



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۱۷ آبان ۱۳۹۸)

(مباحث ۱ آذر ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم جو	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

حسابان ۲

مثنات

صفحه‌های ۲۳ تا ۳۴

۱- تابع متناوب f با دامنه \mathbb{R} و دوره تناوب ۴، در فاصله $[1, 5]$ به صورت

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin \frac{\pi}{2} x & ; 1 \leq x < 3 \\ -2x + 4 & ; 3 \leq x < 5 \end{cases}$$

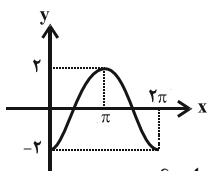
۱ (۱) -1 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴)

۲- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$ کدام است؟

۱ (۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳- نمودار تابع‌های $f(x) = 3 \sin 2x - 2$ و $g(x) = k$ در بازه $(0, T)$ همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند. حدود k کدام است؟
(T دوره تناوب تابع f است.)

۱ (۱) $(-5, 1)$ (۲) $(-5, -2) \cup (-2, 1)$ (۳) $(-2, 1) \cup (1, 5)$ (۴) $(-7, -5) \cup (-5, -2)$



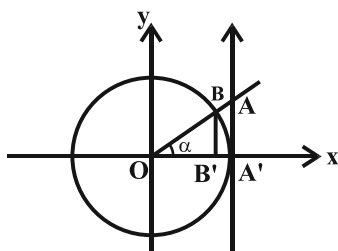
۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \cos bx$ است. مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۱) -2 (۲) 3

۲ (۳) 2 (۴) -3

۵- اگر $a \in \mathbb{Z} - \{0\}$ باشد، نمودار $y = 4 \sin ax$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، حداکثر چند نقطه برخورد با خط $y = a$ دارد؟

۱ (۱) 8 (۲) 7 (۳) 6 (۴) 5



۶- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر $AA' = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، مقدار OB' کدام است؟

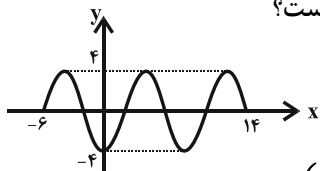
۱ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$

۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۷- دوره تناوب تابع با ضابطه $y = 3 \sin cx - 2$ برابر π است. قدرمطلق مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع با ضابطه $y = \pi \sin(-x) + c$ کدام است؟

۱ (۱) 4 (۲) 3 (۳) 5 (۴) 6

۸- اگر شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(\pi + bx)$ باشد، مقدار $f\left(-\frac{32}{3}\right)$ کدام است؟



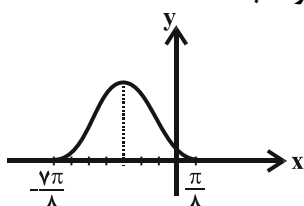
۱ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$

۲ (۳) 2 (۴) -2

۹- اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ برابر T باشد، تابع f در بازه‌های $\left(0, \frac{T}{2}\right)$ و $\left(\frac{T}{2}, T\right)$ به ترتیب چگونه است؟

۱ (۱) صعودی - صعودی (۲) صعودی - نزولی (۳) نزولی - صعودی (۴) نزولی - نزولی

۱۰- نمودار زیر، تابع $y = \sin^2(ax + b\pi)$ را در یک دوره تناوب نمایش می‌دهد. $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



۱ (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$

۲ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{7}{8}$



ریاضی پایه

ریاضی پایه

ریاضی (۱):

صفحه‌های ۱ تا ۲۷، ۲۷ تا ۴۷ و ۴۸ تا ۶۸ و

۹۴ تا ۱۱۷

حسابان (۱):

صفحه‌های ۱ تا ۶ و ۳۷ تا ۷۰

۱۱- حاصل عبارت $\sqrt{4 - \frac{3\sqrt{7}}{2}} + \sqrt{2 - \frac{\sqrt{7}}{2}}$ کدام است؟

$$2 - \frac{\sqrt{7}}{2} \quad (2) \quad -2 + \sqrt{7} \quad (1)$$

$$1 \quad (4) \quad -1 + \sqrt{7} \quad (3)$$

۱۲- در یک دنباله حسابی $a_7 - a_4 = 20$ است. اگر جمله هفتم سه برابر جمله پنجم باشد، حاصل $a_8 - a_4$ برابر کدام است؟

$$80 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 50 \quad (2) \quad 30 \quad (1)$$

۱۳- در یک دنباله هندسی $\frac{a_3 + a_5}{a_4 + a_8} = 16$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad \sqrt[3]{16} \quad (3) \quad \frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \quad (4)$$

۱۴- در یک دنباله حسابی، جمله هشتم سه برابر جمله سوم است. در این دنباله حاصل $\frac{S_{10}}{S_5}$ کدام است؟

$$9 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

۱۵- اگر $f = \{(1, -a + \sqrt{-2a}), (a, b), (1, 4), (-8, 3), (-2, 3)\}$ نمایش یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

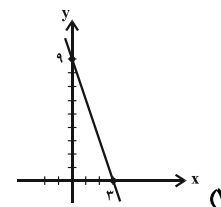
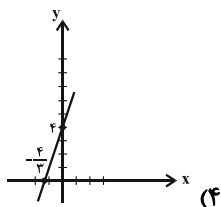
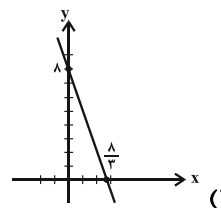
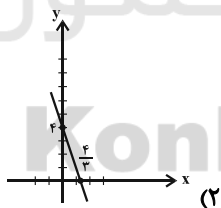
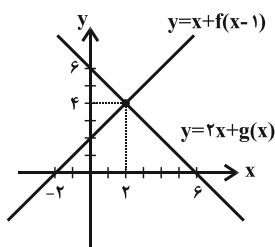
$$-5 \quad (4) \quad 5 \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۱۶- اگر تابع $f = \{(1, -2), (2, 4), (a+1, -2), (6, a), (b+2, 0), (c, b+a)\}$ یک به یک باشد، حاصل $\frac{b}{c}$ کدام است؟

$$4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۱۷- اگر $\frac{13}{2} < [x] < \frac{17}{3}$ باشد، حاصل $[-2x]$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$3 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

۱۸- نمودار توابع $y = x + f(x-1)$ و $y = 2x + g(x)$ در شکل زیر رسم شده‌اند. نمودار تابع $y = f(x) + g(x)$ کدام است؟۱۹- اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \sqrt{4-x} + 1$ باشند، برد تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

$$\mathbb{R} \quad (4) \quad (-\infty, 1] \quad (3) \quad [-1, +\infty) \quad (2) \quad [-1, 1] \quad (1)$$

۲۰- اگر f تابعی یک به یک، $f(-2) = \frac{5}{3}$ و $g(x) = 2 - 3f(5x-1)$ باشد، حاصل $g^{-1}(-3)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{5} \quad (4) \quad \frac{1}{5} \quad (3) \quad -\frac{3}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{5} \quad (1)$$

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱

هندسه ۳

۲۱- اگر $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۹

۲۲- اگر $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{bmatrix} \times A \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 6I$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۶ (۴) ۶

۲۳- اگر A و B دو ماتریس 3×3 باشند، آنگاه حاصل $\|B|A| + \|A|B|$ همواره برابر کدام است؟

(۱) $|B^2| + |A^2|$ (۲) $|AB^2| + |A^2B|$ (۳) $2|A^2B^2|$ (۴) $|AB| + |BA|$

۲۴- اگر $m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$ کدام است؟ $(a, b, c \neq 0)$

- (۱) a (۲) $\frac{m}{abc}$ (۳) $mabc$ (۴) $m + a + b + c$

۲۵- به ازای کدام مقدار k ، معادله $\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر $|A|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $\frac{1}{2}A^3$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۸- اگر $|A| = 4$ و A یک ماتریس 2×2 باشد، آنگاه $\left| \frac{|A|}{2}A \right| + \left| \frac{2}{|A|}A \right|$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

۲۹- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه ۲ و $A^2 = -I$ باشد، آنگاه $|I - A|$ کدام می‌تواند باشد؟ $(|A| > 0)$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۰- معادله $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$ دارای چند جواب حقیقی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵

ریاضیات گسسته

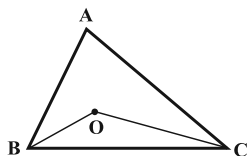
- ۳۱- اگر ۲۲ بهمن در یک سال شنبه باشد، ۱۵ خرداد ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟
 (۱) جمعه (۲) شنبه (۳) یکشنبه (۴) دوشنبه
- ۳۲- معادله $x \equiv 3 \pmod{1391! + \dots + 2! + 1!}$ چند جواب در مجموعه اعداد دو رقمی دارد؟
 (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵
- ۳۳- جواب معادله هم‌نهستی $x^2 - 8x + 15 \equiv 0 \pmod{k}$ کدام نمی‌تواند باشد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $2k + 1$ (۲) $4k + 1$ (۳) $4k + 2$ (۴) $4k + 3$
- ۳۴- عدد $A = a^2 b^5 c$ بر ۹۹۰ بخش‌پذیر است. باقی‌مانده تقسیم A بر ۸ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۳۵- ۳۶ متر پارچه به قیمت xy^2 تومان خریداری شده است. اگر قیمت هر متر پارچه کمتر از هزار تومان و عددی طبیعی بر حسب تومان باشد، آن‌گاه قیمت هر متر پارچه چند تومان است؟
 (۱) ۷۶۱ (۲) ۸۳۱ (۳) ۶۷۱ (۴) ۹۵۱
- ۳۶- هرگاه سال نو با روز جمعه آغاز شود، چهارشنبه‌سوری همان سال چندم اسفند است؟ (منظور از چهارشنبه‌سوری، آخرین سه‌شنبه سال است.)
 (۱) ۲۵ اسفند (۲) ۲۶ اسفند (۳) ۲۷ اسفند (۴) ۲۸ اسفند
- ۳۷- چند عدد پنج رقمی به صورت $a^8 b^5$ وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۳۳ برابر ۱ باشد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۸- معادله هم‌نهستی $11x \equiv 33 \pmod{32}$ ، در مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی چند جواب دارد؟
 (۱) ۲۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲
- ۳۹- معادله $24x \equiv 100 \pmod{19}$ در کدام یک از بازه‌های زیر جواب ندارد؟ ($x \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $[0, 10]$ (۲) $[5, 15]$ (۳) $[10, 20]$ (۴) $[15, 25]$
- ۴۰- اگر $3x \equiv 6 \pmod{21}$ و $2x + 3y \equiv 1 \pmod{7}$ باشند، بیش‌ترین مقدار باقی‌مانده تقسیم عدد xy^2 بر ۹ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

هندسه ۱

هندسه ۱

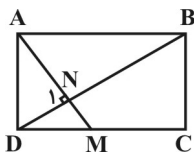
ترسیم‌های هندسی
قضیه تالس، تشابه
چندضلعی‌ها
صفحه‌های ۹ تا ۶۴

- ۴۱- در مثلثی به اضلاع $AB = 4$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ ، نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C در نقطه O، یکدیگر را قطع می‌کنند. نسبت مساحت مثلث BOC به مساحت چهارضلعی ABOC کدام است؟

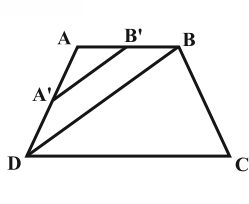


- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{4}{7}$
 (۳) $\frac{7}{9}$
 (۴) $\frac{5}{11}$

- ۴۲- در مستطیل ABCD مطابق شکل زیر، اگر $AB = 3AD$ و $\hat{N}_1 = 90^\circ$ باشد، طول ضلع AB چند برابر طول MC است؟



- (۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $\frac{8}{7}$
 (۳) $\frac{9}{8}$
 (۴) ۲



۴۳- در دوزنقه $ABCD$ ، نقاط A' و B' وسط اضلاع AD و AB هستند. اگر $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$ باشد،

مساحت چهارضلعی $A'B'BD$ چه کسری از مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۴۴- کدام مورد مثال نقض ندارد؟

- (۱) چهارضلعی‌ای که قطرهای آن نیمساز زوایا باشند، لوزی است.
 (۲) چهارضلعی‌ای که قطرهاش بر هم عمود باشند، لوزی است.
 (۳) چهارضلعی‌ای که قطرهاش با هم برابر باشند، مستطیل است.
 (۴) چندضلعی‌ای که زوایایش با هم برابر باشند، منتظم است.

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات

احتمال

صفحه‌های ۱ تا ۵۱

ریاضی ۱

آمار و احتمال

صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

آمار و احتمال و ریاضی ۱

۴۵- اگر گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

- (۱) p ، q و r همگی نادرست هستند.
 (۲) p و r درست و q نادرست است.
 (۳) p درست و q و r نادرست هستند.
 (۴) p و q درست و r نادرست است.

۴۶- مجموعه $A - (B \cup C)$ لزوماً با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر نیست؟

- (۱) $(A - B) - C$ (۲) $(A - B) \cap (A - C)$ (۳) $(A - C) - B$ (۴) $A - (B - C)$

۴۷- اگر A و B دو زیرمجموعه به ترتیب ۴ و ۷ عضوی از مجموعه مرجع و ۱۰ عضوی U باشند، مجموعه $(A' \times B')$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۴۸- ۴ فرد a ، b ، c و d در یک مسابقه شرکت کرده‌اند که فقط یک برنده دارد. شانس برنده شدن آنها به صورت

$P(a) = \frac{P(b)}{3} = P(c) = \frac{P(d)}{2}$ است. احتمال آنکه a یا d برنده شوند، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{7}$

۴۹- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد سه عدد متمایز ظاهر شوند و عدد بزرگتر در پرتاب دوم ظاهر شود؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{7}{72}$ (۴) $\frac{5}{27}$

۵۰- اگر $P(A \cup B) = 0/6$ و $P(A) = 0/5$ باشد، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $0/9$ (۲) $0/5$ (۳) $0/6$ (۴) $0/7$

فیزیک ۳

دینامیک و حرکت دایره‌ای

صفحه‌های ۳۵ تا ۴۸

فیزیک ۳

۵۱- وزن جسمی در نقطه‌ای از سطح زمین $19/64N$ است. در ارتفاع h از سطح زمین، اندازه

شتاب گرانشی $0/25 \frac{m}{s^2}$ کاهش می‌یابد و وزن جسم به $19/14N$ می‌رسد. جرم جسم در

ارتفاع h از سطح زمین چند کیلوگرم است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $1/914$ (۴) $1/964$

۵۲- جسمی به جرم $10kg$ از ارتفاع 100 متری سطح زمین رها می‌شود و پس از $10s$ به سطح زمین می‌رسد. اندازه نیروی مقاومت

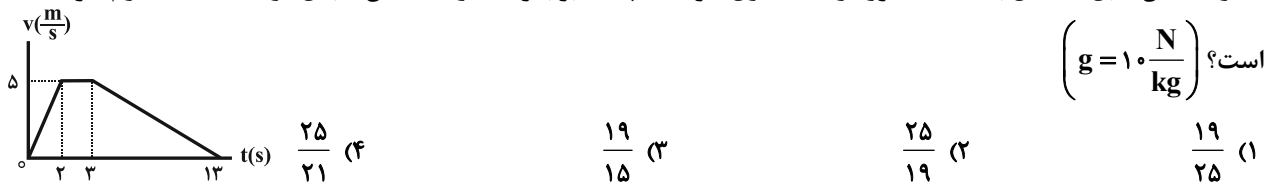
هوای وارد بر جسم که در طول مسیر ثابت فرض می‌شود، چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۷۰



۵۳- در شکل زیر، نمودار سرعت - زمان حرکت آسانسوری که از حال سکون و رو به بالا شروع به حرکت می کند، داده شده است.

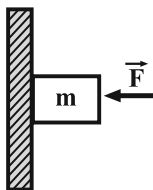
اندازه کشش کابل متصل به آسانسور در ثانیه اول حرکت چند برابر اندازه کشش کابل در سه ثانیه دوم حرکت است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۵۴- مطابق شکل زیر، جسمی با نیروی افقی \vec{F} طوری به دیوار قائم تکیه داده شده است که جسم در آستانه لغزش به سمت پایین

باشد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار از $(\mu_s)_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ به $(\mu_s)_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ برسد، \vec{F} را چند برابر کنیم تا اندازه

نیروی که از طرف دیوار به جسم وارد می شود، تغییر نکند؟



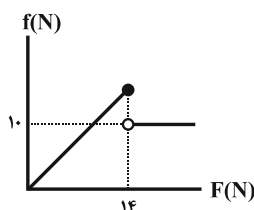
(۱) $\frac{19}{25}$ (۲) $\frac{25}{19}$ (۳) $\frac{19}{15}$ (۴) $\frac{25}{21}$

(۱) $\frac{\sqrt{47}}{7}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{42}}{6}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۵۵- جسمی به جرم m روی یک سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی \vec{F} را موازی با سطح به جسم وارد می کنیم. اگر

نمودار اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم بر حسب اندازه نیروی \vec{F} مطابق شکل زیر باشد، نسبت ضریب اصطکاک جنبشی به

ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی کدام است؟

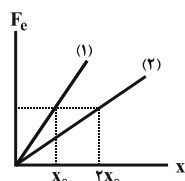


(۱) $\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

۵۶- نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای دو فنر متفاوت مطابق شکل زیر است. به انتهای فنر (۱) جسمی به جرم m_1 و

به انتهای فنر (۲)، جسمی به جرم m_2 آویزان می کنیم. اگر بعد از رسیدن به تعادل افزایش طول فنر (۱) دو برابر افزایش طول

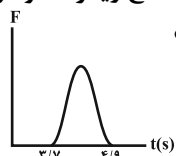
فنر (۲) باشد، حاصل $\frac{m_2}{m_1}$ کدام است؟



(۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۷- نمودار اندازه نیروی خالص وارد بر توپ در بازی چوگان بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر مساحت سطح زیر نمودار

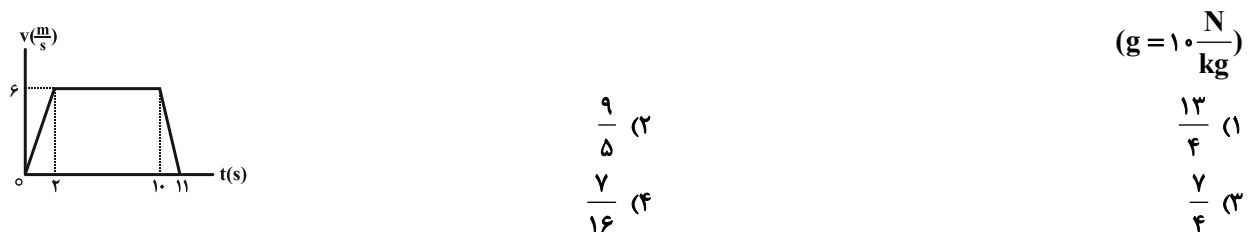
برابر با $14/4$ واحد SI باشد، اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر توپ طی این مدت برابر با چند نیوتون است؟



(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۸- جسمی به جرم m درون آسانسور ساکنی قرار دارد. اگر آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند، نمودار سرعت - زمان آن

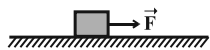
مطابق شکل زیر خواهد بود. اندازه نیروی عمودی سطح در دو ثانیه اول حرکت چند برابر ثانیه آخر حرکت می باشد؟



(۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{16}$



۵۹- در شکل زیر، جسمی به جرم $m = 6\text{kg}$ روی سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی $F = 90\text{N}$ به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با 75N باشد، اندازه شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۱۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۷/۵ (۲)

صفر (۱)

۶۰- جسمی به جرم 4kg روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت ثابت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت است. اگر نیرویی افقی به بزرگی

5N در خلاف جهت حرکت جسم به مدت 2s به جسم وارد شود، در پایان این مدت، اندازه تکانه جسم چند واحد SI خواهد شد؟

۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۰ (۲)

۵۰ (۱)

فیزیک ۱

فیزیک و اندازه‌گیری
کار، انرژی و توان
ویژگی‌های فیزیک مواد
دما و گرما
صفحه‌های ۱ تا ۱۴۰

فیزیک ۱

۶۱- به مخلوطی از آب و یخ مقداری گرما می‌دهیم تا مقداری از یخ ذوب شود. اگر طی این عمل حجم

مخلوط 4cm^3 کاهش یابد، جرم یخ ذوب شده چند کیلوگرم بوده است؟ $(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

$$\text{و } (\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

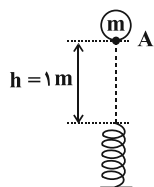
۰/۰۳۶ (۴)

۰/۰۴ (۳)

۳۶ (۲)

۱ (۱)

۶۲- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 3kg از نقطه A و از حال سکون رها شده و بعد از برخورد به فنری به جرم ناچیز، حداکثر آن را 20cm می‌فشارد. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا در این حرکت برابر با 6J باشد، کار نیروی کشسانی فنر چند ژول



$$\text{است؟ } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

-۲۴ (۲)

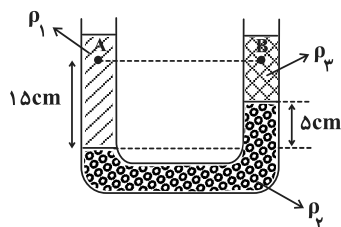
-۳۰ (۱)

-۴۲ (۴)

-۳۶ (۳)

۶۳- در شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های ρ_1 ، ρ_2 و ρ_3 در داخل لوله U شکل در حال تعادل قرار دارند. اندازه

اختلاف فشار بین نقطه‌های A و B چند کیلوپاسکال است؟ $(\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_2 = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_3 = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۸/۱ (۱)

۲ (۲)

۱۴/۲ (۳)

۶/۱ (۴)

۶۴- دو میله فلزی در دمای صفر درجه سلسیوس دارای طول‌های یکسانی هستند. اگر دمای میله‌ها را به 200°C برسانیم، اختلاف طول آن‌ها $1/8\text{mm}$ می‌شود. طول اولیه هر کدام از میله‌ها چند سانتی‌متر است؟ $(\alpha_1 = 3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1})$ و

$$(\alpha_2 = 12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1})$$

۱۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

۵۰ (۲)

۱۵۰ (۱)



۶۵- یک کیلوگرم آب با دمای 10°C و یک کیلوگرم از فلزی را درون گرماسنجی با دمای اولیه 22°C قرار می‌دهیم. اگر دمای تعادل

مجموعه به 3°C برسد، دمای اولیه فلز چند درجه سلسیوس است؟ $(C_{\text{گرماسنج}} = 1/5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ ، $c_{\text{فلز}} = 420 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ،

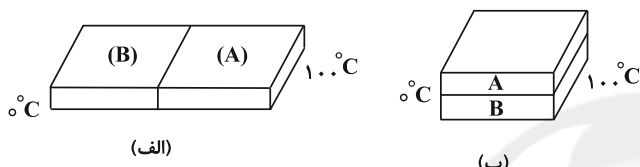
$$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

۱۰ (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۶۶- دو میله فلزی با طول و سطح مقطع یکسان، مطابق شکل (الف) با یکدیگر در تماس اند و در حالت تعادل در مدت ۲ دقیقه 4 kJ گرما از آن‌ها عبور می‌کند. اگر دو میله را به صورت شکل (ب) و با یک عایق گرمایی بین آن‌ها بین همان اختلاف دمای قبلی قرار

دهیم، در حالت تعادل طی چند ثانیه همان 4 kJ گرما از مجموعه آن‌ها عبور می‌کند؟ $(k_A = 200 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$ و

$$k_B = 600 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}$$

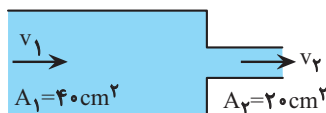


۲۲/۵ (۱) ۴۵ (۲)

۹۰ (۳) ۱۳۵ (۴)

۶۷- مطابق شکل آب با تندی v_1 وارد شیر آب شده و با تندی v_2 از دهانه باریک شیر خارج می‌شود. اگر در حالت پایا در هر

ثانیه 10^4 cm^3 آب از دهانه باریک خارج شود، تندی v_1 و v_2 بر حسب $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۲۵۰ و ۵۰۰ (۱) ۲۵۰ و ۱۲۵ (۲)

۲۵ و ۵۰ (۳) ۲۵ و ۱۲/۵ (۴)

۶۸- در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، مقیاس‌های فارنهایت و کلونین یک عدد را نشان می‌دهند؟

۸۸۷/۲۵ (۱) ۵۷۴/۲۵ (۲) ۳۰۱/۲۵ (۳) ۶۸/۲۵ (۴)

۶۹- یک کیلوگرم یخ و ۴ کیلوگرم آب در فشار یک اتمسفر در تعادل گرمایی قرار دارند. به این مجموعه 546 kJ کیلوژول گرما

می‌دهیم. بعد از رسیدن به تعادل، دمای آب به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، $L_F(\text{یخ}) = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و

اتلاف انرژی نداریم.)

صفر (۱) ۱۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۷۰- کدام عبارت درست نیست؟

(۱) در ساحل دریا و در شب، جریان هوا از ساحل به طرف دریا است.

(۲) همرفت، سریع‌ترین راه انتقال گرما از نقطه‌ای به نقطه دیگر است.

(۳) انتقال گرما از طریق تابش، تنها راه انتقال گرما در خلأ است.

(۴) در ساحل دریا و در روز، جریان هوا از دریا به ساحل است.

فیزیک ۲

فیزیک ۲

الکتروستاتیک ساکن

جریان الکتریکی، مغناطیس

صفحه‌های ۱ تا ۱۰۸

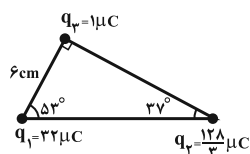
۷۱- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه

ثابت شده‌اند. اندازه برابری نیروهای وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر، چند نیوتون است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, \sin 37^{\circ} = 0.6)$$

۶۰ (۱) ۸۰ (۲)

۱۰۰ (۳) ۱۴۰ (۴)





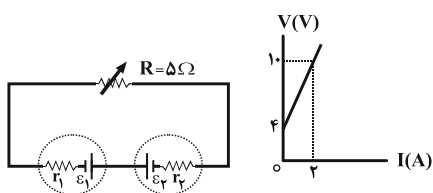
۷۲- کرای رسانا دارای بار الکتریکی منفی است. اگر 10^{13} الکترون به این کره بدهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی آن 20% درصد تغییر می‌کند. بار اولیه این کره چند میکروکولن بوده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) -8 (۲) $-0/8$ (۳) -16 (۴) $-1/6$

۷۳- دو مقاومت رسانای مشابه R_1 و R_2 به صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. اگر با ثابت ماندن سطح مقطع مقاومت R_1 ، طول آن را چهار برابر کنیم، با ثابت ماندن طول مقاومت R_2 ، شعاع سطح مقطع آن را چند برابر کنیم تا مقاومت معادل R_1 و R_2 تغییری نکنند؟ (دما ثابت است.)

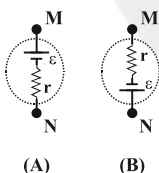
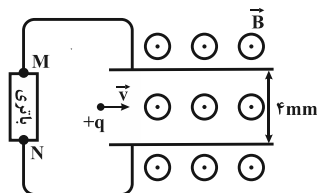
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

۷۴- در مدار زیر، نمودار ولتاژ دو سر مولد \mathcal{E} بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر جریان عبوری از مدار $1/5 A$ باشد و توان تولیدی مولد (۱)، سه برابر توان مصرفی در آن باشد، افت پتانسیل در مولد \mathcal{E}_1 چند ولت است؟



- (۱) 16 (۲) $\frac{16}{3}$ (۳) 4 (۴) 8

۷۵- در شکل زیر، ذره‌ای با بار مثبت و جرم ناچیز، با تندی $10^3 \frac{m}{s}$ عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $4 \times 10^3 G$ بین دو صفحه افقی موازی پرتاب می‌شود. از کدام باتری و با چه نیروی محرکه‌ای بر حسب ولت در مدار استفاده کنیم تا ذره از مسیر افقی خود منحرف نشود؟



- (۱) $1/6, A$ (۲) $1/6, B$ (۳) $16, A$ (۴) $16, B$

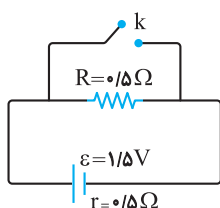
۷۶- سیمی به طول $628 cm$ را به صورت پیچ‌های مسطح به شعاع $5 cm$ در می‌آوریم و از آن جریان الکتریکی $10 A$ را عبور می‌دهیم. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

- (۱) $25/12 \times 10^{-4}$ (۲) $12/56 \times 10^{-4}$ (۳) $25/12$ (۴) $12/56$

۷۷- مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در دمای $20^\circ C$ برابر با 40Ω است. از سیم جریان الکتریکی عبور می‌کند و در اثر افزایش دما، مقاومت الکتریکی آن به $46/8 \Omega$ می‌رسد. دمای سیم در این حالت، چند درجه سلسیوس است؟ ($\alpha_{ms} = 0/0068 \frac{1}{K}$)

- (۱) $22/5$ (۲) 25 (۳) $37/5$ (۴) 45

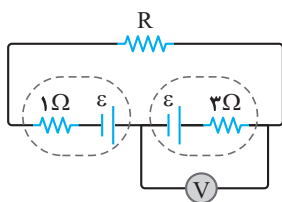
۷۸- در مدار روبه‌رو، ابتدا کلید باز است. در صورتی که کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت کاهش می‌یابد؟



- (۱) صفر (۲) $0/5$ (۳) $0/75$ (۴) $1/5$



۷۹- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد صفر را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟



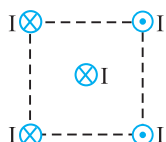
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۸۰- چهار سیم راست و بلند حامل جریان‌های مساوی و در جهت‌های نشان داده شده، در رأس‌های یک مربع مطابق شکل قرار دارند. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریانی که از مرکز مربع می‌گذرد، در کدام جهت است؟



(۱) ←

(۲) →

(۳) ↓

(۴) ↑

شیمی ۳

۸۱- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

الف- شعاع گونه اکسندگی طی انجام واکنش اکسایش - کاهش، افزایش می‌یابد.

ب- همه فلزها در واکنش با گاز اکسیژن، اکسایش می‌یابند.

پ- با اتصال فلزها در شرایط مناسب به یکدیگر می‌توان از انرژی ذخیره شده در آنها استفاده کرد.

ت- گونه‌ای خنثی که در یک واکنش به کاتیون تبدیل می‌شود، اکسایش یافته و کاهش یافته است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۲- کدام گزینه جای خالی عبارت‌های زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟ ($\text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65 : \text{g.mol}^{-1}$)

الف- واکنش آهن با محلول مس (II) سولفات، واکنشی است.

ب- قدرت کاهش‌دهنده فلز مس از روی است.

پ- واکنش تیغه روی با محلول مس (II) سولفات با جرم تیغه همراه است.

(۱) گرماده، بیشتر، افزایش (۲) گرماگیر، بیشتر، افزایش

(۳) گرماده، کمتر، کاهش (۴) گرماگیر، کمتر، کاهش

۸۳- همه عبارت‌های زیر صحیح‌اند، به جز ...

(۱) پدیده‌هایی از قبیل آذرخش که از ماهیت الکتریکی ماده سرچشمه می‌گیرند، باعث شد تا تلاش برای شناسایی واکنش‌هایی که مبنای تولید انرژی الکتریکی هستند، هدفمند دنبال شود.

(۲) شکل روبه‌رو یکی از قلمروهای الکتروشیمی را نشان می‌دهد که باتری‌ها و سلول‌های سوختی در حوزه‌های کاری آن هستند.

(۳) برای دستیابی به دانش الکتروشیمی نخست باید دانست در چه واکنش‌هایی الکترون دادوستد می‌شود.

(۴) تأمین انرژی الکتریکی برای اندام مصنوعی از جمله کاربردهای باتری‌ها است.

۸۴- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) الکتروشیمی، شاخه‌ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.

ب) یکی از کاربردهای الکتروشیمی، کنترل کیفی فرآورده‌های دارویی است.

پ) با دو تیغه از جنس فلز مس در یک لیمو می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد.

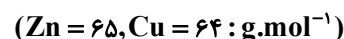
ت) اکسیژن نافلزی فعال است و قادر است همه فلزات را اکسید کند.

(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت





۸۵- چنانچه تیغه‌ای از جنس فلز روی را درون محلول آبی‌رنگ مس (II) سولفات قرار دهیم، کدام گزینه درست است؟



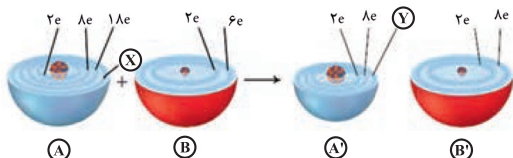
(۱) تغییر جرمی برای تیغه نخواهیم داشت زیرا به ازای هر اتم Zn یک اتم Cu بر سطح تیغه می‌نشیند.

(۲) روی در نقش کاهنده، اکسید شده و الکترون‌ها از طریق محلول به یون‌های Cu^{2+} که در نقش اکسند هستند، می‌رسند.

(۳) سرعت نیم واکنش اکسایش با کاهش برابر است اما جرم تیغه کاهش می‌یابد.

(۴) چنانچه ۰/۲ مول از کاتیون‌های Cu^{2+} وارد واکنش بشوند، تغییرات جرم تیغه برابر ۱۲/۸ گرم خواهد بود.

۸۶- با توجه به شکل داده شده، چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟



الف) اتم A کاهنده است و تعداد الکترون‌های X در آن برابر تعداد الکترون‌های آخرین لایه اصلی یک اتم از گروه دوم جدول دوره‌ای عناصر است.

ب) اتم B اکسند است و به B' کاهش یافته است.

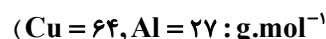
پ) کاتیون A' فرم اکسید شده اتم A است و به آرایش الکترونی هشتایی رسیده است و تعداد الکترون‌های Y برابر ۸ می‌باشد.

ت) تعداد الکترون‌های مبادله شده در این واکنش برابر ۴ می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- تیغه‌ای آلومینیومی به جرم ۵ گرم را درون ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار مس (II) سولفات قرار می‌دهیم. پس از مبادله

$18/06 \times 10^{21}$ الکترون، نسبت جرم جامد باقی‌مانده به جرم جامد مصرفی تقریباً کدام است؟ ($N_A = 6/02 \times 10^{23}$)



(۱) ۳/۵ (۲) ۵/۹ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۲۱



۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) باتری فرآورده صنعتی مهمی است که با انجام واکنش‌های شیمیایی الکتریسته تولید می‌کند.

(۲) باتری در وسایلی مانند سمک، تلفن همراه و خودروی الکتریکی به کار می‌رود.

(۳) شکل روبه‌رو بیانگر کاربرد الکتروشیمی در تولید مواد می‌باشد.

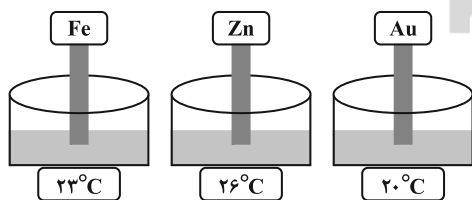
(۴) پرکاربردترین شکل انرژی در به کارگیری فناوری‌ها، انرژی الکتریکی است.

۸۹- مطابق شکل، درون همه ظرف‌ها محلول مس (II) سولفات آبی رنگ وجود دارد که درون آن‌ها تیغه‌هایی از فلزات مختلف در

دمای $20^{\circ}C$ قرار داده‌ایم و پس از مدتی دمای جدید محلول را یادداشت نموده‌ایم. با توجه به این آزمایش کدام نتیجه‌گیری

نادرست می‌باشد؟ ($Cu = 64, Zn = 65, Fe = 56, Au = 197 : g.mol^{-1}$) (فرض کنید در صورت تشکیل رسوب، اتم‌های آن

بر روی تیغه قرار می‌گیرند.)



(۱) ترتیب کاهندگی به صورت $Zn > Fe > Cu > Au$ می‌باشد.

(۲) چنانچه در همین دما تیغه مسی را درون محلول $Au(NO_3)_3$ قرار دهیم

از $20^{\circ}C$ بالاتر خواهد رفت.

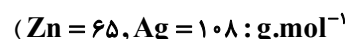
(۳) بین تیغه مس و محلول مس (II) سولفات هیچ واکنشی انجام نخواهد شد.

(۴) از جرم تیغه‌های روی و آهن کاسته می‌شود.

۹۰- اگر در واکنش: $Zn(s) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow Zn(NO_3)_2(aq) + 2Ag(s)$ ، که با وارد کردن تیغه فلز روی در ۲۰۰ میلی‌لیتر

محلول ۰/۲ مولار نقره‌نیترات انجام گرفته و کامل شده است، ۲/۴۱۶ گرم بر جرم تیغه روی افزوده شده باشد، بازده درصدی

واکنش (براساس جرم ذرات نقره جانشین شده بر سطح تیغه روی)، کدام است؟ (حجم محلول ثابت فرض شود،



(۱) ۶۰ (۲) ۶۵ (۳) ۸۰ (۴) ۸۵



شیمی ۱

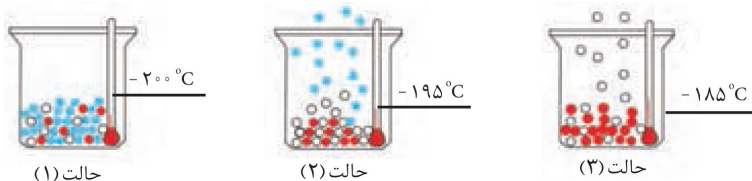
شیمی ۱

کیهان زادگاه الفبای هستی
ردبای گازها در زندگی
آب، آهنگ زندگی
صفحه‌های ۱ تا ۱۰۷

۹۱- درباره جرم اتمی میانگین کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) جرم اتمی میانگین هر عنصر همان جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای عنصرها است.
 (۲) جرم اتمی میانگین، به جرم اتمی ایزوتوپی نزدیک‌تر است که درصد فراوانی بیش‌تری دارد.
 (۳) جرم اتمی میانگین کلر به ایزوتوپی که دارای ۱۷ پروتون و ۱۸ نوترون است نزدیک‌تر است.
 (۴) برای تمامی عنصرهای جدول دوره‌ای، جرم اتمی میانگین تعریف می‌شود.

۹۲- با توجه به شکل زیر چند مورد از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟



الف) گازی که به عنوان خنک‌کننده قطعات الکترونیکی دستگاه‌های MRI کاربرد دارد، در حالت (۲) هم‌چنان به‌صورت مایع می‌باشد.

ب) در دمای -190°C هم‌چنان ۲ مورد از گازهای هوای مایع در ظرف موجود است.

پ) در هیچ یک از سه حالت بالا گازی که برای پرکردن تایر خودروها استفاده می‌شود، تبخیر نمی‌شود.

ت) با کاهش دما از -100°C به -200°C به ترتیب گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن به مایع تبدیل می‌شوند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- در چند گرم مولکول کربن تتراکلرید (CCl_4)، $1/806 \times 10^{22}$ اتم Cl وجود دارد؟ ($\text{C} = 12, \text{Cl} = 35.5 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۱۵/۵ (۲) ۱۱/۵۵ (۳) ۱/۱۵۵ (۴) ۰/۱۱۵۵

۹۴- اگر در اثر تبدیل هیدروژن به هلیوم، ۰/۰۰۲۴ گرم ماده به انرژی تبدیل شود، انرژی آزاد شده تقریباً چند تن آهن را ذوب خواهد کرد؟ (برای ذوب کردن یک گرم آهن در دمای واکنش، به ۲۴۷J انرژی نیاز است.)

- (۱) ۸۹۰ (۲) ۸۷۴/۵ (۳) ۸۳۷/۵ (۴) ۷۸۴/۵

۹۵- اتمی که عدد جرمی آن برابر ۶۴ است و ۳۵ ذره زیر اتمی بدون بار الکترونیکی دارد، چند الکترون با عدد کوانتومی فرعی بزرگ‌تر

از ۱ دارد؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۹۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد مولکول N_2O_4 صحیح است؟

الف) نام آن نیتروژن تترا اکسید است.

ب) در ساختار آن دو پیوند دوگانه وجود دارد.

پ) تعداد جفت الکترون‌های پیوندی از تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی بیشتر است.

ت) هر دو اتم نیتروژن همه الکترون‌های لایه ظرفیت خود را به اشتراک گذاشته‌اند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

الف) O_3 و O_2 دو دگرشکل اکسیژن هستند که در حالت مایع آبی‌رنگ هستند.

ب) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع سبب افزایش حجم آنها می‌شود.

پ) شیمی‌دان‌ها دمای 25°C و فشار یک اتمسفر را به‌عنوان شرایط استاندارد (STP) در نظر گرفته‌اند.

ت) از واکنش همه اکسیدهای نافلز با آب، اسید تولید می‌شود.

ث) مجموع ضرایب فرآورده‌ها در سوختن کامل و ناقص یک مول متان با هم برابر است.

- (۱) الف، ب و پ (۲) ب، پ و ت (۳) پ، ت و ث (۴) ب و پ



۹۸- با توجه به فرمول شیمیایی، نسبت تعداد اتم اکسیژن در باریم فسفات به تعداد اتم هیدروژن در آمونیوم هیدروژن کربنات کدام است؟

- (۱) ۱/۶ (۲) ۲ (۳) ۸/۰ (۴) ۱

۹۹- برای تهیه ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار KCl به تقریب چند گرم از محلول ۷۵ درصد جرمی این نمک لازم است؟
($K = ۳۹, Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

۱۰۰- عنصر X دارای ۳ ایزوتوپ $A X$ ، $A+۲ X$ و $A+۴ X$ می باشد. اگر نسبت فراوانی ایزوتوپ $A+۲ X$ به ایزوتوپ $A X$ برابر $\frac{1}{۲}$ و

نسبت فراوانی ایزوتوپ $A+۴ X$ به ایزوتوپ $A+۲ X$ برابر $\frac{1}{۳}$ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ $A+۴ X$ و $A X$ به ترتیب از راست به

چپ چند درصد است؟

- (۱) ۶۰، ۱۰ (۲) ۶۰، ۲۰ (۳) ۵۰، ۱۰ (۴) ۵۰، ۲۰

شیمی ۲

۱۰۱- همه عبارات زیر نادرست هستند به جز...

(۱) خصلت نافلز به طور کلی در یک گروه از بالا به پایین کاهش می یابد و در یک دوره از چپ به راست افزایش می یابد.

(۲) عناصر را بر اساس خواص آن ها در دو دسته فلز و نافلز قرار می دهند.

(۳) در یک دوره از چپ به راست تمایل برای گرفتن و یا به اشتراک گذاشتن الکترون کاهش می یابد.

(۴) در یک دوره از جدول تناوبی رفتارهای فیزیکی و شیمیایی عناصر مشابه یکدیگر هستند.

۱۰۲- با توجه به آرایش الکترونی آخرین زیرلایه هر یک از اتم های داده شده، کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) شعاع اتمی: $۳s^1 > ۳p^1 > ۲p^5$ (۲) واکنش پذیری: $۲p^5 > ۲p^4 > ۲p^6$

(۳) خصلت نافلز: $۲p^5 > ۲p^4 > ۳p^4$ (۴) رسانایی الکتریکی: $۳p^1 > ۳p^2 > ۳s^1$

۱۰۳- چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟

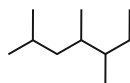
(الف) چسبندگی، گرانروی و نقطه جوش گریس بیشتر از وازلین است.

(ب) نام صحیح ۲-اتیل بوتان، ۳-متیل پنتان است.

(پ) با آب برم می توان هگزان را از ۱-هگزن شناسایی کرد.

(ت) آلکان ها تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند و استنشاق آنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می شود.

(ث) نام ترکیب روبرو، ۳، ۴، ۶-تری متیل هپتان می باشد.



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- اگر به قطعه ای از جنس آهن ۹۰ ژول گرما بدهیم دمای آن از $۲۵^{\circ}C$ به $۳۵^{\circ}C$ افزایش پیدا می کند، حجم این قطعه آهن تقریباً

چند سانتی متر مکعب است؟ (چگالی آهن $\frac{7}{8} \frac{g}{cm^3}$ و گرمای ویژه آهن $\frac{J}{g \cdot ^{\circ}C} = ۰/۴۵$ است.)

- (۱) ۰/۳۹ (۲) ۲/۵۶ (۳) ۲۰ (۴) ۷/۸

۱۰۵- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) ΔH یک واکنش، به مسیری که برای انجام آن پیش گرفته می شود، وابسته نیست.

(۲) ΔH واکنش تجزیه آب اکسیژنه را می توان به کمک آنتالپی پیوند مواد شرکت کننده در واکنش اندازه گرفت.

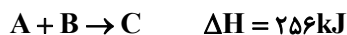
(۳) در تعیین ΔH واکنش به کمک آنتالپی پیوند هرچه مولکول های مواد شرکت کننده ساده تر باشد آنتالپی محاسبه شده دقیق تر است.

(۴) سطح انرژی اتم هیدروژن بیشتر از سطح انرژی مولکول دو اتمی آن است.

شیمی ۲
قدر هدایای زمینی را بدانیم
در پی غذای سالم
صفحه های ۱ تا ۹۶



۱۰۶- با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش $2D \rightarrow E + 2A$ چند کیلوژول است؟



۲۵۶ (۴)

۶۳۲ (۳)

۳۱۶ (۲)

۵۷۲ (۱)

۱۰۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) زنگار تولید شده در فرایند زنگ زدن آهن ترد و شکننده است و به کندی ایجاد می‌شود.

(۲) مقدار گاز آزاد شده از ظرف حاوی ۱۰ گرم قرص جوشان پودر شده در دمای 30°C بیشتر از ۱۰ گرم قرص جوشان کامل در دمای 15°C است.

(۳) شکل (الف) بیانگر اثر غلظت و شکل (ب) بیانگر اثر سطح تماس بر سرعت واکنش‌ها می‌باشد.

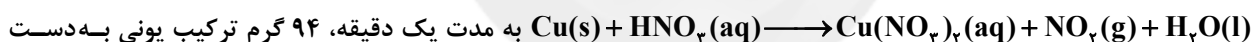


(ب)

(الف)

(۴) خاک باغچه و محلول پتاسیم یدید به عنوان کاتالیزگر در سوختن قند و تجزیه آب اکسیژنه برای افزایش سرعت استفاده می‌شوند.

۱۰۸- یک تکه فلز مس درون ظرف دارای نیتریک اسید غلیظ انداخته شده است. پس از گرم کردن و کامل شدن واکنش



می‌آید. سرعت تولید گاز NO_2 در این واکنش چند $\text{mL}\cdot\text{s}^{-1}$ است؟ (حجم مولی گازها را 24L در نظر بگیرید.)



۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۱۰۹- کدام گزینه از نظر درست یا نادرست بودن همانند عبارت زیر است؟

«عنصر واسطه‌ای که دارای زیرلایه $3d$ نیم‌پر است، ۱۳ الکترون در لایه سوم خود دارد.»

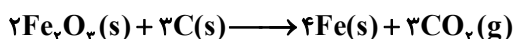
(۱) از فلز طلا به دلیل واکنش ندادن با گازهای هواکره در ساخت قطعات پزشکی استفاده می‌شود.

(۲) در میان عناصر واسطه دوره چهارم جدول دوره‌ای ۸ عنصر دارای زیرلایه $3d$ پر و ۳ عنصر دارای زیرلایه $4s$ نیم‌پر هستند.

(۳) فاصله عنصر Co با گاز نجیب قبل و بعد از خود یکسان است.

(۴) در اتم آهن و یون آهن (III) شمار الکترون‌های موجود در زیر لایه $3d$ یکسان است.

۱۱۰- در مجتمع فولاد مبارکه مقداری سنگ معدن هماتیت (Fe_2O_3) را با کربن واکنش کامل می‌دهیم. اگر پس از پایان واکنش، جرم مخلوط اولیه 44kg کاهش یابد، به تقریب چند کیلوگرم آهن تولید خواهد شد و گاز تولید شده در این واکنش چنانچه در شرایط STP قرار داده شود چه حجمی پیدا خواهد کرد؟ ($\text{Fe} = 56, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

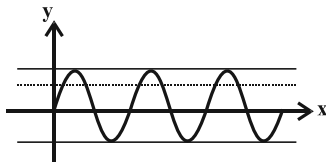


۲۲۴۰۰L - ۵۶۰kg (۲)

۲۲۴L - ۷۴ / ۶۷kg (۱)

۲۲۴L - ۵۶۰kg (۴)

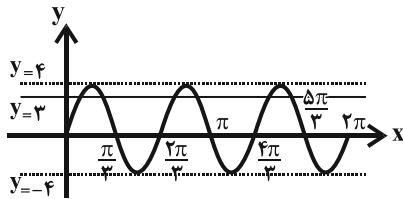
۲۲۴۰۰L - ۷۴ / ۶۷kg (۳)



در واقع $a \in [-3, 3] - \{0\}$ است.

برای اینکه تعداد نقاط برخورد بیشتر شوند، دوره تناوب باید کوچکترین مقدار ممکن باشد. یعنی:

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{3}$$



در این حالت $y = 3$ با نمودار $y = 4 \sin 3x$ ، ۶ نقطه برخورد دارد.

۶- گزینه «۱»

$$AA' = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$OB' = \cos \alpha \Rightarrow OB' = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۷- گزینه «۱»

دوره تناوب $y = 3 \sin cx - 2$ برابر $\frac{2\pi}{|c|}$ است. پس:

$$\frac{2\pi}{|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 2$$

ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \pi \sin(-x) + c$ برابر $\pi + c$ و $-\pi + c$ می‌باشد. پس:

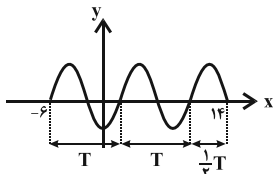
$$-\pi + c + \pi + c = 2c \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow |c| = 1$$

۸- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه f را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = a \cos(\pi + bx) \Rightarrow f(x) = -a \cos bx$$

نمودار رسم شده، تابع را در $2/5$ دوره تناوب نشان می‌دهد. پس:



$$\Rightarrow \frac{5}{2}T = 14 - (-6) \Rightarrow \frac{5}{2}T = 20 \Rightarrow T = 8$$

از طرفی دوره تناوب تابع از رابطه $\frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید. پس:

حسابان ۲

۱- گزینه «۴»

چون تابع f متناوب است، پس داریم:

$$f(x + nT) = f(x), n \in \mathbb{Z}$$

$$f(102/5) = f(2/5 + 25 \times 4) = f(2/5) = f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$= 2 \sin \frac{5\pi}{4} = -\sqrt{2}$$

۲- گزینه «۳»

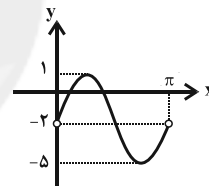
$$f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x (-\cos 2x)$$

$$= -\frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4} \sin 4x$$

بنابراین دوره تناوب این تابع برابر $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ است.

۳- گزینه «۲»

ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب $y = 3 \sin 2x - 2$ به ترتیب ۱، -5 و π است. پس نمودار تابع به صورت زیر است:



با توجه به نمودار معلوم می‌شود که k باید در بازه $(-2, 1)$ یا $(-5, -2)$ باشد.

۴- گزینه «۴»

با توجه به نمودار تابع:

$$f(0) = -2 \Rightarrow a \cos 0 = -2 \Rightarrow a = -2$$

از طرفی دوره تناوب تابع 2π است. پس:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1$$

تابع $\cos x$ ، نسبت به محور y ها تقارن دارد؛ بنابراین b می‌تواند هر دو مقدار -1 و $+1$ را بپذیرد؛ در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} b = 1 \Rightarrow a + b = -1 \\ b = -1 \Rightarrow a + b = -3 \end{cases}$$

۵- گزینه «۳»

واضح است که $-4 \leq 4 \sin ax \leq 4$ ، پس برای اینکه با $y = a$ برخورد داشته باشد، باید $a \in [-4, 4] - \{0\}$ باشد. در ضمن $y = 4$ یا $y = -4$ با نمودار برخوردهای کمتری نسبت به بقیه اعداد این بازه دارند.



$$y\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \sin^2\left(b + \frac{1}{\lambda}\right)\pi = 0$$

این یعنی $b + \frac{1}{\lambda}$ باید عددی صحیح باشد.

$$\text{حالت دوم: } a = -1 \Rightarrow y = \sin^2(-x + b\pi)$$

$$y\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \sin^2\left(b - \frac{1}{\lambda}\right)\pi = 0$$

این یعنی $b - \frac{1}{\lambda}$ باید عددی صحیح باشد.

حال اگر اعداد صحیح +۱ و -۱ را به ترتیب با جواب‌های متناظر به دست آمده برای آن‌ها جمع کنیم، عدد حاصل صحیح باقی خواهد ماند؛ بنابراین داریم:

$$a + b \pm \frac{1}{\lambda} = k \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow a + b = k \pm \frac{1}{\lambda} \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

در بین گزینه‌ها، فقط $\frac{7}{\lambda}$ است که آن را به فرم بالا می‌توان نوشت.

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\lambda - 3\sqrt{7}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{7}}{2}} &= \sqrt{\frac{16 - 6\sqrt{7}}{4}} + \sqrt{\frac{\lambda - 2\sqrt{7}}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{7} - 3)^2}{4}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{7} - 1)^2}{4}} = \frac{|\sqrt{7} - 3|}{2} + \frac{|\sqrt{7} - 1|}{2} \\ &= \frac{3 - \sqrt{7}}{2} + \frac{\sqrt{7} - 1}{2} = 1 \end{aligned}$$

۱۲- گزینه «۴»

$$a_6^2 - a_4^2 = (a_6 - a_4)(a_6 + a_4) = 2d(2a_5) = 4a_5d = 20$$

$$\Rightarrow a_5d = 5$$

$$a_8^2 - a_6^2 = (a_8 - a_6)(a_8 + a_6) = 2d(2a_7)$$

$$= (2d)(2a_7) = 4a_7d = 4 \times 5 = 20$$

$$\Rightarrow a_8^2 - a_6^2 = (a_8^2 - a_7^2) + (a_7^2 - a_6^2) = 20 + 20 = 40$$

۱۳- گزینه «۴»

جمله عمومی دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1q^{n-1}$ است. یعنی:

$$a_7 + a_8 = a_1q^6 + a_1q^7 = a_1q^6(1 + q)$$

$$a_6 + a_8 = a_1q^5 + a_1q^7 = a_1q^5(1 + q^2)$$

$$\Rightarrow \frac{a_7 + a_8}{a_6 + a_8} = \frac{a_1q^6(1 + q)}{a_1q^5(1 + q^2)} = \frac{1}{q} = 16 \Rightarrow q = \sqrt[3]{16} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \lambda \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4}$$

از طرفی مقدار تابع در $x = 0$ برابر -۴ است، پس:

$$f(0) = -4 \Rightarrow -a \frac{\cos 0}{1} = -4 \Rightarrow a = 4$$

در نتیجه ضابطه f به صورت $f(x) = -4 \cos \frac{\pi x}{4}$ (یا

$$f(x) = -4 \cos\left(-\frac{\pi x}{4}\right)) \text{ در می‌آید و داریم:}$$

$$f\left(-\frac{22}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} \times \frac{-22}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{-8\pi}{3}\right)$$

$$= -4 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = -4 \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = -4 \cos \frac{2\pi}{3} = -4 \times \frac{-1}{2} = 2$$

دقت کنید چون $\cos(-\theta) = \cos \theta$ ، جواب سؤال برای $b = -\frac{\pi}{4}$ نیز همین

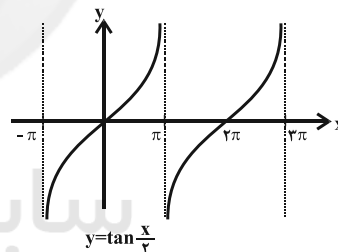
است.

۹- گزینه «۱»

ابتدا ضابطه f را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}, (\cos x \neq -1)$$

نمودار تابع f از انبساط افقی تابع $y = \tan x$ با ضریب ۲ به دست می‌آید:



دوره تناوب تابع $y = \tan \frac{x}{2}$ برابر با $T = \frac{\pi}{1/2} = 2\pi$ است. بنابراین نمودار

تابع $y = \tan \frac{x}{2}$ در بازه $(0, \pi)$ و $(\pi, 2\pi)$ صعودی است.

۱۰- گزینه «۴»

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \Rightarrow \sin^2(ax + b\pi) = \frac{1 - \cos(2ax + 2b\pi)}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2ax + 2b\pi)$$

بنابراین دوره تناوب تابع این سؤال برابر است با $\frac{\pi}{|a|}$. از طرفی از نمودار

مشخص است که $T = \pi$ است. $\Rightarrow \frac{\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$

حالت اول: $a = 1 \Rightarrow y = \sin^2(x + b\pi)$



گزینه «۲» -۱۹

$$f(x) = (x-1)^2 - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x} + 1 \Rightarrow \begin{cases} D_g = (-\infty, 4] \\ R_g = [1, +\infty) \end{cases}$$

$$D_{f \circ g} = \{D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = D_g = (-\infty, 4]$$

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{4-x})^2 - 1 = 4 - x - 1 = 3 - x \Rightarrow R_{f \circ g} = [-1, +\infty)$$

گزینه «۴» -۲۰

$$g^{-1}(-3) = a \Rightarrow g(a) = -3 \Rightarrow 2 - 3f(\Delta a - 1) = -3$$

$$\Rightarrow f(\Delta a - 1) = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow \Delta a - 1 = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{\Delta}$$

هندسه ۳

گزینه «۱» -۲۱

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A \right| = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} \times |A| = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow (-1)|A| = 9 \Rightarrow |A| = -9$$

گزینه «۴» -۲۲

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix} \times |A| \times \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (-6) \times |A| \times (-6) = 6^3 |I|$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{6^3}{6^2} = 6$$

گزینه «۲» -۲۳

$$\begin{cases} \|B\|^r \|A\|^r = \|B\|^r \|A\|^r \\ \|A\|^r \|B\|^r = \|A\|^r \|B\|^r \end{cases} \Rightarrow \|B\|^r \|A\|^r + \|A\|^r \|B\|^r = \|B\|^r \|A\|^r + \|A\|^r \|B\|^r$$

$$= \|B\|^r \|A\|^r + \|A\|^r \|B\|^r$$

گزینه «۳» -۱۴

$$a_n = 3a_{n-1} \Rightarrow a_1 + 7d = 3(a_1 + 7d)$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 3a_1 + 21d \Rightarrow 2a_1 = d$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{d}{2} n^2 + \left(\frac{3a_1 - d}{2} \right) n \xrightarrow{2a_1=d} S_n = \frac{d}{2} n^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{10}}{S_5} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4$$

گزینه «۱» -۱۵

$$-a + \sqrt{-2a} = 4 \Rightarrow \sqrt{-2a} = 4 + a \Rightarrow -2a = a^2 + 8a + 16$$

$$\Rightarrow a^2 + 10a + 16 = 0 \Rightarrow (a+8)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = -8 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 4), (-2, b), (-8, 3), (-2, 3)\}$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow a + b = -2 + 3 = 1$$

گزینه «۲» -۱۶

$$(1, -2), (a+1, -2) \in f \Rightarrow a+1 = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$\xrightarrow{a=0} (6, 0), (b+2, 0) \in f \Rightarrow b+2 = 6 \Rightarrow b = 4$$

$$\xrightarrow{b=4} (2, 4), (c, 4+0) \in f \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = 2$$

گزینه «۴» -۱۷

$$\frac{17}{3} < [x] < \frac{13}{2} \quad [x] \in \mathbb{Z} \Rightarrow 6 \leq [x] \leq 6$$

$$\Rightarrow [x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \Rightarrow -14 < -2x \leq -12$$

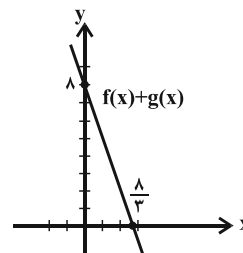
$$\Rightarrow \begin{cases} -14 < -2x < -12 \Rightarrow [-2x] = -14 \\ -13 \leq -2x < -12 \Rightarrow [-2x] = -13 \\ -2x = -12 \Rightarrow [-2x] = -12 \end{cases}$$

گزینه «۱» -۱۸

$$x + f(x-1) = x + 2 \Rightarrow f(x-1) = 2 \Rightarrow f(x) = 2$$

$$2x + g(x) = -x + 6 \Rightarrow g(x) = -3x + 6$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = -3x + 8$$





-۲۴ گزینه «۲»

$$m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \times \frac{1}{a} & a \times 1 & a \times a \\ b \times \frac{1}{b} & b \times 1 & b \times b \\ c \times \frac{1}{c} & c \times 1 & c \times c \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix} = \frac{m}{abc}$$

-۲۵ گزینه «۳»

به کمک دستور ساروس، دترمینان را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x(x+2) - k(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)[x - k(x+1)] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x(1-k) - k=0 \Rightarrow x = \frac{k}{1-k} = -2 \Rightarrow k = -2 + 2k \Rightarrow k=2 \end{cases}$$

-۲۶ گزینه «۳»

با محاسبه $|A|$ داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{vmatrix} = 4|A|^3 - 3|A|$$

$$\Rightarrow 4|A|^3 = 4|A| \Rightarrow \begin{cases} |A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1 \\ |A| = 0 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر مختلف $|A|$ برابر است با:

$$0 + 1 - 1 = 0$$

-۲۷ گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از روش ساروس، دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix} = (3+0+6) - (-1+0+12)$$

$$= 9 - 11 = -2$$

$$\left| \frac{1}{2}A \right|^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^3 |A|^3 = \frac{1}{8} (-2)^3 = -1$$

-۲۸ گزینه «۳»

$$\left| \frac{|A|}{2}A \right| + \left| \frac{2}{|A|}A \right| = \frac{|A|^2}{4}|A| + \frac{4}{|A|^2}|A|$$

$$\frac{|A|^3}{4} + \frac{4}{|A|} = \frac{64}{4} + \frac{4}{4} = 16 + 1 = 17$$

-۲۹ گزینه «۲»

$$A^2 = -I \Rightarrow |A^2| = |-I| \Rightarrow |A^2| = (-1)^2 |I| = 1 \xrightarrow{|A| > 0} |A| = 1$$

$$|I - A|^2 = |(I - A)^2| = |I^2 - 2AI + A^2| = |I - 2A - I|$$

$$= |-2A| = (-2)^2 |A| = 4 \times 1 = 4 \Rightarrow |I - A| = \pm 2$$

-۳۰ گزینه «۴»

اگر دترمینان را برحسب سطر اول آن بسط دهیم، داریم:

$$-(x-a) \begin{vmatrix} a-x & x-c \\ b-x & 0 \end{vmatrix} + (x-b) \begin{vmatrix} a-x & 0 \\ b-x & c-x \end{vmatrix}$$

$$= -(x-a)[0 - (x-c)(b-x)] + (x-b)[(a-x)(c-x) - 0]$$

$$= -(x-a)(x-c)(x-b) + (x-b)(x-a)(x-c) = 0$$

بنابراین، حاصل دترمینان به ازای تمامی مقادیر حقیقی x ، برابر صفر است و در نتیجه معادله بی‌شمار جواب دارد.

ریاضیات گسسته

-۳۱ گزینه «۳»

ابتدا فاصله ۱۵ خرداد تا ۲۲ بهمن را پیدا می‌کنیم:

با توجه به آنکه ۶ ماه اول سال ۳۱ روزه و ۵ ماه بعدی ۳۰ روزه است، داریم:

بهمن + (دی + آذر + آبان + مهر) + (شهریور + مرداد + تیر) + خرداد

$$16 + (3 \times 31) + (4 \times 30) + 22 = 251$$

با توجه به آنکه ۲۲ بهمن شنبه است، شنبه را به‌عنوان مبدأ در نظر گرفته و با

توجه به جدول زیر مشخص می‌کنیم که ۲۵۱ روز قبل چه روزی است. پس

کافیست باقی‌مانده ۲۵۱- را بر ۷ به‌دست آوریم، در نتیجه داریم:

$$-251 \equiv -251 + 36 \times 7 \equiv 1$$

شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در نتیجه ۱۵ خرداد همان سال یکشنبه خواهد بود.

-۳۲ گزینه «۱»

$$x(1! + 2! + 3! + \dots + 0!) \equiv 3 \Rightarrow 9x \equiv 15 \Rightarrow 3x \equiv 5$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 9 \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3$$

$$10 \leq 4k + 3 \leq 99 \Rightarrow 7 \leq 4k \leq 96 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

$$\Rightarrow k = \text{تعداد مقادیر } k = 23$$



۳۲ - گزینه «۳»

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-3) = 0$$

$$1) x-5=0 \Rightarrow x=5 \Rightarrow x=4k+1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2) x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow x=4k+3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3) \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \equiv 1 \\ x-5=0 \Rightarrow x=5 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow x=2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۳۴ - گزینه «۴»

$$A \text{ بر } 9, 10, 11 \text{ بخش پذیر است} \Rightarrow 990 = 9 \times 10 \times 11$$

$$A \equiv 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow A = a23b5$$

$$A \equiv 0 \Rightarrow a+2+3+b+5+0=0 \Rightarrow a+b=8 \Rightarrow a+b=8 \text{ یا } 17$$

$$A \equiv 0 \Rightarrow -5+b-3+2-a=0 \Rightarrow b-a=6 \Rightarrow b-a=6 \text{ یا } (-5)$$

$$\begin{cases} a+b=8 \\ b-a=6 \end{cases} \Rightarrow b=7, a=1 \Rightarrow A = 123750 \equiv 750 \equiv 6$$

مسئله به ازای حالت‌های دیگر جواب ندارد.

توجه: باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۸ با باقی‌مانده تقسیم سه رقم آخر آن بر ۸ برابر است.

۳۵ - گزینه «۱»

$$36 \mid x739y \Rightarrow x739y \equiv 0$$

$$\begin{cases} x739y \equiv 0 \Rightarrow 9y \equiv 0 \Rightarrow 90+y \equiv 0 \Rightarrow y \equiv 2 \\ x739y \equiv 0 \Rightarrow x+y+19 \equiv 0 \Rightarrow x+y \equiv 8 \end{cases}$$

اگر $y=2$ ، آنگاه $x+2 \equiv 8$ ، پس $x \equiv 6$ یعنی $x=6$ و از آنجا که قیمت ۳۶ متر پارچه ۶۷۳۹۲ تومان است، پس قیمت هر متر پارچه بیش از هزار تومان (۱۸۷۲) خواهد بود که قابل قبول نیست.

اگر $y=6$ ، آنگاه $x+6 \equiv 8$ ، پس $x \equiv 2$ یعنی $x=2$ و از آنجا که قیمت ۳۶ متر پارچه ۲۷۳۹۶ تومان است؛ یعنی هر متر ۷۶۱ تومان $\frac{27396}{36}$ می‌شود.

توجه: باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۴ با باقی‌مانده تقسیم ۲ رقم آخر آن بر ۴ برابر است.

۳۶ - گزینه «۲»

ابتدا باید مشخص کنیم اول اسفند همان سال، چه روزی از هفته است. بنابراین ابتدا اختلاف اول اسفند با اول فروردین همان سال را حساب می‌کنیم:

$$30 + 5 \times 3 + 5 \times 3 + 1 = 336$$

اول اسفند مهر تا بهمن اردیبهشت تا شهریور فروردین

حال اگر اول فروردین را که روز جمعه است، به عنوان مبدأ در نظر بگیریم، مطابق جدول زیر متوجه می‌شویم که اول اسفند آن سال نیز جمعه است:

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰
۳۳۶ ≡ ۰	پنجشنبه	چهارشنبه	۳شنبه	۲شنبه	۱شنبه	شنبه	جمعه

با توجه به آنکه اول اسفند جمعه است، ۸، ۱۵ و ۲۲ اسفند نیز جمعه خواهد بود، در نتیجه سه‌شنبه آخر سال ۲۶ اسفندماه خواهد بود.

۳۷ - گزینه «۴»

باقی‌مانده این عدد پنج رقمی بر ۱۱ و ۳ برابر ۱ است، پس داریم:

$$a83b5 \equiv 11 \Rightarrow -b+3-8+a \equiv a-b \equiv 1$$

با توجه به این که a و b رقم هستند، پس $a-b=1$ و در نتیجه $a=b+1$.

$$a83b5 \equiv 3 \Rightarrow 5+b+3+8+a \equiv a+b+16 \equiv a+b+1$$

$$\Rightarrow a+b \equiv 0 \Rightarrow (b+1)+b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv -1 \Rightarrow 2b \equiv 2 \Rightarrow b \equiv 1$$

با توجه به این که b رقم است، مقدار آن ۱، ۴ و ۷ می‌تواند باشد. بنابراین مقادیر a و b عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases}, \begin{cases} b=4 \\ a=5 \end{cases}, \begin{cases} b=7 \\ a=8 \end{cases}$$

۳۸ - گزینه «۲»

$$11x \equiv 33 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 32k + 3$$

$$x \text{ سه رقمی است} \Rightarrow 100 \leq 32k + 3 \leq 999$$

$$\Rightarrow 97 \leq 32k \leq 996 \Rightarrow 4 \leq k \leq 31$$

$$\text{۲۸ مقدار برای } k \text{ به دست می‌آید، پس ۲۸ مقدار هم برای } x \text{ وجود دارد.}$$

۳۹ - گزینه «۲»

$$24x \equiv 100 \pmod{19,4} \Rightarrow 6x \equiv 25 \pmod{19,4} \Rightarrow 6x \equiv 6 \pmod{19,4} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{19,4}$$

$$x \equiv 1 \Rightarrow x = 19k + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow 1 \in [0,10] \\ k=1 \Rightarrow x=20 \Rightarrow 20 \in [10,20], 20 \in [15,25] \end{cases}$$

ولی همان طور که می‌بینیم هیچ جوابی از این معادله در بازه $[5,15]$ قرار ندارد.



۴۰ - گزینه «۴»

$$3x \equiv 6 \pmod{21} \xrightarrow{+3} x \equiv 2 \pmod{21} \Rightarrow x = 21k + 2$$

$$2x + 3y \equiv 1 \pmod{21} \Rightarrow 2(2) + 3y \equiv 1 \pmod{21} \Rightarrow 3y \equiv -3 \pmod{21}$$

$$\xrightarrow{+3} y \equiv -1 \pmod{21} \Rightarrow y = 21k' + 6$$

با توجه به این که x و y ارقام یک عدد هستند، پس برای x ، دو مقدار ۲ و ۹ و برای y ، تنها مقدار ۶ قابل قبول است. داریم:

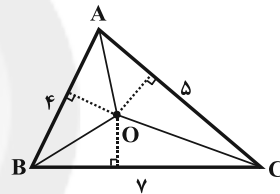
$$x = 2, y = 6 \Rightarrow 22136 \equiv 2 + 2 + 1 + 3 + 6 \equiv 5$$

$$x = 9, y = 6 \Rightarrow 92136 \equiv 9 + 2 + 1 + 3 + 6 \equiv 3$$

بنابراین بیشترین مقدار باقی‌مانده در این تقسیم، برابر ۵ است.

هندسه ۱

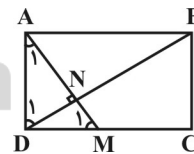
۴۱ - گزینه «۳»



نقطه برخورد نیمسازهای هر مثلث، از سه ضلع آن به یک فاصله‌اند. این فاصله را h می‌نامیم. داریم:

$$\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle ABOC}} = \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC}} = \frac{\frac{1}{2}h \times 7}{\frac{1}{2}h \times 4 + \frac{1}{2}h \times 5} = \frac{\frac{7}{2}h}{\frac{9}{2}h} = \frac{7}{9}$$

۴۲ - گزینه «۳»



$$\begin{cases} \triangle ADN : \hat{D}_1 + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \triangle ADM : \hat{M}_1 + \hat{A}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{M}_1$$

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle BAD$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DM} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{1}{3} \frac{AB}{DM} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{1}{3} \frac{AB}{DM} = \frac{1}{3} \frac{AB}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DM} = 9 \Rightarrow \frac{AB}{AB - DM} = \frac{9}{9 - 1} \Rightarrow \frac{AB}{CD - DM} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MC} = \frac{9}{8}$$

۴۳ - گزینه «۴»

$$\frac{AA'}{A'D} = \frac{AB'}{B'B} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} A'B' \parallel BD$$

$$\Rightarrow \triangle AA'B' \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{S_{\triangle AA'B'}}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{AA'}{AD}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در صورت}} \frac{S_{\triangle A'B'D}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle A'B'D} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABD} \quad (1)$$

نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و BCD به دلیل برابر بودن ارتفاع، برابر با نسبت قاعده‌های آنها است. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{2}{5}$$

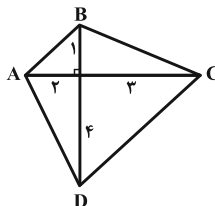
$$S_{\triangle ABD} = \frac{2}{5} S_{ABCD} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow S_{\triangle A'B'D} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} S_{ABCD} = \frac{3}{10} S_{ABCD}$$

۴۴ - گزینه «۱»

مثال نقض گزینه‌های «۲» و «۳»:

چهارضلعی شکل زیر هم قطره‌های برابر دارد و هم قطره‌های عمود بر هم، ولی نه مستطیل است و نه لوزی!



مثال نقض گزینه «۴»: مستطیل چهار زاویه برابر دارد ولی منتظم نیست.

گزینه ۱ قابل اثبات است و هیچ مثال نقضی ندارد.

آمار و احتمال ریاضی ۱

۴۵ - گزینه «۴»

گزاره شرطی $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ تنها در حالتی نادرست است که گزاره

$(p \Rightarrow q)$ درست و گزاره $(p \Rightarrow r)$ نادرست باشد. با توجه به نادرستی

$(p \Rightarrow r)$ ، لزوماً p درست و r نادرست است.

از طرفی با توجه به درستی $(p \Rightarrow q)$ و p ، q نیز لزوماً درست خواهد بود.



-۴۶ گزینه «۴»

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

با توجه به تساوی فوق، داریم:

$$\text{گزینه «۱»}: A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$$

$$\text{گزینه «۲»}: A \cap (B' \cap C') = (A \cap A) \cap (B' \cap C')$$

$$= (A \cap B') \cap (A \cap C') = (A - B) \cap (A - C)$$

$$\text{گزینه «۳»}: A \cap (B' \cap C') = A \cap (C' \cap B') = (A \cap C') \cap B'$$

$$= (A - C) - B$$

-۴۷ گزینه «۱»

$$n(A' \times B') = n(A') \times n(B')$$

$$= (n(U) - n(A)) \times (n(U) - n(B)) = (10 - 4) \times (10 - 7) = 18$$

-۴۸ گزینه «۲»

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$P(a) + 3P(a) + P(a) + 2P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(d) = \frac{2}{7}$$

$$P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

-۴۹ گزینه «۴»

پرتاب دوم نمی تواند ۲ یا ۱ باشد، زیرا اعداد متمایز هستند.

پرتاب دوم ۳ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲} و متمایز بیاید که

$$\text{می شود: } 2 \times 1 = 2$$

پرتاب دوم ۴ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳} و متمایز بیاید

$$\text{که می شود: } 3 \times 2 = 6$$

پرتاب دوم ۵ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳, ۴} و متمایز

$$\text{بیاید که می شود: } 4 \times 3 = 12$$

پرتاب دوم ۶ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳, ۴, ۵} و متمایز

$$\text{بیاید که می شود: } 5 \times 4 = 20$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{2+6+12+20}{6^3} = \frac{40}{216} = \frac{5}{27}$$

راه دوم: ۳ عدد از ۶ عدد انتخاب می کنیم. عدد بزرگتر را وسط قرار داده و

برای دو عدد دیگر دو حالت داریم. بنابراین:

$$P(A) = \frac{2 \times \binom{6}{3}}{6^3} = \frac{5}{27}$$

-۵۰ گزینه «۱»

$$P(B \cap A') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0.4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + \underbrace{P(B) - P(A \cap B)}_{0.4} = 0.5 + 0.4 = 0.9$$

فیزیک ۳

-۵۱ گزینه «۱»

وزن هر جسم از رابطه $W = mg$ به دست می آید. با تغییر ارتفاع، g تغییر می کند اما جرم عوض نمی شود. داریم:

$$\Delta W = m \Delta g \Rightarrow 19/14 - 19/16 = m \times (-0.25) \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

-۵۲ گزینه «۱»

سوی مثبت محور را به طرف بالا می گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow[t=1 \text{ s}]{\Delta y = -1.0 \text{ m}} -1.0 = \frac{1}{2} a (1.0)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می شود بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 100 = 100 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f_D = 80 \text{ N}$$



-۵۳ گزینه «۲»

زمانی که آسانسور از حال سکون به طرف بالا شروع به حرکت می کند، با

استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

در ثانیه اول حرکت، حرکت تندشونده است و بنابراین داریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{0.5} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$T_1 = m(g + a_1) = m \times 12/5$$

در سه ثانیه دوم حرکت، $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ حرکت کندشونده است و

داریم:

$$a_2 = \frac{0 - 5}{13 - 3} = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$T_2 = m(g + a_2) = m \times (10 - 0.5) = 9.5 m$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{12/5 m}{9.5 m} = \frac{24}{19}$$



۵۴ - گزینه «۱»

در حالت اول جسم ساکن و در آستانه حرکت به طرف پایین است، بنابراین:

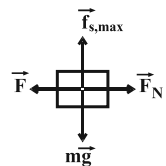
$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F = F_N$$

$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = mg \Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s}$$

نیروی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، برآیند دو نیروی عمود بر هم $\vec{f}_{s,max}$ و \vec{F}_N است. داریم:

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{\mu_s}\right)^2 + (mg)^2}$$

$$\Rightarrow R_1 = mg \sqrt{1 + \frac{1}{\mu_s^2}} \quad (*)$$



همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این که جسم ساکن باشد، اندازه نیروی اصطکاک همواره با اندازه نیروی وزن باید برابر باشد. در حالت دوم، با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار، با همان نیروی \vec{F} قبلی، اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه افزایش می‌یابد ولی همچنان اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار برابر با اندازه وزن جسم است. بنابراین در حالت دوم داریم:

$$f_s = mg$$

بنابراین برای این که نیروی وارد از طرف دیوار به جسم تغییر نکند، اندازه نیروی F نیز نباید تغییر کند.

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + F_y^2} = \sqrt{(mg)^2 + F_y^2} \quad (**)$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \frac{1}{\mu_s} = \frac{F_y}{mg} \Rightarrow F_y = \frac{mg}{\mu_s} \Rightarrow F_y = F_1$$

۵۵ - گزینه «۲»

جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی \vec{F} و افزایش اندازه آن، جسم همچنان ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی \vec{F} خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می‌رسد، با کمی افزایش نیروی \vec{F} ، جسم شروع به حرکت می‌کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت می‌شود. بنابراین مطابق نمودار، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با 14 N و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با 10 N است. داریم:

$$f_{s,max} = 14\text{ N} \Rightarrow \mu_s F_N = 14\text{ N}$$

$$f_k = 10\text{ N} \Rightarrow \mu_k F_N = 10\text{ N}$$

$$\Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{5}{7}$$

۵۶ - گزینه «۲»

از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازه نیروی کشسانی یکسان، افزایش طول فنر (۲)، دو برابر افزایش طول فنر (۱) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_2}{(F_e)_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{2}$$

وقتی وزنه‌ای به فنر می‌بندیم و آن را آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = 0 \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

۵۷ - گزینه «۴»

طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

از طرف دیگر مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر با تغییرات تکانه است. بنابراین داریم:

$$F_{av} = \frac{14/4}{(4/9 - 3/7)} \Rightarrow F_{av} = 12\text{ N}$$

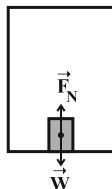
۵۸ - گزینه «۱»

ابتدا به کمک نمودار سرعت - زمان، شتاب حرکت را در دو ثانیه اول و ثانیه آخر محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} = \frac{6 - 0}{2} \Rightarrow a_1 = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{v_{11} - v_{10}}{t_{11} - t_{10}} = \frac{0 - 6}{1} \Rightarrow a_2 = -6 \frac{m}{s^2}$$

حال قانون دوم نیوتون را برای جسم داخل آسانسور در هر قسمت می‌نویسیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$\text{در دو ثانیه اول حرکت: } (F_N)_1 = m(10 + 3) = 13m \text{ (N)}$$

$$\text{در ثانیه آخر حرکت: } (F_N)_2 = m(10 - 6) = 4m \text{ (N)}$$

$$\Rightarrow \frac{(F_N)_1}{(F_N)_2} = \frac{13m}{4m} = \frac{13}{4}$$



۵۹- گزینه «۲»

نیروی خالصی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، برآیند دو نیروی عمود بر هم عمودی سطح و اصطکاک است. داریم:

$$\vec{F}_N + \vec{W} = 0 \Rightarrow F_N = W = 6 \times 10 = 60 \text{ N}$$

$$R^2 = F_N^2 + f^2 \Rightarrow 75^2 = 60^2 + f^2 \Rightarrow f^2 = 75^2 - 60^2$$

$$\Rightarrow f^2 = (75 - 60)(75 + 60) = 15 \times 135 = (15 \times 3)^2 \Rightarrow f = 45 \text{ N}$$

چون اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم کمتر از اندازه نیروی F است، بنابراین جسم با شتاب ثابت به طرف راست در حال حرکت است و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع اصطکاک جنبشی است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 90 - 45 = 6a \Rightarrow a = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۰- گزینه «۴»

با توجه به قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta p = -5 \times 2 \Rightarrow \Delta p = -10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = -10 \Rightarrow p_2 - 4 \times 10 = -10 \Rightarrow p_2 = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۴»

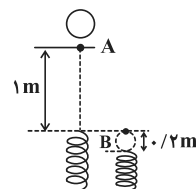
جرم یخ ذوب شده با جرم آب اضافه شده به مخلوط برابر است، ولی چون چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است، بنابراین حجم آب کمتر از حجم یخ ذوب شده خواهد شد. داریم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow 1 \times (V_{\text{یخ}} - 4) = 0.9 V_{\text{یخ}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 40 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0.9 \times 40 = 36 \text{ g} = 0.036 \text{ kg}$$

۶۲- گزینه «۱»



از قضیه کار-انرژی جنبشی بین دو نقطه A و B استفاده می‌کنیم. برای این منظور باید معلومات زیر را در نظر بگیریم.

(۱) سرعت جسم در نقاط A و B صفر است. (از نقطه A رها شده و حداکثر تا نقطه B فنر را فشرده است.)

(۲) در طول مسیر AB، سه نیروی وزن، مقاومت هوا و فنر کار انجام می‌دهند.

برای محاسبه کار نیروی وزن داریم: (جسم به پایین سقوط کرده)

$$W_{\text{وزن}} = mgh_{AB} \xrightarrow{m=3 \text{ kg}, h_{AB}=1/2 \text{ m}} W_{\text{وزن}} = 3 \times 10 \times 1/2 = 36 \text{ J}$$

در نهایت داریم:

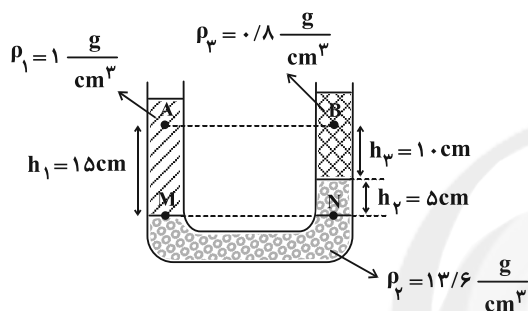
$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{هوا}} + W_{\text{فنر}} = K_B - K_A$$

$$\frac{W_{\text{وزن}} = 36 \text{ J}, W_{\text{هوا}} = -6 \text{ J}}{K_B = 0, K_A = 0} \rightarrow 36 - 6 + W_{\text{فنر}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -30 \text{ J}$$

۶۳- گزینه «۴»

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، داریم:



$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow P_A + \rho_1 g h_1 = P_B + \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_2$$

$$\Rightarrow P_A + 10^3 \times 10 \times 0.15 = P_B + 800 \times 10 \times 0.1 + 13600 \times 10 \times 0.05$$

$$\Rightarrow P_A + 15000 = P_B + 7600 \Rightarrow P_A - P_B = 6100 \text{ Pa} = 61 \text{ kPa}$$

۶۴- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه انبساط طولی بر حسب افزایش دما در یک میله، داریم:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \Rightarrow L = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

چون $\alpha_1 > \alpha_2$ است، به ازای یک تغییر دمای یکسان در دو میله که دارای طول اولیه یکسان هستند، میله (۱) افزایش طول بیشتری خواهد داشت. بنابراین:

$$L_1 - L_2 = (L_0 (1 + \alpha_1 \Delta T))_1 - (L_0 (1 + \alpha_2 \Delta T))_2$$

$$\xrightarrow{L_{0,1} = L_{0,2} = L_0} L_1 - L_2 = L_0 \Delta T (\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$\Rightarrow 1/8 = L_0 \times 200 \times (3 \times 10^{-5} - 12 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow L_0 = 500 \text{ mm} = 50 \text{ cm}$$

۶۵- گزینه «۳»

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{\text{فلز}}) + C (\theta_e - \theta_{\text{گرماسنج}}) = 0$$

$$\Rightarrow 1 \times 4200 \times (30 - 10) + 1 \times 420 \times (30 - \theta_{\text{فلز}}) + 1500 \times (30 - 22) = 0$$

$$\Rightarrow 30 - \theta_{\text{فلز}} = -50 \Rightarrow \theta_{\text{فلز}} = 80^\circ \text{ C}$$



۶۶- گزینه «۱»

آهنگ رسانش گرمایی در دو میله در شکل (الف) یکسان است. بنابراین:

$$H_A = H_B \Rightarrow k_A \frac{A_A(T_H - T_C)_A}{L_A} = k_B \frac{A_B(T_H - T_C)_B}{L_B}$$

$$\frac{A_A = A_B}{L_A = L_B} \rightarrow 200 \times (100 - \theta) = 600(\theta - 0) \Rightarrow \theta = 25^\circ C$$

از طرفی:

$$H_A = \frac{Q_A}{t} \Rightarrow k_A \frac{A_A(T_H - T_C)_A}{L_A} = \frac{Q_A}{t}$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{A \times (100 - 25)}{L} = \frac{4 \times 10^3}{2 \times 60} \Rightarrow \frac{A}{L} = \frac{1}{45} m$$

در شکل (ب) داریم:

$$Q'_A + Q'_B = 4 \times 10^3 \Rightarrow H'_A t' + H'_B t' = 4 \times 10^3$$

$$\Rightarrow [k_A \frac{A_A(T_H - T_C)_A}{L_A} + k_B \frac{A_B(T_H - T_C)_B}{L_B}] \times t' = 4 \times 10^3$$

$$\Rightarrow [200 \times (100 - 0) + 600 \times (100 - 0)] \times \frac{1}{45} t' = 4 \times 10^3 \Rightarrow t' = 22/5 s$$

۶۷- گزینه «۱»

در شکل زیر آهنگ جریان شماره داده شده است. می‌خواهیم v_1 و v_2 را بیابیم.



آهنگ جریان شماره در تمام مسیر ثابت است. با معلوم بودن v_1 و v_2 در صورت زیر حساب می‌کنیم؛ در مقطع A_1 داریم:

$$A_1 v_1 = 10^4 \frac{cm^3}{s} \quad A_1 = 40 cm^2 \rightarrow 40 v_1 = 10^4$$

$$\Rightarrow v_1 = 250 \frac{cm}{s}$$

و برای مقطع A_2 نیز خواهیم داشت:

$$A_2 v_2 = 10^4 \quad A_2 = 20 cm^2 \rightarrow 20 v_2 = 10^4$$

$$\Rightarrow v_2 = 500 \frac{cm}{s}$$

۶۸- گزینه «۳»

با توجه به رابطه بین دما در مقیاس سلسیوس و کلونین و رابطه بین دما در مقیاس سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$T = \theta + 273 \quad T = F \rightarrow \theta + 273 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5}\theta = 241 \Rightarrow \theta = 301/25^\circ C$$

۶۹- گزینه «۲»

آب و یخ در فشار استاندارد، در دمای صفر درجه سلسیوس در تعادل گرمایی هستند. از $546 kJ$ گرمای داده شده به مجموعه آب و یخ، $336 kJ$ آن صرف تبدیل یک کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس به یک کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس می‌شود.

$$Q_1 = m_1 L_F \xrightarrow{m_1 = 1kg, L_F = 336 \frac{kJ}{kg}} Q_1 = 1 \times 336 = 336 kJ$$

گرمای باقی مانده (یعنی $Q_2 = 546 - 336 = 210 kJ$) صرف افزایش دمای آب خواهد شد. داریم:

$$Q_2 = (m_1 + m_2)c(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\frac{m_1 = 1kg, m_2 = 4kg, c = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}}{Q_2 = 210 kJ = 210000 J, \theta_1 = 0^\circ C, \theta_2 = ?^\circ C} \rightarrow$$

$$210000 = (1 + 4) \times 4200 \times (\theta_2 - 0) \Rightarrow \theta_2 = 10^\circ C$$

۷۰- گزینه «۲»

روش‌های همرفت و رسانش برای انتقال گرما به محیط مادی نیاز دارند، در حالی که تابش به محیط مادی نیاز ندارد. لذا انتقال گرما از طریق تابش، تنها راه انتقال گرما در خلأ است. این روش سریع‌ترین راه انتقال گرما از نقطه‌ای به نقطه دیگر می‌باشد.

توضیح درستی گزینه‌های (۱) و (۴):

در ساحل اغلب بین خشکی و دریا اختلاف دما وجود دارد. تغییر دمای آب دریا به دلیل گرمای ویژه بالای آب، بین شب و روز اندک است، اما دمای خشکی در روز بیش‌تر از دمای دریاست و در شب کم‌تر از آن می‌شود. در روز که دمای ساحل زیاد است، دمای هوای اطراف خاک را بیش‌تر می‌کند، هوا بالا می‌رود و جریان هوا از دریا به ساحل است. در شب، هوای اطراف دریا که دمای بیش‌تری دارد بالا می‌رود و هوای سردتر از خشکی جای آن را می‌گیرد و به این ترتیب، جریان هوا از ساحل به طرف دریا است.

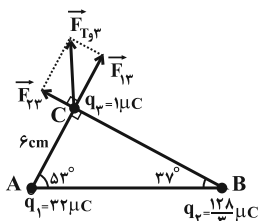
فیزیک ۲

۷۱- گزینه «۳»

ابتدا فاصله بار q_2 را از بار q_3 به دست می‌آوریم:

$$\tan 37^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{6}{BC}$$

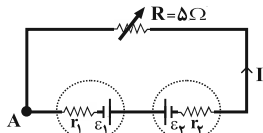
$$\Rightarrow \frac{0/6}{0/8} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = 8 cm$$





از طرفی طبق صورت سؤال، داریم:

$$\frac{(P_{\text{تولیدی}})_1}{(P_{\text{اتلافی}})_1} = 3 \Rightarrow \frac{\varepsilon_1 I}{r_1 I^2} = 3 \Rightarrow \varepsilon_1 = 3r_1 I$$



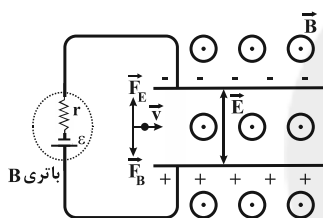
برای محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر مولد محرکه داریم:

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - Ir_2 - IR = V_A$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 - Ir_1 = \varepsilon_2 + I(R + r_2)$$

$$\frac{\varepsilon_1 = 3r_1 I}{I = 1/\Delta A} \Rightarrow 3r_1 I - r_1 I = 4 + 1/\Delta \times (\Delta + 3) \Rightarrow r_1 I = 8V$$

گزینه «۲» - ۷۵



طبق قاعده دست راست، بر بار الکتریکی مثبت، نیروی مغناطیسی به طرف پایین وارد می‌شود، بنابراین برای این که ذره از مسیر مستقیم خود منحرف نشود، باید نیروی الکتریکی به طرف بالا بر ذره وارد شود و چون بار الکتریکی ذره مثبت است، طبق رابطه $\vec{F}_E = q\vec{E}$ ، میدان الکتریکی به طرف بالا خواهد بود و در نتیجه باید از باتری (B) استفاده کرد. با استفاده از برابری بزرگی نیروهای الکتریکی و مغناطیسی داریم:

$$F_B = F_E \Rightarrow |q|vB \sin \theta = |q|E$$

$$\Rightarrow 10^3 \times 4 \times 10^3 \times 10^{-4} = E \Rightarrow E = 400 \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow 400 = \frac{\Delta V}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta V = 1/6V$$

بنابراین داریم:

گزینه «۳» - ۷۶

تعداد دور پیچ را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{628}{2\pi \times 5} \Rightarrow N = \frac{628}{10\pi}$$

دور

سپس به کمک رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچ مسطح، خواهیم داشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{628}{10\pi} \times 10}{2 \times 5 \times 10^{-2}} = 25/12 \times 10^{-4} T = 25/12 G$$

حال با استفاده از قانون کولن، داریم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{32 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F_{12} = 80N$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{128 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(8 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F_{23} = 60N$$

$$F_{T,3} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} \Rightarrow F_{T,3} = 100N$$

گزینه «۱» - ۷۲

بار اولیه کره منفی است. زمانی که الکترون به کره داده می‌شود، بار منفی آن افزایش یافته و در نتیجه اندازه چگالی سطحی بار الکتریکی آن زیاد می‌شود. داریم:

$$\Delta q = -ne = -10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow \Delta q = -1/6 \times 10^{-6} C$$

$$\Rightarrow \Delta q = -1/6 \mu C$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 + 0/2\sigma_1 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1/2 \xrightarrow[\text{A=ثابت}]{\sigma = \frac{q}{A}} \frac{q_2}{q_1} = 1/2$$

$$\frac{q_2 = q_1 + \Delta q}{q_1} = 1/2 \Rightarrow q_1 = -8 \mu C$$

گزینه «۲» - ۷۳

در حالت اول دو مقاومت یکسان هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_1 = R_2 = R \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$$

در حالت دوم، طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، با چهار برابر کردن طول مقاومت R_1 و ثابت بودن سطح مقطع آن، مقاومت R_1 چهار برابر خواهد شد. برای این که مقاومت معادل تغییری نکند، داریم:

$$R'_1 = 4R$$

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{4R} + \frac{1}{R'_2} \Rightarrow R'_2 = \frac{4}{3}R$$

بنابراین برای مقاومت R_2 ، با ثابت بودن طول آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R'_2}{R_2} = \frac{A_2}{A'_2} = \left(\frac{r_2}{r'_2}\right)^2 \Rightarrow r'_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} r_2$$

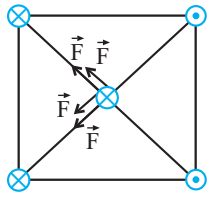
گزینه «۴» - ۷۴

چون نمودار ولتاژ دو سر مولد ε_2 بر حسب جریان عبوری از آن دارای شیب مثبت است، بنابراین مولد ε_2 به صورت ضد محرکه در مدار بسته شده است و جریان در مدار پادساعتگرد است. داریم:

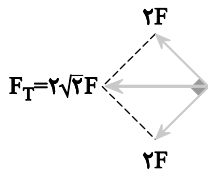
$$V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I \Rightarrow \begin{cases} I=0 \rightarrow \varepsilon_2 = 4V \\ I=2A \rightarrow 10 = 4 + r_2(2) \Rightarrow r_2 = 3\Omega \end{cases}$$



گزینه «۱» - ۸۰



سیم‌هایی که جریان‌های هم‌سو دارند، جذب یکدیگر می‌شوند و سیم‌هایی که جریان ناهم‌سو دارند یکدیگر را می‌رانند. از آنجایی که جریان سیم‌ها و فاصله آن‌ها از سیمی که در مرکز مربع قرار دارد یکسان می‌باشد این نیروها هم‌اندازه می‌باشند. اگر نیروی وارد بر سیم وسط از طرف هر سیم دیگر را F بنامیم، مطابق شکل، برآیند نیروهای وارد بر سیم واقع در مرکز مربع $2\sqrt{2}F$ و جهت آن به طرف چپ می‌باشد.



شیمی ۳

گزینه «۲» - ۸۱

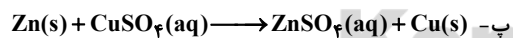
تنها عبارت «ب» نادرست است.

اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آنها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند، در حالی که با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

گزینه «۳» - ۸۲

الف- واکنش آهن با محلول مس (II) سولفات واکنشی گرماده است.

ب- قدرت کاهندگی (تمایل به اکسایش یافتن) فلز مس کمتر از فلز روی است.



مطابق واکنش با مصرف یک مول فلز روی، یک مول فلز مس تشکیل می‌شود. جرم مولی مس کمتر از روی می‌باشد، پس جرم تیغه جامد کاهش می‌یابد.

گزینه «۲» - ۸۳

شکل داده شده در گزینه ۲ بیانگر یکی از قلمروهای الکتروشیمی (تولید مواد) است که برق‌کافت و آبکاری در حوزه‌های کاری آن هستند.

گزینه «۱» - ۸۴

بررسی عبارت‌های نادرست:

با دو تیغه از جنس فلز روی و مس (نه از یک جنس) و میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد.

گزینه «۴» - ۷۷

یکی از رابطه‌هایی که بین مقاومت و تغییر دمای مقاومت به کار می‌رود و می‌تواند به تعیین مجهول کمک کند، به صورت زیر است، بنابراین داریم:

$$\Delta R = R_0 \alpha (\Delta T) \rightarrow \frac{\Delta R = R - R_0 = 46/8 - 40 = 6/8 \Omega}{R_0 = 40 \Omega, \alpha = 0.0068 \text{ K}^{-1}}$$

$$6/8 = 40 \times 0.0068 \times (\Delta T) \Rightarrow \Delta T = 25^\circ \text{C}$$

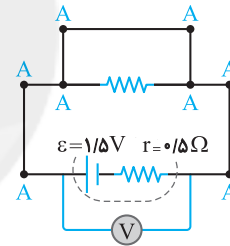
$$\Delta T = \theta_p - \theta_1 = \theta_p - 20 \rightarrow \theta_p - 20 = 25 \Rightarrow \theta_p = 45^\circ \text{C}$$

گزینه «۳» - ۷۸

یک بار با باز بودن کلید و بار دیگر با بسته بودن کلید، سؤال را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{\varepsilon = 1/5 \text{ V}, R = 0/5 \Omega, r = 0/5 \Omega} I = 1/5 \text{ A} \\ V = \varepsilon - rI \xrightarrow{\varepsilon = 1/5 \text{ V}, r = 0/5 \Omega, I = 1/5 \text{ A}} V = 1/5 - 0/5 \times 1/5 \\ \Rightarrow V = 0/75 \text{ V} \end{cases}$$

بعد از بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر مولد صفر می‌شود، یعنی:



$$V' = 0$$

$$\Delta V = V' - V = 0 - 0/75 \Rightarrow \Delta V = -0/75 \text{ V}$$

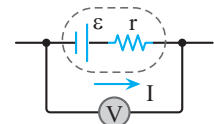
گزینه «۳» - ۷۹

قبل از هر چیز می‌دانیم که اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد (مطابق شکل)

صفر باشد، باید جریان عبوری از آن به صورت $I = \frac{\varepsilon}{r}$ باشد، زیرا:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{V=0} 0 = \varepsilon - rI$$

$$\xrightarrow{r=3 \Omega} I = \frac{\varepsilon}{3} \quad (1)$$



از طرفی می‌دانیم که جریان مدار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{R_{\text{eq}} + r_1 + r_2} \xrightarrow{\sum \varepsilon = \varepsilon + \varepsilon = 2\varepsilon}$$

$$I = \frac{2\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} \xrightarrow{R_{\text{eq}} = R, r_1 = 1 \Omega, r_2 = 3 \Omega} I = \frac{2\varepsilon}{R + 1 + 3}$$

$$\xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{3} \text{ با توجه به رابطه (1)}} \frac{\varepsilon}{3} = \frac{2\varepsilon}{R + 4} \Rightarrow R = 2 \Omega$$



۸۵ - گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تغییر جرم خواهیم داشت زیرا جرم مولی مس و روی با هم تفاوت دارد.

گزینه «۲»: الکترون‌ها وارد محلول نمی‌شوند بلکه یون‌های Cu^{2+} در سطح تیغه روی کاهش می‌یابند.

گزینه «۳»: سرعت نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش برابر است و چون جرم مولی اتم Zn بیشتر از Cu است جرم کلی تیغه کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: به ازای هر یک مول کاتیون Cu^{2+} که کاهش می‌یابد، یک مول فلز روی اکسایش می‌یابد و با توجه به جرم مولی آن‌ها به ازای کاهش هر مول کاتیون مس، ۱ گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود پس به ازای کاهش ۰/۲ مول کاتیون مس، ۰/۲ گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود.

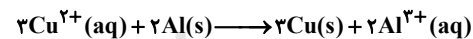
۸۶ - گزینه «۲»

بررسی عبارات نادرست:

(ب) A' به آرایش الکترونی هشتایی نرسیده است و تعداد الکترون‌های Y برابر ۱۸ می‌باشد.

(ت) تعداد الکترون‌های مبادله شده، برابر ۲ است.

۸۷ - گزینه «۴»



جامد مصرفی، Al و جامد تولیدی، Cu می‌باشد.

$$? \text{gCu} = 18/06 \times 10^{21} \text{e}^{-} \times \frac{1 \text{mole}^{-}}{6/02 \times 10^{23} \text{e}^{-}} \times \frac{3 \text{molCu}}{6 \text{mole}^{-}}$$

$$\times \frac{64 \text{gCu}}{1 \text{molCu}} = 0/96 \text{gCu}$$

$$? \text{gAl} = 18/06 \times 10^{21} \text{e}^{-} \times \frac{1 \text{mole}^{-}}{6/02 \times 10^{23} \text{e}^{-}} \times \frac{2 \text{molAl}}{6 \text{mole}^{-}}$$

$$\times \frac{27 \text{gAl}}{1 \text{molAl}} = 0/27 \text{gAl}$$

$$\frac{\text{جرم جامد باقی مانده}}{\text{جرم جامد مصرفی}} = \frac{5 + 0/96 - 0/27}{0/27} = 21$$

۸۸ - گزینه «۳»

شکل داده شده، بیانگر کاربرد الکتروشیمی در اندازه‌گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فرآورده) می‌باشد.

۸۹ - گزینه «۴»

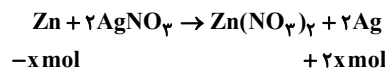
بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های «۱» و «۲»: از آنجایی که محلول مس (II) سولفات با طلا واکنش نمی‌دهد می‌توان دریافت که طلا کاهنده ضعیف‌تری است و قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

گزینه «۳»: هیچ فلزی با نمکی از جنس خودش واکنش نمی‌دهد.

گزینه «۴»: با توجه به جرم مولی مس، آهن و روی معلوم می‌شود که به جرم تیغه آهن افزوده می‌شود.

۹۰ - گزینه «۳»



$$\Rightarrow 2/416 = 2x \times 108 - x \times 65 \Rightarrow 2/416 = 151x$$

$$\Rightarrow x = 0/016 \Rightarrow \text{mol AgNO}_3 = 0/032$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار نقره نیترات مصرف شده}}{\text{مقدار کل نقره نیترات}} = \frac{0/032}{0/04} \times 100 = 80\%$$

شیمی ۱

۹۱ - گزینه «۴»

جرم اتمی میانگین، برای عنصرهایی که بیش از یک ایزوتوپ دارند کاربرد دارد

۹۲ - گزینه «۲»

عبارات «ب» و «ت» صحیح هستند.

بررسی عبارات نادرست:

(الف) گاز هلیوم به عنوان خنک‌کننده قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های MRI کاربرد دارد که در هوای مایع موجود نیست.

(ب) در حالت (۲) گاز نیتروژن که برای پرکردن تایر خودروها استفاده می‌شود

در دمای -195°C تبخیر می‌شود.

۹۳ - گزینه «۳»

$$? \text{gCCl}_4 = 1/806 \times 10^{22} \text{atomCl} \times \frac{1 \text{molCl}}{6/02 \times 10^{23} \text{atomCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{molCCl}_4}{2 \text{molCl}} \times \frac{154 \text{gCCl}_4}{1 \text{molCCl}_4} = 1/155 \text{gCCl}_4$$



گزینه ۲» - ۹۴

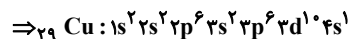
$$E = mc^2 \Rightarrow E = 24 \times 10^{-7} \times (3 \times 10^8)^2 = 216 \times 10^9 \text{ J}$$

برای ذوب کردن هر گرم آهن ۲۴۷ J انرژی لازم است:

$$216 \times 10^9 \text{ J} \times \frac{1 \text{ g آهن}}{247 \text{ J}} \times \frac{1 \text{ ton آهن}}{10^6 \text{ g آهن}} \approx 874 / 5 \text{ ton آهن}$$

گزینه ۳» - ۹۵

$$Z = A - N = 64 - 35 = 29$$

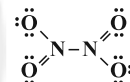


بنابراین این اتم، ۱۰ الکترون با عدد کوانتومی فرعی بزرگتر از یک دارد.

گزینه ۲» - ۹۶

الف) نادرست: نام آن دی نیتروژن ترا اکسید است.

ب) درست:



پ) نادرست: تعداد جفت الکترونهای پیوندی کمتر از تعداد جفت الکترونهای

ناپیوندی است.

ت) درست است.

گزینه ۲» - ۹۷

عبارت‌های ب، پ و ت نادرست هستند.

ب) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع سبب کاهش

حجم آن‌ها می‌شود.

پ) شیمی‌دان‌ها دمای °C و فشار یک اتمسفر را به عنوان شرایط استاندارد

(STP) در نظر گرفته‌اند.

ت) از واکنش اغلب اکسیدهای نافلز با آب، اسید تولید می‌شود. اکسیدهای

نافلز مثل NO، N₂O و CO با آب واکنش نمی‌دهند.

گزینه ۱» - ۹۸

$$\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2 \text{ باریم فسفات} \quad \text{O} = 8 \text{ تعداد اتم}$$

$$\text{NH}_4\text{HCO}_3 \text{ آمونیوم هیدروژن کربنات} \quad \text{H} = 5 \text{ تعداد اتم}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم O}}{\text{تعداد اتم H}} = \frac{8}{5} = 1.6$$

گزینه ۲» - ۹۹

ابتدا مقدار جرم KCl خالص مورد نیاز برای تهیه ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$M_{\text{KCl}} = 39 + 35.5 = 74.5 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ gKCl} = 200 \text{ mL KCl} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.2 \text{ mol KCl}}{1 \text{ L}} \times \frac{74.5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}}$$

$$= 2.98 \text{ gKCl}$$

$$\text{جرم محلول} = \frac{\text{جرم KCl}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{2.98}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 4 \text{ g}$$

گزینه ۱» - ۱۰۰

$$\frac{\text{فراوانی } A^{2+}X}{\text{فراوانی } A^+X} = \frac{1}{2} \Rightarrow (1) \quad \text{فراوانی } A^+X = 2(\text{فراوانی } A^{2+}X)$$

$$\frac{\text{فراوانی } A^{4+}X}{\text{فراوانی } A^{2+}X} = \frac{1}{3} \Rightarrow (2) \quad \text{فراوانی } A^{2+}X = 3(\text{فراوانی } A^{4+}X)$$

با جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$A^+X = 2(3A^{4+}X) \text{ فراوانی}$$

$$\Rightarrow A^+X = 6(A^{4+}X) \text{ فراوانی}$$

$$100 \times \frac{\text{فراوانی ایزوتوپ مورد نظر}}{\text{فراوانی کل ایزوتوپ‌ها}} = \text{درصد فراوانی ایزوتوپ}$$

$$= \frac{A^{4+}X}{A^+X + A^{2+}X + A^{4+}X} \times 100$$

$$= \frac{A^{4+}X}{6(A^{4+}X) + 2(A^{4+}X) + A^{4+}X} \times 100 \Rightarrow 10\% \text{ درصد فراوانی } A^{4+}X$$

$$A^+X = 6(A^{4+}X) \text{ فراوانی} \Rightarrow 60\% \text{ درصد فراوانی } A^+X$$

شیمی ۲

گزینه ۱» - ۱۰۱

گزینه ۲» عناصر را بر اساس خواص آن‌ها در سه دسته فلز، نافلز و شبه فلز

قرار می‌دهند.

گزینه ۳» در یک دوره از چپ به راست خواص نافلزی در نتیجه تمایل برای

گرفتن و یا به اشتراک گذاشتن الکترون افزایش می‌یابد.

گزینه ۴» خواص فیزیکی و شیمیایی عناصرها به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.



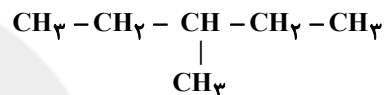
۱۰۲ - گزینه «۴»

عنصری که آرایش الکترونی آن به $3p^2$ ختم می‌شود، سیلیسیم است که رسانایی الکتریکی کمی دارد، ولی عنصری که آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم می‌شود، سدیم است که رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

۱۰۳ - گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: هر چه تعداد کربن‌های یک هیدروکربن بیشتر باشد، چسبندگی، گرانی و نقطه جوش آن بیشتر است.
عبارت دوم: گروه اتیل را چنانچه بصورت گسترده بنویسیم زنجیر اصلی این هیدروکربن ۵ تایی شده و نام آن به ۳- متیل بنتان تغییر می‌کند.



عبارت سوم: آب برم با آلکن‌ها (۱- هگزن) واکنش داده ولی بر آلکن‌ها (هگزان) بی‌اثر است.

عبارت چهارم: آلکن‌ها چون سیر شده هستند تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند.
عبارت پنجم: نام این ترکیب ۲، ۴، ۵- تری متیل هپتان می‌باشد.

۱۰۴ - گزینه «۲»

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{90}{0.45 \times 10} = 20g$$

$$\text{جرم} = \frac{\text{چگالی}}{\text{حجم}} \Rightarrow 7/8 = \frac{20}{V} \Rightarrow V = \frac{20}{7/8} = 22.86 \text{ cm}^3$$

۱۰۵ - گزینه «۲»

برای محاسبه ΔH یک واکنش به کمک آنتالپی پیوند می‌بایست تمام مواد شرکت کننده در آن به صورت گازی باشند.

۱۰۶ - گزینه «۲»

$$\begin{array}{l} -2 \times \left\{ \begin{array}{l} A + B \rightarrow C \\ D + 2B \rightarrow 2E \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Delta H = 256 \text{ KJ} \\ \Delta H = -572 \text{ KJ} \end{array} \\ -1 \times \left\{ \begin{array}{l} 2C \rightarrow D + E \end{array} \right. \quad \Delta H = -140 \text{ KJ} \end{array}$$

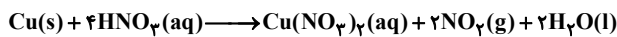
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2C \rightarrow 2A + 2B \\ D + 2B \rightarrow 2E \\ E + D \rightarrow 2C \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Delta H' = -512 \text{ KJ} \\ \Delta H' = -572 \text{ KJ} \\ \Delta H' = 140 \text{ KJ} \end{array}$$

$$\Rightarrow 2D \rightarrow E + 2A \quad \Delta H = 316 \text{ KJ}$$

۱۰۷ - گزینه «۲»

با توجه به اینکه مقدار قرص جوشان در هر دو حالت یکسان است (۱۰ گرم)، مقدار گاز آزاد شده در هر دو حالت نیز یکسان است.

۱۰۸ - گزینه «۲»



$$? \text{ mL NO}_2 = 94g \text{ Cu}(\text{NO}_3)_2 \times \frac{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2}{188g \text{ Cu}(\text{NO}_3)_2}$$

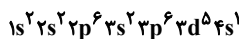
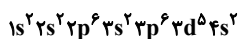
$$\times \frac{2 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2} \times \frac{24 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL NO}_2}{1 \text{ L NO}_2}$$

$$= 24000 \text{ mL NO}_2$$

$$R_{\text{NO}_2} = \frac{\Delta V_{\text{NO}_2}}{\Delta t} = \frac{24000 \text{ mL}}{60s} = 400 \text{ mL.s}^{-1}$$

۱۰۹ - گزینه «۳»

آرایش الکترونی عنصر مورد نظر می‌تواند به صورت‌های زیر باشد:

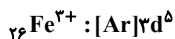


بنابراین عبارت داده شده درست است.

گزینه «۱»: به دلیل واکنش ندادن طلا با مواد درون بدن از آن برای ساخت قطعات پزشکی استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: در میان عناصر واسطه دوره چهارم، تنها ۲ عنصر (Zn, Cu)، دارای زیر لایه ۳d پر می‌باشند.

گزینه «۴»: در یون آهن (III) دو الکترون از ۴s و ۱ الکترون از زیر لایه ۳d کم می‌شود.



۱۱۰ - گزینه «۳»

چون به جز CO_2 همه مواد شرکت کننده در واکنش جامد هستند، می‌توان نتیجه گرفت ۴۴kg گاز CO_2 تولید شده است.

$$? \text{ LCO}_2 = 44 \text{ kg CO}_2 \times \frac{1000g}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44g \text{ CO}_2} \times \frac{22.4 \text{ LCO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= 22400 \text{ LCO}_2$$

$$? \text{ kg Fe} = 44 \text{ kg CO}_2 \times \frac{1000g}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44g \text{ CO}_2} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{3 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{56g \text{ Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000g} = 74.67 \text{ kg Fe}$$