



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۳ آبان ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۷ آبان ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم جو	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم چی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

تابع
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

۱- اگر نقطه $(2x_0, y_0)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار داشته باشد، کدام نقطه روی نمودار تابع

$$y = -2f\left(\frac{x-3}{2}\right) + y_0$$

قرار دارد؟

(۱) $(4x_0 + 3, y_0)$ (۲) $(4x_0 + 3, -y_0)$ (۳) $\left(\frac{2x_0 - 3}{2}, -y_0\right)$ (۴) $\left(\frac{2x_0 - 3}{2}, y_0\right)$

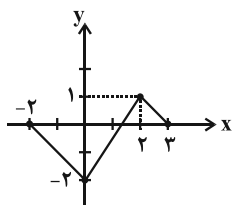
۲- دامنه تابع $f(x+3) = 2-x$ بازه $[-1, 2]$ است. برد $f(x)$ کدام است؟

(۱) $(0, 3]$ (۲) $(3, 6]$ (۳) $[3, 7)$ (۴) $[-2, 1)$

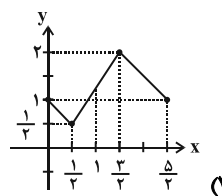
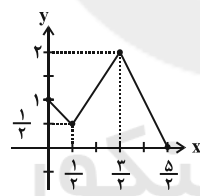
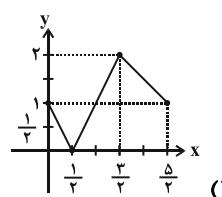
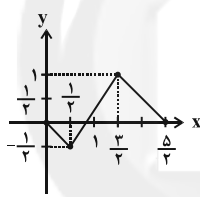
۳- نمودار تابع $y = f(x)$ مفروض است. اگر ابتدا نمودار را نسبت به محور y ها قرینه کنیم، سپس آن را ۲ واحد در راستای محور

x ها به طرف راست منتقل کنیم و در انتها با ضریب ۲ آن را در راستای عمودی انبساط دهیم، کدام تابع به دست می آید؟

(۱) $g(x) = 2f(-x-2)$ (۲) $g(x) = 2f(-x+2)$ (۳) $g(x) = \frac{1}{2}f(-x-2)$ (۴) $g(x) = \frac{1}{2}f(-x+2)$



۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$ کدام است؟



۵- اگر نمودار تابع $y = 2f^{-1}(x-1) + 3$ از نقطه $(3, 7)$ بگذرد، کدام نقطه زیر، قطعاً روی نمودار تابع $y = f(x+1)$ قرار ندارد؟

(۱) $(3, 2)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(3, 4)$

۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 2 & ; x < -1 \\ k & ; -1 \leq x < 1 \\ -x & ; x \geq 1 \end{cases}$ بر روی دامنه اش نزولی است. k چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- اگر تابع $f = \{(-1, a-1), (0, a^3-1), (-2, a)\}$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

(۱) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$ (۴) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

۸- تابع $f = \{(-6, 2), (0, 4), (6, 7), (7, 9), (2, m^2-3)\}$ غیر یکنوا است. m چند عدد صحیح را نمی تواند بپذیرد؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶



۹- کدام یک از موارد زیر در مورد تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x+1| & ; x \leq -1 \\ -x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$ درست است؟

(۱) صعودی است ولی اکیداً صعودی نیست. (۲) اکیداً صعودی است.

(۳) نزولی است ولی اکیداً نزولی نیست. (۴) اکیداً نزولی است.

۱۰- اگر $y = f(x)$ تابعی اکیداً یکنوا باشد، تابع $f \circ f(x)$ کدام یک از ضابطه‌های زیر را نمی‌تواند داشته باشد؟

(۱) $y = 3 + x$ (۲) $y = x^9$ (۳) $y = 4 - x$ (۴) $y = 2x - 1$

۱۱- بزرگ‌ترین بازه برای k که در آن تابع نمایی $y = \left(\frac{5-k}{1-3k}\right)^x$ همواره اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

(۱) $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ (۲) $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$ (۳) $\left(-3, \frac{1}{3}\right)$ (۴) $\left(-4, \frac{1}{3}\right)$

۱۲- در تقسیم عبارت $p(x) = x^4 - 3x^2 + k$ بر $x + 3$ ، مقدار k کدام باشد تا باقی‌مانده تقسیم صفر باشد؟

(۱) ۲۷ (۲) ۵۴ (۳) -۲۷ (۴) -۵۴

۱۳- اگر $(x-1)$ یک عامل عبارت $p(x) = x^4 - x^3 + ax + 8$ باشد، معادله $p(x) = 0$ چند ریشه دیگر دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۴- باقی‌مانده تقسیم عبارت $y(x) = x^4 - kx^2 - 2x + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ شده است. باقی‌مانده تقسیم $y(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۵- اگر چند جمله‌ای $x^3 - ax^2 + bx + 12$ بر $x - 3$ و $x - 4$ بخش پذیر باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۲

۱۶- اگر چند جمله‌ای $(b-1)x - b - ax^2 + x^3$ بر $x + 3$ و $x - 2$ بخش پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم آن بر $x + 4$ کدام است؟

(۱) -۱۴ (۲) ۳۴ (۳) ۲۸ (۴) -۱۸

۱۷- باقی‌مانده تقسیم $p(x) = x^7 - 3x^4 + ax - 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ و خارج قسمت آن $q(x)$ است. $q(-1)$ کدام است؟

(۱) -۷ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۸- اگر باقی‌مانده تقسیم عبارت $p(x)$ بر $x^2 + 3x + 2$ ، $2x + 1$ باشد، باقی‌مانده تقسیم عبارت $p(x-1) - p(x-2)$ بر x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- اگر $f(x) = x^4 - 16 = (x+2)q(x)$ باشد، باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

(۱) -۱۶ (۲) -۱۵ (۳) ۵ (۴) ۱۲

۲۰- باقی‌مانده تقسیم عبارت $p(x) = x^3 - x^2 + kx + 4$ بر عبارت $x - 2$ برابر صفر است. حاصل جمع صفرهای تابع p کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳



ریاضی پایه

ریاضی پایه

ریاضی (۱): مجموعه، الگو و دنباله

صفحه‌های ۱ تا ۲۷

حسابان (۱): جبر و معادله

صفحه‌های ۱ تا ۶

۲۱- اگر اشتراک دو بازه $[-1, 1]$ و $[-a, 2a + 7]$ تهی باشد، a چند مقدار صحیح را می‌تواند بپذیرد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- همه دانش‌آموزان یک کلاس، حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک مردود شده‌اند. ۱۵٪ این کلاس در ریاضی قبول و ۷۰٪ آن در فیزیک مردود شده‌اند. چند درصد کلاس فقط در یک درس مردود شده‌اند؟

(۱) ۵۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۱۵

۲۳- در دنباله $b_n = \frac{n}{-10 + 3n}$ کوچک‌ترین جمله کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{7}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) -3

۲۴- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. سینوس کوچک‌ترین زاویه در این مثلث کدام است؟

(۱) $\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ (۲) $\frac{\sqrt{-1+\sqrt{5}}}{2}$ (۳) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

۲۵- در یک دنباله حسابی $S_6 - S_4 = 49$ است. مجموع بیست و پنج جمله اول این دنباله کدام است؟ (S_n ، مجموع n جمله اول دنباله است.)

(۱) ۱۴۵ (۲) ۱۵۵ (۳) ۱۶۵ (۴) ۱۷۵

۲۶- اعداد زوج طبیعی را به شکل زیر به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته با شماره آن برابر باشد. مجموع همه اعداد دسته دهم کدام است؟

$(2), (4, 6), (8, 10, 12), \dots$

(۱) ۹۰۹ (۲) ۹۶۵ (۳) ۱۲۱۰ (۴) ۱۰۱۰

۲۷- در دنباله حسابی $\{-8, -1, \dots, 55\}$ ، مجموع n جمله اول دنباله S_n و مجموع n جمله آخر آن P_n است. $P_n + S_n$ یک دنباله با قدرنسبت است.

(۱) حسابی - ۷۰ (۲) حسابی - ۴۷ (۳) هندسی - ۷۰ (۴) هندسی - ۴۷

۲۸- به یک ظرف بسیار بزرگ در ابتدا ۲ لیتر آب اضافه می‌کنیم و پس از آن در هر مرحله، دو برابر حجم آب اضافه‌شده در مرحله قبل به آن آب اضافه می‌کنیم. پس از چند مرحله، حداقل ۵۰۰ لیتر آب به ظرف اضافه کرده‌ایم؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۹- در یک دنباله هندسی، مجموع بیست جمله اول، A واحد بیشتر از مجموع سیزده جمله اول است. و مجموع ده جمله اول، B واحد کمتر از مجموع هفده جمله اول است. قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{A}{B}$ (۲) $\sqrt[3]{\frac{A}{B}}$ (۳) $\sqrt[5]{\frac{A}{B}}$ (۴) $\sqrt[7]{\frac{A}{B}}$

۳۰- در ۲۰ جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت q و جمله اول ۳، مجموع جملات شماره زوج، ۴ برابر مجموع جملات شماره فرد می‌باشد. در این دنباله، جمله هجدهم چند برابر جمله هفدهم است؟

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۶



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۹ تا ۲۶

۳۱- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ماتریسی 3×3 باشد و درایه‌ها از دست‌تور

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{مضرب ۳ باشد} \\ 0 & \text{مضرب ۳ نباشد} \end{cases}$$

پیروی کنند، مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- مجموع درایه‌های یک ماتریس اسکالر 3×3 ، برابر ۱ است. حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) ۲۷

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی A^4 کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۵۶ (۳) ۹۸ (۴) ۱۲۵

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) \bar{O} (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۳۶- اگر $A^2 = A + 2I$ باشد، وارون ماتریس A کدام است؟

(۱) $A - \frac{I}{2}$ (۲) $\frac{A-I}{2}$ (۳) $\frac{A}{2} - I$ (۴) $\frac{A}{3} + I$

۳۷- چند ماتریس مربعی وارون‌پذیر مرتبه ۲ وجود دارد که درایه‌های آنها فقط صفر و ۱ باشد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۸- اگر A ماتریسی 2×2 و غیرصفر باشد به طوری که $A^2 = A$ و $I + \lambda A$ وارون ماتریس $I - 3A$ باشد، آنگاه λ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۳۹- اگر $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ -11 & -16 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $a + b + c + d$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲



۴۰- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - 3y = 1 \\ 20x + by = 5 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات، جواب منحصر به فرد دارد؟

$$\begin{cases} ax - 15y = 1 \\ 4x + by = 5 \end{cases} \quad (۲) \qquad \begin{cases} 15x - 4y = 1 \\ bx + ay = 3 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ 3ax + 3by = 5 \end{cases} \quad (۴) \qquad \begin{cases} ax + 15y = 5 \\ bx + ay = 3 \end{cases} \quad (۳)$$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۲۲

۴۱- اگر α و β دو عدد گنگ ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، آنگاه $\alpha - \beta$ است و $\alpha + 2\beta$ است.

(۱) گنگ - گنگ (۲) گنگ - گویا (۳) گویا - گنگ (۴) گویا - گویا

۴۲- اگر a, b, c و d اعداد صحیح باشند به طوری که $ad = bc$ ، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(۱) $c^2 | ad$ (۲) $b = d, a = c$ (۳) $a | bc^2$ (۴) $bc^2 | ad$

۴۳- چند نقطه با مختصات صحیح روی نمودار تابع $y = \frac{4x+1}{x-2}$ در ربع دوم دستگاه مختصات قرار دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۴۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $n^2 + n$ و $3n - 1$ ، برای مقادیر مختلف طبیعی n ، چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۴۵- باقی‌مانده تقسیم a و b بر ۱۹ به ترتیب برابر با ۳ و ۱۷ است. باقی‌مانده تقسیم $5a - 2b$ بر ۱۹ کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۸ (۴) صفر

۴۶- در یک عمل تقسیم، مقسوم مضرب ۷ و خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب ۱۱ و ۲۵ هستند. رقم وسط کوچک‌ترین مقدار طبیعی مقسوم کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷- هرگاه دو عدد $4a - 1$ و $8a - 5$ در یک دسته هم‌نهمی به پیمانه ۱۱ قرار داشته باشند، باقی‌مانده تقسیم $a^2 - 3a + 2$ بر ۱۱ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۴۸- باقی‌مانده 2^{71} بر ۳۱ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۹- اگر $a + 5^{212}$ مضرب ۳۱ باشد، کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۷ (۴) ۶

۵۰- از رابطهٔ همنهشتی $24x \equiv 42y \pmod{15}$ ، کدام گزینه نتیجه نمی شود؟

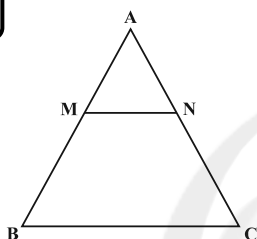
- (۱) $x \equiv 3y \pmod{5}$ (۲) $2x \equiv y \pmod{5}$
 (۳) $3x \equiv 2y \pmod{5}$ (۴) $4x \equiv 7y \pmod{5}$

هندسه ۱

هندسه ۱

قضیهٔ تالس، تشابه و چندضلعی‌ها
صفحه‌های ۳۸ تا ۴۹

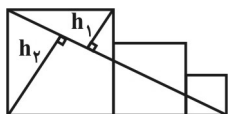
۵۱- در شکل روبه‌رو $BC \parallel MN$ و مساحت دوزنقهٔ $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN



است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ کدام است؟

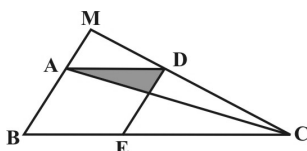
- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۲- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت h_1 به h_2 چقدر است؟



- (۱) $2/4$ (۲) $1/2$ (۳) $3/6$ (۴) $1/8$

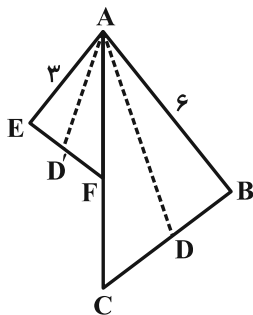
۵۳- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = 6$ و $EC = 8$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت



مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $16/25$ (۲) $9/16$ (۳) $16/49$ (۴) $9/49$

۵۴- در شکل زیر AC نیمساز زاویهٔ \widehat{BAE} ، $AC = 8$ و $AF = 4$ است. اگر $AD = 4m + 6$ و $AD' = m + 3$ به ترتیب نیمسازهای دو زاویهٔ



\widehat{BAC} و \widehat{EAF} باشند، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $1/2$ (۴) $1/3$



آمار و احتمال

آمار و احتمال

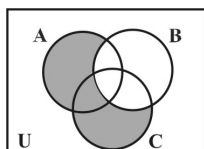
آشنایی با مبانی ریاضیات
صفحه‌های ۲۶ تا ۳۸

۵۵- اگر A مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد و $\{2k+1\}$ عدد اول است و $B = \{2k+1 | k \in A\}$ ،

آن‌گاه مجموعه $A^2 - B^2$ چند زیر مجموعه دارد؟

- (۱) 2^7 (۲) 2^8
(۳) 2^9 (۴) 2^{12}

۵۶- در شکل مقابل قسمت هاشورخورده نشان دهنده کدام مجموعه است؟



- (۱) $(A \cap C) - B$ (۲) $(A - C) - B$
(۳) $A \cup (C - B)$ (۴) $(A - B) \cup (C - B)$

۵۷- هرگاه $(A - B') \subseteq (A' \cup B')$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = \emptyset$
(۳) $A \subseteq B'$ (۴) $B' \subseteq A$

۵۸- اگر A, B, C مجموعه‌هایی دلخواه باشند، حاصل $(A \cap B' \cap C) \cup (A \cap C') \cup B$ کدام است؟

- (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$
(۳) $A \cup B \cup C$ (۴) $(A \cup B) \cap C$

۵۹- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |2 - x^2| \leq 6\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, |x - 3| \leq 4\}$ ، آن‌گاه مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶
(۳) ۹ (۴) ۱۶

۶۰- مجموعه $A_n = (1 - n, \frac{1}{n})$ به ازای اعداد طبیعی n مفروض است. اگر $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ و $B = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، در این صورت مجموعه

$(A \cup B) - (A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 0] \cup [\frac{1}{4}, 1)$ (۲) $(0, \frac{1}{4})$
(۳) $(-3, 1)$ (۴) $(-3, 0) \cup (\frac{1}{4}, 1)$

۶۱- اگر A و B دو مجموعه باشند و $[(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = B$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $B - A = B$
(۳) $B' - A' = A$ (۴) $A' \cap B' = B'$



۶۲- اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A'$ ، حاصل $[A - (B' \cap A)] \cup (B - A)$ همواره کدام است؟

- (۱) A (۲) A' (۳) B (۴) B'

۶۳- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x^2 < 65\}$ ، $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 9x + 20 = 0\}$ و مجموعه $(A - B) \times B$ دارای ۲۰ عضو باشد،

مجموعه $(A' - B') \times A$ دارای چند عضو است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

۶۴- اگر $A - B = \emptyset$ و $C' - A = \emptyset$ حاصل $(A \cap B)' \cup C$ همواره کدام است؟

- (۱) A' (۲) C (۳) \emptyset (۴) B'

فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست،
دینامیک و حرکت دایره‌ای
صفحه‌های ۱ تا ۳۵

۶۵- از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۵m، توپی را در راستای قائم به طرف پایین پرتاب می‌کنیم. اگر

توپ پس از برخورد به زمین تا فاصله ۷ متری نقطه پرتاب بالا بیاید، نسبت جابه‌جایی توپ به مسافت طی شده توسط آن تا این لحظه، کدام است؟

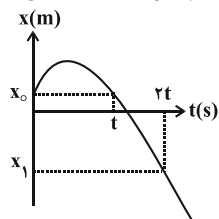
- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{11}$ (۳) $\frac{7}{23}$ (۴) $\frac{7}{22}$

۶۶- تندی متوسط اتومبیل A بعد از طی مسافتی به طول ۳۶۰۰m برابر با $\frac{4}{86} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و تندی متوسط اتومبیل B بعد از طی

همین مسیر برابر با $\frac{8}{64} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است. کدام اتومبیل و چند دقیقه زودتر، این مسیر را طی کرده است؟

- (۱) ۵۰، B (۲) $\frac{5}{6}$ ، B (۳) ۵۰، A (۴) $\frac{5}{6}$ ، A

۶۷- نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی مطابق شکل زیر است. نسبت سرعت متوسط متحرک در t ثانیه دوم حرکت به سرعت



متوسط آن در $2t$ ثانیه اول حرکت، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$

- (۳) ۲ (۴) ۳

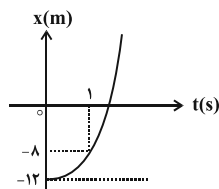
۶۸- یک شرکت خودروسازی ادعا می‌کند که تندی خودروی تولیدی توسط این شرکت در یک مسیر مستقیم و افقی زمانی که از

حال سکون حرکت می‌کند، در مدت ۹s به $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می‌رسد. اندازه شتاب متوسط حرکت این خودرو در این مسیر چند متر

بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) $\frac{10}{9}$ (۴) $\frac{10}{3}$

۶۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی این متحرک در لحظه



عبور از مبدأ مکان چند برابر تندی آن در لحظه $t = 1s$ است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$

- (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۱



۷۰- در مبدأ زمان، متحرکی با سرعت اولیه v_0 و شتاب ثابت به صورت تندشونده از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر پس از T ثانیه سرعت متحرک برابر با v باشد، سرعت این متحرک در لحظه $2T$ کدام است؟ ($v_0 > 0$)

- (۱) v (۲) بین v و $2v$ (۳) $2v$ (۴) بین $2v$ و $3v$

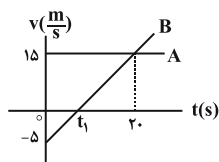
۷۱- قطاری با سرعت v در مسیر مستقیم در حال حرکت است. ناگهان واگنی از آن جدا شده و سرعت آن به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد تا این که پس از طی مسافت $60m$ متوقف می‌شود. اگر سرعت قطار ثابت مانده باشد، مسافتی که بقیه قطار از لحظه جدایی واگن تا توقف آن طی می‌کند، چند متر است؟

- (۱) 20 (۲) 120 (۳) 80 (۴) 200

۷۲- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -3t + 4$ است. اندازه جابه‌جایی متحرک در 2 ثانیه سوم حرکت چند متر است؟

- (۱) 22 (۲) 15 (۳) 12 (۴) 18

۷۳- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان هر دو از یک نقطه در مسیری مستقیم عبور کرده‌اند، به صورت زیر است. تا لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، چند ثانیه جهت حرکت دو متحرک یکسان است؟



- (۱) 5 (۲) 40 (۳) 35 (۴) 20

۷۴- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه $18 \frac{m}{s}$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه پنجم حرکت برابر با صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در 10 ثانیه ابتدایی حرکت چند متر است؟

- (۱) 82 (۲) 80 (۳) 101 (۴) 95

۷۵- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع H از سطح زمین رها می‌شود. اگر گلوله در 3 ثانیه آخر حرکت خود تا رسیدن به سطح زمین، $\frac{9}{25}$ طول مسیر را طی کند، زمان سقوط چند ثانیه است؟

- (۱) 6 (۲) 9 (۳) 12 (۴) 15

۷۶- در شرایط خلأ، جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. نسبت تندی آن در ارتفاع $\frac{1}{9}h$ از سطح زمین به تندی آن در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ از سطح زمین کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷۷- گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع $45m > h$ از سطح زمین رها می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد....
(۱) تندی گلوله ثابت می‌ماند.

(۲) مسافتی که گلوله در ثانیه سوم می‌پیماید، 3 برابر مسافتی است که در ثانیه اول می‌پیماید.

(۳) سرعت متوسط در ثانیه اول و سوم یکسان است.

(۴) اندازه تغییر سرعت گلوله در مدت یک ثانیه همواره ثابت و یکسان است.

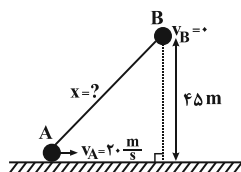


۷۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها شده و پس از مدت زمان t به زمین برخورد می‌کند. زمان پیمودن $\frac{3}{4}$ اول مسیر چند برابر t است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷۹- در شکل زیر جسم A با تندی ثابت $20 \frac{m}{s}$ روی سطح افقی زمین در مسیری مستقیم در حال حرکت است. فاصله جسم A تا

جسم B در لحظه رها شدن آن چند متر باشد تا به همدیگر برخورد کنند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و اتلاف انرژی نداریم).

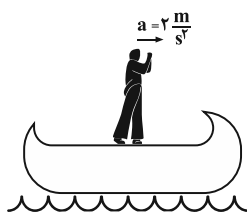


- (۱) ۷۵ (۲) ۷۰ (۳) ۶۵ (۴) ۶۰

۸۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) اگر به یک جسم ساکن فقط یک نیرو اثر کند، الزاماً در جهت آن نیرو شروع به حرکت می‌کند.
 (۲) اگر جسمی روی مسیری غیر مستقیم حرکت کند، الزاماً نیروی خالص وارد بر آن غیر صفر است.
 (۳) اگر به یک جسم ساکن چند نیرو وارد شود ($F_{net} \neq 0$)، جسم الزاماً در جهت نیروی خالص شروع به حرکت می‌کند.
 (۴) در مسیری مستقیم، در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتابدار تندشونده خواهد بود.

۸۱- شخصی به جرم 60 kg درون قایقی به جرم 100 kg قرار دارد و قایق بر روی آب ساکن است. اگر شخص با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ به سمت راست حرکت کند، قایق چگونه حرکت می‌کند؟ (از اصطکاک بین کف قایق و آب صرف نظر شود).



(۱) با شتاب ثابت $1/2 \frac{m}{s^2}$ به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۲) با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۳) قایق بر روی آب ساکن خواهد بود.

(۴) با شتاب ثابت $1/2 \frac{m}{s^2}$ به سمت راست حرکت می‌کند.

۸۲- معادله حرکت جسمی به جرم 5 kg که بر روی محور x در حرکت است، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + b$ است. اندازه نیروی خالص وارد بر جسم چند نیوتون است؟

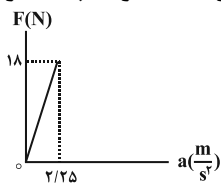
- (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۵

۸۳- به یک جسم 5 کیلوگرمی هم‌زمان چهار نیروی 25 ، 10 ، 5 و 15 نیوتونی وارد می‌شود و جسم در حال تعادل است. اگر فقط نیروی 25 نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، اندازه تغییر سرعت جسم بعد از $2s$ چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۲



۸۴- نمودار اندازه نیروی خالص وارد بر جسمی بر حسب اندازه شتاب آن مطابق شکل زیر است. اگر به این جسم وزنه‌ای به جرم 100g را اضافه کنیم و به مجموعه آن‌ها نیروی خالصی به بزرگی 18N اعمال کنیم، اندازه شتاب حرکت مجموعه چند متر بر مجذور ثانیه خواهد شد؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۱/۵
(۴) ۲/۲۵

فیزیک ۱

فیزیک ۱

دما و گرما

صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

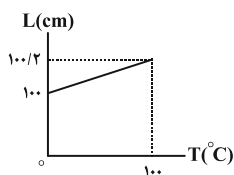
۸۵- دمای جسمی بر حسب کلونین هشت برابر دمای آن بر حسب درجه سلسیوس است. دمای این جسم بر حسب درجه فارنهایت کدام است؟

- (۱) $102/2$
(۲) ۳۹
(۳) ۲۷۳
(۴) ۳۱۲

۸۶- ضریب انبساط حجمی فلزی $\frac{1}{F} \times 10^{-6}$ است. ضریب انبساط طولی آن چند $\frac{1}{K}$ است؟

- (۱) 3×10^{-6}
(۲) 5×10^{-6}
(۳) $\frac{5}{3} \times 10^{-6}$
(۴) $\frac{3}{5} \times 10^{-6}$

۸۷- در شکل زیر نمودار طول یک میله فلزی بر حسب دما نشان داده شده است. در دمای 50°F طول میله چند سانتی‌متر می‌شود؟



- (۱) $100/002$
(۲) $100/2$
(۳) $100/02$
(۴) $100/1$

۸۸- ظرفی توسط مایعی هم‌دما با آن به‌طور کامل پر شده است. با حرارت دادن ظرف و انتقال گرما به مایع، حجم ظرف 100cm^3 افزایش یافته و 50cm^3 مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. افزایش حجم مایع بر حسب لیتر کدام است؟

- (۱) ۱۵۰
(۲) ۵۰
(۳) ۰/۱۵
(۴) ۰/۰۵

۸۹- دمای مقداری جیوه را بدون آن که به بخار تبدیل شود، 100°C افزایش می‌دهیم. در این حالت چگالی جیوه نسبت به حالت اولیه، چگونه تغییر می‌کند؟ $\left(\beta_{\text{جیوه}} = 18 \times 10^{-5} \frac{1}{K}\right)$

- (۱) ۱/۸ درصد افزایش می‌یابد.
(۲) ۰/۱۸ درصد کاهش می‌یابد.
(۳) ۰/۱۸ درصد افزایش می‌یابد.
(۴) ۱/۸ درصد کاهش می‌یابد.

۹۰- یک سیم نازک به طول L و جرم 50g را به‌صورت حلقه در می‌آوریم. اگر به حلقه به‌طور یکنواخت 150J گرما بدهیم،

مساحت سطح محصور توسط حلقه، تقریباً چند درصد زیاد می‌شود؟ $\left(\alpha_{\text{سیم}} = 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}, c_{\text{سیم}} = 600 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}\right)$

- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۰۰۱
(۴) ۱

۹۱- به جسمی به جرم m ، مقدار Q گرما می‌دهیم تا دمای آن 40°C افزایش یابد. اگر به جسمی از همان جنس با دمای اولیه 15°C و جرم $2m$ مقدار $\frac{Q}{4}$ گرما بدهیم، دمای نهایی جسم چند درجه سلسیوس می‌شود؟ (جسم تغییر حالت نمی‌دهد و اتلاف گرما ناچیز است.)

- (۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۱۰
(۴) ۲۵



۹۲- جسمی به ظرفیت گرمایی $210 \frac{J}{^{\circ}C}$ و دمای $90^{\circ}C$ را درون $80g$ آب $30^{\circ}C$ می‌اندازیم. اگر $\frac{1}{5}$ گرمایی که جسم از دست

می‌دهد به محیط اطراف داده شود، پس از تعادل گرمایی، دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ $\left(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{J}{g \cdot ^{\circ}C} \right)$

- (۱) $33/5$ (۲) 42 (۳) 60 (۴) 50

۹۳- گرماسنجی به جرم $200g$ از مس ساخته شده است، یک قطعه 80 گرمی از یک ماده نامعلوم همراه با 50 گرم آب به درون

گرماسنج ریخته شده و دمای تعادل این مجموعه $30^{\circ}C$ می‌شود. در این هنگام 100 گرم آب $70^{\circ}C$ به گرماسنج اضافه

می‌شود و دمای تعادل $52^{\circ}C$ می‌شود. گرمای ویژه ماده نامعلوم تقریباً چند واحد SI است؟

$\left(c_{\text{مس}} = 380 \frac{J}{kg \cdot ^{\circ}C}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^{\circ}C} \right)$ و اتلاف انرژی نداریم.

- (۱) 420 (۲) 720 (۳) 560 (۴) 7200

۹۴- جرم مولی آب $18 \frac{g}{mol}$ است. جرم 12×10^{20} مولکول آب، چند میلی‌گرم است؟ (عدد آووگادرو را برابر با 6×10^{23} مولکول

نظر بگیرید.)

- (۱) 9 (۲) 36 (۳) 18 (۴) 24

فیزیک ۲

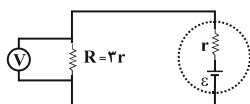
جریان الکتریکی

صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

فیزیک ۲

۹۵- در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد $10V$ را نشان دهد، نسبت توان مصرفی در مقاومت

داخلی باتری به توان خروجی آن کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۹۶- بهای انرژی الکتریکی مصرفی توسط یک وسیله الکتریکی در ماه آبان برابر با 3960 ریال است. اگر این وسیله در هر شبانه‌روز

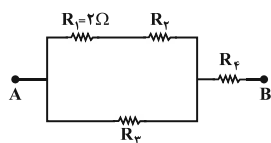
به مدت 4 ساعت به ولتاژ ثابت $220V$ متصل شود، جریان عبوری از آن چند میلی‌آمپر است؟ (بهای انرژی الکتریکی مصرفی

به ازای هر کیلووات ساعت معادل با 500 ریال در نظر گرفته شود.)

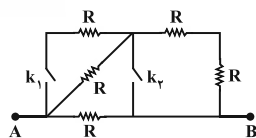
- (۱) $0/3$ (۲) $0/066$ (۳) 66 (۴) 300

۹۷- شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی همه مقاومت‌ها یکسان باشد، مقاومت معادل بین دو

نقطه A و B چند اهم است؟



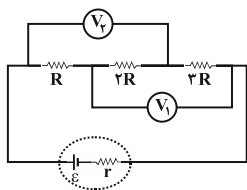
- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{16}{3}$ (۳) $\frac{32}{3}$ (۴) $\frac{32}{9}$



۹۸- در رابطه با شکل مقابل که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) بیشترین مقاومت معادل زمانی است که کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز باشد.
- (۲) بیشترین مقاومت معادل زمانی است که کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته باشد.
- (۳) مقاومت معادل در حالتی که هر دو کلید باز هستند بیشتر از مقاومت معادل در حالتی است که کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز باشد.
- (۴) کمترین مقاومت معادل زمانی است که کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته باشد.

۹۹- در مدار شکل زیر، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل V_1 نشان می‌دهد، چند برابر عددی است که ولت‌سنج ایده‌آل V_2 نشان می‌دهد؟



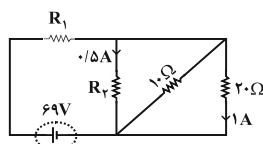
$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

(۱) ۱

$$\frac{9}{5} \quad (3)$$

(۴) به مقدار ε بستگی دارد.

۱۰۰- در مدار شکل زیر، مقاومت‌های R_1 و R_2 به ترتیب از راست به چپ چند اهم هستند؟



$$14 \text{ و } 40 \quad (2)$$

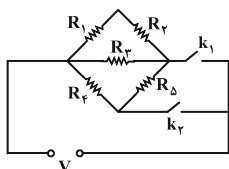
$$40 \text{ و } 14 \quad (1)$$

$$30 \text{ و } 14 \quad (4)$$

$$14 \text{ و } 30 \quad (3)$$

۱۰۱- در شکل زیر، مدار را در دو حالت مورد استفاده قرار می‌دهیم. در حالت اول، کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز است و در حالت دوم

کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته است. نسبت توان مصرف شده در مجموع مقاومت‌ها در حالت اول به حالت دوم کدام است؟



(اندازه هر کدام از مقاومت‌ها 3Ω است.)

$$2 \quad (2)$$

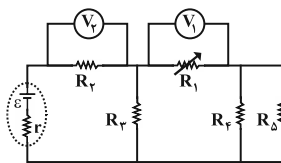
$$1/5 \quad (1)$$

$$0/75 \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

۱۰۲- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر R_1 کاهش یابد، مقادیری که ولت‌سنج‌های ایده‌آل V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از

راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



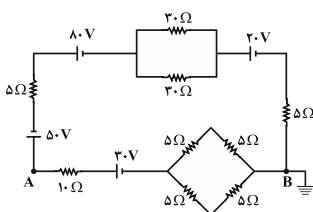
(۲) افزایش - کاهش

(۱) افزایش - افزایش

(۴) کاهش - کاهش

(۳) کاهش - افزایش

۱۰۳- در مدار شکل مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟ (مولدها آرمانی هستند.)



$$50 \quad (1)$$

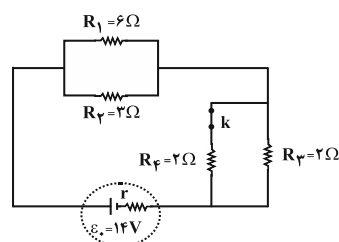
$$75 \quad (2)$$

$$45 \quad (3)$$

$$65 \quad (4)$$

۱۰۴- در مدار شکل مقابل، ابتدا کلید k بسته و توان خروجی مولد بیشینه است. اگر کلید k

را باز کنیم، توان خروجی مولد چند وات می‌شود؟



$$40 \quad (2)$$

$$28 \quad (1)$$

$$16 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$



شیمی ۳

مولکول‌ها در خدمت تندرستی

صفحه‌های ۱ تا ۳۶

شیمی ۳

۱۰۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند.
 (۲) صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با پتاسیم هیدروکسید تهیه می‌کنند.
 (۳) صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.
 (۴) صابون ماده‌ای است که هم در چربی‌ها و هم در آب حل می‌شود.

۱۰۶- همه گزینه‌های زیر درست هستند به جز:

- (۱) آب دریا و آب‌های مناطق کویری، مقادیر چشمگیری از یون‌های کلسیم و منیزیم دارند و به آب سخت معروف‌اند.
 (۲) صابون در آب‌های سخت به خوبی کف نمی‌کند و قدرت پاک‌کنندگی آن کاهش می‌یابد.
 (۳) فرمول ساختاری پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت $\text{SO}_3^- \text{Na}^+$ می‌باشد.
 (۴) نقش پاک‌کنندگی صابون سبب شد تا کاربرد آن از پاکیزگی و تأمین بهداشت فردی به مراکز صنعتی و بیمارستانی نیز گسترش یابد.

۱۰۷- کدام ترکیب زیر، هنگام حل شدن در آب اسید آرنیوس محسوب نمی‌شود؟

- (۱) CO_2 (۲) SO_3 (۳) N_2O_5 (۴) BaO

۱۰۸- رسانایی الکتریکی کدام محلول بیشتر است؟

- (۱) محلول 2×10^{-4} مولار نیتریک اسید
 (۲) محلول ۰/۰۵ مولار هیدروفلوئوریک اسید با درصد یونش ۲/۴
 (۳) محلول 10^{-4} مولار هیدروکلریک اسید
 (۴) محلول 6×10^{-4} مولار HA با درجه یونش ۱

۱۰۹- چند مورد از عبارات داده شده، درباره نمودارهای زیر نادرست‌اند؟

الف) HX می‌تواند نماینده ترکیبات هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول دوره‌ای عناصرها باشد.

ب) کربوکسیلیک اسیدها از نظر یونش، ترکیباتی مشابه HA هستند.

پ) پس از یونش، تعداد کل ذرات موجود در محلول HX، ۲ برابر می‌شود.

ت) محلول یک مولار HX، همانند محلول یک مولار نمک خوراکی

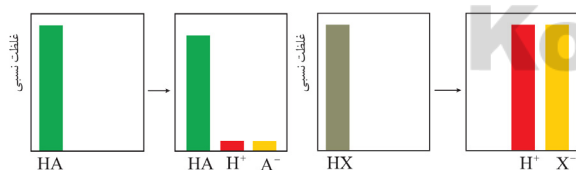
رسانایی الکتریکی بالایی دارد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۱۰- اگر درصد یونش استیک اسید در محلول 0.2 mol/L آن برابر ۱ باشد، به ترتیب غلظت یون هیدرونیوم بر حسب $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$ و مقدار K_a این اسید چقدر است؟(۲) 2×10^{-5} ، 0.02 (۱) 2×10^{-6} ، 0.02 (۴) 2×10^{-6} ، 2×10^{-3} (۳) 2×10^{-5} ، 2×10^{-3}



۱۱۱- pH معده و روده در حالت عادی به ترتیب برابر $1/7$ و $8/5$ است. غلظت یون هیدرونیوم در معده و روده به ترتیب چند مول بر لیتر است؟ ($\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5$)

(۱) $6 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-2}$ (۲) $3 \times 10^{-9}, 2/7 \times 10^{-2}$

(۳) $3 \times 10^{-9}, 2 \times 10^{-2}$ (۴) $6 \times 10^{-4}, 2/7 \times 10^{-2}$

۱۱۲- کدام عبارت صحیح است؟ ($\log 2 \approx 0/3$)

(۱) مادهٔ اسیدی که K_a بزرگتری داشته باشد، محلول اسیدی قوی تری خواهد ساخت و این محلول به علت pH کم، الکترولیت ضعیفی است.

(۲) محلول لوله‌بازکن نیاز به pH های خیلی بالا ندارد و به همین دلیل در آن‌ها از بازهای ضعیف استفاده می‌کنند.

(۳) pH ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار پتاسیم هیدروکسید برابر ۱۳/۳ است.

(۴) آمونیاک در آب به طور کامل تجزیه شده و به یون‌های NH_4^+ و OH^- تبدیل می‌شود.

۱۱۳- در دمای اتاق از انحلال ۵ گرم از مادهٔ بازی AOH با درصد یونش ۲۵ در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، یک محلول بازی ساخته‌ایم.

pH این محلول چه مقدار است؟ (جرم مولی AOH $= 100 \text{ g.mol}^{-1}$) ($\log 2 \approx 0/3$)

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳/۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲/۴

۱۱۴- اگر ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۸ مولار NaOH با درصد خلوص ۷۵ درصد را با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱۰ مولار HCl با درصد خلوص ۸۰ درصد مخلوط کنیم، مخلوط نهایی اسیدی است یا بازی؟ و در نهایت چند گرم نمک با درصد خلوص ۷۸ درصد تولید می‌شود؟ ($\text{Na} = 23, \text{Cl} = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) بازی - ۱۳۵ (۲) بازی - ۱۲۰ (۳) اسیدی - ۱۳۵ (۴) اسیدی - ۱۲۰

شیمی ۱

رد پای گازها در زندگی
صفحه‌های ۵۲ تا ۸۱

شیمی ۱

۱۱۵- همهٔ گزینه‌های زیر درست هستند، به جز:

(۱) کربن مونوکسید گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است.

(۲) مولکول‌های کربن مونوکسید، پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند.

(۳) در واکنش سوختن کربن مونوکسید ضریب مولی کربن مونوکسید دو برابر ضریب مولی اکسیژن است.

(۴) رنگ زرد شعله، نشان می‌دهد که وسیلهٔ گازسوز به درستی کار می‌کند.

۱۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

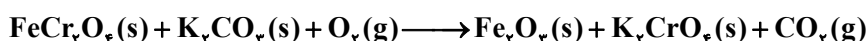
(۱) تغییر رنگ شکر هنگام گرم کردن آن از وقوع یک تغییر شیمیایی خبر می‌دهد.

(۲) در معادلهٔ نمادی برخلاف معادلهٔ نوشتاری حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش نشان داده می‌شود.

(۳) واکنش سوختن گاز هیدروژن در حضور کاتالیزگر فلزی انجام می‌گیرد.

(۴) یکی از ویژگی‌های مهم همهٔ واکنش‌ها، پیروی کردن آن‌ها از قانون پایستگی جرم است.

۱۱۷- در واکنش زیر پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب مواد گازی به مواد شرکت‌کننده در واکنش کدام است؟



(۱) $\frac{37}{15}$ (۲) $\frac{19}{18}$ (۳) $\frac{18}{19}$ (۴) $\frac{15}{37}$



۱۱۸- چند مورد از عبارات زیر به درستی بیان شده است؟

الف) مجموع ضرایب مولی مواد شرکت کننده در واکنش سوختن کامل پروپان برابر ۱۲ است.

ب) تعداد اتم‌های هر عنصر در دو سمت معادله واکنش یکسان است.

پ) در یک واکنش، مجموع تعداد اتم‌های واکنش دهنده‌ها با مجموع تعداد اتم‌های فرآورده‌ها برابر است.

ت) در یک واکنش شیمیایی تعداد مول‌ها در دو طرف معادله با یکدیگر برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۹- از واکنش چند گرم از کدام فلز با هیدروکلریک اسید، میزان بیشتری گاز و با سرعت بیشتری تولید می‌شود؟

($Zn = 65, Al = 27, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

۱) آهن - ۲/۲۴ - آهن ۲) آلومینیم ۳) ۱/۸ - آلومینیم ۴) ۶/۵ - روی

۱۲۰- فرمول شیمیایی کدام ترکیب نادرست است؟

۱) سدیم اکسید: Na_2O ۲) آهن (II) اکسید: FeO

۳) پتاسیم سولفید: KS_2 ۴) منیزیم برمید: $MgBr_2$

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره در مکان‌های عمیق و امن در زیرزمین ذخیره و نگهداری کرد.

۲) شیمی سبز شاخه‌ای از شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جستجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آنها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و هم‌زمان از طبیعت محافظت کرد.

۳) در مولکول اوزون دو پیوند اشتراکی وجود دارد و هنگامی که تابش پراثری فرابنفش به این مولکول می‌رسد مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

۴) از آنجا که اوزون از اکسیژن واکنش پذیرتر است، این ماده، در لایه تروپوسفر آلاینده‌ای سمی و خطرناک به شمار می‌رود.

۱۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱) پرتو گسیل شده از زمین گرم، دارای انرژی کمتر و طول موج بیشتر از پرتو اولیه است.

۲) بخش زیادی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شود.

۳) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسخ از دست می‌دهد.

۴) اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به $18^{\circ}C$ کاهش می‌یافت.

۱۲۳- چند مورد از مطالب زیر در مورد مولکول دی‌نیتروژن تترا اکسید نادرست می‌باشد؟ ($O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

الف) بیش از ۷۰ درصد جرم آن را اکسیژن تشکیل داده است.

ب) در ساختار آن سه پیوند دوگانه وجود دارد.

پ) اتم‌های نیتروژن فاقد جفت الکترون ناپیوندی هستند.

ت) مجموع تعداد الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در این مولکول برابر ۳۴ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۴- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در کدام ترکیب بیشتر است؟

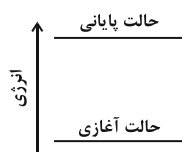
۱) سیلیسیم تترا برمید ۲) گوگرد دی اکسید ۳) نیتروژن تری فلوئورید ۴) کربن دی اکسید



شیمی ۲

شیمی ۲

در پی غذای سالم
صفحه‌های ۵۸ تا ۷۷



۱۲۵- کدام گزینه در مورد فرایندی با نمودار انرژی روبه‌رو نادرست است؟

- (۱) در این فرایند انرژی از محیط گرفته می‌شود.
- (۲) این فرایند می‌تواند مربوط به تبخیر آب باشد.
- (۳) این فرایند می‌تواند مربوط به هم‌دم شدن بستنی با بدن باشد.
- (۴) علامت Q در این فرایند مشابه علامت آن در فرایندهای سوخت و ساز بدن است.

۱۲۶- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده مستقل از تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌دانند.

ب) انرژی پتانسیل یک نمونه ماده، انرژی نهفته شده در آن است، انرژی‌ای که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن است.

پ) گرمای یک واکنش در دما و فشار ثابت، به نوع و مقدار مواد واکنش‌دهنده، نوع فراورده و حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده بستگی دارد.

ت) گرمای واکنش یکی از ویژگی‌های کاربردی و بنیادی هر واکنش به‌شمار می‌رود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- همهٔ گزینه‌های زیر درست هستند به جز:

(۱) انجام یک واکنش شیمیایی نشانه‌ای از تغییر در شیوهٔ اتصال اتم‌ها به یکدیگر است که به تغییر در ساختار و خواص مواد منجر می‌شود.

(۲) گروه عاملی، آرایش منظمی از اتم‌ها است که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می‌بخشد.

(۳) به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند در مولکول‌هایی که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، مناسب‌تر است.

(۴) آنتالپی پیوند مولکول Cl_4 از آنتالپی پیوند مولکول Br_4 کوچکتر است.

۱۲۸- چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

الف) شیمی‌دان‌ها انرژی کل یک سامانه را در دما و فشار اتاق هم‌ارز با محتوای انرژی یا آنتالپی آن می‌دانند.

ب) داد و ستد انرژی در واکنش‌ها اغلب به‌صورت گرما ظاهر می‌شود.

پ) مقدار عددی ΔH یک فرایند بزرگی آن را نشان می‌دهد و علامت مثبت و منفی به ترتیب نشان‌دهندهٔ گرماده و گرماگیر بودن آن است.

ت) برای یک واکنش اغلب به جای تغییر آنتالپی واکنش، واژهٔ آنتالپی واکنش به کار می‌رود.

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۲۹- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر معادلهٔ یک واکنش معکوس شود، ΔH آن نیز معکوس می‌شود.

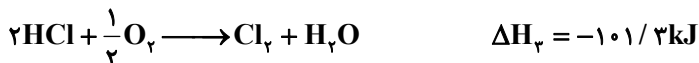
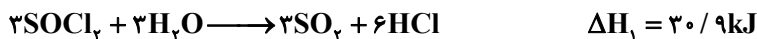
(۲) گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته است.

(۳) ΔH واکنش تولید اکسید سبکتر کربن از عناصر سازنده‌اش به کمک روش‌های مستقیم تعیین می‌شود.

(۴) متان، ساده‌ترین هیدروکربن و نخستین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، بخش عمدهٔ گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.



۱۳۰- با توجه به واکنش‌های داده شده، ΔH واکنش $2P + 2SO_2 + 5Cl_2 \rightarrow 2SOCl_2 + 2POCl_3$ چند کیلوژول است؟



-۱۱۲۲/۸ (۴)

-۱۰۸۱/۶ (۳)

-۱۴۸۶/۸ (۲)

-۱۰۴/۴ (۱)

۱۳۱- با توجه به نمودار روبه‌رو، همه عبارت‌های زیر صحیح‌اند، به جز:

(۱) مراحل تهیه گاز آمونیاک به‌روش هابر را نشان می‌دهد.

(۲) ΔH واکنش تولید آمونیاک از گازهای دو اتمی سازنده‌اش برابر $-46 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ می‌باشد.

(۳) یکی از واکنش‌دهنده‌های این واکنش، فراورده واکنش تبدیل آلاینده‌های خروجی از آگزوز خودروها به گازهای پایدارتر است.

(۴) گاز شش اتمی از گاز چهار اتمی موجود در این واکنش‌ها پایدارتر است.

۱۳۲- ۹ گرم گاز هیدروژن ناخالص با مقدار اضافی گاز اکسیژن واکنش داده و $853/2$ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. درصد خلوص گاز

هیدروژن چقدر است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند). ($H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

H-O	O=O	H-H	پیوند
۴۶۰	۴۹۴	۴۳۶	آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷۵ (۴)

۷۰ (۳)

۸۵ (۲)

۸۰ (۱)

۱۳۳- همه عبارت‌های زیر صحیح‌اند، به جز:

(۱) تهیه ترشی همانند نمک سود کردن باعث افزایش مدت ماندگاری مواد غذایی می‌شود.

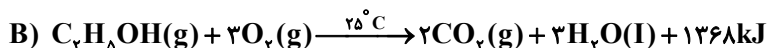
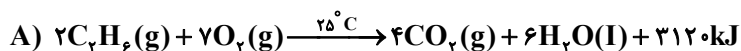
(۲) افزایش رطوبت، نور و دما سبب کاهش عمر مواد غذایی می‌شود.

(۳) مغز آفتاب گردان و پسته سریع‌تر از قاووت فاسد می‌شود.

(۴) روغن‌های مایع که در ظرف مات و کدر بسته‌بندی شده‌اند، زمان ماندگاری بیشتری دارند.

۱۳۴- از واکنش مقدار $6/4$ گرم گاز اکسیژن با مقدار کافی از هر کدام از گازهای اتان و اتانول به ترتیب چه مقدار انرژی آزاد می‌شود و

کدام واکنش CO_2 کمتری آزاد می‌کند؟ ($C = 12, O = 16, H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



A, 91/2, 89/14 (۲)

B, 91/2, 178/28 (۱)

B, 45/6, 178/28 (۴)

A, 45/6, 89/14 (۳)

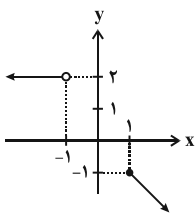


$$\Rightarrow f^{-1}(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

یعنی نقطه $(1, 2)$ روی نمودار $f(x+1)$ قرار دارد. چون f^{-1} وجود دارد. f یک به یک است، بنابراین $f(x+1)$ نیز یک به یک است و هیچ نقطه دیگری با عرض ۲ ندارد. در نتیجه $(2, 2)$ قطعاً روی نمودار $y = f(x+1)$ قرار ندارد.

۶- گزینه «۴»

کافی است نمودار f را رسم کنیم:



با توجه به نمودار برای این که f نزولی باشد، باید k در بازه $[-1, 2]$ قرار داشته باشد. پس k می‌تواند اعداد صحیح $-1, 0, 1, 2$ را بپذیرد.

۷- گزینه «۴»

می‌دانیم اگر $x_1, x_2 \in D_f$ و $x_1 < x_2$ و تابع f اکیداً نزولی باشد، باید $f(x_1) > f(x_2)$ باشد. بنابراین داریم:

$$-2 < -1 < 0 \Rightarrow f(-2) > f(-1) > f(0)$$

$$\Rightarrow a > a - 1 > a^3 - 1 \Rightarrow \begin{cases} a - 1 < a \Rightarrow -1 < 0: \text{ (همواره درست است)} \\ a - 1 > a^3 - 1 \Rightarrow a - a^3 > 0 \end{cases}$$

$$a - a^3 = 0 \Rightarrow a(1 - a^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

a	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$\Rightarrow a - a^3$		+	+	-	-

$$\Rightarrow a \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$$

۸- گزینه «۲»

تابع را به صورت $f = \{(-6, 2), (0, 4), (2, m^2 - 3), (6, 7), (7, 9)\}$ مرتب می‌کنیم. ملاحظه می‌شود با افزایش x ، مقادیر تابع در حال افزایش‌اند. برای اینکه تابع غیر یکنوا شود باید $m^2 - 3 > 7$ یا $m^2 - 3 < 4$ باشد.

$$\begin{cases} m^2 - 3 < 4 \Rightarrow m^2 < 7 \Rightarrow -\sqrt{7} < m < \sqrt{7} & (1) \\ m^2 - 3 > 7 \Rightarrow m^2 > 10 \Rightarrow m > \sqrt{10} \text{ یا } m < -\sqrt{10} & (2) \end{cases}$$

با توجه به بازه‌های (۱) و (۲)، m فقط اعداد صحیح $+3$ و -3 را نمی‌تواند بپذیرد.

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

$$(2x_0, y_0) \in f(x) \Rightarrow f(2x_0) = y_0$$

$$\Rightarrow \frac{x-3}{2} = 2x_0 \Rightarrow x-3 = 4x_0 \Rightarrow x = 4x_0 + 3$$

$$y = -2f\left(\frac{x-3}{2}\right) + y_0 \Rightarrow y = -2f(2x_0) + y_0$$

$$= -2y_0 + y_0 = -y_0$$

۲- گزینه «۱»

تابع $f(x)$ از انتقال افقی تابع $f(x+3)$ به دست می‌آید و چون انتقال در راستای افقی تأثیری در برد توابع ندارد؛ بنابراین برد $f(x)$ و $f(x+3)$ یکسان است؛ در نتیجه داریم:

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow -2 < -x \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < 2 - x \leq 3 \Rightarrow R_{f(x+3)} = R_f(x) = (0, 3]$$

۳- گزینه «۲»

با انجام مراحل بیان شده در سؤال داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = f(-x)$$

$$\xrightarrow{\text{انتقال } 2 \text{ واحد به طرف راست}} y = f(-(x-2)) = f(-x+2)$$

$$\xrightarrow[\text{باضرب } 2]{\text{انبساط عمودی}} y = 2f(-x+2)$$

۴- گزینه «۳»

مراحل تبدیل نمودار به صورت زیر است:

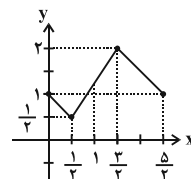
$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال } 3 \text{ واحد}} f(x+3) \xrightarrow[\text{باضرب } 2]{\text{انقباض افقی}} f(2x+3)$$

$$\xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} f(-2x+3)$$

$$\xrightarrow[\text{باضرب } 2]{\text{انقباض عمودی}} -\frac{1}{2}f(3-2x)$$

$$\xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{\text{انتقال یک}} -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$$

با انجام تبدیلات فوق، نمودار به صورت زیر در می‌آید:



۵- گزینه «۱»

$$y = 2f^{-1}(x-1) + 3 \xrightarrow{(2,7)} y = 2f^{-1}(2) + 3$$

حال داریم:

$$p(x) = x^6 - x^3 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow x^3(x-1) - 8(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^3 - 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

بنابراین این معادله، یک ریشه دیگر نیز دارد.

گزینه «۲»

باقی مانده تقسیم $y(x)$ بر $x-2$ برابر $y(2)$ است:

$$y(2) = 11 - 4k = 3 \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow y(x) = x^6 - 2x^2 - 3x + 1$$

حال باقی مانده تقسیم $y(x)$ بر $x+1$ ، $y(-1)$ است، بنابراین:

$$y(-1) = 1 - 2(1) + 3 + 1 = 3$$

گزینه «۳»

 $f(3) = f(4) = 0$ یعنی $x-4$ و $x-3$ بخش پذیر است:

$$f(3) = 0 \Rightarrow 3a - b = 13 \quad (1)$$

$$f(4) = 0 \Rightarrow 4a - b = 19 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} \begin{cases} 3a - b = 13 \\ 4a - b = 19 \end{cases} \Rightarrow a = 6, b = 5 \Rightarrow a \times b = 30$$

گزینه «۴»

واضح است که $f(-3) = f(2) = 0$ ، بنابراین:

$$f(-3) = 0 \Rightarrow 9a + 2b = 30 \quad (1)$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 4a - 3b = -10 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} \begin{cases} 9a + 2b = 30 \\ 4a - 3b = -10 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 6$$

حال باقی مانده تقسیم این چند جمله‌ای بر $x+4$ را با داشتن مقادیر a و b محاسبه می‌کنیم.

$$r = f(-4) \Rightarrow r = -64 + 32 + 20 - 6$$

$$\Rightarrow r = -18$$

گزینه «۳»

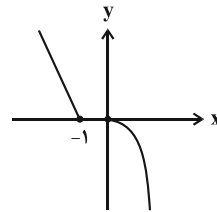
$$p(x) = x^5 - 3x^4 + ax - 1 = (x-1)q(x) + 2$$

$$\Rightarrow p(1) = 2 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow p(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 1 = (x-1)q(x) + 2$$

$$\Rightarrow p(-1) = -2q(-1) + 2 \Rightarrow q(-1) = 6$$

گزینه «۳»

ابتدا نمودار f را رسم می‌کنیم:با توجه به نمودار، واضح است که تابع f نزولی است. از طرفی چون $f(0) = f(-1) = 0$ ، بنابراین تابع f اکیداً نزولی نمی‌باشد.

گزینه «۳»

اگر $y = f(x)$ اکیداً صعودی باشد، $\text{fof}(x)$ نیز اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow \text{fof}(x_1) > \text{fof}(x_2)$$

و اگر $y = f(x)$ اکیداً نزولی باشد، $\text{fof}(x)$ باز هم اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow f(f(x_1)) > f(f(x_2))$$

در بین گزینه‌ها، گزینه «۳» تابعی اکیداً نزولی است. پس نمی‌تواند برابر با $\text{fof}(x)$ باشد.

گزینه «۲»

شرط صعودی بودن تابع $y = a^x$ این است که $a > 1$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta - k}{1 - 3k} > 1 \Rightarrow \frac{\Delta - k}{1 - 3k} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2k + 4}{1 - 3k} > 0$$

k	$-\infty$	-2	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
عبارت		-	+	-

$$\Rightarrow -2 < k < \frac{1}{3}$$

گزینه «۴»

 $p(x)$ بر $x+3$ بخش پذیر است، پس $p(-3) = 0$.

$$p(-3) = 0 \Rightarrow (-3)^5 - 3(-3)^2 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -54$$

گزینه «۲»

چون $(x-1)$ عامل $p(x)$ است، $p(x)$ بر آن بخش پذیر است، بنابراین:

$$p(1) = 0 \Rightarrow 1 - 1 + a + 8 = 0 \Rightarrow a = -8$$



۱۸- گزینه «۲»

$$p(x) = (x+1)(x+2)q(x) + 2x+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(x-1) = x(x+1)q(x-1) + 2x-1 \\ p(x-2) = x(x-1)q(x-2) + 2x-3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(x-1) - p(x-2)$$

$$= x[(x+1)q(x-1) - (x-1)q(x-2)] + 2$$

در نتیجه باقی‌مانده تقسیم مورد نظر، برابر ۲ است.

۱۹- گزینه «۲»

$$f(-1) = (-1)^f - 16 = (-1+2)q(-1)$$

در نتیجه باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ بر $x+1$ برابر $q(-1) = -15$ است.

۲۰- گزینه «۳»

چون $p(x)$ بر $x-2$ بخش پذیر است، یکی از ریشه‌های $p(x) = 0$ برابر $x=2$ است، یعنی $p(2) = 0$.

$$\Rightarrow p(2) = 2^3 - 2^2 + k \times 2 + 4 = 0 \Rightarrow k = -4$$

حال $p(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ را تجزیه می‌کنیم تا صفرهای p را بیابیم:

$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x^2(x-1) - 4(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

پس صفرهای p عبارت‌اند از: ۱ و ۲ و -۲، بنابراین حاصل جمع صفرهای p برابر ۱ است.

ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۱»

توجه کنید که اگر $[-a, 2a+7]$ یک بازه باشد، باید:

$$2a+7 > -a \Rightarrow 3a > -7 \Rightarrow a > -\frac{7}{3} \quad (*)$$

از طرف دیگر برای این که اشتراک دو بازه تهی باشد، باید یکی از دو حالت زیر اتفاق بیفتد:

$$-a > +1 \Rightarrow a < -1$$

$$2a+7 < -1 \Rightarrow a < -4$$

اجتماع دو حالت فوق $a < -1$ است و با توجه به شرط $(*)$ نتیجه می‌شود:

$$-\frac{7}{3} < a < -1$$

پس a فقط می‌تواند مقدار صحیح -۲ را بپذیرد.

۲۲- گزینه «۳»

مجموعه دانش‌آموزان مردود شده در درس ریاضی: A مجموعه دانش‌آموزان مردود شده در درس فیزیک: B M : مجموعه کل دانش‌آموزان کلاس $A \cup B$: دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک مردود

شده‌اند.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(M)} = \frac{n(A)}{n(M)} + \frac{n(B)}{n(M)} - \frac{n(A \cap B)}{n(M)}$$

$$\Rightarrow 100\% = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 85\% + 70\% - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = 55\%$$

در نتیجه:

$$p(A) - p(A \cap B) = 30\% = \text{درصد دانش‌آموزانی که فقط در ریاضی مردود شده‌اند}$$

$$p(B) - p(A \cap B) = 15\% = \text{درصد دانش‌آموزانی که فقط در فیزیک مردود شده‌اند}$$

$$\Rightarrow 30\% + 15\% = 45\% = \text{درصد دانش‌آموزانی که فقط در یک درس مردود شده‌اند}$$

۲۳- گزینه «۴»

چون از جمله چهارم به بعد مقادیر b_n مثبت می‌باشد، برای به دست آوردن کوچک‌ترین جمله کافی است که ۳ جمله ابتدایی را محاسبه کنیم:

$$b_1 = \frac{1}{3-10} = -\frac{1}{7}, b_2 = \frac{2}{6-10} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$, b_3 = \frac{3}{9-10} = -3$$

لذا کوچک‌ترین جمله -۳ می‌باشد.

۲۴- گزینه «۳»

ابتدا فرض می‌کنیم $q > 1$ باشد:

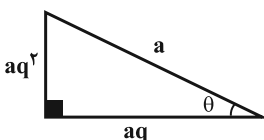
$$\text{قضیه فیثاغورس: } a^2 + (aq)^2 = (aq^2)^2$$

$$\Rightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} > 1$$

بنابراین a کوچک‌ترین ضلع و زاویه روبرو به آن، کوچک‌ترین زاویه است.

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{a}{aq^2} = \frac{1}{q^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$



لازم به ذکر است که اگر مثلث را به

صورت مقابل $(0 < q < 1)$ نیز در نظر

بگیریم، جواب مسئله یکسان خواهد بود.



$$(۲) \Rightarrow \frac{a_1(q^{17} - q^{10})}{q-1} = \frac{a_1q^{10}(q^7 - 1)}{q-1} = B \quad (۴)$$

از تقسیم رابطه (۳) بر رابطه (۴) داریم:

$$q^7 = \frac{A}{B} \Rightarrow q = \sqrt[7]{\frac{A}{B}}$$

۳۰- گزینه «۳»

به سادگی می توان اثبات کرد که در هر دنباله هندسی با تعداد جملات زوج و قدرنسبت q ، مجموع جملات شماره زوج، q برابر مجموع جملات شماره فرد است. پس در این سؤال، $q = 4$ است.

$$\Rightarrow \frac{a_{18}}{a_{17}} = q = 4$$

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۲»

داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های واقع بر قطر اصلی A برابر است با:

$$0 + 0 + 1 = 1$$

۳۲- گزینه «۳»

ماتریس اسکالر 3×3 به صورت $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ است که مجموع درایه های آن $3a$ است. بنابراین داریم:

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

حاصل ضرب درایه های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^3 = \frac{1}{27}$$

۳۳- گزینه «۳»

$$A = \begin{bmatrix} 7 & p & q \\ 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^7 = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 = \begin{bmatrix} 16 & m & n \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های قطر اصلی $= 16 + 1 + 81 = 98$

۲۵- گزینه «۴»

$$S_{16} - S_9 = a_{10} + \dots + a_{16} = 49$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}(a_{10} + a_{16}) = 49 \Rightarrow a_{10} + a_{16} = 14$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}(a_1 + a_{25}) = \frac{25}{2}(a_{10} + a_{16}) = \frac{25}{2} \times 14 = 175$$

۲۶- گزینه «۴»

ابتدا باید اولین عدد دسته دهم را حساب کنیم. تا انتهای دسته نهم به اندازه مجموع اعداد ۱ تا ۹ عدد داریم:

$$1 + 2 + \dots + 8 + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

پس شروع دسته دهم با ۴۶ امین عدد زوج، یعنی $92 = 2 \times 46$ است؛ حال برای مجموع اعداد دسته دهم داریم:

$$S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2} = \frac{10(2 \times 92 + 9 \times 2)}{2} = 1010$$

۲۷- گزینه «۲»

$$S_n = \frac{n}{2}(2(-8) + (n-1)(7)) = \frac{7n^2}{2} - \frac{73n}{2}$$

$$P_n = \frac{n}{2}(2(55) + (n-1)(-7)) = \frac{-7n^2}{2} + \frac{117n}{2}$$

$$\Rightarrow P_n + S_n = 47n$$

این دنباله، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴۷ است.

۲۸- گزینه «۲»

می توان مراحل اضافه کردن آب را دنباله هندسی با قدرنسبت و جمله اول ۲ دانست. حال داریم:

$$S_n = \frac{2(r^n - 1)}{r - 1} = 2(r^n - 1) \Rightarrow 2(r^n - 1) > 500$$

$$\Rightarrow r^n > 251 \Rightarrow n \geq 8$$

۲۹- گزینه «۲»

$$S_{20} - S_{13} = A \Rightarrow \frac{a_1(q^{20} - 1)}{q-1} - \frac{a_1(q^{13} - 1)}{q-1} = A \quad (۱)$$

$$S_{17} - S_{10} = B \Rightarrow \frac{a_1(q^{17} - 1)}{q-1} - \frac{a_1(q^{10} - 1)}{q-1} = B \quad (۲)$$

$$(۱) \Rightarrow \frac{a_1(q^{20} - q^{13})}{q-1} = \frac{a_1q^{13}(q^7 - 1)}{q-1} = A \quad (۳)$$



۳۴- گزینه «۳»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \bar{O} \xrightarrow{\times A} A^4 = \bar{O} \xrightarrow{\times A} A^5 = \bar{O}$$

$$A + A^2 + \frac{A^3 + A^4 + A^5}{\bar{O}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۵- گزینه «۱»

$$A^{-1} = \frac{1}{1 \times 3 - 0 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a & 3 \\ a & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2$$

۳۶- گزینه «۲»

$$A^2 = A + 2I \Rightarrow A^2 - A = 2I$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}A(A - I) = I$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{A - I}{2}$$

۳۷- گزینه «۴»

دترمینان ماتریس وارون پذیر، مخالف صفر است، پس ماتریس‌های مورد نظر

عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۸- گزینه «۲»

$$(I - 2A)(I + \lambda A) = I \Rightarrow I^2 + (\lambda - 2)A - 2\lambda A^2 = I$$

$$\xrightarrow{A^2 = A} I + (\lambda - 2)A - 2\lambda A = I \Rightarrow (\lambda - 2 - 2\lambda)A = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (-2\lambda - 2)A = \bar{O} \xrightarrow{A \neq \bar{O}} -2\lambda - 2 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{2}{2}$$

۳۹- گزینه «۱»

طرفین معادله را از سمت راست در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$ ضرب می‌کنیم تا ماتریس

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ به دست آید.}$$

$$\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ -11 & -16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ -11 & -16 \end{bmatrix} \times \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -8 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 0$$

۴۰- گزینه «۳»

برای آنکه دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط $ax - 3y = 1$ و

$$20x + by = 5 \text{ بر هم منطبق باشند؛}$$

$$\frac{a}{20} = \frac{-3}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -15 \end{cases}$$

حال بین گزینه‌ها، دستگاه معادلاتی را انتخاب می‌کنیم که دترمینان ماتریس

ضرایب آن مخالف صفر باشد تا جواب منحصر به فرد داشته باشد.

$$1) \begin{vmatrix} 15 & -4 \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15 & -4 \\ -15 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$2) \begin{vmatrix} a & -15 \\ 4 & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -15 \\ 4 & -15 \end{vmatrix} = 0$$

$$3) \begin{vmatrix} a & 15 \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 15 \\ -15 & 4 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$4) \begin{vmatrix} a & b \\ 3a & 3b \end{vmatrix} = 0$$

ریاضیات گسسته

۴۱- گزینه «۱»

می‌دانیم جمع و تفریق عدد گویا و گنگ همواره گنگ است. بنابراین با توجه به

آنکه $\alpha + \beta$ گویا و β گنگ است پس جمع آنها یعنی $\alpha + 2\beta$ گنگمی‌شود. از طرفی وقتی β گنگ است پس 2β نیز گنگ است. در نتیجه

$$\underbrace{(\alpha + \beta)}_{\text{گنگ}} - \underbrace{2\beta}_{\text{گنگ}} = \alpha - \beta$$



$$= 19(q_1 + q_2 - 1)$$

بنابراین باقی مانده تقسیم، برابر صفر است.

گزینه «۲» - ۴۶

$$\begin{cases} a = bq + r & q=1 \\ 0 \leq r < b & r=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 11b + 25 \\ 25 < b \end{cases}$$

حالا به b مقادیرهای ۲۶ و ۲۷ و ... را می دهیم تا a بر ۷ تقسیم پذیر باشد.

b	۲۶	۲۷
a	۳۱۱	۳۲۲
	x	\checkmark

پس $a_{\min} = 322$ در نتیجه رقم وسط برابر ۲ است.

گزینه «۴» - ۴۷

$$11a - 5 \equiv 1 - 3a \Rightarrow 12a \equiv 6 \xrightarrow{\div 6} 2a \equiv 1 \equiv 12 \xrightarrow{\div 2} (11, 2) = 1$$

$$a \equiv 6 \Rightarrow \begin{cases} a^2 \equiv 36 \\ 3a \equiv 18 \end{cases} \Rightarrow a^2 - 3a \equiv 18 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 20 \equiv 9$$

گزینه «۳» - ۴۸

$$25 = 32 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان } 14} 2^{70} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{71} \equiv 2$$

گزینه «۴» - ۴۹

$$5^{212} \equiv (\delta^2)^{70} \times \delta^2 \equiv (125)^{70} \times 25 \equiv 1^{70} \times 25 \equiv 25$$

$$\Rightarrow 5^{212} + a \equiv 25 + a \equiv 0 \Rightarrow a_{\min} = 6$$

گزینه «۳» - ۵۰

$$24x \equiv 42y \xrightarrow{\div 6} 4x \equiv 7y \quad \text{گزینه «۴»} \quad (15, 6) = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x \equiv 7y \xrightarrow{\div 2} 2x \equiv y & \text{گزینه «۲»} \\ 4x \equiv 12y \xrightarrow{\div 4} x \equiv 3y & \text{گزینه «۱»} \end{cases} \quad (5, 2) = 1 \quad (5, 4) = 1$$

با انتخاب $x = 7$ و $y = 4$ نیز می توان نشان داد که گزینه «۳» نادرست است.

گزینه «۳» - ۴۲

با مثال مقابل می توان گزینه های نادرست را مشخص کرد $6 \times 3 = 6 \times 2$

گزینه «۱» نادرست است. $3^2 / 6 \times 2$

گزینه «۲» نادرست است. $4 \neq 2$ و $3 \neq 6$

گزینه «۴» نادرست است. $4 \times 9 / 6 \times 2$

اثبات درستی گزینه «۳» $ad = bc \Rightarrow a | bc \Rightarrow a | bc^2$

گزینه «۲» - ۴۳

$$x - 2 | 4x + 1 \Rightarrow x - 2 | 4x + 1 - 4(x - 2)$$

$$\Rightarrow x - 2 | 9 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = \pm 1 \\ x - 2 = \pm 3 \\ x - 2 = \pm 9 \end{cases}$$

برای نقاطی که در ربع دوم قرار دارند، $x < 0$ و $y > 0$ می باشد. پس

جواب هایی را انتخاب می کنیم که $x < 0$ یا $x - 2 < -2$ باشد. یعنی دو جواب

برای x داریم:

$$x - 2 = -9 \Rightarrow x = -7, \quad x - 2 = -3 \Rightarrow x = -1$$

حال باید مقدار y را به ازای این دو مقدار x بیابیم:

$$x = -1 \Rightarrow y = \frac{-3}{-3} = 1 \Rightarrow \text{در ربع دوم است}$$

$$x = -7 \Rightarrow y = \frac{-27}{-9} = 3 \Rightarrow \text{در ربع دوم است}$$

پس دو نقطه با مختصات صحیح در ربع دوم داریم.

گزینه «۳» - ۴۴

$$(n^2 + n, 3n - 1) = d \Rightarrow \begin{cases} d | n^2 + n \xrightarrow{-n} d | 3n^2 + 3n \\ d | 3n - 1 \xrightarrow{\times n} d | 3n^2 - n \end{cases} \Rightarrow d | 4n$$

$$\begin{cases} d | 4n \xrightarrow{-n} d | 12n \\ d | 3n - 1 \xrightarrow{-\times 4} d | 12n - 4 \end{cases} \Rightarrow d | 4 \Rightarrow d = 1, 2, 4$$

گزینه «۴» - ۴۵

$$\begin{cases} a = 19q + 3 \\ b = 19q' + 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = 19(5q) + 15 = 19q_1 + 15 \\ -2b = 19(-2q') - 34 = 19q_2 - 34 \end{cases}$$

$$5a - 2b = 19q_1 + 15 + 19q_2 - 34 = 19q_1 + 19q_2 - 19$$



هندسه ۱

۵۱- گزینه ۲»

با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث

AMN است، می توان نوشت:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMN} + S_{MNCB} = S_{\Delta AMN} + 8S_{\Delta AMN} = 9S_{\Delta AMN}$$

با توجه به این که $BC \parallel MN$ است، می توان نتیجه گرفت که دو مثلث

ABC و AMN متشابه هستند. پس:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \left(\frac{AB}{AM}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{AB}{AM} = 3 \Rightarrow AB = 3AM$$

$$\Rightarrow AM + MB = 3AM \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$$

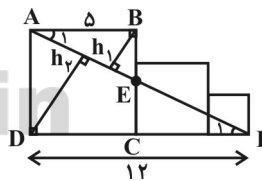
۵۲- گزینه ۱»

مثلث های ADF و ABE به حالت دو زاویه متشابه اند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DF \\ \text{مورب } AF \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \Delta ABE \sim \Delta ADF$$

می دانیم که نسبت ارتفاع های متناظر در دو مثلث متشابه برابر با نسبت تشابه

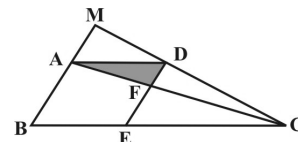
است:



$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{DF}{AB} = \frac{12}{5} = 2/4$$

۵۳- گزینه ۴»

دو مثلث ADF و FEC به حالت تساوی دو زاویه متشابه اند، داریم:



$$k_1 = \frac{EC}{AD} \Rightarrow k_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ADF}} = k_1^2 = \frac{16}{9} \quad (*)$$

دو مثلث FEC و ABC هم مشابه اند، پس خواهیم داشت:

$$k_2 = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_2 = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$

۵۴- گزینه ۳»

دو مثلث ABC و EAF در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه بین

این دو ضلع متشابه اند، زیرا $\hat{EAF} = \hat{BAC}$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه

است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m+3}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

آمار و احتمال

۵۵- گزینه ۴»

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \text{ و } B = \{5, 7, 11\}$$

حال از جبر مجموعه ها می توانیم به سادگی ثابت کنیم که

$$|A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2$$

$$|A^2 - B^2| = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

خواهیم داشت:

$$\Rightarrow |A^2 - B^2| = 12 = \text{شمار زیرمجموعه های } (A^2 - B^2)$$



$$\Rightarrow -4 \leq x^2 \leq 8 \Rightarrow x^2 \leq 8 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (I)$$

$$B: |x-3| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x-3 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 7$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{N}} \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad (II)$$

حال کفایت اعضای مجموعه $A \cap B$ را مشخص کنیم؛ لذا داریم:

$$I, II \Rightarrow A \cap B = \{1, 2\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 2^2 = 4 \quad \text{بنابراین:}$$

۶۰- گزینه «۱»

$$A_1 = (0, 1); A_2 = (-1, \frac{1}{2}); A_3 = (-2, \frac{1}{3}); A_4 = (-3, \frac{1}{4})$$

$$A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = (0, \frac{1}{4})$$

$$B = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = (-3, 1)$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (-3, 1) - (0, \frac{1}{4}) = (-3, 0] \cup [\frac{1}{4}, 1)$$

۶۱- گزینه «۴»

$$[(A-B) \cup (B-A)] \cup (A \cap B)$$

$$= (A \cap B') \cup [(B \cap A') \cup (B \cap A)]$$

$$= (A \cap B') \cup \left[B \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U \right] = (A \cap B') \cup B$$

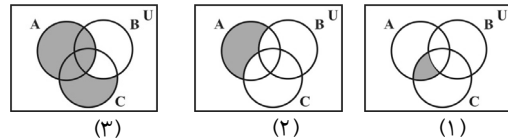
$$= (A \cup B) \cap \underbrace{(B' \cup B)}_U = A \cup B$$

$$[(A-B) \cup (B-A)] \cup (A \cap B) = B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

$$\Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

۵۶- گزینه «۴»

نمودار ون هر یک از گزینه‌های دیگر به صورت زیر است:



۵۷- گزینه «۳»

$$\begin{cases} A - B' = A \cap (B')' = A \cap B \\ A' \cup B' \stackrel{\text{قانون دمورگان}}{=} (A \cap B)' \Rightarrow A \cap B \subseteq (A \cap B)' \end{cases}$$

پس الزاماً $A \cap B = \emptyset$ می‌باشد. زیرا هیچ مجموعه‌ای به غیر از تهی،

زیرمجموعه متمم خودش نیست. بنابراین، $A \subseteq B'$ یا $B \subseteq A'$ می‌باشد،

زیرا:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow (A \cap B) \cup B' = \emptyset \cup B'$$

$$\Rightarrow (A \cup B') \cap (B \cup B') = B' \Rightarrow A \cup B' = B' \Rightarrow A \subseteq B'$$

به دلیل مشابه، $B \subseteq A'$ می‌باشد.

۵۸- گزینه «۱»

$$(A \cap B' \cap C) \cup B = B \cup [B' \cap (A \cap C)]$$

$$= \overbrace{(B \cup B')}^U \cap (B \cup (A \cap C)) = B \cup (A \cap C)$$

$$\Rightarrow B \cup (A \cap C) \cup (A \cap C')$$

$$= B \cup (A \cap (C \cup C')) = B \cup (A \cap U) = B \cup A$$

۵۹- گزینه «۱»

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = (n(A \cap B))^2 \quad \text{ابتدا متذکر می‌شویم که:}$$

حال اعضای دو مجموعه A و B را مشخص می‌کنیم:

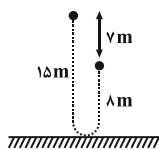
$$A: |2-x^2| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq 2-x^2 \leq 6 \Rightarrow -8 \leq -x^2 \leq 4$$

فیزیک ۳

۶۲- گزینه «۳»

۶۵- گزینه «۳»

طبق تعریف بردار جابه‌جایی توپ، برداری است که مکان اولیه آن را به مکان نهایی آن وصل می‌کند، بنابراین اندازه بردار جابه‌جایی برابر با $d = 7m$ خواهد بود.



از طرفی مطابق شکل، مسافت طی شده توسط توپ برابر است با:

$$\ell = 15 + 8 = 23m$$

بنابراین داریم:

$$\frac{d}{\ell} = \frac{7}{23}$$

۶۶- گزینه «۴»

چون تندی متوسط اتومبیل A در این مسیر بیش‌تر از تندی متوسط اتومبیل B است، بنابراین اتومبیل A این مسیر را سریع‌تر طی کرده است. با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

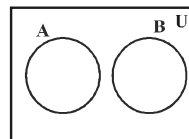
$$(s_{av})_A = \frac{\ell}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{86/4}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = 150s$$

$$(s_{av})_B = \frac{\ell}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{64/8}{3/6} = \frac{3600}{\Delta t_B} \Rightarrow \Delta t_B = 200s$$

$$\Delta t_A - \Delta t_B = 150 - 200 = -50s = \frac{-5}{6} \text{ min}$$

بنابراین متحرک A به اندازه $\frac{5}{6}$ دقیقه زودتر از متحرک B این مسیر را طی کرده است.

از آن‌جا که $B \subseteq A'$ ، نتیجه می‌شود $A \cap B = \emptyset$ ، یعنی دو مجموعه A و B جدا از هم هستند. با توجه به نمودار ون، حاصل عبارت برابر است با:



$$[A - (B' \cap A)] \cup \underbrace{(B - A)}_B = \underbrace{[A - A]}_{\emptyset} \cup B = B$$

۶۳- گزینه «۲»

$$5 < x^2 < 65 \Rightarrow 3 \leq x \leq 8 \Rightarrow A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, \quad x_2 = 5 \Rightarrow A \cap B = \{4, 5\}$$

$$\Rightarrow A - B = \{3, 6, 7, 8\}$$

$$n[(A - B) \times B] = n(A - B) \cdot n(B) = 4 \cdot 6 = 24$$

$$\Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

از طرفی می‌دانیم: $A' - B' = B - A$ ، پس داریم:

$$n[(A' - B') \times A] = n[(B - A) \times A] = n(B - A) \cdot n(A)$$

$$= 3 \times 6 = 18$$

۶۴- گزینه «۲»

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$C' - A = \emptyset \Rightarrow C' \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq C \Rightarrow A' \cup C = C$$

$$(A \cap B)' \cup C = A' \cup C = C$$



۶۷- گزینه «۳»

برای محاسبه سرعت متوسط از روی نمودار مکان - زمان، شیب خط واصل دو نقطه مورد نظر را می‌یابیم. در t ثانیه دوم حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{2t - t} = \frac{x_1 - x_0}{t} \quad (*)$$

در $2t$ ثانیه اول حرکت داریم:

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x_1 - x_0}{2t - 0} = \frac{x_1 - x_0}{2t} \quad (**)$$

بنابراین:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{\frac{x_1 - x_0}{t}}{\frac{x_1 - x_0}{2t}} = 2 \quad \xrightarrow{(*), (**)}$$

۶۸- گزینه «۴»

با استفاده از تعریف شتاب متوسط، داریم:

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = 10.8 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10.8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \Rightarrow v_2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{9} \Rightarrow a_{av} = \frac{10}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۹- گزینه «۲»

نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین اندازه شتاب حرکت در مسیر حرکت ثابت است. از طرف دیگر خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$

افقی است، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با

استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_0^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{0 - (-12)}{-8 - (-12)}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3}$$

۷۰- گزینه «۲»

حرکت با شتاب ثابت و به صورت تندشونده است، پس v_0 و a هم علامت هستند. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{a(2T) + v_0}{a(T) + v_0} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1 + \frac{aT}{aT + v_0} < 2$$

$$\Rightarrow 1 < \frac{v'}{v} < 2 \Rightarrow v < v' < 2v$$

۷۱- گزینه «۲»

مسافتی که بقیه قطار بعد از جدا شدن واگن با سرعت ثابت طی می‌کند برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t$$

v سرعت قطار است که برابر سرعت اولیه واگن موقع جدا شدن است و Δt زمان توقف واگن است. با توجه به آنکه سرعت نهایی واگن صفر است، داریم:

$$\Delta x' = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow v\Delta t = 120\text{m}$$

پس مسافتی که قطار در این مدت طی کرده است برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t = 120\text{m}$$

۷۲- گزینه «۱»

راه حل اول: دو ثانیه سوم یعنی بازه زمانی ۴s تا ۶s. داریم:

$$t_1 = 4\text{s} \Rightarrow v_1 = -3(4) + 4 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_2 = 6\text{s} \Rightarrow v_2 = -3(6) + 4 = -14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-8 + (-14)}{2} \times (6 - 4) \Rightarrow |\Delta x| = 22\text{m}$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطه جابه‌جایی در T ثانیه n ام در حرکت با شتاب

ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = (n - 0.5)aT^2 + v_0 T \Rightarrow \Delta x = (3 - 0.5)a(2)^2 + v_0(2)$$

$$\Rightarrow \Delta x = 2/5(-3)(2)^2 + 4(2) \Rightarrow |\Delta x| = |-30 + 8| = 22\text{m}$$

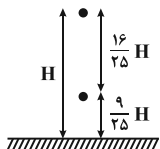


$$v'' = -4 \times 10 + 18 \Rightarrow v'' = -22 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_{\gamma} = \frac{v' + v''}{2} \Delta t_{\gamma} = \frac{0 + (-22)}{2} (10 - 4/5) \Rightarrow \Delta x_{\gamma} = -\frac{121}{2} m$$

$$\text{بنابراین: } |\Delta x_{\alpha}| + |\Delta x_{\gamma}| = \frac{81}{2} + \frac{121}{2} = 101 m$$

۷۵- گزینه «۴»



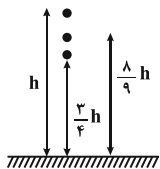
اگر گلوله کل مسیر را در t ثانیه طی کند، $\left(1 - \frac{9}{25}\right)H$ ابتدایی مسیر را در

$(t - 3)$ ثانیه طی کرده است. با در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad \text{مبدأ مکان، داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\frac{16}{25}H} = \left(\frac{t}{t-3}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{t}{t-3} \Rightarrow t = 15s$$

۷۶- گزینه «۲»



با در نظر گرفتن محل رها شدن جسم به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{8}{9}\right)h}{\left(1 - \frac{3}{4}\right)h}} = \sqrt{\frac{1/9}{1/4}} = \frac{2}{3}$$

۷۷- گزینه «۴»

تنها نیروی وارد بر گلوله، وزن گلوله است، بنابراین شتاب آن یعنی تغییر سرعت

در واحد زمان $\left(\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right)$ همواره ثابت و برابر با \vec{g} (شتاب جاذبه) است.

۷۸- گزینه «۳»

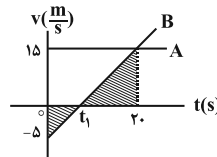
با در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{-h}{-\frac{3}{4}h} = \left(\frac{t}{t'}\right)^2 \Rightarrow \frac{t'}{t} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۷۳- گزینه «۳»

در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشور خورده، لحظه t_1 را می یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظه t_1 به بعد هم جهت و مثبت می شود).



$$\frac{15}{5} = \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5s$$

حال می توان ابتدا شتاب متحرک B را یافت، سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازه $5s$ تا $20s$ داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 0}{20 - 5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}t^2 + (-5)t \\ x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow \Delta x_A = 15t \end{cases} \quad \text{پس:}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 5t = 15t \Rightarrow 20t = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow t = 40s$$

در نتیجه بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$40 - 5 = 35s$$

۷۴- گزینه «۳»

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه جایی از رابطه زیر به دست

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{می آید.}$$

ثانیه پنجم یعنی بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 5s$ ، برای محاسبه جابه جایی در ثانیه پنجم، سرعت را در لحظه های $t_1 = 4s$ و $t_2 = 5s$ به دست می آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4s} v_1 = 4a + 18 \quad \text{داریم:}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 5a + 18$$

در ثانیه پنجم جابه جایی برابر با صفر است، بنابراین:

$$\Delta x = 0 \Rightarrow v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 4a + 18 + 5a + 18 = 0 \Rightarrow a = -\frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه مسافت طی شده در 10 ثانیه ابتدایی حرکت، جابه جایی متحرک را در لحظات قبل و بعد از آن که سرعتش صفر شود، محاسبه می کنیم. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 18 = 0 \Rightarrow t = 4/5s$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v'}{2} \Delta t_1 = \frac{18 + 0}{2} \times (4/5 - 0) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{81}{5} m$$



$$F_{net} = ma = m \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \quad \frac{F_{net} = 25N}{m = 5kg, \Delta t = 2s} \rightarrow 5 \times \frac{|\Delta v|}{2} = 25$$

$$\Rightarrow |\Delta v| = 10 \frac{m}{s}$$

۸۴ - گزینه «۱»

ابتدا از روی نمودار و با توجه به قانون دوم نیوتون، جرم جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 18 = m \times 2 / 25 \Rightarrow m = 8kg$$

در حالت دوم، جرم جسم برابر است با:

$$m' = m + 1 = 8 + 1 \Rightarrow m' = 9kg$$

در این حالت با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F'_{net} = m'a' \Rightarrow 18 = 9a' \Rightarrow a' = 2 \frac{m}{s^2}$$

فیزیک ۱

۸۵ - گزینه «۱»

ابتدا دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{T=8\theta} 8\theta = \theta + 273$$

$$\Rightarrow 7\theta = 273 \Rightarrow \theta = 39^\circ C$$

حال این دما را بر حسب درجه فارنهایت محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = 102 \frac{9}{5} F$$

۸۶ - گزینه «۳»

ابتدا ضریب انبساط حجمی را از $\frac{1}{F}$ به $\frac{1}{K}$ تبدیل می‌کنیم. چون $\frac{1}{K}$ برابر

با $\frac{1}{C}$ است، بهتر است مشخص کنیم تغییر دمای $1^\circ F$ برابر با تغییر دمای

چند درجه سلسیوس است. داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 1^\circ F = \left(\frac{5}{9}\right)^\circ C$$

اکنون ضریب انبساط حجمی را از $\frac{1}{F}$ به $\frac{1}{C}$ تبدیل می‌کنیم:

$$\beta = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{F} \times \left(\frac{5}{9}\right)^\circ C = 5 \times 10^{-6} \frac{1}{C} = 5 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$$

با توجه به این که $\beta_{جامد} = 3\alpha$ است، ضریب انبساط طولی فلز برابر است با:

$$\beta = 3\alpha \xrightarrow{\beta = 5 \times 10^{-6} \frac{1}{K}} 5 \times 10^{-6} = 3\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5}{3} \times 10^{-6} \frac{1}{K}$$

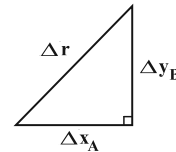
۷۹ - گزینه «۱»

ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد تا جسم B به سطح زمین برسد را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -45 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 3s$$

جابه‌جایی جسم A در این مدت برابر است با:

$$\Delta x_A = v\Delta t \Rightarrow \Delta x_A = 20 \times 3 = 60m$$



در نتیجه فاصله دو جسم در لحظه رها شدن جسم B برابر است با:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x_A^2 + \Delta y_B^2} = \sqrt{60^2 + 45^2} = 75m$$

۸۰ - گزینه «۴»

در مسیر مستقیم در صورتی که نیروی خالصی در خلاف جهت سرعت جسم به جسم اعمال شود، حرکت جسم شتاب‌دار کندشونده خواهد بود.

۸۱ - گزینه «۱»

شخص قایق را به سمت چپ هل می‌دهد تا بتواند به سمت راست حرکت کند. بنابراین نیرویی که از طرف قایق به شخص وارد می‌شود برابر است با:

$$F_{12} = m_1 a_1 = 60 \times 2 = 120N \text{ (به سمت راست)}$$

طبق قانون سوم نیوتون، عکس‌العمل این نیرو به قایق و به طرف چپ وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_{21} = m_2 a_2 \Rightarrow 120 = 100 a_2 \Rightarrow a_2 = 1 \frac{m}{s^2} \text{ (به سمت چپ)}$$

۸۲ - گزینه «۱»

برای یافتن نیروی خالص، ابتدا a را از روی معادله حرکت می‌یابیم. سپس در رابطه $F_{net} = ma$ قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t + b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

اندازه نیروی خالص برابر است با:

$$F_{net} = ma = 5 \times 4 = 20N$$

۸۳ - گزینه «۲»

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برابند چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازه نیروی خالص باقی‌مانده برابر با اندازه همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:



$$L = 2\pi r \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 1 + \alpha\Delta\theta \quad (*)$$

برای مساحت حلقه‌ها داریم:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{\Delta A}{A_1} = (1 + \alpha\Delta\theta)^2 - 1 \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 1 + \alpha^2\Delta\theta^2 + 2\alpha\Delta\theta - 1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \alpha^2\Delta\theta^2 + 2\alpha\Delta\theta \xrightarrow{\alpha \ll 1} \frac{\Delta A}{A_1} \approx 2\alpha\Delta\theta \quad (**)$$

اکنون تغییرات دمای حلقه را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{1500}{50 \times 10^{-3} \times 600} = 50^\circ\text{C}$$

$$\xrightarrow{(**)} \frac{\Delta A}{A_1} \approx 2 \times 10^{-5} \times 50 = 10^{-3} \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 \approx 0.1\%$$

۹۱- گزینه «ف»

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2 c_2 \Delta\theta_2}{m_1 c_1 \Delta\theta_1}$$

$$\frac{m_2 = 2m_1, c_1 = c_2}{Q_2 = \frac{Q_1}{2}, \Delta\theta_1 = 40^\circ\text{C}} \rightarrow \frac{1}{2} = 2 \times \frac{\Delta\theta_2}{40} \Rightarrow \Delta\theta_2 = 10^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow \theta_2' - \theta_2 = 10^\circ\text{C} \xrightarrow{\theta_2 = 15^\circ\text{C}} \theta_2' = 10 + 15 = 25^\circ\text{C}$$

۹۲- گزینه «ف»

در این جا جسم گرما از دست می‌دهد و آب گرما می‌گیرد، اما چون $\frac{1}{\Delta}$ گرما به

محیط اطراف داده می‌شود، $\frac{4}{\Delta}$ از گرمای جسم به آب داده خواهد شد. بنابراین

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} m_2 = 80\text{g} \\ \theta_2 = 30^\circ\text{C} \\ c_2 = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}} \end{cases} \text{ جسم} \begin{cases} C_1 = 210 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 90^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$Q_2 + \frac{4}{\Delta} Q_1 = 0 \Rightarrow m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + \frac{4}{\Delta} C_1 (\theta_e - \theta_1)$$

$$\Rightarrow 80 \times 4/2 \times (\theta_e - 30) + \frac{4}{\Delta} \times 210 \times (\theta_e - 90) = 0$$

$$\Rightarrow 8 \times 42 \times (\theta_e - 30) = 8 \times 210 \times (90 - \theta_e)$$

$$\Rightarrow 2\theta_e - 60 = 90 - \theta_e \Rightarrow \theta_e = 50^\circ\text{C}$$

۸۷- گزینه «۳»

ابتدا دما بر حسب درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50^\circ\text{F}} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \theta = 10^\circ\text{C} \Rightarrow T = 10^\circ\text{C}$$

اکنون با استفاده از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ ، تغییر طول میله در حالت دوم را

به دست می‌آوریم. با توجه به شکل در بازه دمایی $T_1 = 0^\circ\text{C}$ تا

$$T_2 = 100^\circ\text{C} \quad \Delta L = 100/2 - 100 = 0/2 \text{cm}$$

است. برای بازه دمایی $T_1 = 0^\circ\text{C}$ تا $T_2' = 50^\circ\text{F} = 10^\circ\text{C}$ چون ضریب

انبساط طولی ثابت است می‌توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \xrightarrow{\alpha \text{ و } L_1 \text{ ثابت اند}} \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{\Delta T'}{\Delta T}$$

$$\frac{\Delta T' = 10 - 0 = 10^\circ\text{C}, \Delta L = 0/2 \text{cm}}{\Delta T = 100 - 0 = 100^\circ\text{C}} \rightarrow \frac{\Delta L'}{0/2} = \frac{10}{100}$$

$$\Rightarrow \Delta L' = 0/02 \text{cm}$$

بنابراین طول میله در دمای $50^\circ\text{F} = 10^\circ\text{C}$ برابر است با:

$$L_2' = L_1 + \Delta L' \xrightarrow{L_1 = 100 \text{cm}, \Delta L' = 0/02 \text{cm}} L_2' = 100 + 0/02$$

$$\Rightarrow L_2' = 100/02 \text{cm}$$

۸۸- گزینه «۳»

چون مایع و ظرف در ابتدا هم‌دما بوده‌اند، با افزایش دما، هر دو منبسط شده و

چون مایع از ظرف بیرون ریخته است، پس افزایش حجم مایع بیشتر از افزایش

حجم ظرف بوده است. بنابراین انبساط واقعی مایع برابر است با:

$$V(\text{انبساط ظاهری مایع}) = V(\text{انبساط ظرف}) + V(\text{انبساط واقعی مایع}) \\ = 100 + 50 = 150 \text{cm}^3 = 0/15L$$

۸۹- گزینه «۴»

با نه رابطه $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ ، رابطه تغییر چگالی جیوه برابر است با:

$$\rho_2 = \rho_1 - \rho_1\beta\Delta T \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1\beta\Delta T \Rightarrow \Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta T$$

بنابراین درصد تغییر چگالی جیوه برابر است با:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -\beta\Delta T \xrightarrow{\Delta T = 100^\circ\text{C}, \beta = 18 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -18 \times 10^{-5} \times 100 = -0/018 \xrightarrow{\times 100} \frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -1/8\%$$

بنابراین چگالی جیوه ۱/۸ درصد کاهش می‌یابد.

۹۰- گزینه «۱»

محیط دایره برابر طول حلقه می‌باشد. بنابراین رابطه بین طول حلقه و شعاع حلقه

را می‌نویسیم. داریم:



۹۳ - گزینه «۲»

اگر گرماسنج را با اندیس (۱)، قطعه نامعلوم را با اندیس (۲)، آب اولیه را با اندیس (۳) و آب ثانویه را با اندیس (۴) نمایش دهیم، چون اتلاف انرژی نداریم، برای کل مجموعه می توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + m_3 c_3 (\theta_e - \theta_3) + m_4 c_4 (\theta_e - \theta_4) = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times 380 \times (22) + 80 \times c_2 \times (22) + 50 \times 4200 \times (22) + 100 \times 4200 \times (-18) = 0$$

$$\Rightarrow 76(22) + \frac{8}{100} c_2 (22) + 210(22) = 420 \times 18$$

$$\Rightarrow 38(11) + \frac{4c_2}{100}(11) + 105(11) = 210 \times 9$$

$$\Rightarrow \frac{44c_2}{100} = 1890 - 1155 - 418$$

$$\Rightarrow \frac{44c_2}{100} = 317 \Rightarrow c_2 \approx 720 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

۹۴ - گزینه «۲»

ابتدا تعداد مولهای آب را به دست می آوریم:

عدد آووگادرو \times تعداد مولها = تعداد مولکولها

$$\frac{12 \times 10^{20}}{6 \times 10^{23}} = n \times 6 \times 10^{23}$$

$$\Rightarrow n = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

اکنون با استفاده از رابطه $n = \frac{m}{M}$ ، جرم آب را به دست می آوریم:

$$m = n \times M = \frac{18 \text{ g}}{\text{mol}} \times 2 \times 10^{-3} \text{ mol} = 36 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$$10^{-3} \text{ g} = 1 \text{ mg} \rightarrow m = 36 \text{ mg}$$

فیزیک ۲

۹۵ - گزینه «۱»

توان مصرفی در مقاومت داخلی باتری برابر با rI^2 و توان خروجی باتری برابر

با $\epsilon I - rI^2 = RI^2$ خروجی P است. بنابراین داریم:

$$\frac{rI^2}{RI^2} = \frac{r}{R} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

۹۶ - گزینه «۴»

ابتدا محاسبه می کنیم که در طول ماه آبان (۳۰ شبانه روز)، این وسیله در مجموع به مدت چند ساعت انرژی الکتریکی مصرف کرده است:

$$t = 30 \times 4 = 120 \text{ h}$$

سپس با توجه به بهای انرژی الکتریکی مصرفی، مقدار انرژی الکتریکی مصرف شده توسط این وسیله را می یابیم:

$$U = \frac{3960}{500} = 7.92 \text{ kWh}$$

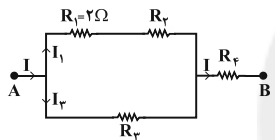
توان مصرفی برابر است با:

$$P = \frac{U}{t} = \frac{7.92}{120} = \frac{66}{1000} \text{ kW} = 66 \text{ W}$$

حال جریان عبوری از این وسیله را می یابیم:

$$P = VI \Rightarrow 66 = 220I \Rightarrow I = 0.3 \text{ A} = 300 \text{ mA}$$

۹۷ - گزینه «۴»



اگر توان مصرفی در مقاومت R_1 را P_1 و جریان عبوری از آن را I_1 فرض کنیم، می توان جریان اصلی مدار (I) را بر حسب I_1 به دست آورد. در شاخه های موازی مدار داریم:

$$P = VI \Rightarrow \frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{V_2}{V_{1,2}} \times \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{V_2 = V_{1,2}}{P_2 = P_1} \rightarrow \frac{P_1}{2P_1} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1$$

با استفاده از قاعده انشعاب، داریم:

$$I = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{1}{2} I_1 \Rightarrow I = \frac{3}{2} I_1$$

از طرفی داریم:

$$P_{کل} = 4P_1 \Rightarrow R_{eq} I^2 = 4R_1 I_1^2$$

$$\frac{R_1 = 2 \Omega}{I = \frac{3}{2} I_1} \rightarrow R_{eq} \times \left(\frac{3}{2} I_1 \right)^2 = 4 \times 2 \times I_1^2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{32}{9} \Omega$$

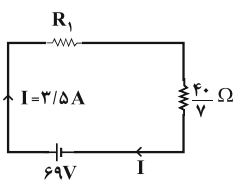
۹۸ - گزینه «۳»

مقاومت معادل مدار را در ۴ حالت ممکن با توجه به متوالی یا موازی بودن

مقاومت های مشابه به دست می آوریم:

هر دو کلید باز باشند:

$$R_{eq} = \frac{3}{4} R$$



از طرفی با توجه به قاعده انشعاب داریم:

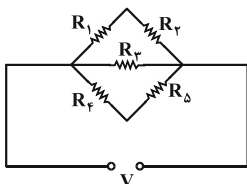
$$I = 0 / 5 + 2 + 1 = 3 / 5 A$$

جریان این مدار تک حلقه‌ای از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow 3 / 5 = \frac{69}{R_1 + \frac{40}{7}} \Rightarrow R_1 = 14 \Omega$$

۱۰۱ - گزینه «۳»

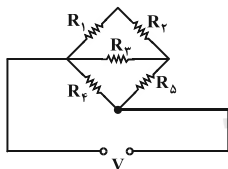
در حالتی که کلید k_1 باز و k_2 بسته است، مدار به شکل زیر است. داریم:



$$\left. \begin{aligned} R_{1,2} &= R_1 + R_2 = 6 \Omega \\ R_{3,5} &= R_3 + R_5 = 6 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{1,2,3,5} = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{3}{2} \Omega$$

در حالتی که کلید k_2 بسته و k_1 باز است، مدار به صورت زیر است. در این حالت داریم:



$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 6 \Omega \Rightarrow R_{1,2,3} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

بنابراین، $R_{1,2,3}$ با R_5 متوالی است.

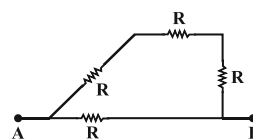
$$R_{1,2,3,5} = R_{1,2,3} + R_5 = 2 + 3 = 5 \Omega$$

R_4 با $R_{1,2,3,5}$ موازی خواهد بود، پس:

$$R_{eq} = \frac{5 \times 3}{5 + 3} \Rightarrow R_{eq} = \frac{15}{8} \Omega$$

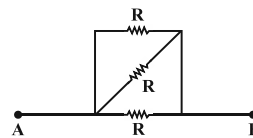
حال می‌توان نسبت خواسته شده را حساب کرد، (دقت شود که ولتاژ کل در هر دو حالت V است)

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\left(\frac{V^2}{R_{eq}}\right)_1}{\left(\frac{V^2}{R_{eq}}\right)_2} \xrightarrow{V=\text{ثابت}} \frac{P_1}{P_2} = \frac{(R_{eq})_2}{(R_{eq})_1} = \frac{15}{\frac{8}{2}} = \frac{5}{4}$$



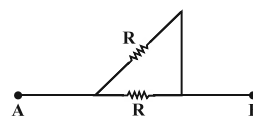
هر دو کلید بسته باشند: (دو مقاومت اتصال کوتاه می‌شوند)

$$R_{eq} = \frac{R}{3}$$



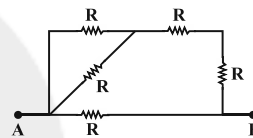
کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته باشد:

$$R_{eq} = \frac{R}{2}$$



کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز باشد:

$$R_{eq} = \frac{5}{2} R$$



بنابراین تنها گزینه «۳» صحیح است.

۹۹ - گزینه «۲»

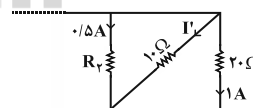
به دلیل ایده آل بودن ولت‌سنج‌ها و به هم بسته شدن مقاومت‌ها به صورت متوالی، ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $2R$ و $3R$ را نشان می‌دهد

$$V_1 = I(2R + 3R)$$

و $2R$ را نشان می‌دهد $V_2 = I(R + 2R)$. بنابراین داریم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{5IR}{3IR} = \frac{5}{3}$$

۱۰۰ - گزینه «۱»



سه مقاومت 20Ω ، 10Ω و R_7 با هم موازیند و اختلاف پتانسیل دو سر آنها با هم برابر است. از قانون اهم داریم:

$$0 / 5 \times R_7 = 10 \times I' = 20 \times 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I' = 2A \\ R_7 = 40 \Omega \end{cases}$$

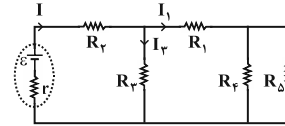
برای پیدا کردن R_1 ابتدا مدار را ساده می‌کنیم. مقاومت معادل سه مقاومت 20Ω ، 10Ω و R_7 را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} \Rightarrow R' = \frac{40}{7}$$



۱۰۲- گزینه «۳»

با کاهش مقاومت متغیر R_1 ، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد. بنابراین جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد.



با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مولد ($V = \varepsilon - Ir$) کاهش و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 افزایش می‌یابد، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 کاهش خواهد یافت و در نتیجه جریان عبوری از این مقاومت (I_3) کاهش خواهد یافت. طبق قاعده انشعاب، با افزایش جریان مدار (I) و کاهش جریان I_3 ، جریان I_1 افزایش خواهد یافت. چون مقاومت R_3 با معادل مقاومت‌های R_1 ، R_4 و R_5 موازی است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_1 ، R_4 و R_5 کاهش می‌یابد و چون جریان عبوری از این شاخه افزایش یافته است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_4 و R_5 افزایش و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 کاهش خواهد یافت و ولت‌سنج ایده‌آل V_1 عدد کمتری را نشان خواهد داد.

۱۰۳- گزینه «۲»

مدار تک‌حلقه است و ابتدا جریان و جهت آن را تعیین می‌کنیم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq} + \sum r} = \frac{80 + 50 + 20 - 30}{15 + 5 + 10 + 5 + 5} = 3A$$

کافی است از نقطه A در جهت جریان به نقطه B برویم که چون B به زمین وصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر می‌باشد.

$$V_A - (10 \times 3) - 30 - (5 \times 3) = V_B$$

$$\xrightarrow{V_B=0} V_A = 75V$$

۱۰۴- گزینه «۴»

وقتی کلید k بسته باشد، چون توان خروجی مولد بیشینه مقدار خود را دارد، در این حالت $r = R_{eq}$ است. بنابراین، ابتدا با محاسبه R_{eq} ، مقدار r را به دست می‌آوریم و سپس با باز کردن کلید k، مجدداً R'_{eq} را در این حالت حساب می‌کنیم و با به دست آوردن جریان الکتریکی مدار، توان خروجی را تعیین می‌نماییم.

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + \frac{2 \times 2}{2 + 2}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 3\Omega \Rightarrow r = 3\Omega$$

وقتی کلید k باز شود، چون جریان از مقاومت R_4 عبور نمی‌کند، از مدار حذف می‌شود. در این حالت مقاومت کل برابر است با:

$$R'_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + 2 \Rightarrow R'_{eq} = 4\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{14}{4 + 2} \Rightarrow I' = 2A$$

$$P' = \varepsilon I' - r I'^2 = 14 \times 2 - 2 \times 2^2 \Rightarrow P' = 16W$$

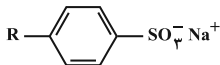
شیمی ۳

۱۰۵- گزینه «۲»

صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند.

۱۰۶- گزینه «۳»

فرمول ساختاری پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر می‌باشد:



۱۰۷- گزینه «۴»

BaO یک اکسید فلزی است و یک باز آرنیوس محسوب می‌شود.

۱۰۸- گزینه «۲»

از آنجا که محلول موجود در تمام گزینه‌ها، اسیدی بوده و اسیدهای مربوطه همگی اسیدهای تک‌پروتون‌دار هستند، می‌توان گفت هرچه غلظت یون هیدرونیوم در محلولی بیشتر باشد، شمار یون‌های موجود در محلول بیشتر بوده و در نتیجه رسانایی الکتریکی آن بیشتر است.

گزینه «۱»: نیتریک اسید (HNO_3)، یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار است. بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر 2×10^{-4} مولار می‌باشد.

گزینه «۲»:

$$2/4 = \frac{[\text{H}^+]}{0.05} \times 100 \Rightarrow [\text{H}^+] = 12 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

گزینه «۳»: هیدروکلریک اسید (HCl)، یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار می‌باشد بنابراین غلظت یون هیدرونیوم برابر غلظت محلول اولیه می‌باشد.

گزینه «۴»:

$$1 = \frac{[\text{H}^+]}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



۱۰۹- گزینه «۳»

عبارت‌های «الف» و «ب» نادرست‌اند.

الف) HX یک اسید قوی است. از میان ترکیبات هیدروژن‌دار گروه ۱۷، HF اسیدی ضعیف است.

ب) HA همانند کربوکسیلیک اسیدها، اسیدی ضعیف است.

پ) با این که اسید HX به‌طور کامل یونیزه می‌شود و ذره‌های H^+ و X^- را پدید می‌آورد، اما قبل از یونش و بعد از آن تعدادی مولکول آب در ظرف وجود دارد و نمی‌توانیم بگوییم تعداد ذره‌ها دو برابر شده است.

ت) از انحلال یک مول HX همانند NaCl دو مول یون حاصل می‌شود. بنابراین هر دو، الکترولیت قوی بوده و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

۱۱۰- گزینه «۳»

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} \times 100 = \frac{\text{غلظت استیک اسید}}{\text{غلظت یون هیدرونیوم}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{غلظت یون هیدرونیوم} = \frac{1 \times 10^{-2}}{100} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{0.2} = 2 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

۱۱۱- گزینه «۳»

$$\text{pH معده} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/7}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{0/3} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH روده} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-8/5}$$

$$= 10^{-9} \times 10^{0/5} = 3 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۱۲- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) K_a بزرگتر ← اسید قوی‌تر ← تجزیه بیشتر ← تولید یون بیشتر ← رسانایی بهتر ← الکترولیت قوی‌تر

(۲) pH محلول‌های لوله بازکن بالا است و در آن‌ها از بازهای قوی استفاده می‌کنند.

(۴) آمونیاک در آب به‌طور کامل تجزیه نمی‌شود و بخش عمده آن به‌صورت مولکولی حل می‌شود.

۱۱۳- گزینه «۴»

ابتدا غلظت یون هیدروکسید را به‌دست می‌آوریم. برای این منظور در ابتدا باید غلظت محلول بازی را به‌دست آورده و در درجه یونش ضرب کنیم.

$$[\text{AOH}] = \frac{\Delta g \times \frac{1 \text{ mol}}{100 \text{ g}}}{0.5 \text{ L}} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{OH}^-] = 0.1 \times 0.25 = 25 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

در دمای اتاق:

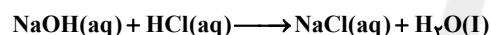
$$[\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14} \Rightarrow 25 \times 10^{-3} \times [\text{H}^+] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 4 \times 10^{-13} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow \text{pH} = -\log(4 \times 10^{-13})$$

$$= -(\log 4 + \log 10^{-13}) = -(0.6 - 13) = 12.4$$

۱۱۴- گزینه «۲»



$$? \text{ mol HCl} = 200 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{10 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{80}{100} = 1.6 \text{ mol HCl}$$

$$? \text{ mol NaOH} = 300 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{8 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{75}{100}$$

$$= 1.8 \text{ mol NaOH}$$

پس در هنگام واکنش خنثی شدن اسید و باز، HCl زودتر تمام می‌شود و در نهایت محلول بازی خواهد شد.

$$? \text{ g NaCl} = 1.6 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{58.5 \text{ g NaCl}}{1 \text{ mol NaCl}}$$

$$= 93.6 \text{ g NaCl}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم نمونه ناخالص}} \times 100$$

$$78 = \frac{93.6}{x} \times 100 \Rightarrow x = 120 \text{ g NaCl ناخالص}$$

شیمی ۱

۱۱۵- گزینه «۴»

رنگ آبی شعله، نشان می‌دهد که وسیله گازسوز به درستی کار می‌کند.

۱۱۶- گزینه «۴»

یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی، پیروی کردن آن‌ها از قانون پایستگی جرم است. واکنش‌های هسته‌ای از قانون پایستگی جرم پیروی نمی‌کنند.



می‌شکنند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود.

۱۲۲- گزینه «۲»

بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی توسط هواکره جذب می‌شود.

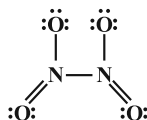
۱۲۳- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف: در N_2O_4 درصد جرمی اکسیژن برابر است با:

$$\frac{4 \times 16}{(4 \times 16 + 2 \times 14)} \times 100 = 69.5\%$$

ب: با توجه به ساختار زیر این ترکیب دارای دو پیوند دوگانه می‌باشد.



۱۲۴- گزینه «۴»

با توجه به ساختار لوویس ترکیبات داده شده، نسبت مورد نظر در گزینه «۴»

بیشتر است:

- (۱) $\begin{array}{c} \ddot{Br}: \\ | \\ \ddot{Br}-Si-\ddot{Br}: \\ | \\ \ddot{Br}: \end{array}$ $\frac{4}{12} = 0.33$
- (۲) $\begin{array}{c} \ddot{O}: \\ // \\ S \\ // \\ \ddot{O}: \end{array}$ $\frac{3}{6} = 0.5$
- (۳) $\begin{array}{c} \ddot{N}: \\ | \\ \ddot{F}: \\ | \\ \ddot{F}: \end{array}$ $\frac{3}{10} = 0.3$
- (۴) $\ddot{O}=C=\ddot{O}$ $\frac{4}{4} = 1$

شیمی ۲

۱۲۵- گزینه «۴»

نمودار انرژی، مربوط به فرایندی گرماگیر ($Q > 0$) است اما فرایندهای سوخت و ساز فرایندهایی گرماده ($Q < 0$) می‌باشند. در فرایندهای گرماگیر، انرژی از محیط گرفته می‌شود. فرایند تبخیر شدن آب و هم‌دما شدن بستنی با بدن نیز فرایندهایی گرماگیر هستند.

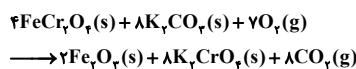
۱۲۶- گزینه «۱»

فقط عبارت الف نادرست است.

شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فرآورده می‌دانند.

۱۱۷- گزینه «۴»

معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:



نسبت مجموع ضرایب مواد گازی به مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در

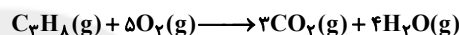
$$\text{واکنش برابر است با: } \frac{15}{37}$$

۱۱۸- گزینه «۲»

عبارات «ب» و «پ» صحیح هستند.

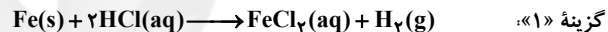
بررسی عبارت نادرست:

الف) واکنش سوختن کامل پروپان به‌صورت زیر می‌باشد:



ت) در یک واکنش شیمیایی الزامی وجود ندارد که تعداد مول‌ها در دو طرف واکنش برابر باشد بلکه می‌بایست تعداد اتم‌های دو طرف واکنش با هم برابر باشد.

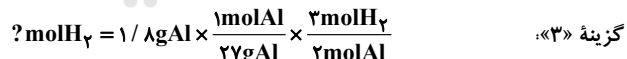
۱۱۹- گزینه «۳»



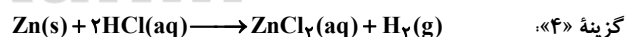
$$? \text{ mol } H_2 = 2 / 24gFe \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{56gFe} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Fe} = 0.4 \text{ mol } H_2$$



$$? \text{ mol } H_2 = 1gAl \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27gAl} \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } Al} = 0.5 \text{ mol } H_2$$



$$= 0.1 \text{ mol } H_2$$



$$? \text{ mol } H_2 = 6 / 5gZn \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{65gZn} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Zn} = 0.1 \text{ mol } H_2$$

سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش با آلومینیم بیشتر است.

۱۲۰- گزینه «۳»

فرمول شیمیایی پتاسیم سولفید، K_2S است.

۱۲۱- گزینه «۳»

در مولکول اوزون سه پیوند اشتراکی وجود دارد. هنگامی که تابش پراشوری فرابنفش به این مولکول می‌رسد، پیوند اشتراکی بین دو تا از اتم‌های اکسیژن



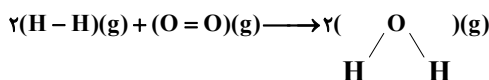
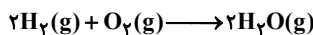
۲) مطابق نمودار به ازای تولید ۲ مول NH_3 ، ۹۲ کیلوژول انرژی آزاد شده است. پس به ازای تولید یک مول آمونیاک، ۴۶ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود.

۳) N_2 فرآورده واکنش میان CO و NO می‌باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۳۲- گزینه «۱»

ابتدا آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta H = 2(436) + 494 - 4(460) = -474 \text{ kJ}$$

درصد خلوص را $x\%$ فرض می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 9 \text{ g H}_2 \times \frac{x \text{ g H}_2}{100 \text{ g H}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{474 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2}$$

$$= 852 / 2 \text{ kJ} \Rightarrow x = 80$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

قاووت گردی مغزی و تهیه شده از مغز آفتاب‌گردان، پسته و ... است. این سوغات کرمان زودتر از مغز این خوراکی‌ها فاسد می‌شود.

۱۳۴- گزینه «۲»

$$A \quad \text{انرژی آزاد شده در واکنش} \quad 6 / 4 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{312 \text{ kJ}}{2 \text{ mol O}_2}$$

$$= 89 / 14 \text{ kJ}$$

$$B \quad \text{انرژی آزاد شده در واکنش} \quad 6 / 4 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{1268 \text{ kJ}}{2 \text{ mol O}_2}$$

$$= 91 / 2 \text{ kJ}$$

$$A \quad \text{در واکنش} \quad ? \text{ mol CO}_2 = 6 / 4 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol O}_2}$$

$$= 0 / 114 \text{ mol CO}_2$$

$$B \quad \text{در واکنش} \quad ? \text{ mol CO}_2 = 6 / 4 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol O}_2}$$

$$= 0 / 133 \text{ mol CO}_2$$

در واکنش A مقدار کمتری CO_2 تولید می‌شود.

۱۲۷- گزینه «۴»

طبق جدول صفحه ۶۵ کتاب درسی، آنتالپی پیوند مولکول Cl_2 و Br_2 به ترتیب برابر با ۲۴۲ و ۱۹۳ کیلوژول بر مول است. از این جدول می‌توان چنین استنباط کرد که در هالوژن‌ها از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی آنتالپی پیوند کاهش می‌یابد.

۱۲۸- گزینه «۲»

عبارت‌های الف، ب و ت درست هستند. مقدار عددی ΔH یک فرایند بزرگی آن را نشان می‌دهد و علامت مثبت و منفی به ترتیب نشان‌دهنده گرماگیر و گرماده بودن آن است.

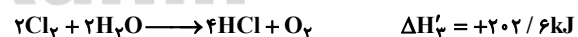
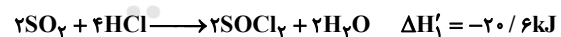
۱۲۹- گزینه «۴»

گزینه «۱»: اگر معادله یک واکنش معکوس شود، ΔH آن قرینه می‌شود. گزینه «۲»: گرمای یک واکنش به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست.

گزینه «۳»: ΔH واکنش تولید کربن مونوکسید (اکسید سبک‌تر کربن) از گرافیت و گاز اکسیژن به کمک روش‌های غیرمستقیم تعیین می‌شود.

۱۳۰- گزینه «۳»

واکنش اول را معکوس و $\frac{2}{3}$ برابر، واکنش دوم را دو برابر، واکنش سوم را معکوس و دو برابر و واکنش چهارم را دو برابر می‌کنیم.



$$\Delta H = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 + \Delta H'_4 = -1081 / 6 \text{ kJ}$$

۱۳۱- گزینه «۴»

هیدرازین (N_2H_4) از آمونیاک (NH_3) ناپایدارتر بوده و سطح انرژی بالاتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نمودار داده شده، مراحل تولید آمونیاک به روش هابر را نشان می‌دهد.