{n+2} \right\}$ کران‌دار باشد، k کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) n (۴) $\frac{1}{n}$

۱۵- اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای با جملات حقیقی منفی و $n(a_{n+1} - 3a_n) \leq 2a_n - a_{n+1}$ ، آنگاه کدام گزینه در مورد دنباله $\{a_n\}$ الزاماً صحیح است؟

- (۱) نزولی است. (۲) کران‌دار است. (۳) غیریکنواست. (۴) صعودی است.

۱۶- کدام یک از دنباله‌های زیر صعودی است؟

- (۱) $\left\{ \frac{3n+1}{5n-12} \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{n^2+7}{5n^2+1} \right\}$ (۳) $\left\{ \frac{2n}{n+2} \right\}$ (۴) $\left\{ \frac{n^2+1}{2n^2-5} \right\}$

۱۷- دنباله $a_n = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n}$ چگونه است؟

- (۱) یکنوا - بی کران (۲) یکنوا - کران‌دار (۳) غیریکنوا - بی کران (۴) غیریکنوا - کران‌دار

۱۸- به ازای کدام مقدار k دنباله $\left\{ \frac{3-kn}{n+k-4} \right\}$ اکیداً نزولی است؟

- (۱) $k < 1$ (۲) $k > 3$ (۳) $|k-2| > 1$ (۴) $|k-2| < 1$

۱۹- به ازای چه مقادیری از k دنباله $\{2 \log n + k \sin n\pi\}$ صعودی است؟

- (۱) $|k| < 1$ (۲) $|k| > 1$ (۳) $k \in \mathbb{R}^+$ (۴) $k \in \mathbb{R}$

۲۰- کدام عبارت درباره دنباله $a_n = \text{Ln} \left(\frac{1}{\sqrt{n} + \lfloor \sqrt{n} \rfloor} \right)$ صحیح می‌باشد؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صعودی و کران‌دار (۲) نزولی و بی کران
(۳) غیریکنوا و کران‌دار (۴) غیریکنوا و بی کران



ریاضی پایه

ریاضی ۲

فصل ۱: الگو و دنباله، ریشه گیری

و توان رسانی

صفحه های ۱۷ تا ۲۴

حسابان

فصل ۱: محاسبات جبری

معادلات و نامعادلات

صفحه های ۶ تا ۱۷

۲۱- حاصل عبارت $(2 + \sqrt{3})^{3-\sqrt{2}} (2 - \sqrt{3})^{\frac{-1}{\sqrt{2}+1}}$ کدام است؟

- (۱) $7 + 4\sqrt{3}$ (۲) $2 - 4\sqrt{3}$ (۳) $4 + 2\sqrt{3}$ (۴) ۱

۲۲- اگر $\alpha = (\sqrt{2} - 1)^2$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{(\alpha - 3)^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) -۲

۲۳- اگر $f(x) - 2f(-x) = x^2 + 1$ باشد، باقی مانده چند جمله ای $f(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{3}$ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) $\frac{5}{3}$

۲۴- خارج قسمت تقسیم چند جمله ای $P(x) = x^2 + 12x + 128$ بر $x + 2$ به ازای $x = -1$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) صفر (۳) ۴۳ (۴) -۴۳

۲۵- اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $2x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $4x^2 - 1$ به صورت $ax + b$ می باشد. $a \times b$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۶- جمله چندم در بسط دو جمله ای $\left(\frac{3}{x} + 4x^2\right)^9$ مستقل از x است؟

- (۱) ششم (۲) سوم (۳) هفتم (۴) پنجم

۲۷- سیمی به طول ۸ متر به صورت شکل مقابل درآمده است. اگر مساحت مستطیل هاشور خورده ۲ متر

مربع باشد، مجموع طول و عرض آن چند متر است؟ (همه قسمت های شکل، مستطیل هستند.)

 $\frac{x}{2}$ 

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{8}$

۲۸- در معادله درجه دوم $3ax^2 + (2-b)x + c - 5 = 0$ رابطه $3a + c = b + 3$ برقرار است. یک ریشه این معادله همواره کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{c}{3a}$ (۳) $\frac{b - 3a - 2}{3a}$ (۴) $\frac{2c}{3a}$

۲۹- ریشه های معادله $x^2 - mx + 2 = 0$ ، x' و x'' هستند. اگر اعداد ۴، $x' + x''$ و $x'x''$ تشکیل دنباله حسابی دهند، m کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) صفر (۴) ۸

۳۰- اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $2x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$ باشند، آن گاه ریشه های کدام معادله $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ و $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$ هستند؟

- (۱) $x^2 - 5x - 4 = 0$ (۲) $x^2 + 5x - 4 = 0$
(۳) $x^2 - 5x + 4 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 4 = 0$



هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

بردارها - خط و صفحه
صفحه‌های ۲۵ تا ۴۲

۳۱- حاصل عبارت $k \times (i + j + k) + i \times (j + k) - j \times (i + k)$ کدام است؟

(۱) $2j - 3k + i$

(۲) $i - 2k + j$

(۳) $2k - 2i + 2j$

(۴) $2k - 2i$

۳۲- اگر برای دو بردار a و b داشته باشیم $|a| = 3$ ، $|b| = 2$ ، و $a \cdot b = 3$ ، حاصل $|a \times b|$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

۳۳- دو بردار $a = (1, 1, -1)$ و $b = (\alpha, -1, 1)$ با یکدیگر زاویه بزرگ‌تر از قائمه می‌سازند. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع بنا شده روی

این دو بردار برابر با $3\sqrt{2}$ باشد، اندازه بردار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) $2\sqrt{2}$

۳۴- کدام رابطه در ضرب بردارها، یک ویژگی همواره درست را نشان می‌دهد؟ ($a, b, c \neq 0$)

(۱) $a \times (a - b) = |a|^2$

(۲) $(a + b) \times (a - b) = 2(a \times b)$

(۳) $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

(۴) $a \cdot (b \times c) - (a \times b) \cdot c = 0$

۳۵- اگر $A = (3, 1, 0)$ ، $B = (1, -1, 1)$ و $C = (2, -1, 0)$ ، سه رأس مثلث ABC باشند، آنگاه طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این

مثلث چقدر است؟

(۱) $3\sqrt{2}$

(۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۳۶- خط گذرا از دو نقطه $A = (2, -1, 1)$ و $B = (1, 0, -2)$ بر خط $d: \frac{x}{3} = by = \frac{z-2}{a}$ عمود است. در این صورت a و b کدام

می‌توانند باشند؟

(۱) $a = -2, b = \frac{-1}{3}$

(۲) $a = 2, b = 4$

(۳) $a = 1, b = -1$

(۴) $a = -1, b = 1$

۳۷- اگر دو خط به معادله‌های $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{1-z}{a}$ و $L': \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{2-z}{2}$ با هم متقاطع باشند، آنگاه a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) ۲

(۳) -۶

(۴) ۶

۳۸- نقطه A روی محور z ها قرار دارد و از دو خط $D: (x = y, z = 1)$ و $D': (x = 1, y = z)$ به یک فاصله است. ارتفاع نقطه A

کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) -۲

(۴) -۴

۳۹- قرینه نقطه $A(-3, 2, 6)$ نسبت به خط $3z + 3 = \frac{-y+4}{-4} = \frac{x-5}{2}$ کدام است؟

(۱) $(7, 6, 0)$

(۲) $(-1, -3, 2)$

(۳) $(9, -2, -10)$

(۴) $(4, 3, -1)$

۴۰- خطی L گذرا از نقطه $A = (1, 2, 1)$ است. اگر نقاط $B = (4, 3, 2)$ و $C = (0, -1, 0)$ ، نسبت به خط L قرینه یکدیگر باشند، خط L

با جهت مثبت محور x ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 60°

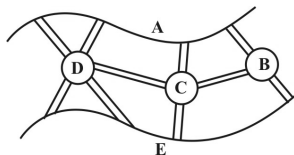
(۴) 90°

ریاضیات گسسته

گرافها و کاربردهای آن
صفحه‌های ۱ تا ۱۶

ریاضیات گسسته

۴۱- در شکل مقابل، δ منطقه A, B, C, D, E به وسیله پل‌هایی به هم مربوطند. اگر از منطقه A حرکت کنیم و همه پل‌ها را فقط یک بار طی کنیم، به کدام منطقه می‌رسیم؟



A (۱)

E (۲)

C (۳)

۴) امکان پذیر نیست.

۴۲- چند گراف ساده با ۵ رأس و ۴ یال می‌توان رسم کرد که از دو «بخش جدا از هم» تشکیل شده باشد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۳- در گراف ساده‌ای از مرتبه ۱۱، $\Delta = 9$ و $\delta = 6$ است. کم‌ترین اندازه این گراف کدام است؟

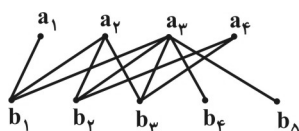
۳۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

۴۴- ۵ نفر به اسامی b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 و متقاضی ۴ شغل a_1, a_2, a_3, a_4 از یک شرکت مطابق با گراف زیر هستند. شرکت



به چند طریق می‌تواند این افراد را استخدام کند؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۴۵- گراف ۳-منتظم ناهمبندی ۱۲ یال دارد. در این گراف، چند دور وجود دارد؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۴۶- در گراف K_6 با مجموعه رئوس $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ چند مسیر به طول ۴ بین رئوس v_1 و v_2 موجود است به گونه‌ای که

شامل یال v_1v_2 باشد؟

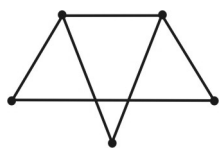
۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۴۷- کدام یک از گراف‌های زیر، همیلتنی نیست؟



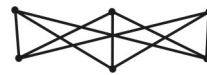
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۴۸- با بازه‌های I_1, I_2, \dots, I_n ، یک گراف بازه‌ها می‌سازیم. اگر $I_1 \subseteq I_2 \subseteq \dots \subseteq I_n$ ، آنگاه در این گراف، حاصل $2\delta - \Delta^2$ کدام است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۱۲ (۲)

۴ (۱)

۴۹- $a, a, a, b, b, b, c, c, c$ دنباله درج‌ات رئوس گراف ساده‌ای با اندازه q است که $10 \leq q \leq 20$. اگر a, b و c اعداد صحیح

متوالی باشند، آنگاه تعداد یال‌های گراف کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۵۰- اگر به گراف ۴-منتظم مرتبه p ، ۱۲ یال اضافه کنیم، گراف کامل K_p به دست می‌آید. p کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)



هندسه ۱

هندسه ۱

مساحت و قضیه فیثاغورس
صفحه‌های ۳۷ تا ۶۷

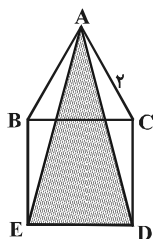
۵۱- در مثلث ABC ، اگر طول اضلاع AB ، AC و BC به ترتیب برابر با ۶ و ۴ و ۳ باشد،

آن گاه حاصل $\frac{h_b}{h_c} + \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_a}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۵۲- در مثلث ABC به اضلاع $AB=8$ ، $AC=6$ و $BC=9$ ، اگر فاصله رأس B از میانه AM برابر k باشد، فاصله رأس C از این میانه چقدر است؟

- (۱) $\frac{4k}{3}$ (۲) $\frac{k}{2}$ (۳) k (۴) $\frac{3k}{8}$

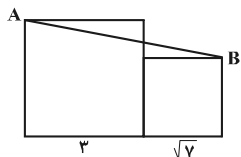


۵۳- در شکل مقابل، مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ و $BCDE$ یک مربع است. مساحت مثلث ADE کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $4 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + 2\sqrt{3}$ (۴) $2 + 2\sqrt{3}$

۵۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با مساحت ۲۴ واحد مربع، طول‌های ارتفاع و میانه وارد بر وتر به نسبت ۲ به ۳ هستند. اگر M پای میانه و H پای ارتفاع یاد شده باشد، اندازه HM کدام است؟

- (۱) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{10}$



۵۵- مطابق شکل، دو مربع به ضلع‌های ۳ و $\sqrt{7}$ کنار هم قرار گرفته‌اند، طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۶

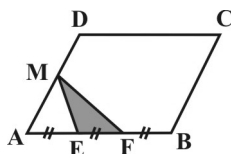
۵۶- یک دوازده ضلعی منتظم درون دایره‌ای به شعاع واحد، محاط شده است. طول هر ضلع این دوازده ضلعی چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (۲) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ (۳) $\sqrt{\sqrt{2} + 1}$ (۴) $\sqrt{\sqrt{2} - 1}$

۵۷- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ با محیط ۲۴، از نقطه M وسط ضلع بزرگ‌تر (AB) به دو رأس روبه‌روی آن وصل می‌کنیم. اگر اندازه یک ضلع متوازی‌الاضلاع، دو برابر دیگری و زاویه حاده آن 60° باشد، حاصل $MC \cdot MD$ کدام است؟

- (۱) $18\sqrt{3}$ (۲) $16\sqrt{3}$ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $8\sqrt{3}$

۵۸- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. نقطه M وسط ضلع AD و $AE = EF = BF$ است. مساحت مثلث MEF چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ است؟



- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{20}$

۵۹- اگر در شش ضلعی منتظم شکل زیر، محیط مثلث سایه‌خورده برابر $\sqrt{3} + 1$ باشد، مساحت شش ضلعی چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{2}$

۶۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $BC = 3\sqrt{5}$ و $AC = 3$ است. اگر D نقطه‌ای روی ضلع AB با فاصله برابر از دو رأس B و C باشد، فاصله آن از رأس A کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

فیزیک پیش دانشگاهی

حرکت شناسی

صفحه های ۲۱ تا ۴۰

فیزیک ۳

صفحه ۳۹

فیزیک پیش دانشگاهی

۶۱- بردار مکان متحرکی در SI به صورت $\vec{r} = 8t\vec{i} - t^2\vec{j}$ است. در لحظه‌ای که اندازه سرعت این متحرک به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد، بردار مکان آن در SI کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{r} &= 16\vec{i} - 4\vec{j} \\ (2) \quad \vec{r} &= 24\vec{i} + 9\vec{j} \\ (3) \quad \vec{r} &= 8\vec{i} - \vec{j} \\ (4) \quad \vec{r} &= 24\vec{i} - 9\vec{j} \end{aligned}$$

۶۲- معادله حرکت متحرکی که در صفحه XOY حرکت می‌کند، در SI به صورت $\begin{cases} x = 15t \\ y = -6t^2 + 20t \end{cases}$ است. اندازه سرعت اولیه

این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

$$(1) \quad 15 \quad (2) \quad 20 \quad (3) \quad 25 \quad (4) \quad 35$$

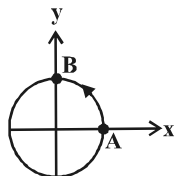
۶۳- معادله حرکت ذره‌ای که در صفحه XOY حرکت می‌کند در SI به صورت $\begin{cases} x = 4t - 1 \\ y = t^2 \end{cases}$ می‌باشد. اندازه سرعت متوسط این ذره در بازه

زمانی $t = 1s$ تا $t = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟

$$(1) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad 3\sqrt{2} \quad (3) \quad 4\sqrt{2} \quad (4) \quad 5$$

۶۴- متحرکی با اندازه سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ روی محیط دایره‌ای حرکت می‌کند. اگر این متحرک در مدت $10s$ در مسیر نشان داده شده از

نقطه A تا نقطه B جابه‌جا شود، شتاب متوسط متحرک در این مدت در دستگاه SI کدام است؟



$$\begin{aligned} (1) \quad -2\vec{i} - 2\vec{j} \\ (2) \quad -20\vec{i} - 20\vec{j} \\ (3) \quad 20\vec{i} - 20\vec{j} \\ (4) \quad 2\vec{i} - 2\vec{j} \end{aligned}$$

۶۵- معادله‌های حرکت جسمی که در صفحه XOY حرکت می‌کند، در SI به صورت $\begin{cases} x = 2t^2 + 10 \\ y = 10t \end{cases}$ است. از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که اندازه

سرعت جسم به $10\sqrt{2} \frac{m}{s}$ می‌رسد، اندازه شتاب متوسط جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$(1) \quad \text{صفر} \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 2/5\sqrt{2} \quad (4) \quad 4\sqrt{2}$$

۶۶- بردارهای سرعت دو متحرک A و B در SI به ترتیب $\vec{v}_A = 2t\vec{i} + 8\vec{j}$ و $\vec{v}_B = 4\vec{i} + 4t\vec{j}$ است. اگر در مبدأ زمان این دو متحرک از مبدأ مکان عبور کنند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، دو متحرک با هم برخورد خواهند کرد؟

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 8 \quad (4) \quad \text{این دو متحرک با هم برخورد نخواهند کرد.}$$

۶۷- بردار مکان متحرکی در SI به صورت $\vec{r} = 2t\vec{i} + (3t^2 - 15t)\vec{j}$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه بردار شتاب متحرک بر بردار سرعت آن عمود است؟

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 1/5 \quad (3) \quad 2/5 \quad (4) \quad 3$$

۶۸- متحرکی با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = 4\vec{i} (\frac{m}{s})$ و شتاب $\vec{a} = \frac{3}{4}\vec{j} (\frac{m}{s^2})$ در صفحه XOY حرکت می‌کند. اندازه سرعت این متحرک در لحظه $t = 2s$ چند متر بر ثانیه است؟

$$(1) \quad 3 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad 7$$

۶۹- معادله‌های حرکت جسمی که در صفحه XOY حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 4t$ و $y = 2t^2 + 1$ است. در چند متری مبدأ مکان، اندازه سرعت این متحرک به $\sqrt{20} \frac{m}{s}$ می‌رسد؟ ($t > 0$)

$$(1) \quad 2\sqrt{3} \quad (2) \quad 3\sqrt{2} \quad (3) \quad 5 \quad (4) \quad 5\sqrt{2}$$



۷۰- اگر بردار مکان متحرکی در SI به صورت $\vec{r} = 4t\vec{i} - 8t^2\vec{j}$ با زمان تغییر کند، معادله مسیر متحرک کدام است؟

(۱) $y = -2x^2$ (۲) $x = -2y^2$ (۳) $y = -\frac{1}{2}x^2$ (۴) $x = -\frac{1}{2}y^2$

۷۱- بردار مکان دو متحرک در SI به صورت $\vec{r}_A = 2t^2\vec{i} + 4t\vec{j}$ و $\vec{r}_B = 6t\vec{i} + \frac{4t^2}{3}\vec{j}$ می باشد. در لحظه ای که دو متحرک دوباره به

یکدیگر می رسند، اندازه سرعت متحرک A چند برابر اندازه سرعت متحرک B می باشد؟

(۱) $0/4\sqrt{10}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۷۲- در شرایط خلأ، پرتابه ای را از سطح زمین با زاویه α به طرف بالا پرتاب می کنیم، کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟
($\alpha \neq 90^\circ$)

(۱) حرکت پرتابی در یک صفحه قائم انجام می شود.

(۲) حرکت متحرک در راستای قائم با شتاب ثابت است.

(۳) حرکت متحرک در راستای افقی با سرعت ثابت است.

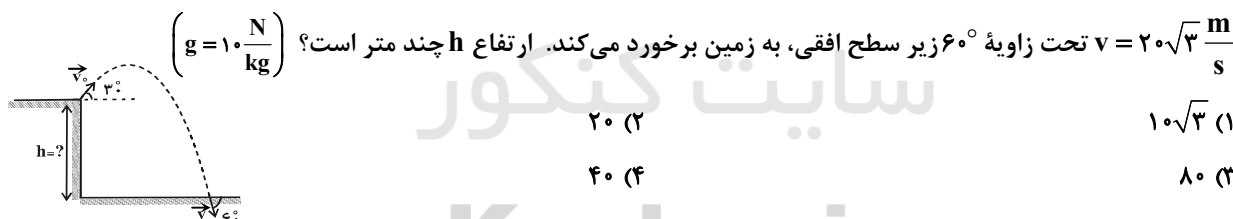
(۴) سرعت پرتابه در نقطه اوج مسیر حرکت آن برابر با صفر است.

۷۳- معادله مسیر متحرکی که در صفحه XOY حرکت می کند، در SI به صورت $y = \frac{x^2}{18} + 1$ است. در نقطه A به

مختصات $\begin{cases} x = 9m \\ y = 5/5m \end{cases}$ بزرگی سرعت متحرک $\sqrt{2} \frac{m}{s}$ است. در این نقطه بزرگی مؤلفه افقی سرعت چند متر بر ثانیه است؟

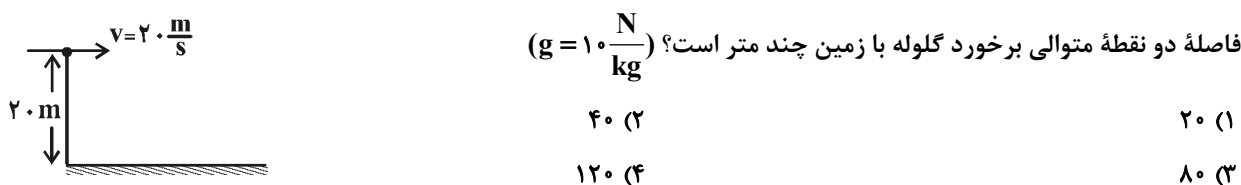
(۱) ۵/۵ (۲) ۱ (۳) ۴/۰ (۴) ۶/۰

۷۴- مطابق شکل زیر و در شرایط خلأ، گلوله ای تحت زاویه 30° نسبت به افق از ارتفاع h به طرف بالا پرتاب می شود و با سرعت



۷۵- مطابق شکل زیر، در شرایط خلأ گلوله ای را با سرعت افقی $20 \frac{m}{s}$ از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین پرتاب می کنیم. اگر اتلاف

انرژی گلوله در برخورد با سطح زمین ناچیز باشد و گلوله با همان زاویه ای که به سطح زمین برخورد می کند، از آن جدا شود،



۷۶- معادله مسیر حرکت پرتابه ای که در شرایط خلأ از مبدأ مختصات پرتاب می شود، در SI به صورت $y = \sqrt{3}x - \frac{1}{40}x^2$ است.

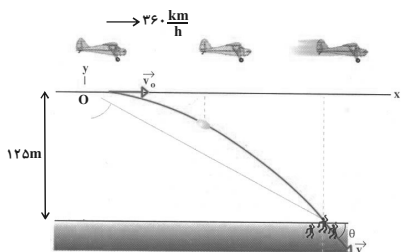
ارتفاع اوج پرتابه چند متر است؟

(۱) $\frac{20}{3}$ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۳۰



۷۷- هواپیمایی که با سرعت ثابت $360 \frac{km}{h}$ در ارتفاع $125m$ موازی با سطح زمین پرواز می کند، باید بسته ای را برای سیل زدگان به

پایین بیندازد. خلبان در چه فاصله افقی بر حسب متر از سیل زدگان، بسته را رها کند تا به سیل زدگان برسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و



مقاومت هوا ناچیز است.)

۱۲۵ (۱)

۲۵۰ (۲)

۵۰۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۷۸- بردار سرعت یک پرتابه که از سطح زمین پرتاب شده است، در ارتفاع $10/8m$ از سطح زمین در SI به صورت $\vec{v} = 9\vec{i} + 8\vec{j}$

می باشد. ارتفاع اوج این پرتابه از سطح زمین چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

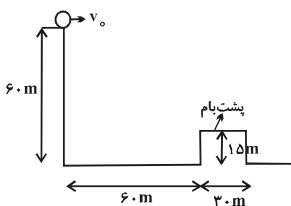
۱۸/۹ (۴)

۱۷/۲ (۳)

۱۴/۸۵ (۲)

۱۴ (۱)

۷۹- می خواهیم مطابق شکل زیر، گلوله ای را در شرایط خلأ با سرعت افقی v_0 چنان پرتاب کنیم تا به یک نقطه از پشت بام



ساختمان نشان داده شده، برخورد کند. v_0 چند متر بر ثانیه می تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۶ (۲)

۱۸ (۱)

۳۷ (۴)

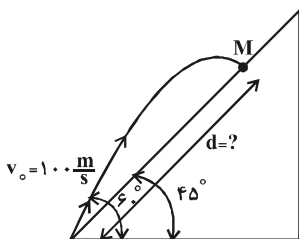
۳۲ (۳)

۸۰- مطابق شکل مقابل و در شرایط خلأ، گلوله ای را از پایین سطح شیب داری با سرعت

اولیه $v_0 = 100 \frac{m}{s}$ تحت زاویه 60° بالای افق پرتاب می کنیم. اگر گلوله در نقطه M به سطح

شیب دار برخورد کند و زاویه سطح شیب دار برابر 45° باشد، فاصله نقطه M تا نقطه

پرتاب (d) چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$500(\sqrt{3}-1)$ (۴)

$500(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ (۳)

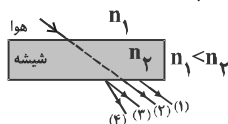
$1000(\sqrt{3}-1)$ (۲)

$1000(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ (۱)

فیزیک ۱

شکست نور

صفحه های ۱۰۶ تا ۱۴۶



۸۱- در شکل زیر، پرتو خروجی از تیغه متوازی السطوح شیشه ای، کدام می تواند باشد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۸۲- پرتو نوری به طور مایل از هوا به محیط شفافی به ضریب شکست $\sqrt{3}$ می تابد. اگر زاویه انحراف پرتو نور برابر با زاویه شکست

آن باشد، زاویه شکست نور چند درجه است؟

۱۵ (۴)

۴۵ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

۸۳- شخصی از هوا و در فاصله d از سطح آزاد یک مایع به ضریب شکست $\frac{3}{4}$ ، به جسمی که در عمق d از سطح مایع قرار دارد،

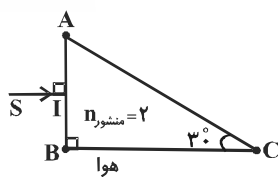
به طور تقریباً عمودی نگاه می کند. این شخص جسم را در چه فاصله ای از خودش می بیند؟

۲d (۴)

$\frac{5}{3}d$ (۳)

$\frac{2}{3}d$ (۲)

$\frac{5}{2}d$ (۱)



۸۴- با توجه به منشور شکل مقابل، پرتو تک رنگ SI از کدام وجه منشور و چگونه خارج می شود؟

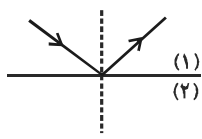
(۱) BC و مماس بر آن

(۲) AC و مماس بر آن

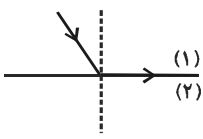
(۳) BC با زاویه شکست 45°

(۴) AC با زاویه شکست 45°

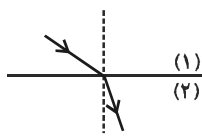
۸۵- در کدام یک از شکل های زیر، محیط شفاف (۱) رقیق تر از محیط شفاف (۲) است؟



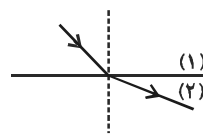
(۴)



(۳)

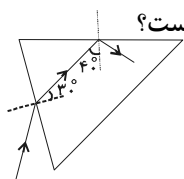


(۲)



(۱)

۸۶- در یک منشور، مسیر پرتو نور مطابق شکل زیر است. کدام گزینه درباره زاویه حد محیط این منشور درست است؟



(۱) $i_c = 40^\circ$

(۲) $30^\circ < i_c < 40^\circ$

(۳) $i_c > 40^\circ$

(۴) $i_c < 30^\circ$

۸۷- در یک عدسی واگرا فاصله جسمی از تصویرش برابر با 20cm و طول تصویر، نصف طول جسم است. اندازه فاصله کانونی این عدسی چند سانتی متر است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۴۰

(۴) ۸۰

۸۸- عدسی همگرایی به فاصله کانونی 20cm از یک شیء، تصویری مستقیم تشکیل داده است که طولش دو برابر طول جسم می باشد. شیء را چند سانتی متر و چگونه جابه جا کنیم تا تصویری وارونه و دو برابر طول شیء، تشکیل شود؟

(۱) ۲۰ سانتی متر به عدسی نزدیک کنیم.

(۲) ۲۰ سانتی متر از عدسی دور کنیم.

(۳) ۳۰ سانتی متر به عدسی نزدیک کنیم.

(۴) ۳۰ سانتی متر از عدسی دور کنیم.

۸۹- جسم کوچکی روی محور اصلی یک عدسی با توان $+4$ دیوپتر قرار گرفته است. اگر فاصله جسم از تصویر حقیقی آن ۶ برابر فاصله تصویر از عدسی باشد، فاصله جسم از تصویر آن چند سانتی متر است؟

(۱) ۶۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۸۰

(۴) ۲۴۰

۹۰- نوع تصویری که عدسی های شینی و چشمی میکروسکوپ از جسم تشکیل می دهند، به ترتیب از راست به چپ مطابق کدام گزینه هستند؟

(۱) حقیقی، حقیقی

(۲) مجازی، مجازی

(۳) مجازی، حقیقی

(۴) حقیقی، مجازی

فیزیک ۳

فیزیک ۳

الکتروستاتیک ساکن
صفحه های ۳۵ تا ۶۲

فیزیک ۱

الکتروستاتیک
صفحه های ۴۶ تا ۵۶

۹۱- دو کره فلزی کوچک مشابه با بارهای الکتریکی q و $2q$ در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر دو کره را به هم تماس داده و سپس در همان فاصله قبل قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر می شود؟

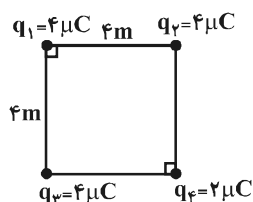
(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{8}{9}$

(۴) $\frac{9}{8}$

۹۲- مطابق شکل زیر، ۴ بار الکتریکی نقطه ای در رأس های مربعی به ضلع 4m قرار گرفته اند. اندازه میدان های الکتریکی ناشی از بارها در مرکز مربع چند $\frac{\text{kN}}{\text{C}}$ است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) ۹

(۲) $4/5$

(۴) ۱

(۳) $2/25$

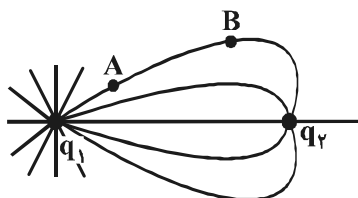


۹۳- ذره‌ای به جرم $2g$ و بار الکتریکی $5\mu C$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $4 \times 10^4 \frac{N}{C}$ قرار می‌دهیم. اندازه شتاب

حاصل از نیروی الکتریکی وارد بر این ذره، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱

۹۴- شکل زیر خط‌های میدان الکتریکی ناشی از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را نشان می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A کم‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطه B باشد، کدام گزینه درباره نوع و اندازه بارها صحیح است؟



(۱) $q_1 > 0$, $q_2 < 0$, $|q_1| > |q_2|$

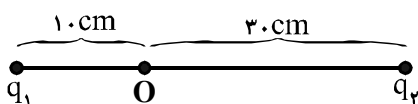
(۲) $q_1 < 0$, $q_2 > 0$, $|q_1| > |q_2|$

(۳) $q_1 > 0$, $q_2 < 0$, $|q_1| < |q_2|$

(۴) $q_1 < 0$, $q_2 > 0$, $|q_1| < |q_2|$

۹۵- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 40 سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. اگر برابری میدان‌های

الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه O برابر با \vec{E} باشد و با حذف بار q_2 میدان در



همان نقطه برابر با $-2\vec{E}$ شود، حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{27}$

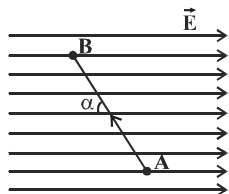
۹۶- اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -1\mu C$ را به بار الکتریکی نقطه‌ای ثابت $q_2 = 10\mu C$ نزدیک کنیم، با حرکت بار q_1 ، پتانسیل

الکتریکی نقاطی که بار q_1 در آن قرار می‌گیرد، ... تر می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه بارها ... می‌یابد.

- (۱) کم، کاهش (۲) کم، افزایش (۳) بیش، کاهش (۴) بیش، افزایش

۹۷- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی $q = -5\mu C$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $8 \times 10^5 \frac{N}{C}$ ، با سرعت ثابت، از

نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کنیم. اگر $\overline{AB} = 2m$ و $\alpha = 60^\circ$ باشد، کار لازم برای جابه‌جایی بار فوق چند ژول است؟



(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $-4\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴) -۴

۹۸- در یک میدان الکتریکی، بار $q = +2\mu C$ از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی آن در نقطه‌های A

و B به ترتیب برابر با $4 \times 10^{-5} J$ و $5 \times 10^{-5} J$ باشد، $V_B - V_A$ چند ولت است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۹۰ (۳) -۴۵ (۴) -۹۰

۹۹- در یک میدان الکتریکی، ذره باردار q با سرعت ثابت می‌تواند بین هر دو نقطه دلخواه جابه‌جا شود. در حالت کلی، نسبت کار

نیروی میدان الکتریکی به کار نیروی خارجی طی این جابه‌جایی‌ها کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۰۰- قطر کروی کوچک جیوه مشابه روی سطح عایقی قرار دارند و بار الکتریکی هر یک از قطره‌ها برابر با q است. قطره‌ها را با

یکدیگر مخلوط می‌کنیم تا یک قطره کروی بزرگ‌تر تشکیل شود. چگالی سطحی بار الکتریکی قطره کروی حاصل، چند برابر

چگالی سطحی بار هر یک از قطره‌های اولیه است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) ۸



شیمی پیش دانشگاهی

سینتیک شیمیایی

صفحه‌های ۲ تا ۲۸

۱-۱- چه تعداد از مطالب زیر درباره نظریه‌های سینتیک شیمیایی درست است؟

(آ) براساس نظریه برخورد، سرعت واکنش به تعداد برخوردها بین ذرات واکنش‌دهنده و فراورده، در واحد حجم و زمان بستگی دارد.

(ب) همه برخوردهایی که انرژی برابر یا بیش‌تر از انرژی فعال‌سازی دارند، منجر به تولید فراورده می‌شوند.

(پ) در نظریه برخورد، ذرات واکنش‌دهنده به‌صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند.

(ت) پیچیده‌فعال، گونه بسیار ناپایداری است که نمی‌توان آن را حین واکنش جداسازی کرد، اما قابل شناسایی است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

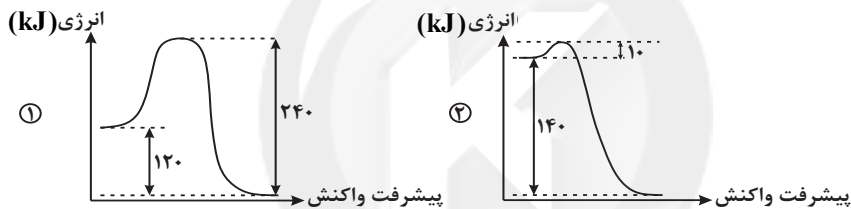
۱-۲- معادله سرعت واکنش تجزیه گرمایی فسفین، طبق واکنش $4PH_3(g) \rightarrow P_4(g) + 6H_2(g)$ از مرتبه دوم است و غلظت اولیه فسفین

0.4 مولار می‌باشد. اگر پس از گذشت 100 ثانیه سرعت واکنش به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه خود برسد، غلظت گاز هیدروژن در ثانیه 100 چند مول بر لیتر

است؟

۰/۲ (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴)

۱-۳- با توجه به نمودارهای زیر، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) در شرایط یکسان سرعت واکنش ۲ در جهت برگشت، کم‌تر از سرعت همین واکنش در جهت رفت است.

(۲) ΔH واکنش ۲ در جهت برگشت، 20 کیلوژول از ΔH واکنش ۱ در جهت رفت بیش‌تر است.

(۳) در هر دو واکنش، فراورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

(۴) اندازه اختلاف سطح انرژی فراورده‌ها از پیچیده‌فعال در واکنش ۲، به اندازه 30 کیلوژول بیش‌تر از اندازه اختلاف سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها از پیچیده‌فعال در واکنش ۱ است.

۱-۴- براساس اطلاعات جدول زیر مرتبه کلی واکنش $A(g) + B(g) \rightarrow C(g)$ و سرعت اولیه آزمایش شماره ۴ کدام است؟

شماره آزمایش	[A] _۰	[B] _۰	سرعت اولیه ($\frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$)
۱	۰/۱	۰/۱	۱۲۰
۲	۰/۴	۰/۱	۲۴۰
۳	۰/۱	۰/۲	۲۴۰
۴	۰/۹	۰/۴	؟

۴۸۰ - ۲ (۱)

۱۴۴۰ - ۱/۵ (۲)

۴۸۰ - ۱/۵ (۳)

۱۴۴۰ - ۲ (۴)

۱-۵- عبارت کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در تجزیه گاز N_2O_5 مطابق واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ با دو برابر کردن غلظت N_2O_5 سرعت واکنش ۴ برابر می‌شود.

(۲) واکنش $NO_2Cl(g) + Cl(g) \rightarrow NO_2(g) + Cl_2(g)$ یک واکنش بنیادی است.

(۳) یکای ثابت سرعت واکنش $Cl(g) + HI(g) \rightarrow HCl(g) + I(g)$ ، $L \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}$ است.

(۴) مرتبه کلی واکنش $NO(g) + O_3(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g)$ برابر ۲ است.



۱۰۶- چند مورد از موارد زیر برای یک واکنش گرماده نسبت به یک واکنش گرماگیر همواره بیش تر است؟

- ΔH و پایداری واکنش دهنده‌ها نسبت به فراورده‌ها
- میزان آنژیوبی
- E_a برگشت و آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش دهنده‌ها
- ناپایداری پیچیده فعال
- قدرمطلق تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۷- کدام عبارت درست است؟

- (۱) کاتالیزگر سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها نسبت به پیچیده فعال را به یک مقدار کاهش می‌دهد.
- (۲) H_2O_2 در حضور I_2^- ، در دمای اتاق به سرعت تجزیه می‌شود.
- (۳) اغلب کاتالیزگرهای جامد در حضور برخی ترکیب‌های فسفردار و گوگردار مسموم شده و کارایی خود را از دست می‌دهند.
- (۴) کاتالیزگر در واکنش شرکت کرده، مصرف می‌شود و تأثیری بر میزان ناپایداری پیچیده فعال ندارد.

۱۰۸- چند مورد از مطالب زیر صحیح‌اند؟

- (الف) از فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Ru) به عنوان کاتالیزگرهای مناسب برای حذف آلاینده‌های خودرو استفاده می‌شود.
- (ب) مبدل کاتالیستی گاز NO را به NO_2 تبدیل می‌کند.
- (ج) باران‌های اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید می‌باشند و به شدت محیط زیست را تخریب می‌کنند.
- (د) هر سه واکنش انجام شده جهت حذف آلاینده‌های CO ، C_xH_y و NO دارای $\Delta H < 0$ می‌باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۹- همه عبارت‌ها درست‌اند، به جز

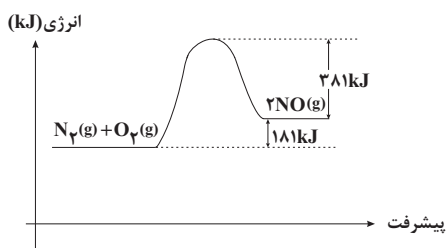
(۱) ترتیب فراوانی آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها (برحسب گرم به ازای طی یک کیلومتر) به صورت: $NO < C_xH_y < CO$ است.

(۲) در میان گازهای خروجی از اگزوز خودروها در هنگام روشن و گرم شدن خودرو با وجود مبدل کاتالیستی گازهای CO، NO و C_xH_y مشاهده می‌شود.

(۳) در طول مسیر خروج آلاینده‌های گازی از اگزوز خودروها، دمای آن‌ها به سرعت کاهش می‌یابد.

(۴) برای به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها، گازهای خروجی از نیروگاه‌ها را از روی کلسیم کربنات عبور می‌دهند.

۱۱۰- با توجه به نمودار «انرژی - پیشرفت» واکنش تولید گاز نیتروژن مونوکسید از عناصر سازنده‌اش، کدام یک از عبارت‌ها نادرست است؟



(الف) اگر انرژی فعال‌سازی رفت در حضور کاتالیزگر ۵۰٪ کاهش یابد، واکنش همچنان ثابت می‌ماند.

(ب) در این واکنش، تبدیل فراورده‌ها به پیچیده فعال، سخت‌تر از تبدیل واکنش دهنده‌ها به پیچیده فعال است.

(پ) فراورده‌ای این واکنش جزو آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروهاست که با کمک مبدل کاتالیستی در طی واکنش از نوع تجزیه از آلاینده‌های خروجی از اگزوز حذف می‌شود.

(ت) با افزایش دما سرعت این واکنش در جهت برگشت کاهش می‌یابد.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) پ - ت (۴) ب - ت



دفترچه پاسخ

پاسخ نامه

آزمون غیر حضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

(۱۹ مهر ۱۳۹۸)

(مباحث ۳ آبان ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیرحضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: الهه مرزوق	حروف نگار و صفحه آرا
حسن خرم جو	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



دیفرانسیل

۱- گزینه «۲»

جملات دنباله‌های داده شده به صورت زیر است:

گزینه «۱»: $1, 1, -1, 1, -1, \dots$

گزینه «۲»: $1, 0, -1, 0, 1, 0, \dots$

گزینه «۳»: $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$

گزینه «۴»: $1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$

با توجه به نمودار، گزینه «۲» صحیح است.

۲- گزینه «۱»

جملات دو دنباله را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{n+n} + \frac{1}{n+n+1} + \frac{1}{n+n+2} \right) \\ &\quad - \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right) \\ &= \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{(2n+2) + (2n+1) - 2(2n+1)}{(2n+1)(2n+2)} \\ &= \frac{4n+3-4n-2}{4n^2+6n+2} = \frac{1}{4n^2+6n+2} \end{aligned}$$

۳- گزینه «۲»

$$\frac{[a] > 0 \Rightarrow a \geq 1}{\left[\frac{3n+16}{n^2-n+4} \right] > 0} \Rightarrow \frac{3n+16}{n^2-n+4} \geq 1$$

$$\Rightarrow 3n+16 \geq n^2-n+4$$

$$\Rightarrow n^2-4n-12 \leq 0 \Rightarrow (n-6)(n+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \leq n \leq 6 \\ n \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq n \leq 6$$

۴- گزینه «۲»

$$a_n = \left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} \right\} = \left\{ \frac{1}{2} \sin n\pi \right\} = 0$$

پس a_n دنباله ثابت صفر است.

$$b_n = \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{1}{2n+1} \right) + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2n+1} \right) \right\}$$

$$\xrightarrow{\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}} b_n = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

پس b_n دنباله ثابت $\frac{\pi}{2}$ است.

$$c_n = \left\{ \left[(2n)^{(-1)^{2n+1}} \right] \right\} \xrightarrow{\text{فرد است } (2n+1)} c_n = \left\{ \left[(2n)^{-1} \right] \right\}$$

$$= \left\{ \left[\frac{1}{2n} \right] \right\} = \{0\}$$

پس c_n دنباله ثابت صفر است.

$$d_n = \left\{ \left[\frac{n+1}{n} \right] + \left[\frac{n-1}{n} \right] \right\} = \left\{ \left[1 + \frac{1}{n} \right] + \left[1 - \frac{1}{n} \right] \right\}$$

$$\left\{ 2 + \left[\frac{1}{n} \right] + \left[-\frac{1}{n} \right] \right\} \Rightarrow d_n = \begin{cases} 2 & n=1 \\ 1 & n>1 \end{cases}$$

پس d_n دنباله ثابت نیست.

۵- گزینه «۴»

اگر دنباله b_n یک دنباله هندسی باشد آن‌گاه باید داشته

باشیم: $b_{n+1} = qb_n$ ، که در آن q عددی ثابت است.

$$b_{n+1} = qb_n \Rightarrow k + a_{n+1} = q(k + a_n)$$

$$\Rightarrow k + \frac{3}{4}a_n + 1 = qk + qa_n$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}a_n + (k+1) = qa_n + qk$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{4} \\ k+1 = qk \Rightarrow k+1 = \frac{3}{4}k \Rightarrow \frac{1}{4}k = -1 \Rightarrow k = -4 \end{cases}$$

۶- گزینه «۴»

نقطه رأس تابع متناظر با این دنباله برابر $n = 4/5$ می‌باشد.

و این یعنی جملات $n=1$ تا $n=4$ این دنباله در تقارن

با جملات $n=5$ تا $n=8$ می‌باشند. پس ۸ جمله اول این دنباله (یعنی

۴ جفت) دو به دو با یکدیگر برابرند.

$$a_1 = a_8, a_2 = a_7, a_3 = a_6, a_4 = a_5$$

۷- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} &\begin{cases} \frac{a_1}{a_2} = 1 \\ \frac{a_2}{a_3} = \frac{1}{2} \\ \frac{a_3}{a_4} = \frac{1}{3} \\ \vdots \\ \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{n} \end{cases} \xrightarrow{\text{با ضرب طرفین روابط در هم}} \\ &\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \times \frac{a_2}{a_3} \times \frac{a_3}{a_4} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n+1}} = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \dots \times \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_{n+1}} = \frac{1}{n!} \Rightarrow a_{n+1} = a_1 \times n! \xrightarrow{n=1397} \rightarrow$$

$$a_{1398} = 1398 \times 1397! \Rightarrow a_{1398} = 1398!$$



۸- گزینه «۲»

$$a_1 = \frac{2}{3} = \frac{1+1}{3^1}$$

$$a_2 = \frac{2+1}{3 \times 2} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{9} = \frac{2+1}{3^2}$$

$$a_3 = \frac{3+1}{3 \times 3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27} = \frac{3+1}{3^3}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n+1}{3^n} \Rightarrow a_{10} = \frac{11}{3^{10}}$$

۹- گزینه «۲»

دنباله فوق، یک دنباله هندسی با جمله اول $a_1 = 1$ و قدرنسبت ۳ است، پس:

$$S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1-3^{10}}{1-3} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3^{10} & -1 \\ \downarrow & \\ a_{11}=a_1 q^{10}=3^{10} & \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(a_{11} - 1) \Rightarrow 2S_{10} = a_{11} - 1$$

۱۰- گزینه «۱»

$$a_1 = (1)^2 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_2 = (2^2) \sin \frac{2\pi}{4} = 4 \sin \frac{\pi}{2} = 4$$

$$a_3 = (3^2) \sin \frac{6\pi}{4} = 9 \sin \frac{3\pi}{2} = -9$$

$$a_4 = (4^2) \sin \frac{4\pi}{4} = 16 \sin \pi = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب همه جملات} = 0$$

۱۱- گزینه «۱»

نکته: در دنباله‌های گویا (به صورت کسری) که ریشه مخرج در محدوده اعداد

طبیعی است، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جملات آن دنباله، به ازای نزدیک‌ترین

اعداد طبیعی به ریشه مخرج رخ می‌دهد.

$$3n - 7 = 0 \Rightarrow n = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{2-2}{3(2)-7} = 0 \rightarrow \text{کران پایین} \\ a_3 = \frac{3-2}{3(3)-7} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{کران بالا} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

۱۲- گزینه «۲»

$$a_n = 3 + \frac{79}{3n-26} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

دنباله t_n به ازای $n \leq 8$ منفی و به ازای $n \geq 9$ مثبت و نزولی است. در نتیجه ماکزیم مقدار t_n به ازای $n = 9$ به دست می‌آید.

دنباله u_n فقط سه مقدار $\frac{1}{2}$ ، $-\frac{1}{2}$ و 0 را می‌گیرد و به ازای $n = 9$ حداکثر

مقدار خود یعنی $\frac{1}{2}$ را اختیار می‌کند. پس بزرگ‌ترین جمله دنباله a_n ، a_9 می‌باشد.

$$a_9 = 3 + 79 + \frac{1}{2} = 82 \frac{1}{2}$$

۱۳- گزینه «۳»

$$a_n \in (4/96, 5) \Rightarrow 5 - a_n < \frac{4}{100}$$

$$\Rightarrow 5 - \left(5 - \frac{1}{2n+2}\right) < \frac{4}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2n+2} < \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{23}{2} < n \Rightarrow \min(M) = 12$$

۱۴- گزینه «۲»

$$\text{گزینه «۱»}: k = 0 \Rightarrow a_n = \log \frac{1}{n+2}$$

حد دنباله برابر $\log^+ = -\infty$ و دنباله بی کران است.

$$\text{گزینه «۲»}: k = 1 \Rightarrow a_n = \log \frac{n+1}{n+2}$$

حد دنباله برابر $\log 1 = 0$ و دنباله کران‌دار است.

$$\text{گزینه «۳»}: k = n \Rightarrow a_n = \log \frac{n^2+1}{n+2}$$

حد دنباله برابر $\log(+\infty) = +\infty$ و دنباله بی کران است.

$$\text{گزینه «۴»}: k = \frac{1}{n} \Rightarrow a_n = \log \frac{1+1}{n+2} = \log \frac{2}{n+2}$$

حد دنباله برابر $\log^+ = -\infty$ و دنباله بی کران است.

۱۵- گزینه «۱»

$$na_{n+1} - 3na_n \leq 2a_n - a_{n+1} \Rightarrow na_{n+1} + a_{n+1} \leq 3na_n + 2a_n$$

$$\Rightarrow a_{n+1}(n+1) \leq a_n(3n+2) \xrightarrow{a_n < 0} \frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{3n+2}{n+1}$$

چون $\frac{3n+2}{n+1} > 1$ ، پس $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ ؛ در نتیجه $a_{n+1} < a_n$ (چون $a_n < 0$)؛

بنابراین $\{a_n\}$ نزولی است.



۱۶- گزینه «۳»
گزینه «۱» چون ریشهٔ مخرج در محدودهٔ اعداد طبیعی است؛ پس دنباله غیریکنواست.
گزینه «۲»
گزینه «۳»
گزینه «۴»

است. در نتیجه $\log(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x} + [\sqrt{x}]}\right)$ نزولی اکید است؛ بنابراین دنباله a_n نزولی اکید است.
با افزایش n ، a_n به $-\infty$ نزدیک می‌شود؛ بنابراین دنباله بی‌کران است.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \\ L = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow a_1 > L$$

دنباله صعودی نیست.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2}{3} \\ L = 2 \end{cases} \Rightarrow a_1 < L$$

دنباله صعودی است.

$$n^4 = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{ریشه مخرج در محدودهٔ اعداد طبیعی است؛ گزینه «۴»}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt[4]{\frac{5}{2}} > 1 \Rightarrow \text{دنباله رفتار یکنوا ندارد.}$$

ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۱»

ابتدا دقت کنید که $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = (2 + \sqrt{3})^{-1} = 2 - \sqrt{3}$ ؛ بنابراین:

$$(2 - \sqrt{3})^{\frac{-1}{\sqrt{2}+1}} = (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{2}+1}} = (2 + \sqrt{3})^{\sqrt{2}-1}$$

و در نتیجه:

$$(2 + \sqrt{3})^{3-\sqrt{2}} (2 + \sqrt{3})^{\sqrt{2}-1} = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

۲۲- گزینه «۱»

$$\alpha = (\sqrt{2}-1)^2 = 2 + 1 - 2\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow \alpha - 3 = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (\alpha - 3)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{(\alpha - 3)^2} = \sqrt[3]{8} = 2$$

۲۳- گزینه «۲»

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

باید $f(2)$ را بیابیم:

$$\left. \begin{aligned} x = 2 \Rightarrow f(2) - 2f(-2) = 5 \\ x = -2 \Rightarrow f(-2) - 2f(2) = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} f(2) - 2f(-2) = 5 \\ -4f(2) + 2f(-2) = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2f(2) = 15 \Rightarrow f(2) = -5$$

۲۴- گزینه «۱»

$P(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر است؛ بنابراین:

$$P(x) = (x+2)Q(x) \Rightarrow P(-1) = (1)Q(-1)$$

$$\Rightarrow Q(-1) = 127$$

۲۵- گزینه «۴»

$$f(x) = (4x^2 - 1)Q(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \\ 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{2} + b = 3 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-a}{2} + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a \times b = -8$$

۱۹- گزینه «۴»

$$\sin n\pi = 0 \Rightarrow k \sin n\pi = 0$$

$$\Rightarrow 2 \log n + k \sin(n\pi) = 2 \log n = \log n^2$$

این دنباله همواره صعودی است و هیچ ارتباطی به مقدار k ندارد.

۲۰- گزینه «۲»

تابع $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + [\sqrt{x}]}$ نزولی اکید و $f(x) = \ln x$ صعودی اکید



حال اگر اعداد ۴ و ۲ و m تشکیل دنباله حسابی دهند، حالات زیر امکان پذیر است:

$$\text{ق.ق. } 2, 4, m \Rightarrow m = 6$$

$$\text{ق.ق. } 2, m, 4 \Rightarrow m = 3$$

$$\text{غ.ق.ق. } m, 2, 4 \Rightarrow m = 0$$

بنابراین m می تواند مقادیر ۳ و ۶ را بپذیرد.

لازم به ذکر است که جابه جایی جملات اول و سوم دنباله تغییری در جواب به دست آمده برای m ایجاد نمی کند؛ مثلاً جواب حالت « $4, m, 2$ » با جواب حالت « $2, m, 4$ » یکسان است.

۳۰- گزینه «۳»

$$x_1 + x_2 = \sqrt{3}, \quad x_1 x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_1^2 = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) = \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2)$$

$$= \frac{1}{2} ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2) = \frac{1}{2} (3 - 1) = 1$$

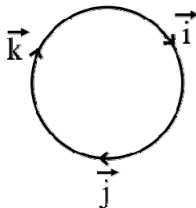
$$x_2^2 = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\Rightarrow S = 1 + 4 = 5, \quad P = 1 \times 4 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

هندسه تحلیلی

۳۱- گزینه «۴»



$$\begin{aligned} & k \times (i + j + k) + i \times (j + k) - j \times (i + k) \\ &= (k \times i + k \times j + k \times k) + (i \times j + i \times k) - (j \times i + j \times k) \\ &= (j + (-i) + 0) + (k - j) - (-k + i) = 2k - 2i \end{aligned}$$

۳۲- گزینه «۳»

$$|a \times b|^2 + |a \cdot b|^2 = |a|^2 |b|^2$$

$$\Rightarrow |a \times b|^2 + 9 = 9 \times 4 \Rightarrow |a \times b|^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow |a \times b| = 3\sqrt{3}$$

۲۶- گزینه «۳»

جمله $(i+1)^m$ به صورت زیر است:

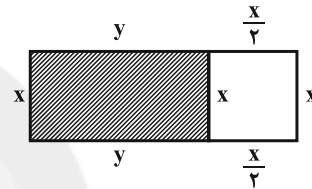
$$\begin{aligned} \binom{9}{i} \left(\frac{3}{x}\right)^i \times (4x^2)^{9-i} &= \binom{9}{i} (3x^{-1})^i \times 4^{9-i} \times x^{18-2i} \\ &= \binom{9}{i} 3^i \times x^{-i} \times 4^{9-i} \times x^{18-2i} = \binom{9}{i} 3^i \times 4^{9-i} \times x^{18-3i} \end{aligned}$$

اگر بخواهیم این جمله مستقل از x باشد، باید توان x برابر صفر گردد.

بنابراین $18 - 3i = 0$ یعنی $i = 6$.

بنابراین جمله $(6+1)^m$ یعنی جمله ۷م مستقل از x است.

۲۷- گزینه «۲»



طول مستطیل هاشورخورده را y فرض می کنیم. مساحت برابر ۲ است؛ بنابراین داریم:

$$yx = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{x}; \quad 2y + 4x = 8 \Rightarrow y + 2x = 4$$

$$\frac{y=2}{x} \rightarrow \frac{2}{x} + 2x = 4 \Rightarrow \frac{1}{x} + x = 2 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = 2 + 1 = 3$$

۲۸- گزینه «۳»

مجموع ضرایب معادله به صورت $2a + 2 - b + c - 5$ است و از فرض مسأله

ملاحظه می شود که مجموع ضرایب معادله صفر است. پس $x=1$ یک ریشه

معادله است؛ بنابراین داریم:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{2-b}{2a} \Rightarrow 1 + x_2 = \frac{b-2}{2a}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{b-2a-2}{2a}$$

۲۹- گزینه «۱»

معادله موردنظر باید دو ریشه داشته باشد؛ بنابراین:

$$m^2 - 8 > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} - [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$$

از طرفی می دانیم:

$$x' + x'' = S = m, \quad x'x'' = P = 2$$



$$u_L \perp u_d \Rightarrow u_L \cdot u_d = 0 \Rightarrow -3 + \frac{1}{b} - 3a = 0 \Rightarrow \frac{1}{b} = 3a + 3$$

در گزینه‌ها، فقط گزینه (۱) در این رابطه صدق می‌کند.

۳۷- گزینه «۴»

معادله‌های پارامتری خط اول را در معادله متقارن خط دوم جایگذاری می‌کنیم. برای این که دو خط متقاطع باشند، باید اعداد به دست آمده یکسان باشند:

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -2t - 1 \\ z = -at + 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} \frac{2t - 2}{3} = \frac{-2t - 3}{2} = \frac{at + 1}{2}$$

$$-6t - 9 = 4t - 4 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$

از برابری دو کسر سمت چپ داریم:

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{-2(-\frac{1}{2}) - 3}{2} = \frac{-a}{2} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{a}{2} + 1}{2} = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = 6$$

۳۸- گزینه «۲»

بردار هادی خط D به صورت $u = (1, 1, 0)$ است و $B = (0, 0, 1)$ نقطه دلخواهی روی این خط می‌باشد. با فرض $A = (0, 0, z)$ داریم:

$$\overline{AB} \times u = (0, 0, 1 - z) \times (1, 1, 0) = (z - 1, 1 - z, 0)$$

$$d_1 = \frac{|\overline{AB} \times u|}{|u|} = \frac{\sqrt{2(z-1)^2}}{\sqrt{2}}$$

همچنین $u' = (0, 1, 1)$ بردار هادی خط D' و $C(1, 0, 0)$ نقطه دلخواهی روی این خط است. داریم:

$$\overline{AC} \times u' = (1, 0, -z) \times (0, 1, 1) = (z, -1, 1)$$

$$d_2 = \frac{|\overline{AC} \times u'|}{|u'|} = \frac{\sqrt{z^2 + 2}}{\sqrt{2}}$$

$$d_1 = d_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2(z-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{z^2 + 2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow z^2 - 4z = 0 \Rightarrow z = 0, z = 4$$

۳۹- گزینه «۳»

از نقطه A، عمودی بر خط d رسم می‌کنیم. فرض کنید H پای عمود باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{4} = 2z+3 = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = 4t + 4 \\ z = \frac{t-3}{2} \end{cases}$$

۳۳- گزینه «۳»

می‌دانیم مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار a و b برابر است با $|a \times b|$. با توجه به این که $a \times b = (0, -\alpha - 1, -\alpha - 1)$ ، بنابراین داریم:

$$|a \times b| = 3\sqrt{2} \Rightarrow |\alpha + 1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 & \text{ع.ق.ق} \\ \alpha = -4 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = (-4, -1, 1) \Rightarrow a + b = (-3, 0, 0) \Rightarrow |a + b| = 3$$

تذکر: جواب $\alpha = 2$ غیر قابل قبول است چون به ازای آن، زاویه بین دو بردار، قائمه می‌شود.

۳۴- گزینه «۴»

$$a \times (a - b) = a \times a - a \times b = 0 - a \times b = b \times a \quad (1) \text{ نادرست.}$$

(۲) نادرست.

$$(a + b) \times (a - b) = \underbrace{a \times a}_0 - a \times b + b \times a - \underbrace{b \times b}_0 = -2(a \times b)$$

(۳) نادرست، ضرب سه گانه برداری، ویژگی شرکت پذیری را ندارد.

$$a \times (b \times c) \neq (a \times b) \times c$$

$$a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c \quad \text{و} \quad (a \times b) \times c = (c \cdot a)b - (c \cdot b)a$$

(۴) درست.

$$\begin{cases} a \cdot (b \times c) = c \cdot (a \times b) & \text{جابه‌جایی با تبدیل دوری} \\ c \cdot (a \times b) = (a \times b) \cdot c & \text{ویژگی ضرب داخلی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \cdot (b \times c) = (a \times b) \cdot c \Rightarrow a \cdot (b \times c) - (a \times b) \cdot c = 0$$

۳۵- گزینه «۲»

ابتدا مساحت مثلث ABC را محاسبه می‌نماییم. داریم:

$$\overline{AB} = (-2, -2, 1) \Rightarrow \overline{AB} \times \overline{BC} = (2, -1, 2)$$

$$\overline{BC} = (1, 0, -1)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{BC}| = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 1 + 4} = \frac{3}{2}$$

$$|BC| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

اگر AH، ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آنگاه:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2} AH \times \sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۳۶- گزینه «۱»

اگر دو خط بر یکدیگر عمود باشند، آنگاه بردارهای هادی دو خط بر یکدیگر عمود خواهند بود و داریم:

$$u_L = \overline{AB} = (-1, 1, -3)$$

$$d: \frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{a} \Rightarrow u_d = (3, \frac{1}{b}, a)$$



۴۳- گزینه «۴»

برای این که گراف، کمترین اندازه (تعداد یالها) را داشته باشد، باید تعداد رأس‌های از درجه ۹، $\Delta = 9$ ، حداقل و تعداد رأس‌های از درجه ۶، $\delta = 6$ ، حداکثر باشند. پس باید ۱ رأس از درجه ۹ باشد، حال ۱۰ رأس باقی مانده نمی‌توانند همگی از درجه ۶ باشند چرا که تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد و تنها یک رأس درجه ۹ ممکن نیست، پس کمترین مقدار فرد برای درجه رأس فرد بعدی، ۷ است. حال با توجه به دنباله درجات $9, 7, 6, \dots, 6$ داریم:

$$\sum_{i=1}^{11} \deg v_i = 2q \Rightarrow 9 + 7 + 9 \times 6 = 2q_{\min} \Rightarrow q_{\min} = \frac{70}{2} = 35$$

۴۴- گزینه «۳»

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_2, a_3 \rightarrow b_3, \begin{cases} a_3 \rightarrow b_5 \\ a_3 \rightarrow b_4 \end{cases}$$

$$a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_2, a_3 \rightarrow b_2, \begin{cases} a_3 \rightarrow b_4 \\ a_3 \rightarrow b_5 \end{cases}$$

بنابراین کاملاً مشخص است که مسأله ۴ جواب دارد.

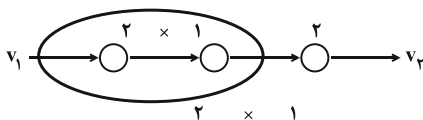
۴۵- گزینه «۴»

مرتبه گراف برابر است با:

$$rp = 2q \Rightarrow 3p = 24 \Rightarrow p = 8$$

پس شکل آن به صورت  است که در هر قسمت ۳ دور به طول ۴ و ۴ دور به طول ۳ (روی هم ۷ دور) دارد. یعنی در کل ۱۴ دور دارد.

۴۶- گزینه «۲»



مسیر به طول ۴، دارای ۵ رأس است. بنابراین سه رأس غیر از v_1 و v_2 ، در این مسیر وجود دارد. چون مسیر شامل یال $v_3 v_4$ است، پس مطابق شکل این دو رأس را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم. این بسته با رأس دیگر که خود از میان v_5 یا v_6 باید انتخاب شود، دارای ۲! جایگشت است. ضمناً در داخل این بسته، v_3 و v_4 نیز ۲! جایگشت دارند، پس تعداد مسیرهای مورد نظر برابر است با:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

بنابراین $u = (2, 4, \frac{1}{2})$ بردار هادی خط d است و مختصات نقطه H به صورت $(2t + 5, 4t + 4, \frac{t-3}{2})$ می‌باشد.

$$\overline{AH} = (2t + 8, 4t + 2, \frac{t-3}{2} - 6)$$

$$\overline{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 4t + 16 + 16t + 8 + \frac{t-3}{4} - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 20t + \frac{t-3}{4} = -21$$

$$\Rightarrow 81t = -81 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H = (3, 0, -2)$$

$$A' = 2H - A = (6, 0, -4) - (-3, 2, 6) = (9, -2, -10)$$

۴۰- گزینه «۲»

بدیعی است وسط پاره خط BC ، یعنی نقطه $M = (2, 1, 1)$ ، روی خط L قرار دارد، پس داریم:

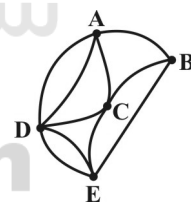
$$u_L = \overline{AM} = (1, -1, 0) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{u_x}{|u|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

ریاضیات گسسته

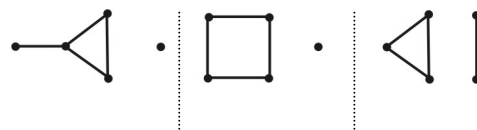
۴۱- گزینه «۴»

گراف چندگانه نظیر این مناطق و پل‌های آن به صورت شکل زیر است که در آن درجه دو رأس B و D فرد بوده و بقیه رئوس زوج هستند. بنابراین برای این که بتوانیم همه پل‌ها را فقط یک بار طی کنیم، لازم است که از منطقه B یا D شروع کنیم و با شروع از منطقه A ، این امر امکان‌پذیر نخواهد بود.



۴۲- گزینه «۲»

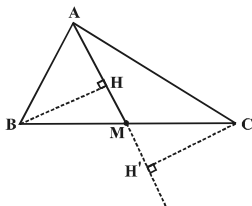
تعداد گراف‌هایی با ۵ رأس و ۴ یال که از دو بخش جدا از هم تشکیل شده باشد، برابر ۳ است که در شکل‌های زیر رسم شده‌اند:



در واقع، کافی است مجموعه ۵ نقطه‌ای رأس‌ها را به دو زیرمجموعه ۲ و ۳ رأسی یا ۱ و ۴ رأسی افزایش کنیم و گراف‌های ممکن را رسم نماییم.



۵۲- گزینه «۳»



می‌دانیم که میانه وارد بر هر ضلع مثلث، آن مثلث را به دو مثلث کوچک‌تر با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند. در شکل بالا AM میانه است، پس خواهیم داشت:

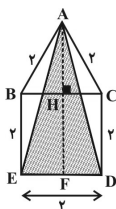
$$S_{\Delta ABM} = S_{\Delta AMC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AM \times BH = \frac{1}{2} AM \times CH'$$

$$\Rightarrow BH = CH' = k$$

توجه: از داده‌های عددی مسئله، هیچ استفاده‌ای نبریم و اطلاعات اضافی بودند.

۵۳- گزینه «۱»



AH ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است، پس

$$\text{داریم: } AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\Delta AED} = \frac{1}{2} AF \times DE = \frac{1}{2} (AH + FH) \times DE$$

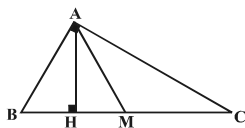
$$\Rightarrow S_{\Delta AED} = \frac{1}{2} (\sqrt{3} + 2) \times 2 = 2 + \sqrt{3}$$

۵۴- گزینه «۳»

می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است. از سوی دیگر همواره $AH < AM$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \xrightarrow{AM = \frac{BC}{2}} \frac{AH}{\frac{BC}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{BC}{3} \quad (*)$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AH}{2} = 24 \xrightarrow{(*)} \frac{BC^2}{3} = 24$$

$$\Rightarrow BC^2 = 144 \Rightarrow BC = 12$$

$$\xrightarrow{(*)} \Rightarrow AH = \frac{12}{3} = 4 \xrightarrow{\text{رابطه فیثاغورس در } \Delta AHM} HM^2 = AM^2 - AH^2$$

$$= \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - AH^2 \Rightarrow HM^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow HM = 2\sqrt{5}$$

۴۷- گزینه «۳»

گراف همیلتنی، گرافی است از مرتبه p که دوری به طول p داشته باشد. در گراف گزینه ۳، دوری به طول ۵ وجود ندارد.

۴۸- گزینه «۴»

بازه‌ها دو به دو اشتراک دارند پس گراف حاصل یک گراف کامل است و در گراف کامل داریم: $\Delta = \delta = p - 1$ ، در نتیجه:

$$\Delta^2 - 2\delta = 49 - 14 = 35$$

۴۹- گزینه «۴»

$$\sum_{i=1}^9 \deg v_i = 2q \Rightarrow a + a + a + b + b + b + c + c + c = 2q$$

$$\Rightarrow 3(a + b + c) = 2q$$

چون a ، b و c اعداد متوالی‌اند پس می‌توانیم a و c را به صورت $(b+1)$ و $(b-1)$ بنویسیم و داریم:

$$\Rightarrow 3(b + 1 + b + b - 1) = 2q \Rightarrow 9b = 2q$$

چون $10 \leq q \leq 20$ و q باید مضرب ۹ باشد، پس $q = 18$ خواهد بود.

۵۰- گزینه «۲»

$$\text{در گراف } r\text{-منتظم مرتبه } p: q = \frac{rp}{2}$$

$$K_p \text{ در گراف کامل } q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\frac{p(p-1)}{2} - \frac{rp}{2} = 12 \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} - \frac{4p}{2} = 12$$

$$\Rightarrow p(p-1) - 4p = 24 \Rightarrow p(p-5) = 24 = 8 \times 3 \Rightarrow p = 8$$

هندسه ۱

۵۱- گزینه «۲»

می‌دانیم مساحت هر مثلث با نصف حاصل‌ضرب ارتفاع در قاعده نظیر آن برابر است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \Rightarrow a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$

$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} = \frac{c}{b} \text{ و } \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \text{ و } \frac{h_c}{h_a} = \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c}$$

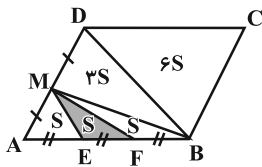
$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{6}{4} + \frac{4}{3} + \frac{3}{6} = \frac{10}{3}$$



$$ABCD \text{ محیط} = 2(AB + AD) = 2(2a + a) = 6a$$

$$\Rightarrow 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \begin{cases} MC = 4 \\ MD = 4\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow MC \cdot MD = 16\sqrt{3}$$

۵۸- گزینه «۳»



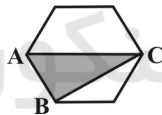
MB و قطر BD را رسم می‌کنیم. مثلث‌های AME و MFB هم مساحت‌اند. MB در مثلث ABD، میانه است پس مساحت MBD برابر ۳S می‌شود. اما قطر متوازی‌الاضلاع آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند پس مساحت مثلث BDC برابر ۶S می‌شود.

$$\frac{S_{\triangle MEF}}{S_{ABCD}} = \frac{S}{12S} = \frac{1}{12}$$

۵۹- گزینه «۲»

با توجه به شکل، ضلع‌های مثلث برابر قطر بزرگ، قطر کوچک و یک ضلع از شش ضلعی منتظم‌اند. اگر اندازه ضلع شش ضلعی را a بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} AB = a \\ AC = 2a \\ BC = \sqrt{3}a \end{cases} \xrightarrow{\text{محیط}} a(1+2+\sqrt{3}) = \sqrt{3}+1$$



$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت } \triangle = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

۶۰- گزینه «۳»

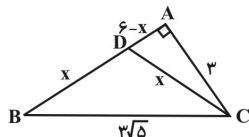
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 = (3\sqrt{5})^2 - 3^2 = 45 - 9 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

بنابه فرض $BD = CD = x$ ، پس $AD = 6 - x$ در نتیجه داریم:

$$x^2 = (6-x)^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 36 - 12x + x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 12x = 45 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$A \text{ از رأس } D \text{ فاصله} = 6 - \frac{15}{4} = \frac{9}{4}$$



۵۵- گزینه «۲»

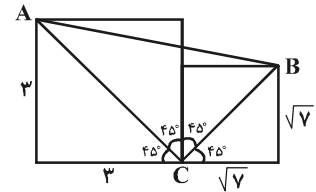
مثلث ABC در رأس C قائم‌الزاویه است و داریم:

$$AC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$BC^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{7})^2 = 14$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= 18 + 14 = 32 \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$



۵۶- گزینه «۲»

اگر AB یکی از اضلاع یک شش ضلعی منتظم محاط در دایره باشد و از نقطه O (مرکز دایره) عمودی بر AB رسم نماییم تا دایره را در نقطه M قطع کند، آن‌گاه AM و BM دو ضلع از اضلاع دوازده ضلعی منتظم محاط در دایره هستند.

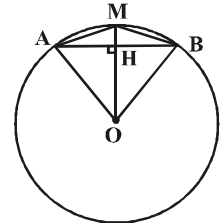
در مثلث OAB، $OA = OB$ و $\hat{AOB} = 60^\circ$ ، پس این مثلث، متساوی‌الاضلاع است و $AB = 1$ و $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در نتیجه

$$MH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ از طرفی } AH = BH = \frac{1}{2} \text{ و داریم:}$$

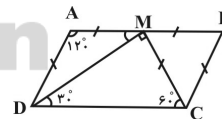
$$AM^2 = AH^2 + MH^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$



۵۷- گزینه «۲»



با توجه به این که $AB = 2AD$ و M وسط AB است، پس $AM = AD$ و

$\triangle AMD$ متساوی‌الساقین است و چون $MB = BC$ و $\hat{B} = 60^\circ$ ، پس $\triangle MBC$

متساوی‌الاضلاع است. در نتیجه زاویه‌های مثلث MDC به صورت نشان داده شده در شکل، مشخص می‌شوند که نشان می‌دهد مثلث MDC قائم‌الزاویه

است. اگر $DC = 2a$ ، آنگاه در مثلث MDC داریم:

$$\begin{cases} MC = \frac{2a}{2} & (\text{ضلع روبه زاویه } 30^\circ) \\ MD = 2a \frac{\sqrt{3}}{2} & (\text{ضلع روبه زاویه } 60^\circ) \end{cases}$$



فیزیک پیش دانشگاهی

۶۱- گزینه «۴»

ابتدا از بردار مکان متحرک نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و بردار سرعت آن را به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از بردار سرعت متحرک، لحظه‌ای که اندازه سرعت متحرک به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد را حساب می‌کنیم و در نهایت بردار مکان متحرک را در لحظه مورد نظر به دست می‌آوریم.

$$\vec{r} = \lambda t \vec{i} - t^2 \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \lambda \vec{i} - 2t \vec{j}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \xrightarrow{v=10 \frac{m}{s}} 100 = 64 + 4t^2 \Rightarrow t = 3s$$

$$\vec{r} = 8 \times 3 \vec{i} - 3^2 \vec{j} \Rightarrow \vec{r} = 24 \vec{i} - 9 \vec{j}$$

۶۲- گزینه «۳»

از معادله‌های حرکت جسم در راستاهای x و y نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌های سرعت جسم در راستاهای x و y به دست آید:

$$\begin{cases} x = 15t \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = 15 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{ox} = 15 \frac{m}{s} \\ y = -6t^2 + 20t \Rightarrow v_y = -12t + 20 \xrightarrow{t=0} v_{oy} = 20 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |v_o| = \sqrt{v_{ox}^2 + v_{oy}^2}$$

$$\Rightarrow |v_o| = \sqrt{15^2 + 20^2} \Rightarrow |v_o| = 25 \frac{m}{s}$$

۶۳- گزینه «۳»

$$\begin{cases} t = 1s \Rightarrow x_1 = 4 \times 1 - 1 = 3m, y_1 = 1^2 = 1m \\ t = 3s \Rightarrow x_3 = 4 \times 3 - 1 = 11m, y_3 = 3^2 = 9m \end{cases}$$

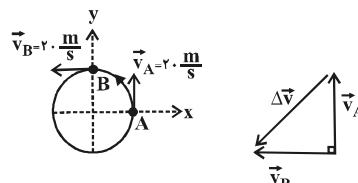
با توجه به تعریف سرعت متوسط، می‌توان نوشت:

$$\vec{v} = \left(\frac{x_3 - x_1}{\Delta t} \right) \vec{i} + \left(\frac{y_3 - y_1}{\Delta t} \right) \vec{j} \Rightarrow \vec{v} = \left(\frac{11 - 3}{2} \right) \vec{i} + \left(\frac{9 - 1}{2} \right) \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 4 \vec{i} + 4 \vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۶۴- گزینه «۱»

سرعت متحرک در هر لحظه، مماس بر مسیر حرکت است. بنابراین سرعت متحرک در نقطه A در راستای قائم و در نقطه B در راستای افقی است و می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \vec{v}_A = 20 \vec{j} \\ \vec{v}_B = -20 \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t} = \frac{-20 \vec{i} - 20 \vec{j}}{10}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -2 \vec{i} - 2 \vec{j} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

۶۵- گزینه «۲»

نخست لحظه‌ای را که اندازه سرعت جسم به $10\sqrt{2} \frac{m}{s}$ می‌رسد حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v_x = 4t \\ v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow v_y = 10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow 10\sqrt{2} = \sqrt{(4t)^2 + 10^2} \Rightarrow t = 2/5s$$

اکنون شتاب متوسط جسم در بازه زمانی 0 تا 2/5s را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (4t) \vec{i} + 10 \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{a} = \frac{(4 \times 2/5 \vec{i} + 10 \vec{j}) - (10 \vec{j})}{2/5 - 0} = 4 \vec{i} \Rightarrow |\vec{a}| = 4 \frac{m}{s^2}$$

۶۶- گزینه «۲»

متحرک A در راستای محور x با شتاب ثابت و در راستای محور y با سرعت ثابت حرکت می‌کند. با توجه به این که این متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده است، معادله حرکت آن در SI برابر است با:

$$\vec{r}_A = t^2 \vec{i} + \lambda t \vec{j}$$

متحرک B در راستای محور x با سرعت ثابت و در راستای محور y با شتاب ثابت حرکت می‌کند و با توجه به این که این متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده است، معادله حرکت آن در SI برابر است با:

$$\vec{r}_B = 4t \vec{i} + 2t^2 \vec{j}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، بردار مکان آن‌ها یکسان خواهد بود. داریم:

$$\vec{r}_A = \vec{r}_B \Rightarrow \begin{cases} t^2 = 4t \\ \lambda t = 2t^2 \end{cases} \Rightarrow t = 0, t = 4s$$

۶۷- گزینه «۳»

ابتدا از بردار مکان نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا بردارهای سرعت و شتاب ذره به دست آیند:

$$\vec{r} = 2t \vec{i} + (3t^2 - 15t) \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2 \vec{i} + (6t - 15) \vec{j}$$



۷۱- گزینه «۱»

در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، مکان آن‌ها با هم برابر است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = x_B \Rightarrow 2t^2 = 6t \\ y_A = y_B \Rightarrow 4t = \frac{4t^2}{3} \end{cases} \Rightarrow t = 0, t = 3s$$

بنابراین باید سرعت متحرک‌ها را در لحظه $t = 3s$ به دست آوریم:

$$\vec{v}_A = \frac{dx_A}{dt} \vec{i} + \frac{dy_A}{dt} \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_A = 4t \vec{i} + 4 \vec{j}$$

$$\xrightarrow{t=3s} \vec{v}_A = 12 \vec{i} + 4 \vec{j} \Rightarrow |\vec{v}_A| = \sqrt{144 + 16} = 4\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_B = \frac{dx_B}{dt} \vec{i} + \frac{dy_B}{dt} \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_B = 6 \vec{i} + \frac{4}{3} t \vec{j}$$

$$\xrightarrow{t=3s} \vec{v}_B = 6 \vec{i} + 4 \vec{j} \Rightarrow |\vec{v}_B| = \sqrt{36 + 16} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{v}_A|}{|\vec{v}_B|} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = 0.4\sqrt{10}$$

۷۲- گزینه «۴»

در شرایط خلأ، حرکت یک پرتابه در صفحه قائم و روی یک سهمی انجام می‌گیرد. با توجه به این که تنها نیروی وزن به پرتابه وارد می‌شود، حرکت در راستای قائم با شتاب ثابت و در راستای افقی با سرعت ثابت انجام می‌گیرد. مؤلفه قائم سرعت پرتابه در نقطه اوج برابر با صفر است ولی مؤلفه سرعت آن در راستای افقی همواره ثابت و غیر صفر است.

۷۳- گزینه «۲»

ابتدا از طرفین معادله مسیر، نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$y = \frac{x^2}{18} + 1 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{2}{18} x \frac{dx}{dt} \Rightarrow v_y = \frac{1}{9} x v_x$$

اکنون به ازای $x = 9m$ رابطه بین v_x و v_y را به دست می‌آوریم:

$$v_y = \frac{1}{9} \times 9 \times v_x \Rightarrow v_y = v_x$$

در نهایت با استفاده از رابطه بین سرعت و مؤلفه‌های آن می‌توان نوشت:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow (\sqrt{2})^2 = v_x^2 + v_x^2 \Rightarrow 2 = 2v_x^2 \Rightarrow v_x = 1 \frac{m}{s}$$

۷۴- گزینه «۴»

می‌دانیم در حرکت پرتابی، مؤلفه افقی سرعت ثابت است، لذا می‌توان نوشت:

$$v \cos 60^\circ = v_0 \cos 30^\circ \Rightarrow 20\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = v_0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

بنابراین برای محاسبه h می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow (20\sqrt{3})^2 - 20^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 40m$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6 \vec{j}$$

چون شتاب متحرک در امتداد محور y ها است، برای عمود بودن بردار سرعت بر بردار شتاب، لازم است بردار سرعت متحرک در امتداد محور x ها باشد، یعنی مؤلفه y آن صفر باشد. بنابراین داریم:

$$\vec{v}_y = 0 \Rightarrow 6t - 15 = 0 \Rightarrow t = 2.5s$$

۶۸- گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0 \xrightarrow{\vec{a} = \frac{3}{2} \vec{j}} \vec{v} = \frac{3}{2} \vec{j} \times 2 + 4 \vec{i} \Rightarrow \vec{v} = 4 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \frac{m}{s}$$

۶۹- گزینه «۲»

ابتدا از بردارهای مکان متحرک نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و اندازه سرعت آن‌را برابر $\sqrt{20} \frac{m}{s}$ قرار می‌دهیم تا لحظه مورد نظر را به دست آوریم:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -2t + 4 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 4t \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow \sqrt{20} = \sqrt{(-2t + 4)^2 + (4t)^2} \Rightarrow t = 1s$$

برای به دست آوردن فاصله جسم از مبدأ مکان در لحظه $t = 1s$ می‌توان نوشت:

$$t = 1s \Rightarrow \begin{cases} x = -1^2 + 4 \times 1 = 3m \\ y = 2 \times 1^2 + 1 = 3m \end{cases}$$

$$\Rightarrow r^2 = x^2 + y^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow r = 3\sqrt{2}m$$

۷۰- گزینه «۳»

$$\vec{r} = 4t \vec{i} - 8t^2 \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x = 4t \\ y = -8t^2 \end{cases}$$

برای به دست آوردن معادله مسیر متحرک، باید زمان را از معادله‌های مکان

جسم روی محورهای مختصات حذف کنیم و رابطه‌ای بین مؤلفه‌های مکان

یعنی x و y به دست آوریم. در این صورت می‌توان نوشت:

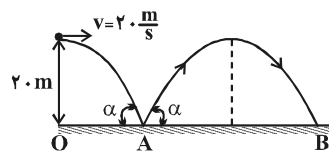
$$x = 4t \Rightarrow t = \frac{x}{4}$$

$$y = -8t^2 \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{4}\right)^2 \Rightarrow y = -\frac{x^2}{2}$$



۷۵- گزینه «۳»

سرعت گلوله هنگام برخورد به زمین برابر است با:



$$\begin{cases} v_y^2 - 0^2 = 2 \times 10 \times 20 \Rightarrow v_y = 20 \frac{m}{s} \\ v_x = 20 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

زاویه برخورد گلوله به سطح زمین برابر است با:

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{20}{20} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

گلوله در هنگام جدا شدن از سطح زمین همان سرعت $20\sqrt{2} \frac{m}{s}$ و زاویه 45° را

دارد و فاصله دو نقطه متوالی برخورد آن با زمین برابر است با:

$$R = AB = \frac{2v_y v_x}{g} = \frac{2 \times 20 \times 20}{10} = 80m$$

۷۶- گزینه «۴»

در نقطه اوج بردار سرعت پرتابه افقی می‌شود، بنابراین در این نقطه $\frac{dy}{dx} = 0$

است و می‌توان نوشت:

$$y = \sqrt{3}x - \frac{1}{40}x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sqrt{3} - \frac{1}{20}x = 0 \Rightarrow x = 20\sqrt{3}m$$

$$y = \sqrt{3}x - \frac{1}{40}x^2 \xrightarrow[x=y=H]{x=20\sqrt{3}m}$$

$$H = \sqrt{3} \times 20\sqrt{3} - \frac{1}{40} \times (20\sqrt{3})^2 = 30m$$

۷۷- گزینه «۳»

ابتدا زمان رسیدن بسته به زمین را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t \Rightarrow -125 = \frac{1}{2} \times (-10) \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 5s$$

با توجه به این که مؤلفه افقی سرعت در حرکت پرتابی ثابت است، مسافت افقی

که بسته قبل از رسیدن به سیل‌زدگان طی می‌کند را حساب می‌کنیم:

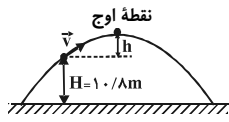
$$36 \frac{km}{h} = 100 \frac{m}{s} \text{ و } \Delta x = v_0 \cos \alpha t$$

$$\Rightarrow \Delta x = 100 \times \cos(0^\circ) \times 5 = 500m$$

۷۸- گزینه «۱»

می‌دانیم در نقطه اوج، سرعت پرتابه افقی می‌شود و مؤلفه قائم سرعت پرتابه در

این نقطه برابر صفر است. با استفاده از معادله مستقل از زمان داریم:



$$v_{vy}^2 - v_{iy}^2 = -2gh \xrightarrow[v_{vy}=0]{v_{iy} = 10 \frac{m}{s}} 0 - 10^2 = -2 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{64}{20} = 3.2m$$

بنابراین ارتفاع اوج گلوله از سطح زمین برابر است با:

$$\text{ارتفاع اوج} = H + h = 10/8 + 3.2 = 14m$$

۷۹- گزینه «۲»

ابتدا با توجه به این که سرعت اولیه پرتابه در راستای افقی است، زمانی را که

طول می‌کشد تا گلوله ارتفاع قائم بین بلندی و پشت بام را طی کند، به دست

می‌آوریم. با انتخاب محل پرتاب به عنوان مبدأ مکان و جهت رو به پایین به

عنوان جهت مثبت، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}t + y_0 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 0 \times t + 0$$

$$\Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3s$$

می‌دانیم در حرکت پرتابی در شرایط خلأ مؤلفه افقی سرعت ثابت است،

بنابراین برای آن که گلوله به لبه سمت چپ پشت بام برخورد کند، داریم:

$$\Delta x = v_0 \cos \alpha t \xrightarrow[\alpha=60^\circ]{} 60 = v_0 \times 3 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

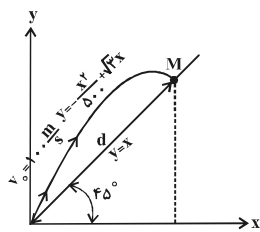
و اگر گلوله بخواهد به لبه سمت راست پشت بام برخورد کند، داریم:

$$\Delta x = v_0 \cos \alpha t \xrightarrow[\alpha=90^\circ]{} 90 = v_0 \times 3 \Rightarrow v_0 = 30 \frac{m}{s}$$

بنابراین اگر سرعت اولیه گلوله بین $20 \frac{m}{s}$ و $30 \frac{m}{s}$ باشد، گلوله به نقطه‌ای از

پشت بام ساختمان برخورد می‌کند و بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

۸۰- گزینه «۳»

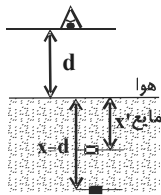


ابتدا معادله مسیر حرکت پرتابی را به دست می‌آوریم:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$



۸۳- گزینه «۳»



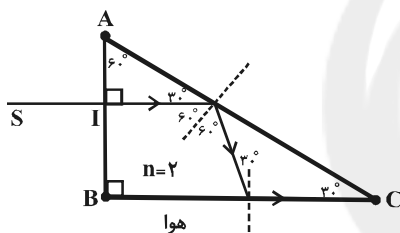
با استفاده از رابطه عمق ظاهری و عمق واقعی با ضریب شکست محیط می‌توان نوشت:

$$\frac{x'}{x} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{n_2=1}{n_1=\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{x'}{d} = \frac{3}{4} \Rightarrow x' = \frac{3}{4}d$$

برای محاسبه فاصله‌ای که شخص جسم را می‌بیند، می‌توان نوشت:

$$\Delta = d + x' = d + \frac{3}{4}d = \frac{7}{4}d$$

۸۴- گزینه «۱»



مطابق شکل پرتوی SI، عمود بر وجه AB به منشور تابیده است، بنابراین بدون شکست وارد محیط منشور می‌شود و با زاویه تابش 6° به وجه AC برخورد می‌کند. چون زاویه تابش به وجه AC بزرگ‌تر از زاویه حد محیط منشور $(\sin \hat{i}_c = \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \hat{i}_c = 3^\circ)$ است، در این وجه بازتاب کلی رخ می‌دهد و

مطابق شکل پرتو با زاویه تابش 3° به وجه BC برخورد می‌کند.

چون پرتو با زاویه تابش 3° به وجه BC برخورد می‌کند و این زاویه برابر زاویه حد محیط شفاف است، زاویه شکست برابر با 9° می‌شود و پرتو مماس بر ضلع BC و تحت زاویه شکست 9° از منشور خارج می‌شود.

۸۵- گزینه «۲»

می‌دانیم هرگاه پرتو نوری به‌طور مایل از محیط شفاف رقیق با ضریب شکست کوچک‌تر به محیط شفاف غلیظ با ضریب شکست بزرگ‌تر وارد شود، به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. (گزینه ۲) هم‌چنین اگر پرتویی با زاویه حد از یک محیط غلیظ به محیط رقیق بتابد، مماس بر خط جدایی دو محیط شکست می‌یابد (گزینه ۳) و اگر پرتویی با زاویه بزرگ‌تر از زاویه حد از یک محیط غلیظ به محیط رقیق بتابد، بازتاب کلی پیدا می‌کند. (گزینه ۴)

$$\alpha = 6^\circ \rightarrow y = -\frac{1}{2 \times 100^2 \times \frac{1}{4}} x^2 + \sqrt{3}x \Rightarrow y = -\frac{x^2}{500} + \sqrt{3}x$$

همان‌طور که از روی شکل هم پیداست، نقطه M محل تلاقی خط $y = x$ و

$$\text{منحنی } y = -\frac{x^2}{500} + \sqrt{3}x \text{ است و برای محاسبه مکان آن باید دو معادله را قطع داد:}$$

$$\begin{cases} y = x \\ y = -\frac{x^2}{500} + \sqrt{3}x \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{x^2}{500} + \sqrt{3}x \Rightarrow x = 500(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$$

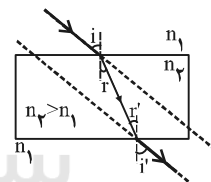
بنابراین برای محاسبه d داریم:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2} \Rightarrow d = \sqrt{2}x \Rightarrow d = 500(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \text{ m}$$

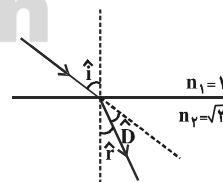
فیزیک ۱

۸۱- گزینه «۳»

چون $n_2 > n_1$ است، پرتو پس از ورود به محیط دوم به خط عمود نزدیک می‌شود. از طرف دیگر در یک تیغه متوازی‌السطوح شیشه‌ای همواره پرتو ورودی و خروجی موازی هستند، بنابراین با توجه به شکل زیر، تنها پرتو (۳) می‌تواند پرتو خروجی از تیغه باشد.



۸۲- گزینه «۱»



با توجه به شکل مسأله داریم:

$$\hat{D} = \hat{i} - \hat{r} \xrightarrow{\hat{D}=\hat{r}} \hat{r} = \hat{i} - \hat{r} \Rightarrow \hat{i} = 2\hat{r}$$

از طرف دیگر با توجه به قانون‌های شکست نور داریم:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\hat{r}}{\sin \hat{r}} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \frac{2 \sin \hat{r} \cos \hat{r}}{\sin \hat{r}} = \sqrt{3} \Rightarrow \cos \hat{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$



$$p + q = 6q \Rightarrow p = 5q$$

با استفاده از رابطه عدسی‌های همگرا در حالتی که تصویر حقیقی است، می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{5q} + \frac{1}{q} = \frac{1}{25} \Rightarrow q = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow p = 5 \times 30 = 150 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله جسم از تصویر حقیقی آن برابر $d = p + q = 180 \text{ cm}$ است.

۹۰ - گزینه «۴»

در میکروسکوپ، تصویری که عدسی شیئی تشکیل می‌دهد، حقیقی است و تصویری که عدسی چشمی تشکیل می‌دهد، مجازی می‌باشد.

فیزیک ۳

۹۱ - گزینه «۴»

مجموع جبری بار دو کره قبل و بعد از تماس با هم برابر است و چون کره‌ها مشابه‌اند، پس از تماس بار آن‌ها با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_1 + q_2 = q' + q' \Rightarrow q + 2q = 2q' \Rightarrow q' = \frac{3}{2}q$$

بار کره‌ها پس از تماس با کره‌ها قبل از تماس

با استفاده از رابطه قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad r = \text{ثابت} \quad \frac{F'}{F} = \left(\frac{|q'|}{|q|} \right)^2 = \frac{\frac{3}{2}q \times \frac{3}{2}q}{q \times 2q} = \frac{9}{8}$$

۹۲ - گزینه «۳»

میدان الکتریکی حاصل از سه بار ۴ میکروکولنی در مرکز مربع، هم اندازه است و برابند میدان‌های \vec{E}_3 و \vec{E}_4 برابر با صفر می‌باشد. با استفاده از رابطه بزرگی میدان حاصل از یک بار نقطه‌ای در فاصله r از آن داریم: (فاصله بارها تا مرکز

مربع $2\sqrt{2}m$ است.)

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{2})^2} = 4/5 \times 10^3 \frac{N}{C} \\ E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{2})^2} = 2/25 \times 10^3 \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_T| = |\vec{E}_1| - |\vec{E}_2| = 4/5 \times 10^3 - 2/25 \times 10^3$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_T| = 2/25 \times 10^3 \frac{N}{C} = 2/25 \frac{kN}{C}$$

۹۳ - گزینه «۲»

با استفاده از تعریف میدان الکتریکی و قانون دوم نیوتون داریم:

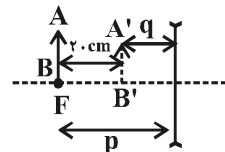
$$\begin{cases} E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow a = \frac{E|q|}{m} \Rightarrow a = \frac{4 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow a = 100 \frac{m}{s^2} \\ F = ma \end{cases}$$

۸۶ - گزینه «۲»

چون پرتو تحت زاویه 40° بازتاب کلی نموده است، بنابراین زاویه حد منشور از 40° کوچک‌تر است. از طرف دیگر اگر مسیر پرتو نور درون منشور را معکوس کنیم به این نتیجه می‌رسیم که چون نور تحت زاویه تابش 30° از منشور خارج می‌شود، باید زاویه حد منشور از 30° بزرگ‌تر باشد.

۸۷ - گزینه «۳»

مطابق شکل، فاصله جسم از تصویرش در عدسی واگرا برابر $p - q$ است و می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} p - q = 20 \text{ cm} \\ m = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{q}{p} \Rightarrow p = 2q \Rightarrow 2q - q = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

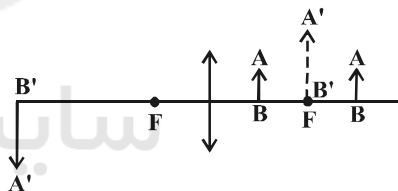
$$\Rightarrow q = 20 \text{ cm}, p = 40 \text{ cm}$$

اکنون با استفاده از رابطه عدسی‌های واگرا می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{40} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = 40 \text{ cm}$$

۸۸ - گزینه «۲»

در حالت اول چون تصویر نسبت به جسم مستقیم است، بنابراین تصویر مجازی است و در حالت دوم چون تصویر نسبت به جسم معکوس است، بنابراین تصویر حقیقی است و داریم:

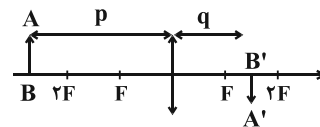


$$\begin{cases} \text{تصویر مجازی (حالت اول)} \rightarrow m_1 = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow 2 = \frac{20}{20 - p_1} \Rightarrow p_1 = 10 \text{ cm} \\ \text{تصویر حقیقی (حالت دوم)} \rightarrow m_2 = \frac{f}{p_2 - f} \Rightarrow 2 = \frac{20}{p_2 - 20} \Rightarrow p_2 = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta p = 30 - 10 = 20 \text{ cm}$$

بنابراین باید جسم را به اندازه 20 cm از عدسی دور کنیم.

۸۹ - گزینه «۳»



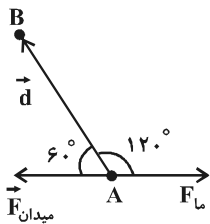
$$D = \frac{1}{f} \Rightarrow 4 = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{4} m = 25 \text{ cm}$$

با توجه به شکل رسم شده، فاصله جسم از تصویر حقیقی آن برابر $p + q$ است، بنابراین می‌توان نوشت:



وارد می کند و به طرف راست باشد. در این صورت با توجه به جهت بردار

$$W = F \times d \times \cos 120^\circ \quad \vec{F} = E \times |q| \rightarrow \text{جابه جایی داریم:}$$



$$W = E \times |q| \times d \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow W = 8 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4J$$

۹۸- گزینه «۱»

بنابه تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی، داریم:

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = \frac{5 \times 10^{-5} - (-4 \times 10^{-5})}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{9 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 45V$$

۹۹- گزینه «۱»

در میدان الکتریکی به ذره باردار نیروی الکتریکی وارد می شود و برای این که ذره با سرعت ثابت حرکت کند، باید یک نیروی خارجی، هم اندازه با نیروی الکتریکی و در خلاف جهت آن به ذره وارد شود. بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$\Delta K = W_{\text{خارجی}} + W_E = 0 \Rightarrow \frac{W_E}{W_{\text{خارجی}}} = -1$$

۱۰۰- گزینه «۲»

اگر بار هر قطره کروی کوچک اولیه q باشد، بنابر قانون پایستگی بار الکتریکی، بار قطره حاصل برابر با $8q$ است. اگر شعاع قطره حاصل را با R و شعاع قطره های اولیه را با r نشان دهیم، چون قطره حاصل از مخلوط شدن ۸ قطره اولیه به دست آمده است، می توان نوشت:

$$V' = 8V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow R = 2r$$

بنابراین برای محاسبه نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی قطره ها در دو حالت می توان نوشت:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{Q}{q} \times \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

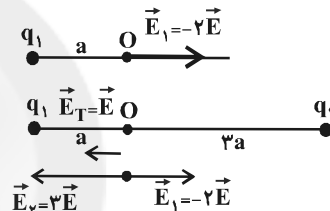
$$\Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{8q}{q} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = 2$$

۹۴- گزینه «۲»

اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد. پس جهت میدان الکتریکی از بار q_2 به طرف بار q_1 است، یعنی $q_2 > 0$ و $q_1 < 0$ است. چون تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی بار q_1 بیش تر از نزدیکی بار q_2 است، اندازه بار q_1 بزرگ تر از اندازه بار q_2 می باشد.

۹۵- گزینه «۴»

پس از حذف بار q_2 ، میدان الکتریکی در نقطه O تنها ناشی از بار q_1 است در حالی که در ابتدا میدان ناشی از هر دو بار بوده است. با توجه به شکل های زیر، بزرگی میدان حاصل از بار q_1 در فاصله $a = 10 \text{ cm}$ از آن برابر $2E$ و بزرگی میدان حاصل از بار q_2 در فاصله $3a$ از آن برابر $3E$ است و با توجه به جهت میدان حاصل از بارها، بارها هم نامند و می توان نوشت:

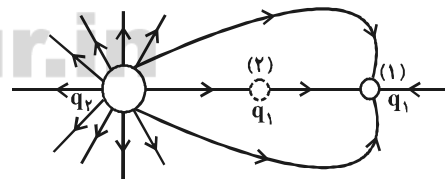


$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{2E}{3E} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{3a}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{2}{27} \xrightarrow{\text{هم نامند } q_2, q_1} \frac{q_1}{q_2} = \frac{2}{27}$$

دقت کنید شکل با فرض مثبت بودن دو بار رسم شده است و اگر دو بار q را منفی بگیریم تأثیری در جواب نهایی مسأله ندارد.

۹۶- گزینه «۳»



متطابق شکل، با حرکت بار q_1 از نقطه (۱) تا نقطه (۲)، چون در خلاف جهت خط های میدان الکتریکی حرکت کرده ایم، پتانسیل الکتریکی نقاط افزایش می یابد. از طرف دیگر چون بار منفی به بار مثبت نزدیک شده است، انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه بارها کاهش می یابد.

۹۷- گزینه «۴»

چون نیروی وارد از طرف میدان بر بار منفی در خلاف جهت خط های میدان و در این سؤال به طرف چپ است، برای ثابت ماندن سرعت بار لازم است نیرویی که ما به بار وارد می کنیم، هم اندازه و در خلاف جهت نیرویی که میدان به بار

شیمی پیش دانشگاهی

۱۰۱ - گزینه «۴»

(سیرطاها مصطفوی)

آ) براساس نظریه برخورد، سرعت واکنش به تعداد برخوردها بین ذرات واکنش دهنده (نه همه ذرات موجود در واکنش) در واحد حجم و زمان بستگی دارد. (نادرست)

ب) از میان برخوردها، برخوردهایی که علاوه بر انرژی کافی، جهت گیری مناسب هم دارند، منجر به تولید فرآورده می شوند. (نادرست)

پ) در نظریه برخورد، ذرات واکنش دهنده به صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می شوند. (درست)

ت) پیچیده فعال، گونه بسیار ناپایداری است، به طوری که نمی توان آن را حین واکنش جداسازی و شناسایی کرد. (نادرست)

۱۰۲ - گزینه «۲»

(سیرطاها مصطفوی)

$$R = k[\text{PH}_3]^2 \text{ یعنی: } R_0 = k(0/4)^2$$

$$R_0 = k[\text{PH}_3]_0^2 \Rightarrow R_0 = k(0/4)^2$$

$$R_{100} = k[\text{PH}_3]_{100}^2 \Rightarrow R_{100} = \frac{1}{4} R_0$$

$$\Rightarrow \frac{R_{100}}{R_0} = \frac{k[\text{PH}_3]_{100}^2}{k(0/4)^2}$$

$$\frac{1}{4} R_0 = \frac{k[\text{PH}_3]_{100}^2}{k(0/4)^2} \Rightarrow [\text{PH}_3]_{100} = 0/2 \text{ M}$$

$$(\text{مول تولیدی } \text{H}_2) = \frac{2}{3} (\text{مول مصرفی } \text{PH}_3)$$

$$\text{تولیدی } [\text{H}_2] = \frac{2}{3} [\text{PH}_3] \text{ مصرفی} \rightarrow \text{به عبارت دیگر}$$

$$(\text{تولیدی } [\text{H}_2] - [\text{PH}_3]_{100}) = \frac{2}{3} [\text{H}_2]_{100}$$

$$\Rightarrow 0/2 = \frac{2}{3} [\text{H}_2]_{100} \Rightarrow [\text{H}_2]_{100} = 0/3 \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۰۳ - گزینه «۲»

(مهری فائق)

$$\Delta H_{\text{رفت}} = -120 \text{ kJ} \text{ واکنش ۱}$$

$$\Delta H_{\text{برگشت}} = +140 \text{ kJ} \text{ واکنش ۲}$$

ΔH واکنش ۲ در جهت برگشت به اندازه ۲۶۰ کیلوژول از ΔH واکنش ۱ در جهت رفت بیش تر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انرژی فعال سازی واکنش ۲ در جهت برگشت، ۱۵۰ کیلوژول و انرژی فعال سازی آن در جهت رفت ۱۰ کیلوژول است. پس در شرایط یکسان سرعت واکنش ۲ در جهت برگشت، کم تر از سرعت همین واکنش در جهت رفت است.

گزینه «۳»: در هر دو واکنش، فرآورده‌ها سطح انرژی پایین تر و بنابراین پایداری بیش تری نسبت به واکنش دهنده‌ها دارند.

گزینه «۴»:

$$\left. \begin{aligned} E_{a_1} &= 120 \text{ kJ} \\ E'_{a_2} &= 150 \text{ kJ} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E'_{a_2} - E_{a_1} = 30 \text{ kJ}$$

۱۰۴ - گزینه «۲»

(مهم مهری فائق)

از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۲ در می یابیم که با چهار برابر شدن غلظت A و ثابت ماندن غلظت B سرعت ۲ برابر شده، پس مرتبه A، $\frac{1}{4}$ است. هم چنین از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۳ مرتبه B، ۱ می شود. در نتیجه رابطه قانون سرعت واکنش به صورت $R = k[A]^{0/5}[B]$ است. بنابراین مرتبه کلی واکنش $(1 + 0/5)$ می باشد. می توان با مقایسه آزمایش شماره ۴ با هر کدام از آزمایش‌ها، سرعت آنرا تعیین کرد. از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۴، با توجه به اینکه [B]، ۴ برابر و [A]، ۹ برابر شده است، سرعت اولیه واکنش ۱۲ برابر می شود. بنابراین سرعت اولیه واکنش 1440 M.s^{-1} است.

۱۰۵ - گزینه «۱»

(مهم عقیمیان زواره)

گزینه «۱»: نادرست. زیرا سرعت واکنش نسبت به N_2O_5 از مرتبه ۱ می باشد.

گزینه «۲»: درست. زیرا از برخورد مستقیم واکنش دهنده‌ها، فرآورده‌ها تولید می شوند.

گزینه «۳»: درست. مرتبه کلی واکنش برابر ۲ است و طبق رابطه $\frac{L^{x-1}}{\text{mol}^{x-1} \cdot \text{s}}$ اگر به جای

x مقدار ۲ را قرار دهیم یکای ثابت سرعت $\text{L.mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ خواهد شد.

گزینه «۴»: درست. این واکنش بنیادی (یک مرحله‌ای) بوده و مرتبه کلی واکنش با مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها برابر است.

۱۰۶ - گزینه «۱»

(مهم عقیمیان زواره)

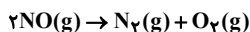
• ΔH یک واکنش گرماده، از ΔH یک واکنش گرماگیر کم تر بوده (به خاطر منفی بودن آن) و پایداری فرآورده‌ها در آن، نسبت به واکنش دهنده‌ها بیش تر است.

• میزان آنتروپی یک واکنش (ΔS) ربطی به گرماده یا گرماگیر بودن آن (ΔH) ندارد.

۳۸۱	۱۰۰٪	
۱۰۰	$x \approx ۲۴\%$	کاهش

$$\Rightarrow \frac{۳۸۱-۱۰۰}{۳۸۱} \times ۱۰۰ \approx ۲۴\%$$

مورد ب: نادرست است. چون انرژی فعال‌سازی برگشت کم‌تر است پس تبدیل فرآورده‌ها به پیچیده‌فعال آسان‌تر از تبدیل واکنش‌دهنده‌ها به پیچیده‌فعال است. مورد پ: درست است.



مورد ت: نادرست است. واکنش در جهت برگشت یک واکنش گرماده است و افزایش دما هم سرعت واکنش‌های گرماگیر و هم سرعت واکنش‌های گرماده را افزایش می‌دهد.

- E_a برگشت یک واکنش گرماده ممکن است کم‌تر یا بیش‌تر از E_a برگشت یک واکنش گرماگیر باشد. آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش‌دهنده‌ها نیز همین‌طور.
- میزان ناپایداری پیچیده‌فعال در یک واکنش گرماده نیز ممکن است کم‌تر یا بیش‌تر از واکنش گرماگیر باشد.
- قدر مطلق تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها نیز می‌تواند کم‌تر یا بیش‌تر باشد.

۱۰۷ - گزینه «۳» (مفهم عقیمیان/زواره)

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه «۱»: کاتالیزگر سطح انرژی پیچیده‌فعال نسبت به واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها را به یک مقدار کاهش می‌دهد عکس این جمله صحیح نیست.
- گزینه «۲»: آب اکسیژنه در حضور یون I^- (نه $\text{I}_۲$) در دمای اتاق به سرعت تجزیه می‌شود.
- گزینه «۴»: کاتالیزگر در واکنش شرکت کرده و در پایان واکنش دست‌نخورده باقی می‌ماند اما از میزان ناپایداری پیچیده‌فعال می‌کاهد.

۱۰۸ - گزینه «۲» (مفهم عقیمیان/زواره)

موارد (ج) و (د) صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) نماد شیمیایی عنصر رودیم به صورت (Rh) می‌باشد.

(ب) مبدل کاتالستی NO را به $\text{N}_۲$ و $\text{O}_۲$ تبدیل می‌کند.

۱۰۹ - گزینه «۴» (هاجر رواز)

- برای به‌دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها، آن‌ها را از روی کلسیم اکسید عبور می‌دهند.

۱۱۰ - گزینه «۴» (هاجر رواز)

$$E_a = ۳۸۱ + ۱۸۱ = ۵۶۲ \text{ kJ} \quad \text{مورد الف: درست است.}$$

$$E_a \text{ در حضور کاتالیزگر} = ۵۶۲ \times \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۲۸۱ \text{ kJ}$$

$$E'_a \text{ در حضور کاتالیزگر} = ۳۸۱ - ۲۸۱ = ۱۰۰$$



سایت کنکور

Konkur.in