



آزمون غیر حضوری اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۳ آبان ۱۳۹۸
(مباحث ۱۷ آبان ۹۸)

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	فریده هاشمی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: الهه مرزوق
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرمجو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلم چی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل

دنباله‌ها

صفحه‌های ۲۷ تا ۴۵

۱- حدود a برای این که دنباله $\left\{\left(\frac{\sin n + \cos n}{a}\right)^n\right\}$ واگرا باشد، کدام است؟

(۱) $R - [-1, 1]$ (۲) $R - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(۳) $\{0\} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (۴) $\{0\} - (-1, 1)$

۲- به ازای چند مقدار صحیح k ، دنباله $a_n = \left[\frac{(-1)^n k - 4}{n}\right]$ همگراست؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۶ (۲) ۷

(۳) ۸ (۴) ۹

۳- جملات دنباله $a_n = \frac{n + 2(-1)^n}{2n + 1}$ برای اعداد $n \geq M$ همگی در بازه $(\frac{0}{51}, \frac{0}{49})$ قرار می‌گیرند، کوچکترین عدد

طبیعی M کدام است؟

(۱) ۷۵ (۲) ۱۲۴

(۳) ۱۲۰ (۴) ۱۲۵

۴- اگر همه جملات دنباله $a_n = \sqrt{n+13} - \sqrt{n-2}$ به ازای $n > 50$ در بازه $(a, b]$ قرار گیرند، کمترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۵- حد دنباله $a_n = \left[\frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}\right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۶- کدام گزینه در مورد دنباله $a_n = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n}$ صحیح است؟

(۱) یکنوا - واگرا (۲) یکنوا - همگرا

(۳) غیر یکنوا - واگرا (۴) غیر یکنوا - همگرا



۷- به ازای مقادیر $n \geq M$ ، فاصله جملات دنباله $\left\{ \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{3^n} \right\}$ از حد آن کم تر از ε است، کم ترین مقدار طبیعی M کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است).

$$(1) \left[\log_3 \frac{\varepsilon}{6} \right] \quad (2) \left[\log_3 \frac{\varepsilon}{4} \right]$$

$$(3) \left[\log_3 \frac{\varepsilon}{3} \right] \quad (4) \left[\log_3 \frac{\varepsilon}{3} \right] - 1$$

۸- اگر $\{a_n\}$ دنباله ای صعودی، $\{b_n\}$ دنباله ای نزولی و برای هر عدد طبیعی n ، $a_n \leq b_n$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ (a_n و b_n نامتناهی هستند).

$$(1) \{a_n\} \text{ همگرا} - \{b_n\} \text{ همگرا} \quad (2) \{a_n\} \text{ همگرا} - \{b_n\} \text{ واگرا}$$

$$(3) \{a_n\} \text{ واگرا} - \{b_n\} \text{ همگرا} \quad (4) \{a_n\} \text{ واگرا} - \{b_n\} \text{ واگرا}$$

هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

خط و صفحه

صفحه های ۳۵ تا ۴۲

۹- فاصله نقطه $A = (2, 1, 0)$ از خط $L: x = -2, y + 1 = z$ کدام است؟

$$(1) 2\sqrt{2} \quad (2) 3$$

$$(3) 3\sqrt{2} \quad (4) 6$$

۱۰- سه خط به معادلات $D_1: \begin{cases} x - z = a \\ y = 3 \end{cases}$ و $D_2: \begin{cases} x - y = c \\ z = b \end{cases}$ و $D_3: \begin{cases} y = \frac{z+4}{2} \\ x = 3 \end{cases}$ در یک نقطه متقاطع اند. مقدار $a + b + c$ چه قدر است؟

$$(1) 2 \quad (2) 3$$

$$(3) 6 \quad (4) \text{ صفر}$$

۱۱- دو خط به معادلات $D: \frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{a^2}, z = 4$ و $D': \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$ نسبت به یکدیگر کدام وضع را دارند؟

(۱) به ازای $a = \pm 2$ متقاطع اند. (۲) همواره موازیند.

(۳) همواره متناظرند. (۴) همواره بر هم عمودند.

۱۲- معادله خطی که از مبدأ مختصات بگذرد و بر دو خط به معادلات $(x = 5, y = 2z)$ و $\frac{x}{2} = y = -z$ عمود باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4} \quad (2) \frac{x}{2} = -\frac{y}{3} = z$$

$$(3) \frac{x}{3} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{4} \quad (4) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = z$$



۱۳- خط گذرا از دو نقطه $A = (2, -1, 1)$ و $B = (1, 0, -2)$ ، خط $d: \frac{x}{3} = by = \frac{z-2}{a}$ را با زاویه قائمه قطع می کند. در این صورت a و b کدام می تواند باشد؟

$$a = 2, b = 4 \quad (2)$$

$$a = -2, b = \frac{-1}{3} \quad (1)$$

$$a = -1, b = 1 \quad (4)$$

$$a = 1, b = -1 \quad (3)$$

۱۴- اگر دو خط به معادله های $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{1-z}{a}$ ، $L': \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{2-z}{2}$ با هم متقاطع باشند، آنگاه a کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۱۵- مساحت مربعی که دو ضلع مقابل آن، روی خطوط $D: 2x+1=y$ و $z=1$ و $D': 2x+3=y$ و $z=3$ قرار دارد، کدام است؟

$$\frac{24}{5} \quad (4)$$

$$\frac{18}{5} \quad (3)$$

$$\frac{12}{5} \quad (2)$$

$$\frac{6}{5} \quad (1)$$

۱۶- نقطه A روی محور z ها قرار دارد و از دو خط $D: (x=y, z=1)$ و $D': (x=1, y=z)$ به یک فاصله است. ارتفاع نقطه A کدام می تواند باشد؟

$$-4 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۷- قرینه نقطه $A(-3, 2, 6)$ نسبت به خط $2z+3 = \frac{-y+4}{-4} = \frac{x-5}{2}$ کدام است؟

$$(4, 3, -1) \quad (4)$$

$$(9, -2, -10) \quad (3)$$

$$(-1, -3, 2) \quad (2)$$

$$(7, 6, 0) \quad (1)$$

۱۸- خطی گذرا از نقطه $A = (1, 2, 1)$ است. اگر نقاط $B = (4, 3, 2)$ و $C = (0, -1, 0)$ نسبت به خط L قرینه یکدیگر باشند، خط L با محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

$$45^\circ \quad (2)$$

$$30^\circ \quad (1)$$

$$90^\circ \quad (4)$$

$$60^\circ \quad (3)$$

ریاضیات گسسته

گراف

صفحه های ۱۷ تا ۲۳

ریاضیات گسسته

۱۹- درختی دارای $2n+1$ رأس از درجه ۱، n رأس از درجه ۲، n رأس از درجه ۳ و شش رأس از درجه ۴ = Δ است. مقدار n کدام است؟

$$12 \quad (2)$$

$$11 \quad (1)$$

$$14 \quad (4)$$

$$13 \quad (3)$$

۲۰- گراف همبند G از مرتبه ۱۰ فاقد دور بوده و تنها دو رأس درجه یک دارد. این گراف چند رأس از درجه ۳ دارد؟

$$1 \quad (2)$$

$$\text{هیچ} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$



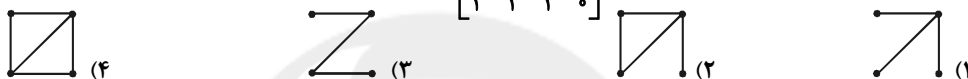
۲۱- دنباله $S: 5, a, b, 1, 1, 1$ ، دنباله درجات رأس‌های گراف ساده همبندی است که با حذف هر یال، ناهمبند می‌شود. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۲- درختی از مرتبه ۲۴، دارای یک رأس از درجه ۵ $\Delta = 5$ و ۶ رأس از درجه ۲ است. اگر این درخت رأس‌های زوج دیگری نداشته باشد، چند رأس از درجه یک دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۲۳- ماتریس مجاورت گراف ساده G به صورت $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ است. نمودار G کدام است؟



۲۴- حاصل ضرب درجات رئوس یک درخت برابر ۴۲ است. اگر ماکزیمم درجه رئوس برابر ۷ باشد، این درخت حداقل چند رأس دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۲۵- گراف ساده G همبند و فاقد دور بوده و با افزودن ۸ یال جدید به گرافی ۴-منتظم تبدیل می‌شود. گراف G حداکثر چند رأس از درجه ماکزیمم می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۶ (۴) ۳

۲۶- چند درخت از مرتبه ۸ وجود دارد که دقیقاً دارای ۳ رأس از درجه ۲ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- اگر A ماتریس مجاورت درخت G و درایه‌های روی قطر اصلی A^2 ، به صورت نزولی $1, 1, 2, 2, 3, 3, 4$ مرتب شده باشد، تعداد یک‌های ماتریس مجاورت A کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲۸- اگر A ماتریس مجاورت یک گراف همبند فاقد دور باشد و حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^2 مساوی ۷ باشد، حداقل با چند یال می‌توان این گراف را همبند کرد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷



فیزیک پیش دانشگاهی

فیزیک پیش دانشگاهی

دینامیک

صفحه‌های ۴۱ تا ۵۸

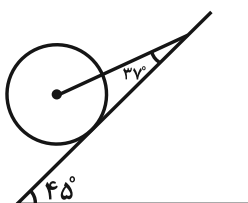
فیزیک ۲

صفحه‌های ۵۳ تا ۷۵

۲۹- جسمی به جرم 10kg روی سطحی افقی با اعمال نیروی افقی \vec{F} با سرعت ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت است. اندازه نیروی افقی \vec{F} را چند نیوتون کاهش دهیم تا جسم پس از طی مسافت ۴ متر متوقف شود؟ (جهت نیروی \vec{F} ثابت است).

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۰- در شکل زیر، کره‌ای همگن روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک در حال تعادل است. نسبت اندازه نیروی واکنش سطح شیب‌دار به اندازه نیروی کشش نخ، کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) $1/4$

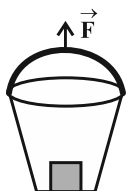
(۲) $1/2$

(۳) $1/8$

(۴) $1/6$

۳۱- در شکل زیر درون سطلی به جرم $1/5\text{kg}$ ، وزنه‌ای به جرم 1kg گذاشته شده و با نیروی قائم \vec{F} به سمت بالا حرکت داده می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از سوی وزنه به کف سطل وارد می‌شود 12N باشد، اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون

است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



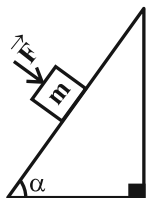
(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

۳۲- در شکل زیر نیروی \vec{F} که از نظر اندازه با وزن جسم برابر است، به‌طور عمود بر سطح جسم وارد شده و جسم m در آستانه حرکت قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح کدام است؟



(۲) $\tan \frac{\alpha}{2}$

(۱) $\tan \alpha$

(۴) $2 \tan \alpha$

(۳) $\tan 2\alpha$

۳۳- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم 200g را از سطح زمین با زاویه 45° بالای سطح افق با سرعت اولیه $80\frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌کنیم.

بزرگی تغییر اندازه حرکت گلوله بین لحظه‌های $t = 3\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$ ، چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌باشد؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) $4\sqrt{2}$

(۳) ۶

(۲) $18\sqrt{2}$

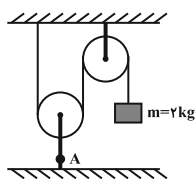
(۱) ۴



۳۴- یک خودروی سواری و یک کامیون که جرم کامیون $1/5$ برابر جرم خودروی سواری است، هر دو با سرعت ثابت v در جاده‌ای مستقیم و افقی در حرکت‌اند. اگر نیروی لازم برای متوقف کردن سواری در مسافت d برابر با F باشد، اندازه این نیرو برای متوقف کردن کامیون در همان مسافت چند F است؟

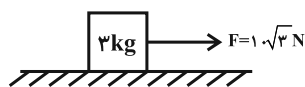
- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۳۵- در شکل زیر جرم هر یک از قرقره‌ها برابر با $40g$ و دستگاه در حال تعادل می‌باشد. اندازه نیروی کشش نخ در نقطه A چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و جرم نخ‌ها ناچیز فرض شود).



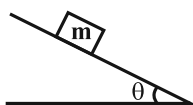
- (۱) ۳۶ (۲) ۴۴ (۳) ۲۰ (۴) ۱۶

۳۶- در شکل زیر، جسمی به جرم $3kg$ توسط نیروی افقی به بزرگی $F = 10\sqrt{3}N$ با سرعت ثابت بر روی سطح افقی در حال حرکت است. در این حالت نیرویی که سطح تکیه‌گاه بر جسم وارد می‌کند، چه زاویه‌ای بر حسب درجه با راستای قائم می‌سازد؟



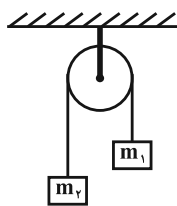
- (۱) 30° ($g = 10 \frac{N}{kg}$) (۲) صفر (۳) 45° (۴) 60°

۳۷- در شکل زیر، جسم m روی سطح شیب‌داری که زاویه آن با افق قابل تغییر است قرار دارد. اگر زاویه سطح شیب‌دار با افق را به تدریج زیاد کنیم تا به 37° برسد، آنگاه با یک ضربه کوچک، جسم با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) 0.5 ، 0.75 (۲) 0.5 ، 0.25 (۳) 0.8 ، 0.75 (۴) به جرم جسم بستگی دارد.

۳۸- در شکل مقابل $m_2 - m_1 = 2kg$ و شتاب حرکت وزنه‌ها برابر با $2 \frac{m}{s^2}$ است. به ترتیب از راست به چپ، m_1 و m_2 چند کیلوگرم هستند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از جرم نخ، قرقره و اصطکاک بین آن‌ها صرف نظر شود).



- (۱) ۲، ۴ (۲) ۳، ۵ (۳) ۴، ۶ (۴) ۱، ۳



شیمی پیش دانشگاهی

شیمی پیش دانشگاهی

تبادل شیمیایی

(تا سر محاسبه تعادل)

صفحه‌های ۲۹ تا ۳۸

۳۹- کدام دو عبارت، جمله زیر را به طور صحیح کامل می‌کنند؟

«واکنش‌های برگشت‌پذیر واکنش‌هایی هستند که»

(الف) در آن‌ها هم کاهش آنتالپی و هم افزایش آنتروپی، باعث پیشرفت واکنش در جهت رفت می‌شوند.

(ب) آشنایی با آن‌ها مبنای درک واکنش‌های تعادلی است.

(پ) در حالت تعادل باشند.

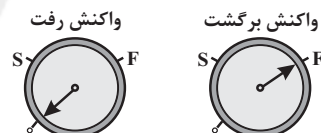
(ت) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت در آن‌ها یکسان است.

(ث) در شرایط مناسب، در هر دو جهت رفت و برگشت انجام‌پذیر هستند.

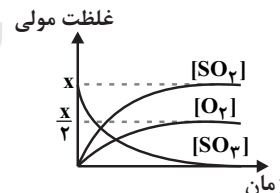
(۱) الف، پ (۲) ب، ت (۳) پ، ت (۴) ب، ت

۴۰- در یک دمای مشخص، در ظرف واکنش که در ابتدا فقط حاوی گاز SO_3 بود، پس از مدتی، مطابق واکنش:

(۱) سرعت‌سنج‌ها در هنگام تعادل می‌توانند به شکل زیر باشد:



(۲) نمودار «غلظت - زمان» واکنش می‌تواند به شکل زیر باشد:



(۳) تعادل برقرار شده پویا است؛ یعنی در سطح میکروسکوپی، همواره تبدیل مواد به یکدیگر در حال انجام شدن است.

(۴) از بین مواد شرکت‌کننده در واکنش، تنها غلظت یک ماده در معادله ثابت تعادل ظاهر نمی‌شود.

۴۱- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) تعادل: $\text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$ یک تعادل همگن می‌باشد.

(ب) ثابت تعادل برخی از تعادل‌های ناهمگن فاقد یکا می‌باشد.

(پ) از واکنش مستقیم یک مولکول N_2 و ۳ مولکول H_2 ، ۲ مولکول NH_3 تولید می‌شود.(ت) تعادل $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ یک تعادل ناهمگن دوفازی است.

(۱) آ، ب (۲) پ، ت (۳) آ، پ (۴) ب، ت



۴۲- چند مورد از عبارت‌های زیر، جاهای خالی را به درستی تکمیل می‌کنند؟

« هنگامی تعادل برقرار می‌شود که و ، شوند.»

(آ) سرعت واکنش رفت - سرعت واکنش برگشت - برابر

(ب) غلظت واکنش‌دهنده‌ها - غلظت فراورده‌ها - برابر

(پ) سرعت واکنش رفت - سرعت واکنش برگشت - صفر

(ت) غلظت واکنش‌دهنده‌ها - غلظت فراورده‌ها - ثابت

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

(۱) فرایند مجاورت، در تولید صنعتی فسفریک اسید مورد استفاده قرار می‌گیرد.

(۲) غلظت یک ماده جامد یا مایع خالص، از تقسیم جرم مولی به چگالی آن به دست می‌آید.

(۳) در تبدیل مس (II) سولفات ۵ آبه به مس (II) سولفات خشک، رنگ آن از آبی به سفید تغییر می‌کند.

(۴) واکنش‌های سوختن برگشت‌پذیر هستند؛ یعنی در شرایط خاصی امکان وقوع آن‌ها در هر دو جهت وجود دارد.

۴۴- کانی مگنتیت (Fe_3O_4)، کانی هماتیت (Fe_2O_3) و گاز اکسیژن در ظرف سربسته‌ای در حال تعادل هستند. اگر مگنتیت را به عنوان

واکنش‌دهنده در نظر بگیریم، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) ثابت تعادل آن، یکا ندارد.

(ب) در نتیجه انجام واکنش رفت، جرم مواد جامد افزایش می‌یابد.

(پ) تعادل از نوع ناهمگن سه فازی است.

(ت) در نتیجه انجام واکنش برگشت، غلظت مگنتیت افزایش می‌یابد.

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۴۵- غلظت یک ماده‌ی جامد یا مایع خالص، از تقسیم بر به دست می‌آید و واکنش تجزیه‌ی کلسیم کربنات است.

(۱) جرم مولی - چگالی - ۳ فازی

(۲) چگالی - جرم مولی - ۲ فازی

(۳) چگالی - جرم مولی - ۲ فازی

(۴) جرم مولی - چگالی - ۲ فازی

Konkur.in

۴۶- چه تعداد از موارد زیر صحیح هستند؟

الف - واکنش‌های سوختن تنها در یک جهت پیش می‌روند و برگشت ناپذیرند.

ب - در فرایند مجاورت، برای تولید صنعتی ماده‌ی پرارزش سولفوریک اسید، از محصول واکنش $SO_2(g)$ با $O_2(g)$ استفاده می‌شود.

پ - درون یک بشر بدون سرپوش حاوی آب مایع، پس از مدتی تعادل $H_2O(l) \rightleftharpoons H_2O(g)$ برقرار می‌شود.

ت - تبدیل گاز N_2O_4 به گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 ، از جمله واکنش‌های برگشت‌پذیر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷- کدام عبارت صحیح است؟

(۱) در تعادل، در سطح ماکروسکوپی همواره تبدیل مواد به یکدیگر انجام می‌شود.

(۲) از Pd یا V_2O_5 به عنوان کاتالیزگر در واکنش گاز SO_2 با گاز O_2 استفاده می‌شود.

(۳) تبدیل نمک‌های متبلور به نمک‌های خشک، از جمله واکنش‌های فیزیکی برگشت‌پذیر است.

(۴) آمونیاک که یک فراورده‌ی صنعتی و پر ارزش است، در شرایط مناسب فقط تا تولید ۲۸ درصد مولی در مخلوط پیش می‌رود.



دیفرانسیل

۱- گزینه «۳»

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c^n = \begin{cases} 0 & ; \quad -1 < c < 1 & \text{(همگرا)} \\ 1 & ; \quad c = 1 & \text{(همگرا)} \\ \pm 1 & ; \quad c = -1 & \text{(واگرا)} \\ \infty & ; \quad c > 1 \text{ یا } c < -1 & \text{(واگرا)} \end{cases}$$

با توجه به عبارت فوق، برای اینکه دنباله $\left\{ \left(\frac{\sin n + \cos n}{a} \right)^n \right\}$ همگرا شود،

$$-1 < \frac{\sin n + \cos n}{a} \leq 1 \Rightarrow -1 < \frac{\sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right)}{a} \leq 1 \quad \text{باید.}$$

دقت کنید که $-\sqrt{2} < \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}$ است، بنابراین برای این که

نامعادلات فوق برقرار باشد، باید $a \geq \sqrt{2}$ یا $a \leq -\sqrt{2}$ شود. پس با توجه به

این که a در مخرج است، برای واگرا بودن دنباله باید:

$$a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - \{0\}$$

۲- گزینه «۲»

برای n های زوج دنباله به صورت $a_n = \left[\frac{k-4}{n} \right]$ و برای n های فرد دنباله

به صورت $a_n = \left[\frac{-k-4}{n} \right]$ است.

اگر $k-4$ و $-k-4$ مختلف علامت باشند، دنباله واگرا خواهد بود زیرا

دارای یک زیر دنباله همگرا به صفر و یک زیر دنباله همگرا به -1 است. پس

$k-4$ و $-k-4$ باید هم علامت باشند. امکان ندارد این دو عبارت همزمان

نامنفی باشند پس باید همزمان منفی باشند. یعنی:

$$\left. \begin{aligned} k-4 < 0 &\Rightarrow k < 4 \\ -k-4 < 0 &\Rightarrow k > -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -4 < k < 4$$

بنابراین به ازای مقادیر صحیح $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ دنباله همگرا به -1 است.

۳- گزینه «۲»

دنباله را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+2}{2n+1} & , \text{ زوج } n \\ \frac{n-2}{2n+1} & , \text{ فرد } n \end{cases}$$

از آنجایی که $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ ، پس یک همسایگی به مرکز $\frac{1}{2}$ و شعاع 0.1 را

داریم، دو حالت در نظر می گیریم:

$$\text{زوج } n: \left| \frac{n+2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{3}{2n+1} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{2n+1}{3} > 50$$

$$\Rightarrow 2n+1 > 150 \Rightarrow n > \frac{149}{2} = 74.5 \Rightarrow M_1 \geq 76$$

$$\text{فرد } n: \left| \frac{n-2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{5}{2n+1} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50$$

$$\Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50 \Rightarrow n > \frac{249}{2} = 124.5 \Rightarrow M_2 \geq 125$$

جملات ردیف زوج از شماره ۷۶ به بعد در این بازه قرار دارند و جملات ردیف

فرد از شماره ۱۲۵، پس اولین جمله از این دنباله که بعد از آن کلیه جملات در

این بازه قرار می گیرند جمله ۱۲۴ام است.

۴- گزینه «۱»

$$a_n = \sqrt{n+13} - \sqrt{n-2} = \frac{15}{\sqrt{n+13} + \sqrt{n-2}}$$

هر دو دنباله مخرج صعودی و مثبت هستند، بنابراین مخرج کسر دنباله های

صعودی و در نتیجه $\{a_n\}$ نزولی است، از طرفی $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 = L$ ، پس مقادیر

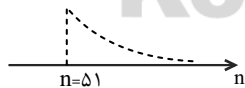
دنباله به ازای $n > 50$ یا $n \geq 51$ ، مطابق شکل فرضی در بازه $(L, a_{51}]$ قرار

دارد، یعنی:

$$a_{51} = \sqrt{64} - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$$

$$\Rightarrow (a, b] = (0, 1]$$

$$\Rightarrow \min(b-a) = 1$$



۵- گزینه «۱»

$$2^{n+1} + 3^{n+1} = 2 \times 2^n + 3 \times 3^n$$

$$2(2^n + 3^n) < 2^{n+1} + 3^{n+1} < 3(2^n + 3^n)$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} < 3 \Rightarrow a_n = \left[\frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \right] = 2$$



۶- گزینه «۲»

هندسه تحلیلی

۹- گزینه «۳»

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}, a_3 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}, \dots$$

نقطه $A_0 = (-2, -1, 0)$ را روی خط L در نظر می‌گیریم. همچنین بردار هادی

خط L به صورت $u = (0, 1, 1)$ می‌باشد. داریم:

$$\overline{A_0 A} = (4, 2, 0) \Rightarrow \overline{A_0 A} \times u = (2, -4, 4) \\ u = (0, 1, 1)$$

بنابراین فاصله نقطه A از خط L برابر است با:

$$D = \frac{|\overline{A_0 A} \times u|}{|u|} = \frac{\sqrt{4+16+16}}{\sqrt{0+1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

۱۰- گزینه «۲»

نقطه تلاقی سه خط D_1 , D_2 و D_3 ، نقطه $A = (3, 2, b)$ می‌باشد. با توجه به

این که نقطه A باید در معادلات هر سه خط صدق کند، داریم:

$$A \in D_2 \Rightarrow 2 = \frac{b+4}{2} \Rightarrow b=2$$

$$A \in D_2 \Rightarrow 2 - 2 = c \Rightarrow c=0$$

$$A \in D_1 \Rightarrow 2 - 2 = a \Rightarrow a=1$$

در نتیجه $a+b+c=3$ است.

۱۱- گزینه «۳»

$$D: \frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{a^2}, z=4 \Rightarrow A(-1, 3, 4), u_D = (4, a^2, 0)$$

$$D': \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1} \Rightarrow B(3, -1, 3), u_{D'} = (1, 2, 1)$$

دو خط D و D' هم صفحه هستند هرگاه $\overline{AB} \cdot (u_D \times u_{D'}) = 0$ داریم:

$$\overline{AB} = (4, -4, -1), \overline{AB} \cdot (u_D \times u_{D'}) = \begin{vmatrix} 4 & -4 & -1 \\ 4 & a^2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 4a^2 + 16 - 8 + a^2 = 5a^2 + 8 \neq 0$$

بنابراین، دو خط D و D' هم صفحه نیستند، یعنی متناظرند. در ضمن حاصل ضرب

داخلی بردارهای دو خط، مخالف صفر است پس بر هم عمود نیستند.

$$u_D \cdot u_{D'} = 4 + 2a^2 \neq 0$$

ملاحظه می‌شود که دنباله همواره نزولی هستند. از طرف دیگر تمام جملات این

دنباله مثبت می‌باشند و طبق اصل تمامیت، دنباله نزولی و از پایین کراندار،

همگرا می‌باشد. پس این دنباله نیز همگرا می‌باشد.

۷- گزینه «۳»

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1}}{3^n} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$|a_n - \frac{1}{3}| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{3^n} - \frac{1}{3} \right| < \varepsilon$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3^{n-1} + (-1)^n - 3^{n-1}}{3^n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{(-1)^n}{3^n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{3^n} < \varepsilon$$

$$\Rightarrow 3^n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \log \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow M \geq \lceil \log \frac{1}{\varepsilon} \rceil + 1$$

$$\Rightarrow M \geq \lceil \log \frac{1}{\varepsilon} + 1 \rceil \Rightarrow M \geq \lceil \log \frac{1}{\varepsilon} + \log 3 \rceil \Rightarrow M \geq \lceil \log \frac{3}{\varepsilon} \rceil$$

۸- گزینه «۱»

چون دنباله $\{b_n\}$ نزولی است، پس از بالا کراندار و b_1 یک کران بالای آن

خواهد بود. با توجه به نامساوی $a_n \leq b_n$ ، یک کران بالا برای

دنباله $\{a_n\}$ نیز می‌باشد. اما دنباله $\{a_n\}$ صعودی و در عین حال از بالا کراندار

است، پس طبق قضیه وایراشتراس دنباله $\{a_n\}$ همگرا خواهد بود.

به همین ترتیب با استفاده از همین قضیه که بیان می‌کند هر دنباله نزولی و از

پایین کراندار، همگراست، می‌توان نشان داد که دنباله $\{b_n\}$ نیز همگراست.



۱۲ - گزینه «۳»

$$\text{فاصله ی دو خط} = \frac{|\overrightarrow{AA_0} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{|(0, 2, 2) \times (1, 2, 0)|}{\sqrt{1+4+0}}$$

$$= \frac{|(-4, 2, -2)|}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

$$\text{مساحت مربع} = \left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{24}{5}$$

۱۶ - گزینه «۲»

$A(0, 0, z)$ ، D بردار هادی خط D ، $B(0, 0, 1)$ نقطه‌ای از خط D ، $u = (1, 1, 0)$

$$\overrightarrow{AB} \times u = (0, 0, 1-z) \times (1, 1, 0) = (z-1, 1-z, 0)$$

$$d_1 = \frac{|\overrightarrow{AB} \times u|}{|u|} = \frac{\sqrt{2(z-1)^2}}{\sqrt{2}}$$

$A(0, 0, z)$ ، D' بردار هادی خط D' ، $C(1, 0, 0)$ نقطه‌ای از خط D' ، $u' = (1, 1, 0)$

$$\overrightarrow{AC} \times u' = (1, 0, -z) \times (0, 1, 1) = (z, -1, 1)$$

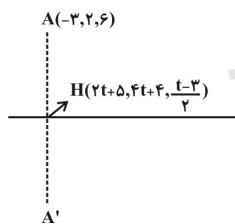
$$d_2 = \frac{|\overrightarrow{AC} \times u'|}{|u'|} = \frac{\sqrt{z^2+2}}{\sqrt{2}}$$

$$d_1 = d_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2(z-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{z^2+2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow z^2 - 4z = 0, \quad z = 0, \quad z = 4$$

۱۷ - گزینه «۳»

با توجه به شکل داریم:



$$\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{4} = 2z+3 = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2t+5 \\ y = 4t+4 \\ z = \frac{t-3}{2} \end{cases} \Rightarrow u(2, 4, \frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{AH} = (2t+7, 4t+2, \frac{t-3}{2}-6)$$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 4t+16+16t+8+\frac{t-3}{2}-3=0$$

$$\Rightarrow 20t + \frac{t-3}{2} = -21$$

$$\Rightarrow 41t = -41 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H = (3, 0, -2)$$

$$A' = 2H - A = (6, 0, -4) - (-2, 2, 6) = (8, -2, -10)$$

معادله خطی که از نقطه معلوم $A(x_1, y_1, z_1)$ بگذرد و با بردار معلوم

$$\vec{u} = (a, b, c) \text{ موازی باشد، به صورت } \frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} \text{ نوشته}$$

می‌شود که آن را معادله متقارن خط می‌نامیم. در این جا، \vec{u} با حاصلضرب

خارجی بردارهای هادی دو خط هم‌راستا است که این دو بردار موازی

با $(0, 2, 1)$ و $(2, 1, -1)$ هستند. داریم:

$$u = (0, 2, 1) \times (2, 1, -1) = (-3, 2, -4), O(0, 0, 0)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-3} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{-4}$$

۱۳ - گزینه «۱»

اگر دو خط به یکدیگر عمود باشند در این صورت بردارهای هادیشان بر

یکدیگر عمود خواهد بود و داریم:

$$V_L = \overrightarrow{AB} = (-1, 1, -3)$$

$$d: \frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{a} \Rightarrow V_d = (\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, a)$$

$$V_L \perp V_d \Rightarrow V_L \cdot V_d = 0 \Rightarrow -3 + \frac{1}{b} - 3a = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = 3a + 3$$

در گزینه‌ها، فقط گزینه (۱) در این رابطه صدق می‌کند.

۱۴ - گزینه «۴»

معادله‌های پارامتری خط اول را در معادله‌های متقارن خط دوم جایگذاری

می‌کنیم برای این که دو خط متقاطع باشند، باید اعداد به دست آمده از

جای گذاری با هم یکسان باشد:

$$\begin{cases} x = 2t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = -at+1 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} \frac{2t-2}{3} = \frac{-2t-3}{2} = \frac{at+1}{2}$$

$$-6t-9 = 4t-4 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{-2(-\frac{1}{2})-3}{2} = \frac{-a}{2} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{-a}{2} + 1 = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = 6$$

۱۵ - گزینه «۴»

$$D: x = \frac{y-1}{2}, \quad z = 1, \quad D': x = \frac{y-3}{2}, \quad z = 3$$

دو خط موازی هستند پس برای یافتن فاصله دو خط، کافی است نقطه‌ای از خط

D انتخاب کنیم و فاصله آن را از خط D' بیابیم: روی خط D

$A(0, 1, 1)$ و $A_0(0, 3, 3)$ روی خط D' بردار هادی خط D' $\vec{u}(1, 2, 0)$



۱۸- گزینه ۲»

بدیهی است وسط پاره خط BC یعنی نقطه $M = (2, 1, 1)$ روی خط L قرار دارد

$$u_L = \overline{AM} = (1, -1, 0) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{u_x}{|u|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پس داریم:

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

ریاضیات گسسته

۱۹- گزینه ۳»

در درخت $q = p - 1$

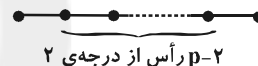
$$p = (2n + 1) + n + n + 6 = 4n + 7 \Rightarrow q = 4n + 7 - 1 = 4n + 6$$

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow (2n + 1) \times 1 + n \times 2 + n \times 3 + 6 \times 4 = 2q$$

$$\Rightarrow 7n + 25 = 2(4n + 6) \Rightarrow 7n + 25 = 8n + 12 \Rightarrow n = 13$$

۲۰- گزینه ۱»

اولاً گراف همبند فاقد دور، درخت است. ثانیاً اگر یک درخت از مرتبه $2 \leq p$ تنها دو رأس درجه یک داشته باشد آنگاه مطابق نمودار فوق، $p - 2$ رأس دیگر همگی از درجه ۲ هستند.



$p-2$ رأس از درجه ۲

۲۱- گزینه ۴»

در این درخت، چون $\Delta = 5$ ، پس باید حداقل ۵ رأس از درجه ۱ داشته باشد و چون به غیر از رأس با درجه $\Delta = 5$ ، ۵ رأس دیگر داریم، نتیجه می‌شود که $a = b = 1$ است.

نکات مهم درسی:

- گراف هم‌بندی که با حذف هر یال ناهم‌بند می‌شود درخت می‌باشد.
- اگر در یک درخت $\Delta = m$ باشد، این درخت حداقل m رأس از درجه یک دارد.

۲۲- گزینه ۱»

می‌دانیم در هر درخت رابطه $p = q + 1$ برقرار است، پس با توجه به داده‌های سؤال می‌توانیم بنویسیم:

$$p = q + 1 = 24 \Rightarrow q = 23$$

چون در هر درخت $\delta = 1$ است و درخت مورد نظر رأس زوج دیگری ندارد، پس درجه رأس‌های باقی‌مانده یا ۱ است و یا ۳. در نتیجه اگر تعداد رأس‌های درجه ۱ را x و تعداد رأس‌های درجه ۳ را y فرض کنیم، داریم:

$$x + 6 \times 2 + 3y + 1 \times 5 = \sum \deg v_i = 2q$$

$$\xrightarrow{q=23} x + 3y + 17 = 46 \Rightarrow x + 3y = 29 \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد رأس‌ها}} 1 + 6 + x + y = 24 \Rightarrow x + y = 17 \quad (**)$$

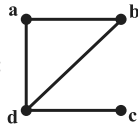
$$\xrightarrow{(*), (**)} \begin{cases} x + 3y = 29 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} y = 6, x = 11$$

۲۳- گزینه ۲»

اگر رئوس گراف را به ترتیب a, b, c, d بنامیم، آنگاه داریم:

$$A(G) = \begin{matrix} a & b & c & d \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow G:$$



این گراف متناظر با نمودار گزینه ۲ است.

۲۴- گزینه ۱»

$$\text{الف) } 42 = 7 \times 6 \times 1 \times \dots \times 1$$

دو حالت وجود دارد:

$$\text{ب) } 42 = 7 \times 3 \times 2 \times 1 \times \dots \times 1$$

$$\sum \deg v_i = 2q, q = p - 1$$

$$\begin{cases} \text{الف) } 7 + 6 + \overbrace{(1+1+\dots+1)}^{p-2} = 2(p-1) \Rightarrow p = 13 \\ \text{ب) } 7 + 3 + 2 + \overbrace{(1+1+\dots+1)}^{p-3} = 2(p-1) \Rightarrow p = 11 \end{cases}$$

۲۵- گزینه ۱»

گراف ساده همبند و فاقد دور، درخت است. پس G درخت بوده و داریم:

$$q = p - 1$$

$$\text{فرض } q + 8 = \frac{4p}{2} \Rightarrow (p - 1) + 8 = 2p \Rightarrow p = 7$$

از آن‌جا که درخت مرتبه $p = 7$ حداقل دو رأس از درجه $\delta = 1$ دارد، پس حداکثر تعداد رئوس از درجه ماکزیمم به ازای درخت خطی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \Delta = 2 & \text{رأس از درجه } 2 \\ \delta = 1 & \text{رأس از درجه } 1 \end{cases}$$



۲۶- گزینه ۳»

درخت مورد نظر دقیقاً یک رأس از درجه ۴ و ۴ رأس از درجه ۱ دارد زیرا اگر دارای رأسی با درجه حداقل ۵ باشد، آنگاه نیاز به حداقل ۵ رأس درجه ۱ داشته و در نتیجه باید بیش از ۸ رأس داشته باشد. همچنین در صورت داشتن یک یا دو رأس از درجه ۳، $\Delta = 3$ ، به ترتیب ۳ و ۴ رأس درجه یک دارد که در این دو حالت، تعداد رأس‌های گراف به ترتیب ۷ و ۹ خواهد بود.

نمودار درخت‌های مورد نظر عبارتند از:



۱)



۲)

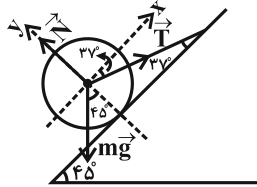


۳)

شکل داریم:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T \cos 37^\circ = mg \sin 45^\circ \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T \sin 37^\circ + mg \cos 45^\circ = N \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T \cos 37^\circ = mg \frac{\sqrt{2}}{2} \\ T \sin 37^\circ + mg \frac{\sqrt{2}}{2} = N \end{cases}$$

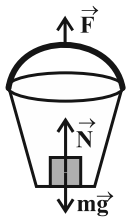


$$\Rightarrow N = T \sin 37^\circ + T \cos 37^\circ \Rightarrow \frac{N}{T} = \sin 37^\circ + \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{N}{T} = 0.6 + 0.8 \Rightarrow \frac{N}{T} = 1.4$$

۳۱- گزینه «۳»

با در نظر گرفتن نیروهای وارد بر وزنه و جهت حرکت آن، شتاب حرکت سطل و وزنه به دست می آید.



$$\Sigma F = ma \Rightarrow N - mg = ma$$

$$\frac{N=12N}{m=1kg, g=10 \frac{N}{kg}} \rightarrow 12 - 10 = 1a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون برای سطل و وزنه درون آن، اندازه نیروی \vec{F} به دست می آید.

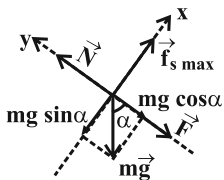
$$\Sigma F = (\Sigma m)a \Rightarrow F - (m + m')g = (m + m')a$$

$$\frac{m=1kg, m'=1/5kg}{a=2 \frac{m}{s^2}} \rightarrow F - (1 + 1/5) \times 10 = (1 + 1/5) \times 2$$

$$\Rightarrow F = 20N$$

۳۲- گزینه «۲»

نیروهای وارد بر جسم m را تعیین و در دو راستای عمود بر هم (در راستای سطح شیب دار و عمود بر سطح شیب دار) تجزیه می کنیم. چون جسم ساکن است، لذا برابری نیروها در هر دو راستا صفر است، داریم:



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = F + mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_s \max = mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \mu_s N = mg \sin \alpha \quad (2)$$

با توجه به رابطه های (۱) و (۲)، داریم:

$$\mu_s (F + mg \cos \alpha) = mg \sin \alpha \Rightarrow \mu_s = \frac{mg \sin \alpha}{F + mg \cos \alpha}$$

$$\frac{F=mg}{\mu_s} \rightarrow \mu_s = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\gamma \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\gamma \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

۲۷- گزینه «۴»

درایه های روی قطر اصلی A^2 ، درجات رئوس درخت را مشخص می سازند:

$$4, 3, 2, 2, 1, \dots, 1 \Rightarrow p = n + 4$$

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \xrightarrow{q=p-1} 4 + 3 + 2 + 2 + n(1) = 2(n + 4 - 1)$$

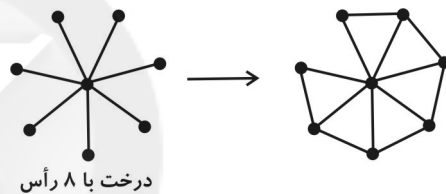
$$\Rightarrow 11 + n = 2n + 6 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow p = 5 + 4 = 9$$

$$\Rightarrow q = 9 - 1 = 8$$

$$\text{تعداد یکها} = 2q = 2(8) = 16$$

۲۸- گزینه «۳»

این درخت یک رأس درجه ۷ دارد و بقیه رئوسش از درجه ۱ یک می باشند و اجباراً دنباله درجه رأس هایش به صورت $\{7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$ می باشد.



درخت با ۸ رأس

ملاحظه می کنیم با اضافه کردن حداقل ۶ یال، این درخت به گراف همبستگی تبدیل می شود.

فیزیک پیش دانشگاهی

۲۹- گزینه «۳»

در حالت اول که سرعت جسم ثابت و در نتیجه $a = 0$ است، مطابق شکل اندازه نیروی اصطکاک جنبشی با اندازه نیروی F برابر است.

$$F - f_k = ma \xrightarrow{a=0} f_k = F$$



در حالت دوم که اندازه نیروی افقی به F' رسیده است، اندازه نیروی اصطکاک جنبشی تغییر نکرده است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a' \Delta x \Rightarrow 0^2 - 2^2 = 2 \times a' \times (4) \Rightarrow a' = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$F' - f_k = ma' \Rightarrow F' - f_k = -5$$

$$\Rightarrow F' - F = -5 \Rightarrow F - F' = 5N$$



۳۰- گزینه «۱»

در مسائل تعادل بهتر است دستگاه مختصاتی در نظر گرفته شود که محوری عمود بر سطح شیب دار و محوری موازی با سطح شیب دار داشته باشد. مطابق



۳۳ - گزینه «۳»

طبق تعریف اندازه حرکت، تفاوت اندازه حرکت بین دو لحظه را به دست

$$\Delta \vec{P} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

می آوریم:

$$= m[(v_{x_2}\vec{i} + v_{y_2}\vec{j}) - (v_{x_1}\vec{i} + v_{y_1}\vec{j})]$$

$$v_{x_1} = v_{x_2} = v_0 \cos \theta \Rightarrow \Delta \vec{P} = m(v_{y_2} - v_{y_1})\vec{j}$$

$$v_{y_2} = -gt + v_{y_0} \text{ و } v_{y_0} = v_0 \sin \theta$$

$$\Delta \vec{P} = m(-gt_2 + v_0 \sin \theta - (-gt_1 + v_0 \sin \theta))$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{P} = -mg(t_2 - t_1) = -10/2 \times 10 \times (6 - 3) = -6 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow |\Delta \vec{P}| = 6 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

طبق رابطه بالا مشاهده می شود که تغییر اندازه حرکت مستقل از سرعت اولیه و

زاویه پرتاب می باشد.

۳۴ - گزینه «۳»

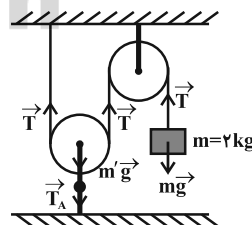
شتاب توقف برای خودرو و کامیون به جرم آن ها بستگی ندارد، زیرا:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \frac{v_2 = 0}{v_1 = v} \Rightarrow |a| = \frac{v^2}{2d}$$

از طرفی طبق قانون دوم نیوتون ($F = ma$) می توان نوشت:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1/5 \times 1 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1/5$$

۳۵ - گزینه «۱»



چون دستگاه در حال تعادل است، در هر نقطه از آن برابری نیروها صفر است.

$$T = mg = 20 \text{ N}$$

برای وزنه m می توان نوشت:

و برای قرقره سمت چپ می توان نوشت:

$$2T = m'g + T_A \frac{m' = 4 \text{ kg}}{T = 20 \text{ N}} \rightarrow 2 \times 20 = 4 \times 10 + T_A$$

$$\Rightarrow T_A = 36 \text{ N}$$

۳۶ - گزینه «۱»

می دانیم نیرویی که سطح تکیه گاه بر جسم وارد می کند، برابری دو نیروی

عمودی تکیه گاه (\vec{N}) و نیروی اصطکاک (\vec{f}_k) است. چون سرعت ثابت است

بنابراین برابری نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی صفر است. برای محاسبه

نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک، می توان نوشت:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

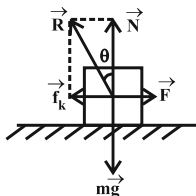
$$m = 3 \text{ kg} \rightarrow N = 3 \times 10 \Rightarrow N = 30 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow 10\sqrt{3} - f_k = 0$$

$$\Rightarrow f_k = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{f_k}{N} \frac{f_k = 10\sqrt{3} \text{ N}, N = 30 \text{ N}}{\rightarrow \tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



۳۷ - گزینه «۱»

با استفاده از قانون دوم نیوتون در آستانه حرکت جسم می توان نوشت:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta$$

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg \sin \theta - f_{s \max} = 0$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$$

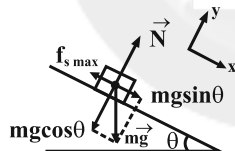
$$\Rightarrow \mu_s = \tan \theta \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4} = 0.75$$

در حرکت شتاب دار جسم نیز با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta = ma$$

$$\Rightarrow g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta) = a \Rightarrow 10 \times (0.6 - \mu_k \times 0.8) = 2$$

$$\Rightarrow \mu_k = 0.5$$



۳۸ - گزینه «۳»

با توجه به این که $m_2 > m_1$ است، اگر قانون دوم نیوتون را برای مجموعه دو

جسم بنویسیم، داریم:

$$\Sigma F = (\Sigma m)a \Rightarrow m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \Rightarrow 2 = \frac{2}{10} \times 10 \Rightarrow m_2 + m_1 = 10 \text{ kg}$$

$$\begin{cases} m_2 - m_1 = 2 \text{ kg} \\ m_2 + m_1 = 10 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow m_1 = 4 \text{ kg}, m_2 = 6 \text{ kg}$$

شیمی پیش دانشگاهی

۳۹- گزینه «۴»

(علی فرزار تبار)

فقط عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند. واکنش‌های برگشت‌پذیر واکنش‌هایی هستند که در هر دو جهت انجام‌پذیرند. اگر این واکنش‌ها در جهت رفت هم کاهش آنتالپی و هم افزایش آنتروپی داشته باشند دیگر در جهت برگشت انجام‌پذیر نخواهند بود. ضمناً واکنش‌های تعادلی زیرمجموعه واکنش‌های برگشت‌پذیر هستند؛ یعنی اگر برای یک واکنش برگشت‌پذیر، شرایط ایجاد تعادل فراهم شود، آنگاه واکنش از نوع تعادلی خواهد شد.

۴۰- گزینه «۳»

(سیر سحاب اعرابی)

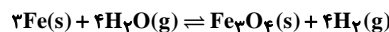
گزینه «۱»: سرعت‌سنج‌های نشان داده شده در شروع واکنش به این شکل می‌باشند، نه در هنگام تعادل که سرعت واکنش‌های رفت و برگشت یکسان است.
گزینه «۲»: نمودار نمی‌تواند به این شکل باشد، چون غلظت SO_3 هیچ‌گاه به صفر نمی‌رسد و واکنش تعادلی است.
گزینه «۳»: طبق صفحه ۳۳ کتاب صحیح است.
گزینه «۴»: در معادله ثابت تعادل، غلظت تمام مواد شرکت‌کننده حضور دارد. (چون همگی در فاز گازی هستند). غلظت یک ماده جامد یا مایع خالص در ثابت تعادل قرار نمی‌گیرد.

۴۱- گزینه «۱»

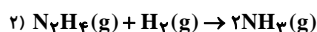
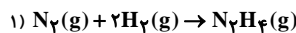
(مفرد عظیمیان زواره)

آ) درست؛ زیرا مواد محلول در آب (aq) در حضور آب $H_2O(l)$ تشکیل یک فاز می‌دهند.

ب) درست؛ مانند تعادل ناهمگن زیر:



ب) نادرست؛ از صفحه ۵۹ فصل ۲ کتاب شیمی ۳ می‌دانیم فرایند تولید NH_3 دو مرحله‌ای است، پس از واکنش مستقیم مولکول‌های N_2 و H_2 ، آمونیاک تولید نمی‌شود (واکنش تولید NH_3 از N_2 و H_2 بنیادی نیست). به عبارتی:



ت) نادرست؛ این تعادل از نوع ناهمگن ۳ فازی است، شامل ۲ فاز جامد (CaO , $CaCO_3$) و یک فاز گازی.

۴۲- گزینه «۲»

(میلار کرمی)

موارد «آ» و «ت» جاهای خالی را به درستی تکمیل می‌کنند. در لحظه تعادل داریم:



و بر این اساس غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها ثابت باقی می‌ماند.

۴۳- گزینه «۳»

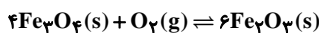
(میلار کرمی)

شکل درست سایر گزینه‌ها به ترتیب عبارت‌اند از:
گزینه «۱»: فرایند مجاورت در تولید صنعتی سولفوریک اسید مورد استفاده قرار می‌گیرد.
گزینه «۲»: غلظت یک ماده جامد یا مایع خالص، از تقسیم چگالی ماده به جرم مولی آن به دست می‌آید.
گزینه «۴»: واکنش‌های سوختن برگشت‌ناپذیر هستند.

۴۴- گزینه «۱»

(مضطبی رستم آباری)

برای موازنه معادله‌ای که مگنتیت در سمت چپ و هماتیت در سمت راست قرار دارد، باید اکسیژن را هم در سمت چپ قرار دهیم.



عبارت اول نادرست است. یکای ثابت تعادل $mol^{-1} \cdot L$ است.

عبارت دوم درست است. جرم هماتیت تولید شده در واکنش رفت، برابر مجموع جرم مگنتیت و اکسیژن مصرف شده است.

عبارت سوم درست است. تعادل دارای دو فاز جامد و یک فاز گازی است.

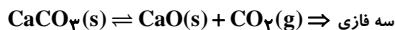
عبارت چهارم نادرست است. غلظت ماده جامد ثابت است و تغییر نمی‌کند.

۴۵- گزینه «۲»

(امیرحسین معروفی)

غلظت یک ماده‌ی جامد یا مایع خالص، از تقسیم چگالی ماده بر جرم مولی آن به دست می‌آید.

$$\text{غلظت} \left(\frac{\text{mol}}{L} \right) = \frac{\text{چگالی} \left(\frac{g}{L} \right)}{\text{جرم} \left(\frac{g}{\text{mol}} \right)}$$



۴۶- گزینه «۳»

(سهنر رامی پور)

موارد الف، ب و ت صحیح هستند.
در مورد عبارت (ب) درون یک بشر بدون سرپوش حاوی آب مایع، تعادلی برقرار نمی‌شود.

۴۷- گزینه «۴»

(مولا میرزایی)

بررسی سایر گزینه‌ها:
گزینه «۱»: در تعادل در سطح میکروسکوپی همواره تبدیل مواد به یکدیگر در حال انجام شدن است.
گزینه «۲»: کاتالیزگرهای این واکنش پلاتین (Pt) و وانادیم پنتوکسید (V_2O_5) هستند.
گزینه «۳»: تبدیل نمک‌های متبلور به نمک‌های خشک، از جمله تغییرات شیمیایی است.

برنامه راهبردی درسی‌های اختصاصی نظام قدیم در یک نگاه (۹۹-۱۳۹۸)

نام پرونده	تاریخ آزمون	نمودار پیروی مباحث آزمون	دوره امتحان	روایح پایه	مباحث تخصصی	فصلنامه، جزوه و امتحان و آمار و منابع اصلی	روایح مسقط	فهرست پیش‌انتقاعی	دوره کتاب تریک پایه	پیش‌انتقاعی	دوره کتاب تریک پایه	پیش‌انتقاعی	دوره کتاب تریک پایه	پیش‌انتقاعی	دوره کتاب تریک پایه
۱۸ بهمن	۲۳ و ۳۰ خرداد و ۲ تیر	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت
۱۹ اسفند	۲۳ و ۳۰ خرداد و ۲ تیر	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت
۷ فروردین	۲۳ و ۳۰ خرداد و ۲ تیر	نیمسال اول پایه	۱۲ اردیبهشت	نیمسال اول پایه	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت
۱۵ فروردین	۲۳ و ۳۰ خرداد و ۲ تیر	نیمسال اول پایه	۱۲ اردیبهشت	نیمسال اول پایه	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت
۲۳ اسفند	۲۳ و ۳۰ خرداد و ۲ تیر	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	نیمسال دوم پایه	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت	۱۲ اردیبهشت