



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۱ آذر ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۵ آذر ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتانه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرم‌جو	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

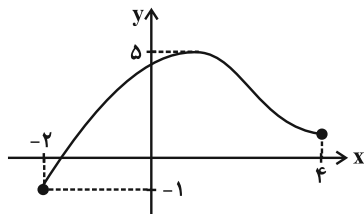
«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

حسابان ۲

تابع، مثلثات
صفحه‌های ۱ تا ۴۴

حسابان ۲

۱- اگر نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(4x+2) - 2$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = -f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$ کدام است؟



(۱) $[-6, 18]$

(۲) $\left[-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$

(۳) $\left[-3, \frac{2}{3}\right]$

(۴) $[-18, 54]$

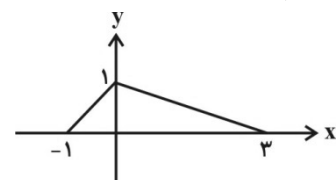
۲- اگر نقطه $(3, 4)$ روی تابع $f(x)$ بوده و $g(x) = 3f(4x-1) + 2$ نسبت به مبدأ متقارن باشد، کدام نقطه زیر لزوماً روی نمودار $f(x)$ قرار دارد؟

(۴) $\left(5, -\frac{16}{3}\right)$

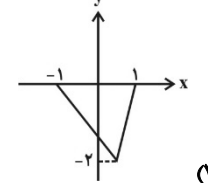
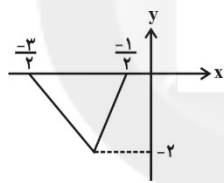
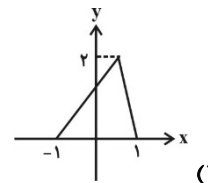
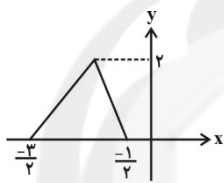
(۳) $\left(-5, -\frac{16}{3}\right)$

(۲) $\left(-1, -\frac{16}{3}\right)$

(۱) $\left(1, \frac{16}{3}\right)$



۳- اگر نمودار تابع f مانند شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y = -2f(-2x+1)$ کدام است؟



۴- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \frac{1}{[2x]+x}$ با دامنه \mathbb{R}^+ درست است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صعودی است ولی اکیداً صعودی نیست.

(۲) نزولی است ولی اکیداً نزولی نیست.

(۳) نه صعودی است و نه نزولی.

(۴) اکیداً نزولی است.

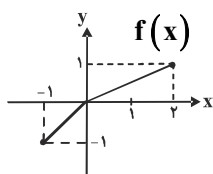
۵- اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد و برای هر x حقیقی، $f(x) \leq x$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(x) < f(x^2+1)$ کدام است؟

(۴) $(0, 1)$

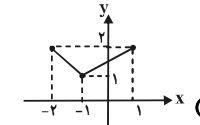
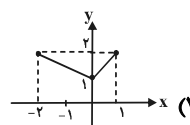
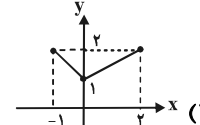
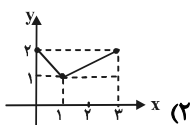
(۳) \mathbb{R}

(۲) \emptyset

(۱) $(-\infty, 0)$



۶- نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = |f(x-1)| + 1$ کدام است؟



۷- اگر $f(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x$ باشد، $f(\sqrt[3]{2})$ کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{2}$

(۳) $\sqrt[3]{4}$

(۲) ۱

(۱) ۲



۸- اگر f تابعی اکیداً یکنوا با دامنه \mathbb{R} باشد، کدام یک از ضوابط زیر، الزاماً تابعی اکیداً یکنوا است؟

(۱) $y = f(x) + f(-x)$ (۲) $y = f(|x|)$ (۳) $y = f(-x+2)$ (۴) $y = |f(x)|$

۹- اگر $f(x) = 1 - |1 - x^2|$ باشد، تابع با ضابطه $y = |f(x)|$ در کدام یک از بازه‌های زیر اکیداً نزولی است؟

(۱) $(-2, -\frac{1}{2})$ (۲) $(-1, \frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{1}{2}, 2)$ (۴) $(-3, -\frac{3}{2})$

۱۰- اگر $f(x)$ یک چند جمله‌ای باشد و نمودار تابع $y = x + f(x)$ محور x ها را در نقاط به طول $x=1$ و $x=2$ قطع کند،

باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ کدام است؟

(۱) x (۲) $-x$ (۳) $x+1$ (۴) $1-x$

۱۱- اگر دوره تناوب تابع $y = 3 - 5 \sin ax$ دو برابر دوره تناوب تابع $y = 1 + \cos 3x$ باشد، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

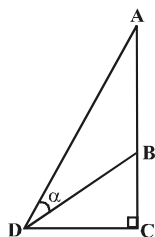
۱۲- دوره تناوب تابع $y = \sin x(\cos 2x + 2 \cos^2 x)$ کدام است؟

(۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۳- دوره تناوب تابع $f(x) = (\tan x + \cot x)^2 - \tan^2 x - \cot^2 x$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) دوره تناوب ندارد.

۱۴- در مثلث قائم الزاویه شکل زیر، اگر $CD = 1$ ، $AC = 5$ و $AB = 3$ باشد، $\tan \alpha$ کدام است؟



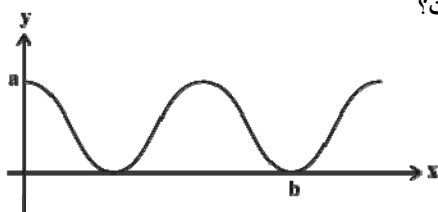
(۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۵- اگر $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ برابر کدام است؟ ($\cos \alpha \neq 0$)

(۱) 4 (۲) 3 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟



(۱) $2\pi + \frac{1}{2}$ (۲) $2\pi + 1$

(۳) $\frac{3\pi + 1}{2}$ (۴) $\frac{3\pi + 2}{2}$

۱۷- انتهای کمان جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} + x) = 0$ روی دایره مثلثاتی در فاصله $[0, \pi]$ ، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

(۱) مثلث قائم الزاویه (۲) مثلث متساوی الساقین

(۳) دوزنقه (۴) مربع

۱۸- معادله $\cos 4x + \tan x \sin 4x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) 2 (۲) 4 (۳) 6 (۴) 8

۱۹- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $2 \cos x(\cos x - \sin x) = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) π

۲۰- معادله $\sin(\cos x) = \cos(\sin x)$ در بازه $[0, 4\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

ریاضی پایه

ریاضی پایه

ریاضی (۱): مثلثات

صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶

حسابان (۱): مثلثات

صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

۲۱- اگر $20^\circ < \theta < 50^\circ$ باشد و $\sin 2\theta = \frac{m-1}{2}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $[2, 3)$
(۳) $(2, 3]$ (۴) $[2, 3]$

۲۲- مساحت دایره مقابل کدام است؟

- (۱) $\frac{900}{\pi}$ (۲) $\frac{800}{\pi}$
(۳) $\frac{700}{\pi}$ (۴) $\frac{620}{\pi}$

۲۳- در مستطیل روبه‌رو، $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

۲۴- دو ناظر A و B که در سطح زمین قرار دارند و با فاصله ۲۰ متر از هم در یک طرف برجی ایستاده‌اند، نوک این برج را با

زاویه‌های 30° و 45° نسبت به افق می‌بینند. ارتفاع این برج چند متر است؟ (A، B و پای برج روی یک خط قرار دارند.)

- (۱) $10(\sqrt{3}+1)$ (۲) $10(\sqrt{3}-1)$ (۳) $20(\sqrt{3}+1)$ (۴) $20(\sqrt{3}-1)$

۲۵- شخصی با قد $1/80$ متر از روی پشت‌بام ساختمانی به ارتفاع ۷۵ متر بالگردی را که از روبه‌رو به آن شخص در حال نزدیک

شدن است می‌بیند. اگر زاویه دید شخص نسبت به سطح افق 30° درجه و فاصله بالگرد تا شخص در راستای زاویه دید شخص

در حدود $4/440$ متر باشد، بالگرد در چند متری از سطح زمین قرار دارد؟

- (۱) $296/8$ (۲) $295/2$ (۳) 297 (۴) 222

۲۶- اگر $\sin x \cos y = \frac{5}{6}$ و $\cos x \sin y = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $x - y$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۲۷- اگر $yx = \frac{\pi}{2}$ باشد، حاصل $\frac{\cos x \sin 2x \tan 3x}{\cot 4x \cos 5x \sin 6x}$ کدام است؟

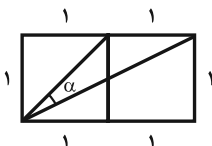
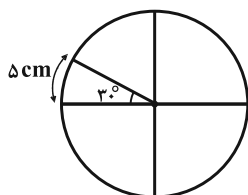
- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۲۸- مقدار $\sin 451^\circ$ با کدام گزینه زیر برابر نیست؟

- (۱) $\cos 1^\circ$ (۲) $-\sin 269^\circ$ (۳) $\sin 631^\circ$ (۴) $\cos\left(-\frac{\pi}{180}\right)$

۲۹- اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ باشد، عبارت $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \beta}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\tan \alpha$ (۴) $-\tan \alpha$





۳۰- با توجه به تساوی $2 = \frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - 2\sin(\alpha - 3\pi)}{3\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}$ ، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها، آشنایی با
مقاطع مخروطی
صفحه‌های ۹ تا ۳۹

۳۱- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m ،

مقدار دترمینان ماتریس AB برابر ۱۷ است؟

- (۱) $\{0, -2\}$ (۲) $\{-1, 2\}$ (۳) $\{-2, 2\}$ (۴) $\{0, 1\}$

۳۲- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. دترمینان ماتریس $\frac{1}{3}(A^4 - A^2)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۳۳- معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ چند جواب دارد؟

(۱) فقط یک جواب ساده

(۲) فقط یک جواب مضاعف

(۳) یک جواب ساده و یک جواب مضاعف

(۴) سه جواب متمایز

۳۴- برای ماتریس مربعی A از مرتبه ۳، رابطه $A^3 = 6I$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ برقرار است. دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۱

۳۵- اگر A یک ماتریس 3×3 باشد به طوری که $|A| = \frac{1}{4}$ ، آنگاه دترمینان وارون ماتریس $2A^2$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۳۶- اگر A و B ماتریس‌های مربعی مرتبه ۲ باشند به طوری که $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A + B = AB$ ، وارون ماتریس B کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ و $AX = B - 2I$ باشد، آنگاه ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 13 & -6 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -35 & -3 \end{bmatrix}$

۳۸- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از چهار ضلع مستطیل $ABCD$ ($AB > BC$) به یک فاصله باشند، کدام است؟(۱) خطی موازی ضلع AB (۲) خطی موازی ضلع BC

(۳) محل تقاطع دو قطر مستطیل

(۴) تهی



۳۹- در مثلث ABC ، مساحت مثلث و طول ضلع BC ، مقادیر ثابتی هستند. مکان هندسی نقطه همرسی میانه‌های این مثلث کدام است؟

(۱) خطی موازی با BC (۲) خطی عمود بر BC (۳) دو خط موازی با BC (۴) دایره‌ای به قطر BC

۴۰- دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱۰ و سکه‌ای به شعاع ۲ مفروض‌اند. سکه را روی دایره پرتاب می‌کنیم. مساحت مکان هندسی مرکز سکه به شرطی که سکه کاملاً درون دایره قرار داشته باشد، کدام است؟

(۱) ۶۴π (۲) ۹۶π (۳) ۳۶π (۴) ۱۰۰π

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۱ تا ۳۰

۴۱- چند مقدار طبیعی و دو رقمی a وجود دارد به طوری که دو عدد $۳n + a$ و $۷n + ۳$ به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ نسبت به هم اول باشند؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴۲- به ازای چند عدد صحیح n ، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $n^2 - n$ و $n^2 + n$ برابر ۹ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) هیچ

۴۳- در یک تقسیم، مقسوم، مقسوم علیه و خارج قسمت، اعدادی اول و باقی‌مانده، برابر ۱۱ است. خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۴۴- برای چند عدد طبیعی n ، رابطه $۳ - ۳n + ۱ | ۲n^2 - ۳n + ۱$ برقرار است؟

(۱) هیچ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۵- خارج قسمت تقسیم ۷۸۷ بر چند عدد طبیعی برابر ۱۰ است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۴۶- اگر $۳a \equiv ۷$ و $۵a \equiv ۲b$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم b بر ۱۱ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۷- کوچک‌ترین عدد طبیعی a برای این که رابطه $a \equiv ۰ \pmod{۹^3 + ۳1^9}$ برقرار باشد، کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۴۸- اعداد صحیح x و y در معادله $۱۰۰۰ = ۴۵y^2 + ۲۳x$ صدق می‌کنند. باقی‌مانده تقسیم x بر ۹ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۹- به ازای کدام مقدار n ، معادله سیاله $n = (۲m - ۴)y + (۲m^2 + ۱)x$ ، همواره در Z جواب دارد؟

(۱) ۴۹ (۲) ۵۴ (۳) ۶۶ (۴) ۷۵

۵۰- به ازای چند مقدار a ، باقی‌مانده تقسیم عدد $۱۳a۷۹$ بر دو عدد ۹ و ۱۱ یکسان است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

هندسه ۱ و آمار و احتمال

هندسه ۱

چندضلعی‌ها

صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

آمار و احتمال

احتمال

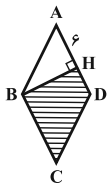
صفحه‌های ۵۲ تا ۶۶

۵۱- نقطه M ، نقطه‌ای دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. هرگاه مجموع فاصله‌های M از دو ضلع این مثلث برابر ۳ واحد و مساحت مثلث برابر $۱۲\sqrt{۳}$ باشد، فاصله M از ضلع سوم مثلث کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

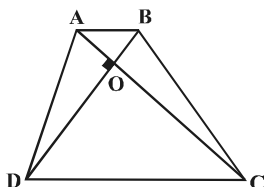


۵۲- طول ضلع لوزی ABCD برابر ۹ واحد است. اگر ارتفاع وارد بر ضلع AD و $AH = 6$ باشد، آنگاه مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟



- (۱) $24\sqrt{2}$
 (۲) $20\sqrt{3}$
 (۳) $18\sqrt{5}$
 (۴) $15\sqrt{6}$

۵۳- مطابق شکل، قطرهای دوزنقه ABCD بر هم عمودند. اگر $AD = 8$ و $\hat{ADO} = 30^\circ$ ، آنگاه مساحت مثلث BOC کدام است؟



- (۱) $6\sqrt{2}$
 (۲) $6\sqrt{3}$
 (۳) $8\sqrt{2}$
 (۴) $8\sqrt{3}$

۵۴- مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، با طول ساق ۴ مفروض است. از نقطه M روی وتر BC، عمودهایی بر دو ساق مثلث رسم می‌کنیم. اگر قدرمطلق تفاضل طول دو عمود رسم شده برابر ۲ باشد، فاصله نقطه M از رأس A کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$
 (۲) $\sqrt{5}$
 (۳) ۲
 (۴) $\sqrt{10}$

۵۵- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

- (۱) $1/5$
 (۲) $2/5$
 (۳) $3/5$
 (۴) $4/5$

۵۶- دو عضو از مجموعه $D = \{3k \mid k \in \mathbb{N}, k < 10\}$ را به تصادف و با هم انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع دو عدد انتخاب شده زوج باشد، با چه احتمالی هر دو عدد فرد هستند؟

- (۱) $\frac{3}{8}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{5}{8}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۵۷- در کیسه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۳، ۴، ۶، ۹ و ۱۰ وجود دارد. از این کیسه ۳ کارت با جایگذاری خارج می‌کنیم. اگر بدانیم که دقیقاً ۲ بار کارت با عدد ۳ خارج شده است، با کدام احتمال مجموع سه عدد ظاهر شده برابر با ۱۵ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{5}$
 (۳) $\frac{1}{6}$
 (۴) $\frac{1}{7}$

۵۸- جعبه A دارای ۳ مهره قرمز و ۱ مهره سفید و جعبه B دارای ۱ مهره سفید و ۱ مهره قرمز است. از جعبه A سه مهره به تصادف انتخاب کرده و در جعبه B می‌ریزیم و سپس از جعبه B، دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این دو مهره قرمز هستند؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{3}{8}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{5}{8}$

۵۹- دو ظرف داریم که در ظرف اول، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۵ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. از اولی ۲ مهره و از دومی ۳ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف جدید یک مهره بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که سفید است. با کدام احتمال این مهره متعلق به ظرف اول بوده است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$
 (۲) $\frac{3}{7}$
 (۳) $\frac{3}{8}$
 (۴) $\frac{5}{8}$

۶۰- در یک اداره ۲۵ درصد کارمندان زن هستند. همچنین ۴۰ درصد زنان و ۵۰ درصد مردان عینکی‌اند. اگر فردی که از این اداره به تصادف انتخاب می‌شود عینکی باشد، چقدر احتمال دارد از مردان باشد؟

- (۱) $\frac{15}{19}$
 (۲) $\frac{7}{19}$
 (۳) $\frac{17}{35}$
 (۴) $\frac{19}{35}$



فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست،
دینامیک و حرکت دایره‌ای
صفحه‌های ۱ تا ۶۰

۶۱- متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه را با تندی ثابت $\frac{m}{s}$ ۱۶ و متحرک دیگری همان فاصله را با تندی ثابت $\frac{m}{s}$ ۱۲ طی می‌کند. اگر زمان حرکت متحرک دوم ۵۰ ثانیه بیش‌تر از زمان حرکت متحرک اول باشد، فاصله بین دو نقطه چند متر است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۲۴۰۰

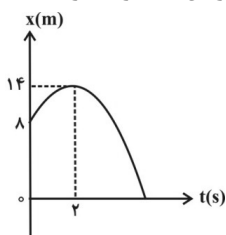
۶۲- سرعت ذره‌ای که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در مکان‌های $x_1 = 1m$ و $x_2 = 15m$ ، به ترتیب برابر با $\frac{m}{s}$ ۵ و $\frac{m}{s}$ ۹ است. اگر مکان اولیه ذره برابر با $x_0 = -1/25m$ باشد، اندازه سرعت اولیه آن بر حسب متر بر ثانیه و شتاب حرکت آن بر حسب متر بر مجذور ثانیه، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) ۴، ۲ (۲) ۲، ۴ (۳) ۳، ۱ (۴) ۱، ۳

۶۳- معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t - 8$ است. کدام گزینه در مورد نوع و جهت حرکت جسم درست است؟

- (۱) همواره در جهت خلاف محور X ها و کندشونده است.
(۲) در فاصله زمانی $0 < t < 1s$ حرکت در جهت محور X ها و تندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور X ها و کندشونده است.
(۳) در فاصله زمانی $0 < t < 1s$ حرکت در جهت محور X ها و کندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور X ها و تندشونده است.
(۴) در فاصله زمانی $0 < t < 1s$ حرکت در خلاف جهت محور X ها و کندشونده و بعد از آن در جهت محور X ها و تندشونده است.

۶۴- نمودار مکان- زمان حرکت یک متحرک روی خط راست، مطابق سهمی شکل زیر است. معادله سرعت - زمان متحرک در SI کدام است؟



$$v = 3 + 6t \quad (1)$$

$$v = 6 + 3t \quad (2)$$

$$v = 3 - 6t \quad (3)$$

$$v = 6 - 3t \quad (4)$$

۶۵- در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصله زمانی $2/5s$ از یک نقطه بالای سطح زمین از حال سکون رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها شدن گلوله اول، فاصله دو گلوله به $68/75m$ می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و ارتفاع به اندازه کافی زیاد است).

$$2/5 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

۶۶- نیروی F به جرم m کیلوگرم شتاب $1/2 \frac{m}{s^2}$ و به جرم (m + 5) کیلوگرم شتاب $8/5 \frac{m}{s^2}$ می‌دهد. m چند کیلوگرم است؟

$$4 \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۶۷- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) اگر دو نفر هر یک با نیروی $10N$ و سر طنابی افقی را بکشند، نیروی کشش طناب برابر $20N$ است.

(۲) زمانی که نیروی خالص وارد بر جسمی صفر نیست، جسم میل دارد وضعیت حرکت خود را حفظ کند.

(۳) اگر پرنده‌ای به یک هواپیمای در حال پرواز برخورد کند، بزرگی نیروی وارد بر پرنده از طرف هواپیما برابر با بزرگی نیروی وارد بر هواپیما از طرف پرنده است.

(۴) برایند نیروهای کنش و واکنش (عمل و عکس‌العمل) صفر است.



۶۸- فنر بدون جرمی با طول اولیه l_0 و ثابت فنر k از سقف یک آسانسور ساکن آویزان شده است. بار اول جرم m را به انتهای فنر

متصل کرده و بعد از ایجاد تعادل، آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2m}{s^2}$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. بار دوم جرم m' را به

انتهای فنر متصل کرده و بعد از ایجاد تعادل، آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2m}{s^2}$ از حالت سکون به طرف پایین شروع به حرکت

می‌کند. اگر افزایش طول فنر نسبت به طول اولیه در حالت دوم، ۲ برابر حالت اول باشد، حاصل $\frac{m'}{m}$ کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۹- انرژی جنبشی جسمی برابر با $200J$ است. اگر بزرگی تکانه جسم ۱۰٪ افزایش یابد، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در اثر این تغییر اندازه تکانه، چند ژول می‌شود؟

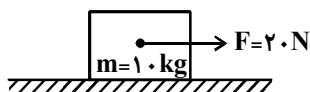
- (۱) ۲۴۲ (۲) ۴۲ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲۰

۷۰- اندازه تکانه جسم A دو برابر اندازه تکانه جسم B و انرژی جنبشی جسم A نصف انرژی جنبشی جسم B است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) ۸

۷۱- در شکل زیر، نیروی افقی $F = 20N$ بر جسمی به جرم $10kg$ وارد می‌شود و جسم هم‌چنان ساکن است. در این صورت کدام یک

از گزینه‌های زیر، الزاماً صحیح است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم کوچک‌تر از $0/2$ است.

(۲) ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم بزرگ‌تر یا مساوی $0/2$ است.

(۳) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم کوچک‌تر از $0/2$ است.

(۴) ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم بزرگ‌تر یا مساوی $0/2$ است.

۷۲- جسمی را با سرعت افقی $10 \frac{m}{s}$ روی یک سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن برابر با $0/2$ است، پرتاب می‌کنیم. چند

ثانیه طول می‌کشد تا جسم متوقف شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴) باید جرم جسم معلوم باشد.

۷۳- اتومبیلی به جرم 1 تن پس از طی مسافت $500m$ با شتاب ثابت، اندازه سرعتش از $18 \frac{km}{h}$ به $90 \frac{km}{h}$ می‌رسد. اندازه نیروی

خالص وارد بر اتومبیل چند نیوتون است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۸۰۰

۷۴- شخصی به جرم $60kg$ درون یک آسانسور به جرم $800kg$ ایستاده است. وقتی آسانسور از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، اندازه نیروی کشش کابل آن برابر با $7740N$ می‌شود. در این حالت اندازه نیرویی که از طرف کف آسانسور به

شخص وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۵۴۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۶۶۰ (۴) ۲۴۰

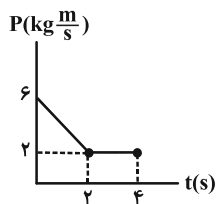
۷۵- جسمی به جرم m را با سرعت $10 \frac{m}{s}$ روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم. اگر ضریب اصطکاک جنبشی سطح با جسم برابر

$0/2$ باشد، جسم در دو ثانیه آخر حرکت خود روی این سطح چند متر را طی می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) ۴



۷۶- نمودار تکانه- زمان جسمی به جرم 2 kg مطابق شکل زیر است. اندازه سرعت متوسط این جسم در 4 ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۱/۵

(۴) ۳

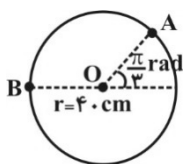
۷۷- اندازه تکانه اتومبیلی به جرم یک تن با اندازه تکانه کامیونی به جرم پنج تن برابر است. انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟

(۴) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{5}$

(۲) ۲۵

(۱) ۵

۷۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای که بر روی محیط دایره‌ای به شعاع 40 cm حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، در مدت 2 s از نقطه A به نقطه B می‌رسد. کمینه تندی این ذره چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۲

(۳) ۰/۳

(۴) ۰/۴

۷۹- خشک کن یک لباسشویی به صورت استوانه‌ای با محور قائم به شعاع 1 m است که با دوران سریع خود می‌تواند لباس‌ها را خشک کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی لباس‌ها با سطح داخلی استوانه برابر با $0/4$ باشد، بیشینه دوره حرکت دورانی استوانه قائم چند ثانیه باشد تا لباس‌ها فرو نریزند؟ ($\pi = 3, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) ۳

(۳) $1/2$ (۲) $2/4$

(۱) ۵

۸۰- اگر جرم سیاره‌ای نصف جرم زمین و شعاع آن 2 برابر شعاع زمین باشد، اندازه شتاب گرانش در سطح این سیاره چند برابر اندازه شتاب گرانش در سطح زمین است؟

(۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

فیزیک ۱

ترمودینامیک

صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۷۲

فیزیک ۱

۸۱- طی یک فرایند ترمودینامیکی هم حجم، دمای یک مول گاز کامل تک‌اتمی را از 300 K به 450 K می‌رسانیم. گرمای مبادله شده توسط گاز و کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد، به ترتیب از

راست به چپ، چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, C_V = \frac{3}{2}R$)

(۴) $-1800, 5400$ (۳) $3600, \text{ صفر}$ (۲) $1800, \text{ صفر}$ (۱) $-1800, 1800$

۸۲- به دو ماشین گرمایی به مقدار مساوی گرما می‌دهیم. اندازه گرمایی که ماشین اول به محیط می‌دهد، $\frac{4}{5}$ برابر اندازه گرمایی

است که ماشین دوم به محیط می‌دهد. اگر بازده ماشین گرمایی اول برابر با 60% درصد باشد، بازده ماشین گرمایی دوم چند درصد است؟

(۴) ۶۵

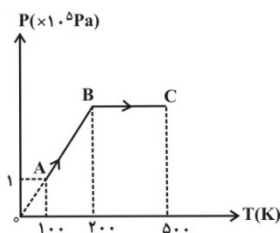
(۳) ۵۵

(۲) ۵۰

(۱) ۴۰



۸۳- نمودار $P-T$ فرایندهایی که نیم مول گاز کامل تک اتمی طی می کند، مطابق شکل زیر است. مجموع گرمای مبادله شده در



این فرایندها، چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$ و $C_p = \frac{5}{2}R$ ، $C_v = \frac{3}{2}R$)

(۱) ۲۴۰۰ (۲) ۲۹۰۰

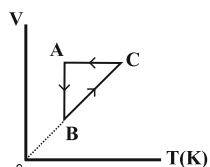
(۳) ۳۶۰۰ (۴) ۴۸۰۰

۸۴- ضریب عملکرد یک کولر گازی ۵ و توان مصرفی آن ۸۰۰ وات است. در چه مدت ۳/۶ مگاژول گرما از هوای اتاق گرفته می شود؟

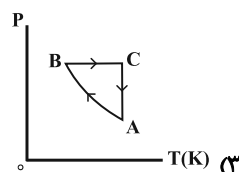
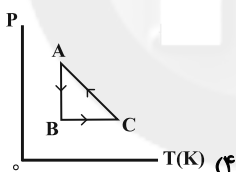
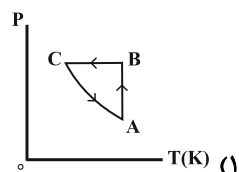
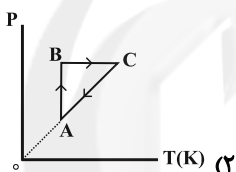
(۱) یک ساعت (۲) ۱۵۰ دقیقه

(۳) ۱۵ دقیقه (۴) ۱۵۰۰ ثانیه

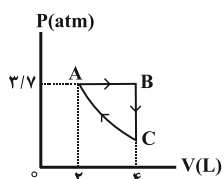
۸۵- نمودار $V-T$ سه فرایند آرمانی ترمودینامیکی که مقدار معینی گاز کامل در یک چرخه طی می کند، مطابق شکل مقابل است.



نمودار $P-T$ آن کدام است؟



۸۶- چرخه زیر، مربوط به نیم مول گاز آرمانی دو اتمی است. اگر اندازه گرمای مبادله شده در مسیر ABC برابر با $290J$ باشد، کار انجام شده در فرایند CA چند ژول است؟ (فرایند آرمانی CA را بی دررو فرض کنید).



(۱) ۷۴۰ (۲) ۴۵۰

(۳) ۲۹۰ (۴) ۱۰۳۰

۸۷- طی یک فرایند هم حجم، دمای مقدار معینی گاز آرمانی را از $-23^{\circ}C$ به $77^{\circ}C$ می رسانیم. اگر طی این فرایند $200J$ گرما به

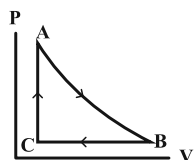
گاز داده باشیم، انرژی درونی نهایی گاز چند ژول خواهد بود؟

(۱) ۵۰۰ (۲) ۷۰۰

(۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

۸۸- نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز آرمانی تک اتمی مطابق شکل زیر است. اگر فرایند AB هم دما باشد، کدام گزینه صحیح

است؟



(۱) گرمایی که گاز در فرایند CA می گیرد بیشتر از اندازه گرمایی است که در فرایند BC از دست می دهد.

(۲) اندازه تغییر انرژی درونی گاز در فرایند BC بیشتر از تغییر انرژی درونی گاز در فرایند CA است.

(۳) اندازه تغییر انرژی درونی گاز در فرایند BC برابر با مقدار گرمایی است که در فرایند CA می گیرد.

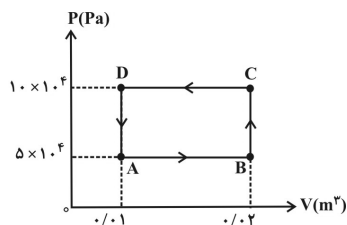
(۴) کار انجام شده روی گاز در فرایند BC بیشتر از اندازه کاری است که گاز در فرایند AB انجام می دهد.



۸۹- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه 270 kJ گرما از چشمه گرم می‌گیرد. اگر بازده آن ۴۰ درصد باشد، گرمای تلف شده این ماشین در هر ثانیه چند کیلوژول است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۱۶۲ (۳) ۱۰۸ (۴) ۲۷

۹۰- یک مول گاز کامل تک‌اتمی در یک یخچال فرضی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. ضریب عملکرد این یخچال کدام



است؟ $(C_P = \frac{5}{2}R, C_V = \frac{3}{2}R)$

- (۱) ۴
(۲) ۵/۵
(۳) ۴/۵
(۴) ۵

فیزیک ۲

القای الکترومغناطیسی
و جریان متناوب
صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

فیزیک ۲

۹۱- سطح حلقه‌ای به مساحت 4 m^2 بر خط‌های یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 5 T عمود است. اگر در مدت 2 s ، حلقه را 180° حول محوری منطبق بر سطح حلقه دوران دهیم، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط درون حلقه چند ولت است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

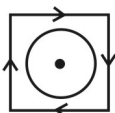
۹۲- شار عبوری از یک حلقه، بار اول در مدت t ثانیه و بار دوم در مدت $\frac{t}{2}$ ثانیه، از صفر تا Φ تغییر می‌کند. مقدار بار الکتریکی شارش شده در حلقه در حالت اول، چند برابر حالت دوم است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۳- اگر جریان عبوری از یک سیم‌لوله دو برابر شود، ضریب القاوری، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله و انرژی ذخیره شده در این میدان مغناطیسی، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

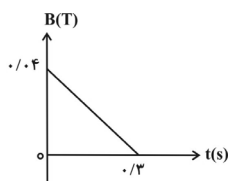
- (۱) ۴, ۲, ۱ (۲) ۴, ۲, ۴ (۳) ۴, ۴, ۱ (۴) ۲, ۱, ۱

۹۴- در شکل زیر، دو قاب سیمی رسانا هم‌مرکز بوده و در یک صفحه قرار دارند. اگر جریان قاب مربعی با گذشت زمان زیاد شود، در این حالت جهت جریان القایی در حلقه دایره‌ای کدام است؟



- (۱) ساعتگرد (۲) پادساعتگرد
(۳) ابتدا پادساعتگرد و سپس ساعتگرد (۴) ابتدا ساعتگرد و سپس پادساعتگرد

۹۵- حلقه‌ای به شعاع 10 cm و مقاومت الکتریکی 5Ω ، عمود بر خط‌های یک میدان مغناطیسی که اندازه آن مطابق شکل زیر تغییر می‌کند، قرار دارد. جریان القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی صفر تا $\frac{1}{3}$ ثانیه چند میلی‌آمپر است؟ $(\pi = 3)$

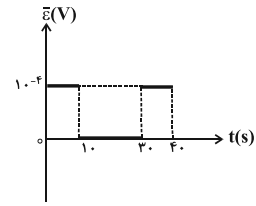
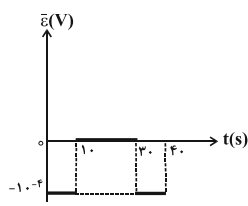
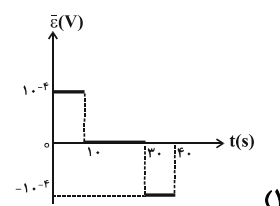
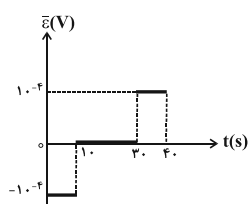
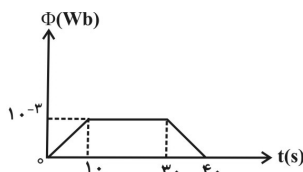


- (۱) ۰/۶
(۲) ۰/۸
(۳) ۱
(۴) ۴



۹۶- شکل مقابل، نمودار تغییرات شار مغناطیسی که از یک حلقه می‌گذرد را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نمودار نیروی محرکه

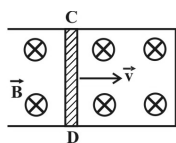
القایی متوسط در حلقه بر حسب زمان در بازه‌های مشخص شده کدام است؟



۹۷- مطابق شکل زیر، رسانای CD به طول ۲۵cm با تندی ثابت $\frac{m}{s}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $0.16T$ که عمود

بر سطح مدار است، حرکت می‌کند. اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در دو سر رسانای CD بر حسب ولت و جهت جریان

القایی حاصل از آن، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



(۱) ۲، از C به D

(۲) ۰.۲، از C به D

(۳) ۲، از D به C

(۴) ۰.۲، از D به C

۹۸- در یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچ‌های آن ناچیز است، ولتاژ $220V$ به ولتاژ $5V$ تبدیل می‌شود. اگر پیچۀ ثانویه ۲۲ دور

داشته باشد، تعداد دورهای پیچۀ اولیه کدام است؟

(۴) ۵۰

(۳) ۱۹۳۶

(۲) ۴۴

(۱) ۹۶۸

۹۹- پیچۀ مسطحی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $0.6T$ قرار دارد و حول یکی از قطرهای آن که عمود بر خط‌های

میدان است می‌چرخد. اگر مساحت پیچۀ 100cm^2 باشد و در مدت ۳ ثانیه ۱۵۰ دور بچرخد، معادلۀ شار مغناطیسی گذرنده از

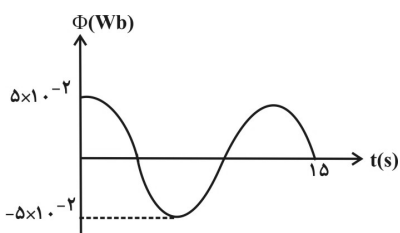
آن در SI کدام است؟

$$\Phi = 6 \times 10^{-3} \cos(100\pi t) \quad (۴) \quad \Phi = 0.6 \cos\left(\frac{\pi}{25}t\right) \quad (۳) \quad \Phi = 6 \times 10^{-3} \cos\left(\frac{\pi}{25}t\right) \quad (۲) \quad \Phi = 60 \cos(100\pi t) \quad (۱)$$

۱۰۰- نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک پیچۀ با مساحت ثابت در میدان مغناطیسی با اندازه ثابت، بر حسب زمان مطابق شکل زیر

است. اگر بیشینه نیروی محرکه القایی در پیچۀ برابر با $\frac{\pi}{10}$ ولت و مقاومت الکتریکی آن برابر با π اهم باشد، به ترتیب از راست

به چپ بیشینه جریان القایی در این پیچۀ چند میلی‌آمپر و دورۀ تناوب آن چند ثانیه است؟



(۱) ۱۵، ۰.۱

(۲) ۱۲، ۰.۱

(۳) ۱۵، ۱.۰۰

(۴) ۱۲، ۱.۰۰



شیمی ۳

شیمی ۳

مولکول‌ها در خدمت تدریس،
آسایش و رفاه در سایه شیمی
صفحه‌های ۱ تا ۵۰

۱۰۱- از بین دو ماده سدیم هیدروکسید و پتاسیم هیدروکسید، ترکیب مناسب را برای تبدیل چربی $\text{CH}_2(\text{CH}_2)_6\text{COOH}$ به صابون جامد را انتخاب می‌کنیم. برای تبدیل ۹۰۸/۸ گرم از این چربی به صابون جامد، چند گرم از ترکیب انتخاب شده مصرف

می‌شود؟ ($K = 39, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- ۱۲۸ (۱) ۱۲۸۰ (۲) ۱۷۹/۲ (۳) ۱۷۹۲ (۴)

۱۰۲- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در منابع علمی به جای $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$ از نماد $\text{H}^+(\text{aq})$ استفاده می‌کنند.

(۲) یکی از اهداف الکتروشیمی اطمینان از کیفیت فرآورده‌هاست.

(۳) درصد یونش یک اسید همیشه بین ۰ و ۱ است.

(۴) فورمیک‌اسید، قدرت اسیدی بیشتری از استیک‌اسید دارد.

۱۰۳- در واکنش $2A(g) + bB(g) \rightleftharpoons cC(g) + 2D(g)$ اگر به ازای تولید هر مول D ، نیم مول C تولید شود، ثابت تعادل چند

$L.mol^{-1}$ است؟ ($[B] = 4 mol.L^{-1}, [C] = 3 mol.L^{-1}, \frac{[D]}{[A]} = 2$)

- ۳ (۱) ۱/۵ (۲) ۰/۳۷۵ (۳) ۰/۷۵ (۴)

۱۰۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها بوده که شامل منیزیم هیدروکسید است و به عنوان یک سوسپانسیون در نظر گرفته می‌شود.

(۲) اگر در نمونه‌ای از عصاره گوجه فرنگی، غلظت یون هیدرونیوم 4×10^{-6} برابر غلظت یون هیدروکسید باشد، pH نمونه برابر ۳/۷ است.

(۳) درجه یونش محلول ۰/۲۵ مولار آمونیاک برابر با ۰/۸ است. ($K_b = 1/6 \times 10^{-5}$)

(۴) آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است؛ به طوری که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

۱۰۵- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

(الف) برای کاهش عوارض مصرف آسپرین می‌توان از $\text{Al}(\text{OH})_3$ استفاده کرد.

(ب) کلسیم اکسید، یک اکسید بازی است و کاغذ pH را به رنگ نارنجی تغییر می‌دهد.

(پ) رنگ گل ادریسی در خاکی که غلظت OH^- در آن برابر 5×10^{-10} مول بر لیتر است، آبی است.

(ت) در دما و غلظت یکسان مجموع بار محلول HCl از HF بیشتر است.

- (۱) الف، پ (۲) الف، ت (۳) الف، ب (۴) پ، ت

۱۰۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) نیم‌واکنش‌های اکسایش - کاهش تنها از نظر جرم موازنه هستند.

(۲) در واکنش روی و اکسیژن، روی دچار کاهش شعاع می‌شود و کاهش می‌یابد.

(۳) در واکنش پلاتین و اکسیژن، اکسیژن نقش اکسنده را دارد.

(۴) در واکنش $2\text{Zn} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{ZnO}$ در مجموع ۴ الکترون جابه‌جا می‌شود.

۱۰۷- چه تعداد از موارد زیر در مورد واکنش روی و محلول مس (II) سولفات درست است؟ ($\text{Cu} = 63/5, \text{Zn} = 65/5: g.mol^{-1}$)

فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند.

با گذشت زمان رنگ محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود.

با جابه‌جا شدن ۵ مول الکترون، ۵ گرم به جرم مواد جامد افزوده می‌شود.

فلز مس، جایگزین اتم‌های سطح روی می‌شود.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۱۰۸- در واکنش فلز با محلول اسید، و نمک تولید می‌شود و کاهش می‌یابد.

(۱) آب - اسید (۲) هیدروژن - اسید (۳) آب - فلز (۴) هیدروژن - فلز

۱۰۹- رنگ محلول آندی کدام واکنش به درستی ذکر شده است؟

(۱) تیغه مس با محلول روی سولفات - بی‌رنگ
(۲) تیغه روی با محلول مس (II) سولفات - آبی
(۳) سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های آلومینیم و مس - نارنجی
(۴) سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های نقره و مس - آبی

۱۱۰- کدام گزینه در رابطه با SHE درست است؟

(۱) یک سلول گالوانی با emf صفر است.
(۲) نیم سلولی حاوی کاتد هیدروژن است.
(۳) پتانسیل کاهش آن از آلومینیم برخلاف نقره بیشتر است.
(۴) در آن نیم واکنش $2H^+(aq) + 2e \rightarrow H_2(g)$ رخ می‌دهد.

شیمی ۱

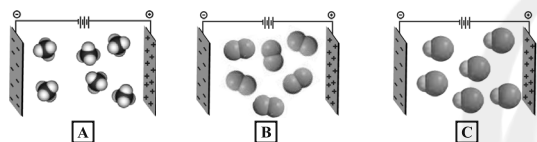
آب، آهنگ زندگی

صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۳۳

شیمی ۱

۱۱۱- با توجه به شکل مقابل که مربوط به مولکول‌های CH_4 ، HCl و F_2 است که در میدان الکتریکی

قرار گرفته‌اند، کدام عبارت(ها) درست است؟



الف) شکل‌ها به ترتیب از راست به چپ به HCl ، F_2 و CH_4 مربوط هستند.

ب) گشتاور دو قطبی دو تا از مولکول‌ها برابر با صفر نیست.

پ) نقطه جوش مولکول B کمتر از C است و راحت‌تر مایع می‌شود.

ت) در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند و جهت‌گیری Cl به سمت قطب منفی است.

(۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف

۱۱۲- همه عبارت‌های زیر صحیح‌اند، به جز...

(۱) افزایش فشار بر انحلال‌پذیری که در فشار اتاق انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد، تأثیر بیشتری می‌گذارد.

(۲) مقایسه انحلال‌پذیری گازهای اکسیژن، نیتروژن مونوکسید و کربن دی‌اکسید به صورت $CO_2 > NO > O_2$ می‌باشد.

(۳) نمودار انحلال‌پذیری گاز N_2 بر حسب فشار در آب به صورت مقابل است:

(۴) با کاهش دمای یک نمونه آب سیرشده از O_2 ، می‌توان مقدار بیشتری O_2 در آن حل کرد.

۱۱۳- کدام گزینه عبارت درستی را بیان می‌کند؟ ($O = 16$ ، $S = 32$ ، $Ca = 40$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) 2×10^{-2} مول کلسیم سولفات در دمای اتاق می‌تواند به‌طور کامل در ۳۰۰ گرم آب حل شود.

(۲) بدن هر فرد بالغ، روزانه به کاتیون سومین عضو عناصر گروه اول جدول تناوبی ۲۰ برابر کاتیون دومین عضو عناصر گروه اول نیاز دارد.

(۳) از بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عضو نخست گروه هفدهم جدول تناوبی، ترکیبی که بیش‌ترین نقطه جوش را دارد، یک الکترولیت ضعیف محسوب می‌شود.

(۴) رسانایی الکتریکی، نوعی از رسانایی است که تنها توسط فلزات ایجاد می‌شود.

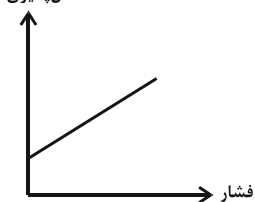
۱۱۴- چند مورد از مقایسه‌های زیر، به درستی صورت گرفته‌اند؟

(الف) انحلال‌پذیری در فشار ۱ atm: $NO < CO_2$ (ب) سهولت میعان: $Cl_2 < N_2$

(پ) چگالی: $H_2O(s) < H_2O(l)$ (ت) رسانایی الکتریکی: $MgF_2(s) < NaCl(aq)$

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

انحلال‌پذیری





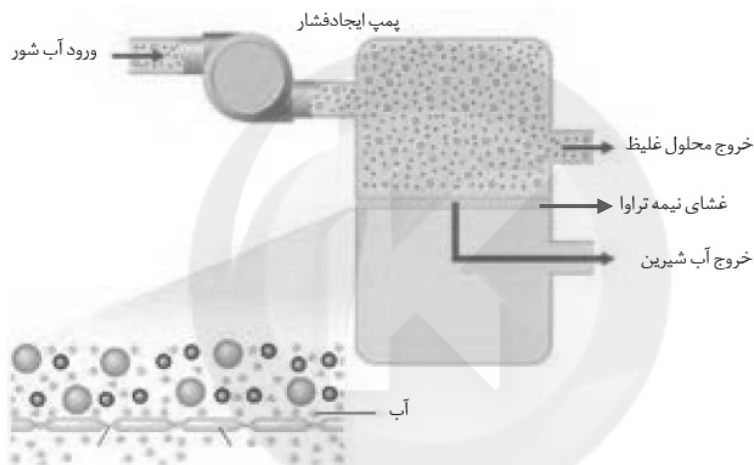
۱۱۵- با توجه به معادله انحلال پذیری $S = 0.8\theta + 72$ که مربوط به سدیم نیترات است، تعیین کنید که در دمای 60°C با 150 گرم از این نمک، چند میلی لیتر محلول سیرشده با چگالی $1/\text{g.mL}^{-1}$ می توان تهیه کرد؟ (θ بر حسب درجه سلسیوس است.) ($\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۳۳۰

۱۱۶- انحلال پذیری پتاسیم کلرید در 100g آب از رابطه $S = 0.2\theta + 26$ پیروی می کند. اگر 250 گرم محلول سیر شده پتاسیم کلرید را در دمای 60°C داشته باشیم و آن را تا دمای 15°C سرد کنیم، درصد جرمی محلول حاصل، در دمای 15°C به تقریب چند درصد خواهد بود؟

- (۱) ۲۳/۴ (۲) ۱۷/۱ (۳) ۶۰/۲ (۴) ۳۴/۲

۱۱۷- شکل زیر یکی از روش های تولید آب شیرین از آب دریا را نشان می دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) محلول بالای غشای نیمه تراوا با گذشت زمان غلیظ تر می شود.
 (۲) به کمک این روش برخلاف روش تقطیر، ترکیب های آلی فرار را می توان از آب جدا کرد.
 (۳) جهت حرکت مولکول های آب، از پایین غشای نیمه تراوا به سمت بالای آن است.
 (۴) در این روش، مانند روش صافی کربن، نمی توان میکروب های موجود در آب را جدا کرد.
 ۱۱۸- کدام گزینه درست است؟

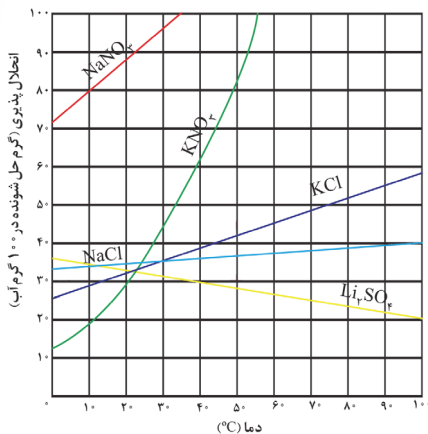
Konkur.in

- (۱) ترکیب های NO_x ، CO_x و H_2O در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.
 (۲) اتانول، سیلیسیم تتراکلرید و گوگرد تری اکسید ترکیب هایی ناقطبی هستند.
 (۳) نقطه جوش CO به دلیل قطبی بودن، از N_2 بیشتر است.
 (۴) متان همانند آمونیاک، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.

۱۱۹- با توجه به جدول زیر، در 38 گرم محلول سیر شده سدیم نیترات در دمای $5/22^\circ\text{C}$ ، چند گرم سدیم نیترات حل شده است و درصد جرمی محلول سیر شده آن در 100 گرم آب در چه دمایی برابر 50 می باشد؟ (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ

بخوانید.)

$\theta^\circ (\text{C})$	۰	۱۰	۲۰	۳۰		
$S\left(\frac{\text{gNaNO}_3}{100\text{gH}_2\text{O}}\right)$	۷۲	۸۰	۸۸	۹۶	۳۵.۳۴/۲ (۲)	۳۲/۵.۱۸ (۱)
					۳۲/۵.۳۴/۲ (۴)	۳۵.۱۸ (۳)



شیمی ۲

پوشاک، نیازی پایان ناپذیر

صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

۱۲۰- ۴۸۰ گرم محلول پتاسیم نیترات سیر شده را از دمای 40°C تا 30°C سرد می‌کنیم. به ترتیب چند گرم نمک در این دما رسوب خواهد کرد و چند گرم آب در این دما باید به محلول افزود تا دوباره به محلول سیر شده تبدیل شود؟

- (۱) ۱۰۰-۴۵
(۲) ۲۰۰-۲۵
(۳) ۱۰۰-۷۵
(۴) ۲۰۰-۵۰

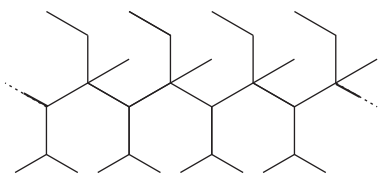
شیمی ۲

۱۲۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) جرم مولی نایلون، همانند جرم مولی سلولز بسیار زیاد است و هر دو، جزو پلیمرهای ساختگی هستند.
(۲) از آنجایی که مولکول‌های سازنده سلولز و نشاسته یکسان هستند، این دو ترکیب ایزومرنند.
(۳) در سال‌های اخیر، میزان تولید الیاف پنبه‌ای افزایش یافته است.
(۴) علی‌رغم افزایش میزان تولید الیاف پنبه‌ای در سال‌های اخیر، همچنان میزان تولید آن‌ها از الیاف پشمی کم‌تر است.
- ۱۲۲- هرگاه به گاز اتن در فشار گرما دهیم، رنگی به دست می‌آید که هیدروکربنی سیر است و تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در پلیمر تولید شده و فرمول مولکولی دقیق آن امکان‌پذیر

- (۱) پایین - گاز سفید - نشده - است
(۲) پایین - گاز سفید - شده - نیست
(۳) بالا - جامد سفید - نشده - است
(۴) بالا - جامد سفید - شده - نیست

۱۲۳- جرم مولی واحد تکرار شونده پلیمر روبه‌رو، چند گرم است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۱۲۶
(۲) ۱۱۲
(۳) ۹۸
(۴) ۸۴

۱۲۴- چند مورد از عبارات‌های زیر درست‌اند؟

- (آ) حجم یک نمونه پلی اتن سنگین از حجم یک نمونه پلی اتن سبک هم جرم خود بیش‌تر است.
(ب) هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند دوگانه داشته باشد، می‌تواند در واکنش‌های پلیمری شدن شرکت کند.
(پ) در ساختار الیاف سلولز، بین هر دو مولکول گلوکز یک اتم اکسیژن وجود دارد.
(ت) تعداد اتم‌های کربن موجود در نفتالن، برابر تعداد اتم‌های موجود در واحد سازنده پلیمر به کار رفته در سرنگ است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۵- جرم یک نمونه از پلیمر به کار رفته در ظروف یکبار مصرف ۶/۲۴ کیلوگرم است. در ساختار این پلیمر چند پیوند دوگانه

می‌تواند وجود داشته باشد؟ (N_A عدد آووگادرو است.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) $60 \cdot N_A$
(۲) $150 \cdot N_A$
(۳) $120 \cdot N_A$
(۴) $180 \cdot N_A$



- ۱۲۶- در مورد الکل‌ها و اسیدها کدام مطلب نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)
- (۱) الکل‌ها دارای گروه عاملی کربوکسیل و اسیدها دارای گروه عاملی هیدروکسیل می‌باشند.
 - (۲) مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس، گوجه سبز و ... به دلیل وجود کربوکسیلیک اسیدها در آن‌ها می‌باشد.
 - (۳) تفاوت جرم مولی الکل و کربوکسیلیک اسید دو کربنی برابر با ۱۴ گرم بر مول می‌باشد.
 - (۴) اسیدی که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن انسان می‌شود، دارای فرمول مولکولی CH_2O_7 می‌باشد.
- ۱۲۷- محور Yها کدام یک از موارد زیر باشد تا نمودار به دست آمده بر حسب شمار اتم‌های کربن (محور Xها) یک نمودار صعودی باشد؟
- (۱) انحلال پذیری الکل‌ها در آب
 - (۲) میزان قطبیت الکل‌ها
 - (۳) نسبت نیروهای وان دروالسی به هیدروژنی در کربوکسیلیک اسیدها
 - (۴) انحلال پذیری کربوکسیلیک اسیدها در آب
- ۱۲۸- چند مورد از عبارات‌های زیر نادرست‌اند؟
- (آ) یکی از گروه‌های عاملی که در ویتامین «ث» وجود دارد، عامل بوی خوش گل یاسمن است.
 - (ب) ویتامین موجود در کاهو و کلم، یک ترکیب آروماتیک است.
 - (پ) گشتاور دوقطبی ویتامین موجود در پسته و بادام، همانند گشتاور دو قطبی هیدروکربن‌ها تقریباً صفر است.
 - (ت) ویتامین موجود در شیر همانند ویتامین موجود در مرکبات، دارای گروه عاملی هیدروکسیل است.
- | | |
|---------|-------|
| (۱) صفر | (۲) ۱ |
| (۳) ۲ | (۴) ۳ |
- ۱۲۹- کدام گزینه نادرست می‌باشد؟
- (۱) در پلیمر طبیعی پشم گوسفند، گروه عاملی آمید در طول زنجیر کربنی تکرار شده است.
 - (۲) عامل آمیدی از واکنش الکل‌ها با آمین‌ها به دست می‌آید.
 - (۳) بوی ماهی، به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است.
 - (۴) پلیمرهای طبیعی توسط جانداران ذره‌بینی به گازهایی تبدیل می‌شوند که بیش تر حجم گاز شهری را می‌سازند.
- ۱۳۰- هر کدام از الکل‌های A، B و C، یک عاملی و زنجیر کربنی آن‌ها سیر شده است. کدام یک از موارد زیر در مورد آن‌ها نادرست است؟ ($C = 12, O = 16, H = 1: g.mol^{-1}$)
- الکل A: ۶۰ درصد جرم آن را کربن تشکیل می‌دهد.
 - الکل B: درصد جرمی اکسیژن در آن، برابر درصد جرمی هیدروژن است.
 - الکل C: درصد جرمی کربن در آن، ۶ برابر درصد جرمی اکسیژن است.
 - (۱) ترتیب انحلال‌پذیری آن‌ها در آب به صورت $A > B > C$ است.
 - (۲) بیش‌ترین میزان چربی دوستی در الکل C وجود دارد.
 - (۳) در الکل A، بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه دارد.
 - (۴) نیروی بین مولکولی غالب در الکل B، از نوع هیدروژنی است.



حسابان ۲

-۱ گزینه «۴»

$$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -8 \leq 4x \leq 16 \Rightarrow -6 \leq 4x + 2 \leq 18$$

$$\Rightarrow D_{f(x)} = [-6, 18]$$

$$-6 \leq \frac{x}{3} \leq 18 \Rightarrow -18 \leq x \leq 54 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{3}\right)} = [-18, 54]$$

$$\Rightarrow D_{-f\left(\frac{x}{3}\right)+1} = [-18, 54]$$

-۲ گزینه «۳»

اگر تابع g نسبت به مبدأ متقارن باشد، یعنی $g(-x) = -g(x)$. ذکر این نکته الزامی است که تقارن نسبت به مبدأ از دو تقارن نسبت به محورها به دست می آید.

$$g(x) = 3f(4x-1) + 2 \text{ و } g(-x) = 3f(-4x-1) + 2$$

$$g(-x) = -g(x) \Rightarrow 3f(-4x-1) + 2 = -(3f(4x-1) + 2)$$

$$\Rightarrow 3f(-4x-1) + 3f(4x-1) = -4$$

$$\text{اگر } -4x-1 = 3 \Rightarrow -4x = 4 \Rightarrow x = -1$$

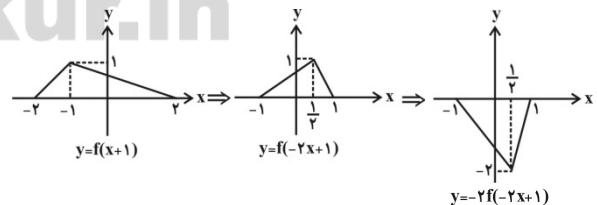
$$\Rightarrow 3f(3) + 3f(-5) = -4$$

$$\frac{f(3)=4}{\rightarrow 12 + 3f(-5) = -4 \Rightarrow f(-5) = \frac{-16}{3}}$$

$$\Rightarrow \left(-5, \frac{-16}{3}\right) \in f$$

-۳ گزینه «۳»

ابتدا نمودار $y = f(x+1)$ را رسم می کنیم، سپس به وسیله آن نمودار $y = f(-2x+1)$ و درانتها $y = -2f(-2x+1)$ را رسم خواهیم کرد.



-۴ گزینه «۴»

$$x_1 < x_2 \Rightarrow 2x_1 < 2x_2 \Rightarrow [2x_1] \leq [2x_2]$$

$$\Rightarrow x_1 + [2x_1] < x_2 + [2x_2]$$

$$\xrightarrow{\text{در دامنه } \mathbb{R}^+} \frac{1}{x_1 + [2x_1]} > \frac{1}{x_2 + [2x_2]}$$

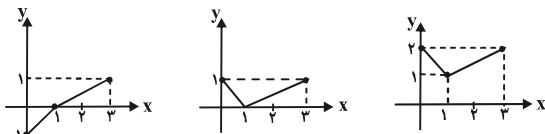
$$\Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow \text{تابع اکیداً نزولی است.}$$

-۵ گزینه «۳»

$$f(f(x)) < f(x^2+1) \xrightarrow{\text{f اکیداً صعودی}} f(x) < x^2+1$$

داریم: $f(x) \leq x$ و می دانیم به ازای هر عدد حقیقی x : $x < x^2+1$ (زیرا x^2-x+1 عبارتی درجه ۲ با $\Delta < 0$ و $a > 0$ است. پس: $x^2-x+1 > 0$); در نتیجه برای هر x : $f(x) < x^2+1$ و جواب نامعادله کل اعداد حقیقی است.

-۶ گزینه «۲»



$$y = f(x-1) \quad y = |f(x-1)| \quad y = |f(x-1)| + 1$$

-۷ گزینه «۲»

سمت راست عبارت را بر حسب $x+1$ می نویسیم، بنابراین:

$$f(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x$$

$$= (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - 1 = (x+1)^3 - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 1$$

$$\Rightarrow f(\sqrt[3]{2}) = 2 - 1 = 1$$

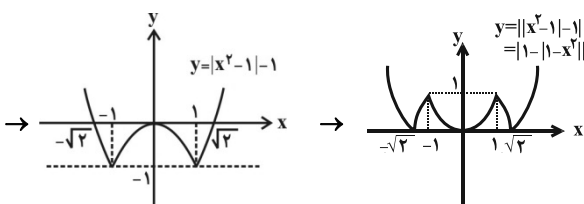
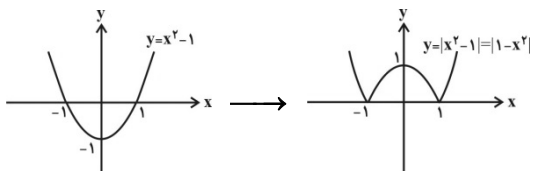
-۸ گزینه «۳»

گزینه های «۱» و «۲»: توابع داده شده نسبت به محور y ها متقارن است. پس اکیداً یکنوا نیستند.

گزینه «۴»: اگر قسمتی از نمودار f زیر محور x ها باشد، توسط قدرمطلق به بالا قرینه می شود و بنابراین تابع فوق نمی تواند لزوماً اکیداً یکنوا باشد.

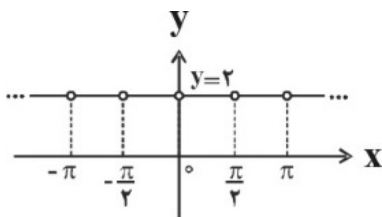
گزینه «۳»: ترکیب دو تابع اکیداً یکنوا همواره اکیداً یکنوا است.

-۹ گزینه «۴»





صورت زیر خواهد بود. دوره تناوب تابع، فاصله بین دو انفصال متوالی است و برابر $\frac{\pi}{2}$ است.



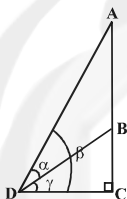
توجه کنید که مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ به خاطر عبارت \tan و مضارب زوج آن به خاطر عبارت \cot جزو دامنه تابع نیست.

گزینه «۱» - ۱۴

اگر $\hat{ADC} = \beta$ و $\hat{BDC} = \gamma$ ، آنگاه $\alpha = \beta - \gamma$. از طرفی:

$$\tan \beta = \frac{AC}{CD} = \frac{5}{1} = 5$$

$$BC = AC - AB = 2 \Rightarrow \tan \gamma = \frac{BC}{CD} = \frac{2}{1} = 2$$



از روی بسط عبارت‌های $\sin(\beta \pm \gamma)$ و $\cos(\beta \pm \gamma)$ ، که از حسابان ۱ به یاد داریم، به سادگی به دست می‌آید که:

$$\tan(\beta \pm \gamma) = \frac{\tan \beta \pm \tan \gamma}{1 \mp \tan \beta \tan \gamma}$$

بنابراین در این سؤال داریم:

$$\tan \alpha = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \tan \gamma} = \frac{5 - 2}{1 + 5 \times 2} = \frac{3}{11}$$

گزینه «۳» - ۱۵

$$\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\cos \alpha (2 \tan \alpha + 1)}{\cos \alpha (\tan \alpha + 2)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 6 \tan \alpha + 3 = 2 \tan \alpha + 4 \Rightarrow 4 \tan \alpha = 1 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{4}$$

گزینه «۴» - ۱۶

برای رسم نمودار این تابع، ابتدا $y = \frac{1}{2} \cos 2x$ را با به دست آوردن مقادیر

حداکثر، حداقل و دوره تناوب تابع رسم می‌کنیم و سپس نمودار را به اندازه $\frac{1}{2}$

روی محور y ها به بالا انتقال می‌دهیم:

$$\pi = \text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{2}, \quad \text{مقدار حداقل} = -\frac{1}{2}, \quad \text{مقدار حداکثر} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x :$$

با توجه به شکل‌های بالا، تابع در بازه $I = (-\infty, -\sqrt{2})$ اکیداً نزولی است، پس در بازه $i = (-3, -\frac{3}{2})$ که زیرمجموعه‌ای از بازه I می‌باشد نیز اکیداً نزولی است.

گزینه «۲» - ۱۰

چون نمودار تابع $y = x + f(x)$ از نقاط $(1, 0)$ و $(2, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$\begin{cases} y = x + f(x) \rightarrow 1 + f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = -1 \\ y = x + f(x) \rightarrow 2 + f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = -2 \end{cases} \quad (1)$$

فرض کنیم خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ به ترتیب $R(x) = ax + b$ و $Q(x)$ باشد. لذا می‌توان نوشت:

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$$

$$\xrightarrow{(1)} \begin{cases} f(1) = a + b = -1 \\ f(2) = 2a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow R(x) = -x$$

گزینه «۲» - ۱۱

در توابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می‌باشد، بنابراین داریم: $(a, b \neq 0)$

$$y = 3 - 5 \sin ax \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$y = 1 + \cos 3x \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$T_1 = 2T_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = 2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{|a|} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{3}{2}$$

گزینه «۴» - ۱۲

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = \sin x \cos 2x + 2 \cos^2 x \sin x = \sin x \cos 2x + (2 \cos x \sin x) \cos x$$

$$\Rightarrow y = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$$

$$\Rightarrow y = \sin 3x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه «۳» - ۱۳

شاید در مرحله اول به نظر برسد که تابع

$$f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x + 2 - \tan^2 x - \cot^2 x = 2$$

تابع متناوب است و با توجه به انفصالات توابع $\tan x$ و $\cot x$ ، نمودار آن به



$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{440/4} \Rightarrow BC = 220/2$$

$$\Rightarrow \text{(متر)} 220/2 + 1/8 + 75 = 297$$

گزینه «۱» - ۲۶

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x-y) = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x-y = \frac{\pi}{6}$$

گزینه «۱» - ۲۷

یعنی کمان‌هایی که مجموعشان γx باشد، متمم یکدیگرند. $\gamma x = \frac{\pi}{2}$

$$x + \epsilon x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x = \sin \epsilon x$$

$$\gamma x + \delta x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \gamma x = \cos \delta x$$

$$\gamma x + \epsilon x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \gamma x = \cot \epsilon x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x \sin \gamma x \tan \gamma x}{\cot \epsilon x \cos \delta x \sin \epsilon x} = 1$$

گزینه «۳» - ۲۸

همه گزینه‌ها و صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\sin 451^\circ = \sin(360^\circ + 91^\circ) = \sin 91^\circ = \cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۱»} : \cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۲»} : -\sin 269^\circ = -\sin(270^\circ - 1^\circ) = -(-\cos 1^\circ) = \cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۳»} : \sin 631^\circ = \sin(720^\circ - 89^\circ) = \sin(-89^\circ) = -\cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۴»} : \cos\left(-\frac{\pi}{180}\right) = \cos(-1^\circ) = \cos 1^\circ$$

گزینه «۴» - ۲۹

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\gamma\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha \\ \sin \beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\left(\frac{\gamma\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \beta} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha$$

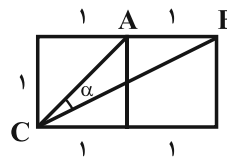
گزینه «۱» - ۲۲

ابتدا از قطاع داده شده، شعاع دایره و سپس مساحت آن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{360^\circ}{360^\circ} = 12 \Rightarrow 12 \times 5 = \text{محیط دایره} = 2\pi r$$

$$\Rightarrow r = \frac{5 \times 12}{2 \times \pi} = \frac{30}{\pi} \Rightarrow S = \pi r^2 = \frac{30}{\pi} \times \frac{30}{\pi} \times \pi = \frac{900}{\pi}$$

گزینه «۱» - ۲۳



واضح است که مساحت مثلث ABC برابر $\frac{1}{2}$ است. از طرفی داریم:

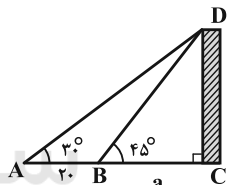
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

هم‌چنین به‌سادگی از رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آید که $BC = \sqrt{5}$ و

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \alpha \quad \text{بنابراین: } AC = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

گزینه «۱» - ۲۴



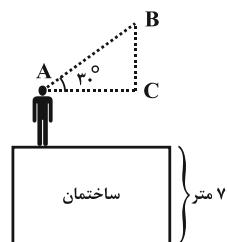
$$\Delta ADC: \tan 30^\circ = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20+a} \quad (1)$$

$$\Delta BDC: \frac{CD}{BC} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \frac{x}{a} = 1 \Rightarrow x = a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20+x} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{20+x}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow 1 + \frac{20}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = 10(\sqrt{3}+1)$$

گزینه «۳» - ۲۵





۳۰ - گزینه «۲»

$$\begin{cases} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \\ \sin(\alpha - 3\pi) = -\sin(3\pi - \alpha) = -\sin \alpha \\ \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - 2\sin(\alpha - 3\pi)}{3\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{\sin \alpha + 2\sin \alpha}{3\cos \alpha} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{3\sin \alpha}{3\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}$$

هندسه ۳

۳۱ - گزینه «۳»

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ m & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 + 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 2(m^2 + 5) - 1 = 17 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

۳۲ - گزینه «۱»

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^T - A^3) = \frac{1}{\sqrt{2}}A^T(A - I)$$

$$\Rightarrow |B| = \frac{1}{\sqrt{2}}A^T(A - I) = \frac{1}{\sqrt{2}}|A|^2|A - I|$$

$$|A| = 2, A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = 9$$

$$\Rightarrow |B| = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2^2 \times 9 = 9$$

۳۳ - گزینه «۳»

طبق قاعده ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = (x^3 + x^2 + 1) - (x^2 + x^2 + x^2) = (2x^3 - 3x^2 + 1)$$

اگر مقدار دترمینان را مساوی صفر قرار دهیم، آنگاه داریم:

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2(x-1) - (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین $x=1$ جواب مضاعف و $x=-\frac{1}{2}$ جواب ساده این معادله است.

۳۴ - گزینه «۱»

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (1 \times (-2) \times 6) |A| = (-2 \times (-3) \times 1) = 6^2$$

$$\Rightarrow (-12) |A| (6) = 216 \Rightarrow |A| = -3$$

تذکر: دترمینان ماتریس‌هایی که تمامی درایه‌های بالای قطر اصلی یا زیر قطر اصلی آن‌ها برابر صفر باشند، برابر حاصل ضرب درایه‌های واقع بر قطر اصلی است.

۳۵ - گزینه «۲»

$$|(2A^T)^{-1}| = \frac{1}{|2A^T|} = \frac{1}{2^3 |A|^2} = \frac{1}{8 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 2$$

۳۶ - گزینه «۳»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, |A| = -2 - (-1) = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = AB \Rightarrow A = (A - I)B$$

$$\Rightarrow A^{-1}A = A^{-1}(A - I)B$$

$$\Rightarrow I = (I - A^{-1})B \xrightarrow{BB^{-1}=I} B^{-1} = I - A^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

۳۷ - گزینه «۳»

با توجه به این که $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ و $|A| = 3 \times 3 - 2 \times 4 \neq 0$ پس A وارون پذیر است و طرفین معادله $AX = B - 2I$ را می‌توانیم از چپ در A^{-1} ضرب کنیم. داریم:

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}(B - 2A^{-1}I)$$

$$\xrightarrow{A^{-1}A=I} X = A^{-1}B - 2A^{-1} \quad (*)$$

اما توجه کنید که $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ پس با جای‌گذاری در (*) خواهیم داشت:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & -2 \\ -27 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 2 \\ -19 & -3 \end{bmatrix}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 7a - 9 = 1 \Rightarrow a = \frac{10}{7} \notin \mathbb{N} \\ 7a - 9 = -1 \Rightarrow a = \frac{8}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

پس هیچ مقداری برای a وجود ندارد.

۴۲ - گزینه «۴»

نکته: اگر a یک عدد صحیح باشد:

$$(a+1, a-1) = \begin{cases} 2 & ; \text{ فرد } a \\ 1 & ; \text{ زوج } a \end{cases}$$

$$(n^2 - n, n^2 + n) = 9 \Rightarrow |n|(n-1, n+1) = 9$$

پس $9 = 3 \times 3$ یا $9 = 1 \times 9$. حالت اول امکان پذیر نیست، اما در حالت دوم

داریم $|n| = 9$ ، یعنی n فرد است که با $(n-1, n+1) = 1$ تناقض دارد، پس معادله فاقد جواب است.

۴۳ - گزینه «۱»

طبق قضیه تقسیم، اگر مقسوم، مقسوم علیه و خارج قسمت را به ترتیب با a ، b و q نمایش دهیم، آنگاه $a = bq + 11$ است و در نتیجه $a > 11$ می باشد. با توجه به این که a عددی اول است، پس قطعاً a عددی فرد و $11 - a$ عددی زوج خواهد بود. بنابراین bq عددی زوج است. از طرفی $b > 11$ و b عددی اول است، در نتیجه b فرد می باشد. پس لزوماً q باید زوج باشد که تنها عدد زوج اول برابر ۲ است.

۴۴ - گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} 2n+1 \mid (2n+1)n &\Rightarrow 2n+1 \mid 2n^2+n \\ 2n+1 \mid 2n^2-3n+3 & \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2n+1 \mid 4n-3$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2n+1 \mid 4n-3 &\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2n+1 \mid 5 \Rightarrow n = -3, -1, 0, 2 \\ 2n+1 \mid 4n+2 & \end{aligned} \right.$$

فقط $n = 2$ عددی طبیعی و قابل قبول برای این مسئله است.

۴۵ - گزینه «۳»

طبق فرض داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} 787 = a \times 10 + r &\xrightarrow{+a} \frac{787}{a} = 10 + \frac{r}{a} \\ a \in \mathbb{N}, 0 \leq r < a & \end{aligned} \right.$$

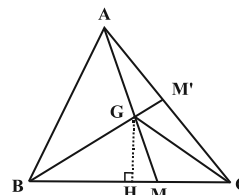
$$\xrightarrow{0 \leq \frac{r}{a} < 1} 10 \leq \frac{787}{a} < 11 \Rightarrow \begin{cases} 10a \leq 787 \Rightarrow a \leq 78.7 \\ \frac{787}{11} < a \Rightarrow a \geq 72 \end{cases}$$

بنابراین 7 مقدار طبیعی برای a وجود دارد که عبارتند از $72, 73, \dots, 78$.

۳۸ - گزینه «۴»

برای این که نقطه‌ای از 4 ضلع مستطیل به یک فاصله باشد، لازم است روی نیمساز هر 4 رأس قرار داشته باشد. اما نیمسازهای داخلی زوایای مستطیل هم‌رس نیستند، بلکه از تقاطع آن‌ها، یک مربع پدید می‌آید. بنابراین نقطه‌ای وجود ندارد که از 4 ضلع مستطیل به یک فاصله باشد.

۳۹ - گزینه «۳»



مساحت مثلث ABC ثابت است. از طرفی می‌دانیم اگر نقطه G ، نقطه هم‌رسی

$$\text{میانها در مثلث } ABC \text{ باشد، آنگاه } S_{\Delta BGC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$$

پس $S_{\Delta BGC}$ ثابت است و چون قاعده BC در این مثلث، ثابت می‌باشد، پس

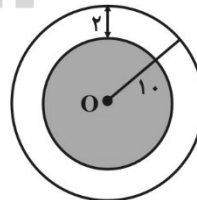
طول ارتفاع GH نیز ثابت می‌باشد. یعنی نقطه هم‌رسی میانها، همواره به فاصله ثابتی از پاره خط BC قرار دارد.

بنابراین مکان هندسی نقطه G (نقطه هم‌رسی میانها)، دو خط موازی با BC در طرفین آن می‌باشد.

۴۰ - گزینه «۱»

برای این که سکه کاملاً درون دایره قرار بگیرد، مرکز سکه باید از محیط دایره حداقل 2 واحد فاصله داشته باشد. مکان هندسی نقاطی که درون دایره حداقل به فاصله 2 واحد از محیط باشند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع 8 واحد است، بنابراین مساحت مکان هندسی مورد نظر برابر است با:

$$S \text{ رنگی} = \pi(8)^2 = 64\pi$$



ریاضیات گسسته

۴۱ - گزینه «۱»

$$(2n+a, 2n+3) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 2n+a \\ d \mid 2n+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 21n+7a \\ d \mid 21n+9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 7a-9$$

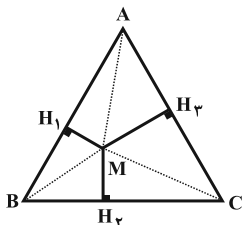
برای آن که همواره $d = 1$ باشد، باید $7a-9 = \pm 1$ باشد.



هندسه ۱ و آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۳»

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 6$$



مجموع فاصله‌های هر نقطهٔ درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است. پس در صورتی که $MH_1 + MH_2 = 3$ باشد، آنگاه

داریم:

$$\underbrace{MH_1 + MH_2}_{3} + MH_3 = 6 \Rightarrow MH_3 = 6 - 3 = 3$$

۵۲- گزینه «۳»

با نوشتن قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH داریم:

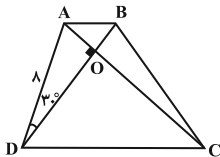
$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45 \Rightarrow BH = 3\sqrt{5}$$

پس مساحت ناحیهٔ هاشورخورده برابر است با:

$$\begin{aligned} S_{BHDC} &= S_{ABCD} - S_{\triangle ABH} \\ &= AD \times BH - \frac{AH \times BH}{2} \\ &= 9 \times 3\sqrt{5} - \frac{6 \times 3\sqrt{5}}{2} \\ &= 27\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = 18\sqrt{5} \end{aligned}$$



۵۳- گزینه «۴»

در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° ، نصف وتر است. داریم:

$$\begin{cases} AD = 8 \\ \angle ADO = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow AO = 4, DO = 4\sqrt{3} \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 8\sqrt{3}$$

دو مثلث ADC و BDC دارای ارتفاع و قاعدهٔ یکسان هستند، بنابراین

$$S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC} \Rightarrow S_{\triangle ADC} - S_{\triangle OCD} = S_{\triangle BDC} - S_{\triangle OCD}$$

داریم:

$$\Rightarrow S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 8\sqrt{3}$$

۴۶- گزینه «۲»

$$\begin{cases} 3a \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 15a \equiv 35 \pmod{11} \\ \Rightarrow 6b \equiv 35 \pmod{11} \Rightarrow 6b \equiv 24 \pmod{11} \Rightarrow b \equiv 4 \pmod{11} \\ \Delta a \equiv 2b \pmod{11} \Rightarrow 15a \equiv 6b \pmod{11} \end{cases}$$

۴۷- گزینه «۲»

$$31 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow \begin{cases} 31^5 \equiv (-2)^5 \equiv 1 \pmod{11} \\ 31^4 \equiv (-2)^4 \equiv 5 \pmod{11} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} 31^9 \equiv 5 \pmod{11} \quad (1)$$

$$9 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow 9^5 \equiv (-2)^5 \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow (9^5)^6 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب در ۹}} 9^{31} \equiv 9 \pmod{11} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 9^{31} + 31^9 + a \equiv 9 + 5 + a \equiv 3 + a \equiv 0 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a_{\min} = 8$$

۴۸- گزینه «۳»

از آنجا که باقی‌ماندهٔ x بر ۹ موردنظر است، طرفین معادله را در ۹ بیمانهٔ ۹ با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} 23x + 45y^2 \equiv 23x + 9 \times 5y^2 \equiv 5x + 0 \equiv 5x \pmod{9} \\ 1000 \equiv 1000 - 999 \equiv 1 \pmod{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow 5x \equiv 1 + 9 \equiv 10 \equiv 5 \times 2 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{9}$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم x بر ۹ برابر ۲ است.

۴۹- گزینه «۲»

$$(2m^2 + 1, 2m - 4) = d$$

$$d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 2m^2 - 4m \Rightarrow d \mid 4m + 1$$

$$d \mid 2m - 4 \Rightarrow d \mid 4m - 8 \Rightarrow d \mid 9$$

بنابراین برای آن که معادله همواره دارای جواب باشد، n باید مضرب ۹ باشد.

۵۰- گزینه «۴»

$$13a79 \equiv 1 + 3 + a + 7 + 9 \equiv a + 20 \equiv a + 2 \pmod{11}$$

$$13a79 \equiv 9 - 7 + a - 3 + 1 \equiv a \pmod{11}$$

با توجه به این که a یک رقم است و در نتیجه $0 \leq a \leq 9$ ، پس به ازای هیچمقدار a ، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $13a79$ بر دو عدد ۹ و ۱۱، یکسان نخواهد

بود.



۵۴ - گزینه «۴»

تعداد اعضای پیشامد A که در آن هر دو عدد انتخابی فرد باشند، برابر است

با:

$$n(A) = \binom{5}{2} = 10$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر $P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ است.

۵۷ - گزینه «۱»

تعداد حالاتی که دقیقاً دو بار عدد سه خارج شده باشد، برابر است با:

$$n(S) = \binom{3}{2} \times \underset{۳,۶,۹,۱۰}{4} = 3 \times 4 = 12$$

حالات مطلوب عبارت‌اند از $(۹, ۳, ۳)$ ، $(۳, ۹, ۳)$ و $(۳, ۳, ۹)$ ، یعنی $n(A) = 3$ است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

۵۸ - گزینه «۲»

برای انتخاب ۳ مهره از جعبه A دو حالت داریم:

الف) هر سه مهره قرمز باشند.

ب) ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

احتمال آن که دو مهره خارج شده از جعبه B قرمز باشند به تفکیک حالت‌های

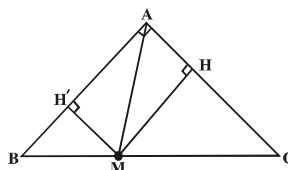
«الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{الف)} \frac{\binom{3}{3}}{\binom{4}{3}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} = \frac{6}{40}$$

$$\text{ب)} \frac{\binom{3}{2} \times \binom{1}{1}}{\binom{4}{3}} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3 \times 1}{4} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{40}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{6}{40} + \frac{9}{40} = \frac{6+9}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

مطابق شکل زیر، فرض می‌کنیم $MH > MH'$ باشد. در نتیجه داریم:

$$MH - MH' = 2 \quad (1)$$

از طرفی اگر از نقطه‌ای روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین، دو خط به موازات دو

ساق رسم کنیم تا آن‌ها را قطع کند، آنگاه مجموع طول پاره‌خط‌های ایجاد شده

برابر طول ساق مثلث است، پس:

$$MH + MH' = 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} MH = 3, MH' = 1$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHM داریم:

$$\begin{cases} AM^2 = AH^2 + MH^2 \\ AH = MH' = 1 \end{cases} \Rightarrow AM^2 = 1^2 + 3^2 = 10$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{10}$$

۵۵ - گزینه «۲»

بنابر فرض $S = \frac{b+i}{2}$ است. با استفاده از دستور بیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b+i}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b}{2} + \frac{i}{2} \Rightarrow \frac{i}{2} = 1 \Rightarrow i = 2$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b}{2} + 1 \xrightarrow{b=3} S_{\min} = \frac{3}{2} + 1 = 2/5$$

۵۶ - گزینه «۳»

$$D = \{3, 6, 9, \dots, 27\}$$

بنج عضو از D فرد و چهار عضو دیگر آن زوج هستند. می‌دانیم مجموع دو عدد

زمانی زوج است که هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند، بنابراین فضای

نمونه‌ای کاهش یافته شامل حالت‌هایی است که هر دو عدد زوج و یا هر دو عدد

فرد هستند.

$$n(S) = \binom{4}{2} + \binom{5}{2} = 6 + 10 = 16$$



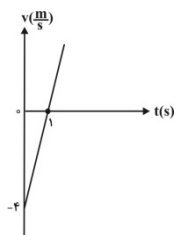
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow \Delta^2 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (1 - (-1/25))$$

$$\Rightarrow 25 - v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0^2 = 16 \Rightarrow |v_0| = 4 \frac{m}{s}$$

۶۳- گزینه «۴»

برای تشخیص نوع حرکت، نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از معادله

مکان- زمان، رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t - 8 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s}, x_0 = -8m$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 1s$$

با توجه به نمودار سرعت- زمان، هر جا که سرعت منفی است ($0 < t < 1s$).

حرکت در خلاف جهت محور X هاست و هر جا که سرعت مثبت

است ($t > 1s$)، حرکت در جهت محور X هاست. هم‌چنین با گذشت زمان هر جا

که اندازه سرعت کم می‌شود ($0 < t < 1s$) حرکت کندشونده است و هر جا که

اندازه سرعت زیاد می‌شود ($t > 1s$) حرکت تندشونده است. به این ترتیب گزینه

(۴) درست است.

۶۴- گزینه «۴»

با توجه به نمودار داده شده، حرکت متحرک با شتاب ثابت است. رابطه مستقل

از شتاب را در دو ثانیه اول حرکت می‌نویسیم تا سرعت اولیه را به دست آوریم.

سپس از رابطه $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم تا شتاب را محاسبه کنیم و معادله

سرعت را بنویسیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 14 - 8 = \frac{0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + 6 \Rightarrow a = -3 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله سرعت- زمان متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 6$$

۵۹- گزینه «۱»

با استفاده از قاعدهٔ بیز داریم:

$$P(\text{ظرف اول سفید بودن} | \text{ظرف اول سفید بودن}) = \frac{P(\text{ظرف اول سفید بودن}) \times P(\text{ظرف اول سفید بودن})}{P(\text{ظرف اول سفید بودن})}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

۶۰- گزینه «۱»

$$\begin{cases} \text{عینکی} \rightarrow 0/50 \\ \text{عینکی} \rightarrow 0/40 \end{cases}$$

اگر پیشامد عینکی بودن را با A و پیشامدهای زن و مرد بودن را به ترتیب

با B_1 و B_2 نشان دهیم، آنگاه:

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2)P(A | B_2)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow P(B_2 | A) = \frac{0/75 \times 0/50}{0/75 \times 0/50 + 0/25 \times 0/40} = \frac{15}{19}$$

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۴»

چون فاصله طی شده توسط دو متحرک یکسان است، می‌توان به راحتی زمان

حرکت هر یک را تعیین کرد.

$$l_1 = l_2 \Rightarrow s_1 \Delta t_1 = s_2 \Delta t_2 \Rightarrow \begin{cases} 16 \Delta t_1 = 12 \Delta t_2 \\ \Delta t_1 = \Delta t_2 - 50 \end{cases}$$

$$\Delta t_2 = 200s \text{ و } \Delta t_1 = 150s$$

$$l_1 = s_1 \Delta t_1 = 16 \times 150 = 2400m$$

۶۲- گزینه «۲»

با دو بار استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در

مسیری مستقیم، داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 9^2 - \Delta^2 = 2a(15 - 1)$$

$$\Rightarrow 81 - 25 = 28a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$



گزینه «۳» - ۶۵

محل رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان در نظر می‌گیریم و معادله حرکت هر گلوله را می‌نویسیم. دقت کنید گلوله دوم را ۲/۵s بعد از گلوله اول رها می‌کنیم.

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + y_{01} \xrightarrow{t_1=t} y_1 = -\Delta t^2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + y_{02} \xrightarrow{t_2=(t-2/5)s} y_2 = -\Delta(t-2/5)^2$$

چون گلوله اول همواره جلوتر از گلوله دوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = \Delta t^2 - \Delta(t-2/5)^2$$

$$\Delta y = 68/75m \rightarrow 68/75 = 2\Delta t - 31/25 \Rightarrow 2\Delta t = 100 \Rightarrow t = 4s$$

گزینه «۳» - ۶۶

با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \begin{cases} F = 1/2m \\ F = 0/8(m+5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1/2m = 0/8(m+5)$$

$$\Rightarrow 0/4m = 4 \Rightarrow m = 10kg$$

گزینه «۳» - ۶۷

در گزینه «۱» نیروی کشش طناب برابر ۱۰N می‌باشد.

در گزینه «۲» زمانی که نیروی خالص وارد بر جسمی برابر با صفر است، آن جسم میل دارد وضعیت حرکت خود را حفظ کند که به این خاصیت لختی می‌گویند.

در گزینه «۴»، چون نیروهای کنش و واکنش به دو جسم وارد می‌شود، قابل برابری نیستند.

در گزینه «۳»، بنابر قانون سوم نیوتون نیروهایی که هواپیما و پرنده بر هم وارد می‌کنند، کنش و واکنش یکدیگر هستند و بنابراین بزرگی یکسانی دارند.

گزینه «۳» - ۶۸

در هر حالت با توجه به قانون دوم نیوتون، افزایش طول فنر نسبت به طول اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\sum F_1 = ma_1 \Rightarrow k\Delta l_1 - mg = ma$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m(g+a)}{k} \quad (1)$$

$$\sum F_2 = m'a_2 \Rightarrow m'g - k\Delta l_2 = m'a$$

$$\Rightarrow \Delta l_2 = \frac{m'(g-a)}{k} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{m'(g-a)}{m(g+a)}$$

$$\frac{\Delta l_2 = 2}{\Delta l_1} \rightarrow 2 = \frac{\lambda m'}{12m} \Rightarrow \frac{m'}{m} = 3$$

$$a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گزینه «۲» - ۶۹

با استفاده از رابطه تکانه و انرژی جنبشی، داریم:

$$p = mv, K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \xrightarrow{p_2=1/p_1} \frac{K_2}{200} = (1/1)^2 \Rightarrow K_2 = 242J$$

حال بنا به رابطه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = 242 - 200 = 42J$$

گزینه «۴» - ۷۰

با توجه به رابطه‌های $p = mv$ و $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m}$$

$$\Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow m = \frac{p^2}{2K}$$

با نوشتن رابطه مقایسه‌ای به دست آمده خواهیم داشت:

$$\frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \times \left(\frac{K_B}{K_A}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 2^2 \times 2 = 8$$

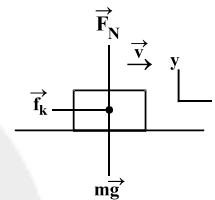


۷۱ - گزینه «۴»

چون جسم ساکن است، بنابراین مقصود سؤال ضریب اصطکاک ایستایی است و گزینه‌های «۱» و «۲» نمی‌توانند جواب سؤال باشند. از طرف دیگر چون جسم با نیروی $F = 20 \text{ N}$ ساکن مانده است، اندازه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بزرگ‌تر و یا مساوی با 20 N است و داریم:

$$f_{s,\max} \geq 20 \Rightarrow mg\mu_s \geq 20 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{20}{10 \times 10} \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$

۷۲ - گزینه «۲»



تنها نیرویی که در راستای حرکت بر جسم وارد می‌شود، نیروی اصطکاک است و می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -mg\mu_k = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$\Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - زمان داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 10 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

۷۳ - گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی، شتاب اتومبیل را به دست می‌آوریم:

$$v_2 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta x = 500 \text{ m}$$

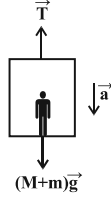
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 25^2 - 5^2 = 2 \times a \times 500 \Rightarrow a = 0.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل را به دست می‌آوریم: ($m = 1000 \text{ kg}$)

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 1000 \times 0.6 = 600 \text{ N}$$

۷۴ - گزینه «۱»

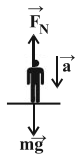
ابتدا قانون دوم نیوتون را برای مجموعه شخص و آسانسور به کار می‌بریم و شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.



$$T - (M + m)g = (M + m)a$$

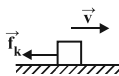
$$\Rightarrow 7740 - (800 + 60) \times 10 = (800 + 60)a \Rightarrow a = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای شخص به کار می‌بریم و نیرویی که از طرف کف آسانسور بر آن وارد می‌شود را به دست می‌آوریم.



$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 60 \times 10 = 60 \times (-1) \Rightarrow F_N = 540 \text{ N}$$

۷۵ - گزینه «۴»



پس از پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی اصطکاک بر جسم اثر می‌کند و به آن شتاب می‌دهد. با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -mg\mu_k = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

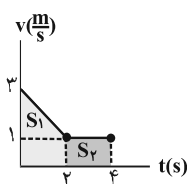
برای محاسبه جابه‌جایی جسم در دو ثانیه آخر حرکتش می‌توان نوشت:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{v=0} \Delta x = -\frac{1}{2} \times (-2) \times 2^2 + 0$$

$$t = 2 \text{ s}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m}$$

۷۶ - گزینه «۳»

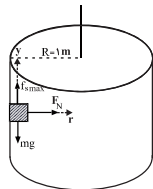


ابتدا با استفاده از رابطه $p = mv$ ، نمودار سرعت- زمان جسم را رسم می‌کنیم:



نیروی اصطکاک نباشد، در حالت حدی می توان نوشت:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow f_{s,max} = mg \Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s}$$



از طرف دیگر نیروی عمودی که جداره استوانه بر لباس‌ها وارد می‌کند باید

نیروی مرکزگرای لازم جهت حرکت دایره‌ای آن‌ها را تأمین کند، بنابراین

می‌توان نوشت:

$$(F_{net})_x = m \frac{v^2}{r} \quad \frac{v = \frac{\gamma \pi r}{T}}{(F_{net})_x = F_N} \rightarrow F_N = mr \left(\frac{\gamma \pi}{T} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\mu_s} = mr \left(\frac{\gamma \pi}{T} \right)^2 \Rightarrow T = \gamma \pi \sqrt{\frac{r \mu_s}{g}} = \gamma \times \gamma \times \sqrt{\frac{1 \times 0 / 4}{10}} = 1 / \gamma s$$

۸۰- گزینه «۴»

می‌دانیم شتاب گرانش در سطح سیاره‌ای به جرم M و شعاع R از

رابطه $g = G \frac{M}{R^2}$ به دست می‌آید، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{g_s}{g_e} = \frac{G \frac{M_s}{R_s^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \xrightarrow{M_s = \frac{1}{2} M_e} \frac{g_s}{g_e} = \frac{\frac{1}{2} M_e}{(2R_e)^2} \times \frac{R_e^2}{M_e} = \frac{1}{8}$$

فیزیک ۱

۸۱- گزینه «۲»

می‌دانیم در فرایند هم‌حجم کاری بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود،

بنابراین $W = 0$ است. از طرف دیگر، با توجه به رابطه گرمای مبادله شده بین

گاز و محیط در فرایند هم‌حجم، داریم:

$$Q = n C_V \Delta T = 1 \times \frac{3}{2} \times 8 \times (450 - 300)$$

$$\Rightarrow Q = 1800 \text{ J}$$

$$v_o = \frac{p_o}{m} = \frac{6}{2} = 3 \frac{m}{s}$$

$$v_\gamma = \frac{p_\gamma}{m} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s}$$

از طرف دیگر مساحت سطح محصور در زیر نمودار $v-t$ با محور زمان برابر

با جابه‌جایی متحرک می‌باشد و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = S_1 + S_\gamma = \frac{3+1}{2} \times 2 + 2 \times 1 = 6 \text{ m}$$

در نهایت با استفاده از تعریف سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{m}{s}$$

۷۷- گزینه «۳»

با توجه به رابطه $p = mv$ می‌توان نوشت:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \xrightarrow{\substack{m_1 = 1000 \text{ kg} \\ m_2 = 5000 \text{ kg}}} 1000 v_1 = 5000 v_2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{5}$$

حال با استفاده از رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{5000}{1000} \right) \times \left(\frac{1}{5} \right)^2 = \frac{1}{5}$$

۷۸- گزینه «۴»

کمینه تندی ذره در حالتی است که در مدت زمان یاد شده، کم‌ترین مسافت را

از A تا B طی کند، بنابراین باید در خلاف جهت عقربه‌های ساعت از A

به B رسیده باشد، در این حالت در مدت $2s$ ، ذره $\frac{1}{3}$ محیط دایره را طی

می‌کند، در نتیجه دوره حرکت آن برابر است با:

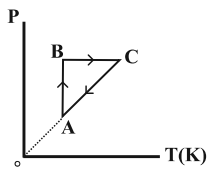
$$T = 2 \times 3 = 6 \text{ s}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$T = \frac{\gamma \pi r}{v} \Rightarrow 6 = \frac{2 \times 3 \times 0 / 4}{v} \Rightarrow v = 0 / 4 \frac{m}{s}$$

۷۹- گزینه «۳»

شرط آن که لباس‌ها به پایین نریزند، آن است که نیروی وزن آن‌ها بیش از



نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آنگاه نمودار $P-T$ ساعتگرد است و برعکس.

۸۶- گزینه «۲»

چون جهت چرخه، ساعتگرد است، کل کار مبادله شده بین دستگاه و محیط، منفی و گرمای مبادله شده، مثبت می‌باشد. چون در فرایند بی‌درروی CA ، گرما مبادله نمی‌شود، پس $Q_{ABC} > 0$ می‌باشد.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W_{\text{چرخه}} + Q_{\text{چرخه}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} + Q_{ABC} + Q_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow -P_{AB}\Delta V_{AB} + 0 + W_{CA} + 290 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow -3/7 \times 10^5 \times (4-2) \times 10^{-3} + W_{CA} + 290 = 0$$

$$\Rightarrow W_{CA} = 450 \text{ J}$$

۸۷- گزینه «۲»

طی یک فرایند هم‌حجم چون حجم گاز ثابت است، بنابراین کاری انجام نمی‌شود و در نتیجه طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی با گرمای مبادله شده توسط گاز برابر است. از طرفی می‌دانیم برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است به طوری که با افزایش دما، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. داریم:

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{273+77}{273+(-23)} = \frac{350}{250} \Rightarrow U_1 = \frac{5}{7} U_2$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[Q=200 \text{ J}]{W_{\text{هم‌حجم}}=0} U_2 - U_1 = 200$$

$$\xrightarrow{U_1 = \frac{5}{7} U_2} U_2 \left(1 - \frac{5}{7}\right) = 200 \Rightarrow U_2 = 700 \text{ J}$$

۸۲- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک ماشین گرمایی و تعریف بازده یک ماشین گرمایی، داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \eta$$

$$\frac{|Q_{L1}|}{Q_{H1}} = \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} \xrightarrow{Q_{H1} = Q_{H2}} \frac{|Q_{L1}|}{|Q_{L2}|} = \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2}$$

$$\frac{|Q_{L1}| = \frac{4}{5} |Q_{L2}|}{\eta_1 = 0/6} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1 - 0/6}{1 - \eta_2} \Rightarrow \eta_2 = 0/5 = 50\%$$

۸۳- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، فرایند AB فرایندی هم‌حجم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_{AB} = nC_V \Delta T_{AB} = 0/5 \times \frac{3}{2} \times 8 \times (200 - 100) = 600 \text{ J}$$

فرایند BC ، فرایندی هم‌فشار است، بنابراین داریم:

$$Q_{BC} = nC_P \Delta T_{BC} = 0/5 \times \frac{5}{2} \times 8 \times (500 - 200) = 3000 \text{ J}$$

$$Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = 3600 \text{ J}$$

۸۴- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف ضریب عملکرد یک کولر گازی (یخچال) می‌توان نوشت:

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{P \cdot t} \Rightarrow t = \frac{Q_L}{P \cdot K}$$

$$\Rightarrow t = \frac{3/6 \times 10^6}{800 \times 5} = 900 \text{ s} = 15 \text{ min}$$

۸۵- گزینه «۲»

فرایند AB یک فرایند هم‌دما می‌باشد که حجم آن کم شده، بنابراین طبق

رابطه $PV = nRT$ ، هنگامی که حجم کم می‌شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است که طی آن دما و حجم افزایش یافته

است. فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است که طی آن دما کم شده است،

بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ فشار آن نیز کاهش می‌یابد.



- ۸۸ - گزینه «۳»

با توجه به این که در چرخه و در فرایند هم‌دما برای یک گاز کامل تغییرات انرژی درونی صفر است، داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \text{گزینه «۲» غلط است.}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} + (W_{CA} + Q_{CA}) = 0$$

در فرایند هم‌حجم CA کار صفر است.

$$W_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} + Q_{CA} = 0 \Rightarrow \text{گزینه «۳» صحیح است.}$$

$$\Rightarrow Q_{BC} + W_{BC} + Q_{CA} = 0 \Rightarrow \frac{W_{BC} > 0}{Q_{CA} > 0} \Rightarrow |Q_{BC}| > Q_{CA}$$

بررسی گزینه «۱»:

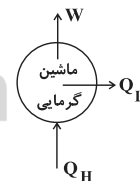
اندازه گرمایی که گاز در مرحله BC از دست می‌دهد بیشتر از گرمایی است که در مرحله CA می‌گیرد. یعنی گزینه «۱» غلط است.

بررسی گزینه «۴»:

چون مساحت زیر نمودار P-V برابر با قدرمطلق کار انجام شده است، در مرحله AB مساحت زیر نمودار بیشتر از مرحله BC است. یعنی گزینه «۴» غلط است.

- ۸۹ - گزینه «۴»

مطابق قانون اول ترمودینامیک برای چرخه ماشین‌های گرمایی آرمانی داریم:



$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_H + Q_L + W = 0 \Rightarrow Q_H = |Q_L| + |W|$$

از طرفی رابطه بازده ماشین گرمایی به صورت $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ می‌باشد. بنابراین

ابتدا از رابطه بازده ماشین گرمایی مقدار W را محاسبه می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{|W|}{270} \Rightarrow |W| = 0.4 \times 270 = 108 \text{ kJ}$$

$$Q_H = |Q_L| + |W| \Rightarrow |Q_L| = Q_H - |W| = 270 - 108 = 162 \text{ kJ}$$

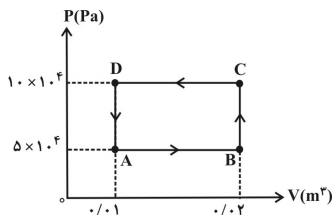
$$\text{گرمای تلف شده در هر ثانیه} = 162 + 60 = 222 \text{ kJ}$$

- ۹۰ - گزینه «۲»

ابتدا کار انجام شده بر روی یخچال را که برابر با مساحت داخل چرخه است، حساب می‌کنیم.

$$W_{\text{چرخه}} = \text{مساحت مستطیل} = (0.02 - 0.01) \times (10 \times 10^4 - 5 \times 10^4)$$

$$\Rightarrow W = 500 \text{ J}$$



با توجه به فرایندهای این چرخه، در فرایندهایی که دمای گاز افزایش می‌یابد (فرایندهای AB و BC)، گاز گرمای Q_L را از محیط سرد داخل یخچال

$$Q_{AB} = \frac{5}{\gamma} P_{AB} (V_B - V_A) \quad \text{می‌گیرد. بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = \frac{5}{\gamma} \times 5 \times 10^4 \times (0.02 - 0.01) = 1250 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} V_{BC} (P_C - P_B)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times 0.02 \times (10 \times 10^4 - 5 \times 10^4) = 1500 \text{ J}$$

$$Q_L = Q_{AB} + Q_{BC} = 1250 + 1500 \Rightarrow Q_L = 2750 \text{ J}$$

در نهایت ضریب عملکرد یخچال را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{2750}{500} \Rightarrow K = 5.5$$

فیزیک ۲

- ۹۱ - گزینه «۴»

تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه به دلیل تغییر زاویه عمود بر سطح حلقه با راستای خط‌های میدان مغناطیسی است. بنابراین داریم:

$$\Phi = AB \cos \theta$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = 0^\circ \Rightarrow \Phi_1 = 4 \times 0.5 \times \cos 0^\circ = 2 \text{ Wb} \\ \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow \Phi_2 = 4 \times 0.5 \times \cos 180^\circ = -2 \text{ Wb} \end{array} \right.$$

$$|\mathcal{E}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\mathcal{E}| = 1 \times \frac{-2 - 2}{0.2} \Rightarrow |\mathcal{E}| = 20 \text{ V}$$



۹۲ - گزینه «۱»

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، هنگامی که تغییر شار عبوری از یک حلقه به مقاومت R برابر با $\Delta\Phi$ باشد، مقدار بار شارش شده در حلقه از رابطه زیر به دست می آید:

$$|\bar{\epsilon}| = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \bar{I}R \Rightarrow N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} R$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{N |\Delta\Phi|}{R}$$

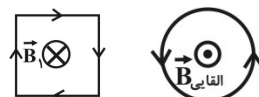
همان طور که مشاهده می شود، رابطه فوق به زمان بستگی ندارد و چون تغییرات شار در هر دو حالت یکسان است، بنابراین بار الکتریکی شارش شده در حلقه در هر دو حالت یکسان است.

۹۳ - گزینه «۱»

طبق رابطه $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$ ، ضریب القاوری سیملوله تغییر نمی کند زیرا به جریان الکتریکی بستگی ندارد. اما طبق رابطه $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ ، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله دو برابر و طبق رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ ، انرژی ذخیره شده در آن ۴ برابر می شود.

۹۴ - گزینه «۲»

جهت جریان در قاب مربعی ساعتگرد و بنابراین جهت میدان مغناطیسی ناشی از آن در درون حلقه، درون سو می باشد. با توجه به این که جریان در آن در حال افزایش است، لذا میدان درون آن در حال افزایش است. از طرفی میدان مغناطیسی عبوری از حلقه داخلی با افزایش اندازه میدان حلقه مربعی در حال افزایش است که منجر به افزایش شار عبوری می شود.



طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید طوری باشد که با افزایش این شار مخالفت کند، بنابراین جریان پادساعتگردی در حلقه دایره ای ایجاد می شود که میدان آن با افزایش میدان حلقه مربعی مخالفت می کند.

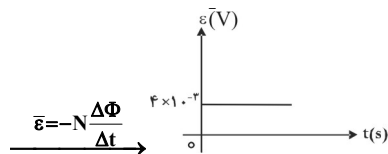
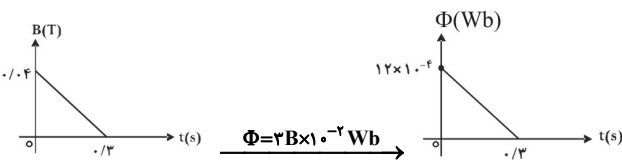
۹۵ - گزینه «۲»

با توجه به اینکه حلقه بر خطهای میدان مغناطیسی عمود است، خواهیم داشت:

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow[\theta=0]{A=\pi r^2} \Phi = (B)(\pi r^2) \xrightarrow[r=1 \times 10^{-2} \text{ m}]{\pi=3} \Phi = (B)(3)(10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow \Phi = 3B \times 10^{-2} \text{ (Wb)}$$

$$\Phi = (B)(3)(10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow \Phi = 3B \times 10^{-2} \text{ (Wb)}$$

حال اگر نمودار شار مغناطیسی نسبت به زمان را با توجه به نمودار میدان مغناطیسی نسبت به زمان رسم کنیم، داریم:



به راحتی می توان دریافت که نیروی محرکه القایی متوسط مقداری ثابت است، لذا جریان القایی متوسط نیز مقداری ثابت بوده و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\epsilon}}{R} \xrightarrow[\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}]{N=1} \bar{I} = \frac{-1 \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)}{R} \xrightarrow[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -4 \times 10^{-2} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}]{R=5 \Omega} \bar{I} = \frac{4 \times 10^{-2}}{5} \Rightarrow \bar{I} = 0.8 \times 10^{-2} \text{ A} \Rightarrow \bar{I} = 0.8 \text{ mA}$$

$$\bar{I} = \frac{4 \times 10^{-2}}{5} \Rightarrow \bar{I} = 0.8 \times 10^{-2} \text{ A} \Rightarrow \bar{I} = 0.8 \text{ mA}$$

۹۶ - گزینه «۲»

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی متوسط از رابطه $\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به دست می آید، بنابراین شیب تابع شار نسبت به

زمان برابر با نیروی محرکه است. در بازه زمانی ۰ تا ۱s، شار مغناطیسی با شیب ثابت افزایش می یابد، بنابراین نیروی محرکه القایی مولد منفی و اندازه آن

برابر با $|\bar{\epsilon}| = \frac{10^{-3}}{10} = 10^{-4} \text{ V}$ است. در بازه زمانی ۱s تا ۳s تغییر شار

نداریم و بنابراین نیروی محرکه القایی نیز نخواهیم داشت. در بازه زمانی ۳s تا ۴s، شار مغناطیسی با شیب ثابت کاهش می یابد، بنابراین نیروی محرکه

القایی مثبت و اندازه آن برابر با $|\bar{\epsilon}| = \frac{10^{-3}}{10} = 10^{-4} \text{ V}$ است، بنابراین گزینه

«۲» پاسخ صحیح است.



۹۷- گزینه «۴»

شیمی ۳

با استفاده از قانون لنز و با توجه به این نکته که میله به طرف راست حرکت می کند، بنابراین شار عبوری از مدار کاهش یافته و باید جریان القایی با اثرات مغناطیسی خود با کاهش شار مخالفت کند. می توان گفت با توجه به جهت حرکت سیم رسانا و با توجه به جهت میدان مغناطیسی، اگر چهار انگشت دست راست در جهت سرعت و کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد، انگشت شست جهت جریان القایی را نشان می دهد که از D به C است.

برای محاسبه بزرگی نیروی محرکه القایی، می توان نوشت:

$$|\varepsilon| = Blv \Rightarrow \varepsilon = 0/16 \times 0/25 \times 5 \Rightarrow \varepsilon = 0/2V$$

۹۸- گزینه «۱»

برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچهای آن ناچیز است، می توان نوشت:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{5}{220} = \frac{22}{N_1} \Rightarrow N_1 = 968 \text{ دور}$$

۹۹- گزینه «۴»

$$B = 0/6T, \quad A = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

ابتدا زمان یک دور چرخش پیچه را حساب می کنیم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 150 = \frac{3}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

حال معادله شار مغناطیسی گذرنده از پیچه را به دست می آوریم.

$$\begin{aligned} \Phi &= AB \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \\ \Rightarrow \Phi &= 10^{-2} \times 0/6 \cos\left(\frac{2\pi}{1/50}t\right) \\ \Rightarrow \Phi &= 6 \times 10^{-3} \cos(100\pi t) \end{aligned}$$

۱۰۰- گزینه «۴»

طبق رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ ، با توجه به ثابت بودن A و B ، تغییرات شار عبوری از پیچه بر اثر تغییرات $\cos \theta$ است.

$$\frac{\Delta T}{4} = 15 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

با توجه به نمودار خواهیم داشت:

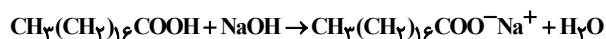
$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{10}{\pi} \Rightarrow I_m = 0/1A = 100 \text{ mA}$$

از طرفی داریم:

۱۰۱- گزینه «۱»

می دانیم صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب است. پس سدیم هیدروکسید ترکیب مناسب انتخاب شده است.

معادله واکنش انجام شده را می نویسیم و جرم سدیم هیدروکسید مورد نیاز را محاسبه می کنیم:



$$90.8 / 18 \text{ g چربی} \times \frac{1 \text{ mol چربی}}{284 \text{ g چربی}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol چربی}}$$

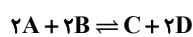
$$\times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 128 \text{ g NaOH}$$

۱۰۲- گزینه «۳»

درجه یونش (نه درصد یونش) یک اسید همیشه بین ۰ و ۱ است.

۱۰۳- گزینه «۴»

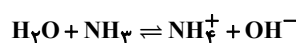
وقتی به ازای تولید هر مول D ، نیم مول C تولید می شود، یعنی ضریب C نصف D است. از طرفی با توجه به واحد ثابت تعادل مجموع مول واکنش دهنده ها یک واحد از فرآورده ها بیشتر است. پس داریم:



$$K = \frac{[D]^2[C]}{[A]^2[B]^2} \xrightarrow{[D]=2, [C]=2} k = \frac{2^2 \times 2}{4^2} = 0/75 \text{ L.mol}^{-1}$$

۱۰۴- گزینه «۳»

واکنش تعادلی آمونیاک به شکل زیر است:



قبل از تعادل	M	.	.
تغییر	$-M\alpha$	$+M\alpha$	$+M\alpha$
بعد از تعادل	$M - M\alpha$	$M\alpha$	$M\alpha$



۱۰۸- گزینه «۲»

در واکنش فلز با محلول اسید فلز اکسید می‌شود و اسید کاهش می‌یابد. در این واکنش‌ها، هیدروژن و نمک تولید می‌شود.

۱۰۹- گزینه «۴»

گزینه «۱»: این دو با هم واکنش نمی‌دهند.

گزینه «۲»: آند روی است، بنابراین محلول آندی بی‌رنگ است.

گزینه «۳»: آند آلومینیم است، بنابراین محلول آندی بی‌رنگ است.

۱۱۰- گزینه «۳»

آلومینیم برخلاف نقره پتانسیل کاهش کوچکی از صفر (مربوط به SHE) دارد.

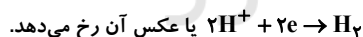
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نیم سلول است نه سلول؛ (SHE، نیم سلول استاندارد هیدروژن)

گزینه «۲»: نیم سلول تنها حاوی آند یا کاتد نیست؛ این اجزا مربوط به سلول‌اند

که بسته به نیم‌سلول‌ها، هر یک آند یا کاتد نام‌گذاری می‌شوند.

گزینه «۴»: در نیم‌سلول تنها واکنش رخ نمی‌دهد بلکه در سلول واکنش



شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۴»

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) CH_4 و F_2 ناقطبی هستند و گشتاور دو قطبی آن‌ها برابر صفر است.

HCl قطبی است.

(پ) در گازها وقتی مولکولی دمای جوش پایین‌تری دارد سخت‌تر مایع می‌شود.

(ت) Cl در مولکول HCl دارای بار منفی است و به سمت قطب مثبت

جهت‌گیری می‌کند.

$$K_b = \frac{[OH^-][NH_4^+]}{[NH_3]} = \frac{M\alpha \cdot M\alpha}{M(1-\alpha)} = 1/6 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = 1/6 \times 10^{-5} \quad M=0/25 \quad \Rightarrow \frac{0/25 \times \alpha^2}{1-\alpha} = 1/6 \times 10^{-5}$$

$$\frac{1-\alpha \approx 1}{1-\alpha} \rightarrow \alpha^2 = 6/4 \times 10^{-5} \Rightarrow \alpha = 8 \times 10^{-3}$$

۱۰۵- گزینه «۱»

موارد «الف» و «پ» درست و «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد درست:

(الف) برای کاهش عوارض جانبی داروها مانند آسپرین می‌توان از ضد اسید استفاده کرد. ($Al(OH)_3$ نوعی ضد اسید است).

(پ) رنگ گل ادریسی در محلول‌های اسیدی ($[OH^-] < 10^{-7}, [H^+] > 10^{-7}$) آبی است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) کلسیم‌اکسید کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورد.

(ت) هر دو محلول در مجموع خنثی هستند.

۱۰۶- گزینه «۴»

در واکنش $2Zn + O_2 \rightarrow 2ZnO$ هر اتم Zn ۲ الکترون از دست می‌دهد و

هر اتم اکسیژن ۲ الکترون می‌گیرد، پس در مجموع ۴ الکترون جابه‌جا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نیم‌واکنش‌ها هم از نظر جرم هم از نظر بار موازنه هستند.

(۲) در واکنش روی و اکسیژن، روی اکسید می‌شود.

(۳) پلاتین با اکسیژن واکنش نمی‌دهد.

۱۰۷- گزینه «۳»

تنها مورد سوم نادرست است. باید توجه داشت که جرم Cu از Zn کمتر

است. پس با انجام واکنش از جرم مواد جامد کم می‌شود.

بررسی سایر موارد:

در واکنش‌های اکسایش - کاهش فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند

و طبق شکل صفحه ۴۱ با گذشت زمان رنگ آبی محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود و

اتم‌های مس روی سطح فلز روی می‌نشینند.



۱۱۲ - گزینه «۳»

در فشار صفر اتمسفر، انحلال پذیری گازها در آب برابر صفر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هرچه ماده‌ای انحلال پذیری بیشتری داشته باشد، تغییرات فشار، اثر بیشتری روی انحلال آن می‌گذارد.

(۲) درست است.

(۴) با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها افزایش می‌یابد در نتیجه مقدار بیشتری از یک گاز می‌تواند در آب حل شود.

۱۱۳ - گزینه «۳»

گزینه «۱»: می‌دانیم کلسیم سولفات ترکیبی کم محلول است. پس انحلال‌پذیری آن در ۱۰۰ گرم آب، بین ۰/۱ تا ۱ گرم و در ۳۰۰ گرم آب بین ۰/۳ تا ۳ گرم است.

$$? \text{ g CaSO}_4 = 2/5 \times 10^{-2} \text{ mol CaSO}_4 \times \frac{136 \text{ g CaSO}_4}{1 \text{ mol CaSO}_4} = 3/4 \text{ g CaSO}_4$$

۳/۴ گرم کلسیم سولفات نمی‌تواند در دمای اتاق، به‌طور کامل در ۳۰۰ گرم آب حل شود.

گزینه «۲»: نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم، دو برابر یون سدیم است.

گزینه «۳»: HF بیش‌ترین نقطه جوش را بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه هفدهم جدول تناوبی دارد و یک الکترولیت ضعیف محسوب می‌شود.

گزینه «۴»: گرافیت (نافلز) نیز رسانای جریان برق (رسانای الکترونی) است.

۱۱۴ - گزینه «۲»

تنها مورد «ب» نادرست است.

(آ) در فشار ۱ اتمسفر و در هر دمایی انحلال‌پذیری گاز CO_2 بیش‌تر از گاز NO است.

(ب) هر چه نیروی بین مولکولی در ترکیبی بیش‌تر باشد، آن ماده راحت‌تر مایع می‌شود. N_2 و Cl_2 هر دو ناطبی هستند و نیروی بین مولکولی Cl_2 ، به

دلیل جرم و حجم بیش‌تر نسبت به N_2 قوی‌تر است.

(پ) می‌دانیم آب به هنگام انجماد، افزایش حجم دارد. پس نسبت جرم به حجم

(چگالی) در آب مایع، بیش‌تر از یخ است.

(ت) ترکیب‌های یونی تنها در حالت مذاب یا محلول رسانای جریان برق هستند.

پس NaCl(aq) برخلاف $\text{MgF}_2(\text{s})$ رسانای جریان برق می‌باشد.

۱۱۵ - گزینه «۱»

در ۱۰۰ گرم آب $120 \text{ g} = 0/8 \times 60 + 72$

محلول سیرشده (g)	حل شونده (g)
۲۲۰	۱۲۰
X	۱۵۰

محلول $X = 275 \text{ g}$

$$\text{محلول } 275 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1/1 \text{ g}} = 275 \text{ mL} = ? \text{ mL}$$

۱۱۶ - گزینه «۱»

با توجه به رابطه انحلال‌پذیری داده شده، انحلال‌پذیری KCl را در دو دمای 60°C و 15°C به‌دست می‌آوریم:

$$60^\circ\text{C} \Rightarrow S = 0/3 \times 60 + 26 = 44 \text{ g}$$

$$15^\circ\text{C} \Rightarrow S = 0/3 \times 15 + 26 = 30/5 \text{ g}$$

در دمای 60°C :

محلول حل شونده

۱۴۴g KCl

$$x_1 \approx 76/4 \text{ g}$$

۲۵۰g

در نتیجه در دمای 60°C در ۲۵۰g محلول، ۷۶/۴g حل‌شونده و

۱۷۳/۶g حلال خواهیم داشت:

در دمای 15°C :

حلال حل شونده

۱۰۰g KCl

$$x_2 \approx 53 \text{ g}$$

۱۷۳/۶g

$$\text{درصد جرمی KCl در محلول در دمای } 15^\circ\text{C} = \frac{53}{173/6 + 53} \times 100 \approx 23/4\%$$



رسوب خواهد کرد. وقتی به ازای ۱۶۰ گرم محلول، ۱۵ گرم نمک رسوب می‌کند، به ازای ۴۸۰ گرم محلول، حدود ۴۵ گرم نمک رسوب خواهد کرد. حال اگر بخواهیم این ۴۵ گرم رسوب را بدون افزایش دما در دمای 30°C حل کنیم، مطابق نمودار، تقریباً به ۱۰۰ گرم آب نیاز داریم.

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سلولز یک پلیمر طبیعی است.

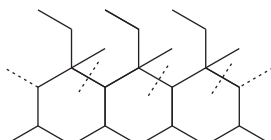
گزینه «۲»: شمار مولکول‌های گلوکز در ساختار سلولز و نشاسته متفاوت بوده و در نتیجه فرمول مولکولی یکسانی ندارند و نمی‌توانند با هم ایزومر باشند. گزینه «۴»: همان‌طور که در نمودار ۱ صفحه ۹۹ کتاب درسی نشان داده شده است، میزان تولید الیاف پنبه‌ای بیش‌تر از الیاف پشمی است.

۱۲۲- گزینه «۴»

هرگاه به گاز اتن در فشار بالا گرما دهیم، جامد سفید رنگی به دست می‌آید که پلی‌اتن (فرآورده) می‌باشد و هیدروکربنی سیر شده است؛ زیرا هر اتم کربن در آن، با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل است. تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای شمار مونومرهای به کار رفته ارائه نشده است؛ به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

۱۲۳- گزینه «۲»

یک در میان پیوندهای موجود در زنجیر اصلی را می‌شکنیم و پیوندهای میان آن‌ها را به صورت جداگانه در نظر می‌گیریم:



ساختار مولکولی مونومر به دست آمده به صورت رویه‌رو است. فرمول مولکولی این ترکیب C_8H_{16} می‌باشد. بنابراین جرم مولی آن برابر ۱۱۲ گرم بر مول است.

$$\text{جرم مولی} = (8 \times 12) + (16 \times 1) = 112 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱۱۷- گزینه «۳»

در این روش به مرور زمان آب از بالای غشای نیمه‌تراوا به سمت پایین آن حرکت می‌کند و محلول بالای غشا غلیظ‌تر می‌شود. (رد گزینه «۳» و تأیید گزینه «۱»)

ترکیب‌های آلی فرار در روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن از آب جدا می‌شوند اما در روش تقطیر در آب باقی خواهند ماند. در هیچ یک از سه روش تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربنی، میکروب‌ها را نمی‌توان از آب جدا کرد.

۱۱۸- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: CO_2 ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

گزینه «۲»: اتانول قطبی است.

گزینه «۴»: متان برخلاف آمونیاک، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۱۱۹- گزینه «۳»

با توجه به اینکه به ازای افزایش 10°C دما، انحلال‌پذیری به مقدار ۸ گرم افزایش می‌یابد معادله انحلال‌پذیری آن به صورت $S = 0.18\theta + 22$ است. بنابراین در دمای $22/5^{\circ}\text{C}$ انحلال‌پذیری سدیم نیترات برابر ۹۰ گرم (در ۱۰۰ گرم آب) است:

$$\frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = 50 = \frac{m}{(100+m)} \times 100$$

$$\Rightarrow m = 100$$

با توجه به جرم حل شونده (۱۰۰ گرم) دمای مورد نظر 35°C می‌باشد.

۱۲۰- گزینه «۱»

در دمای 40°C حدود ۶۰ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب، حل شده است.

طبق نمودار، اگر ۱۶۰ گرم محلول سیر شده را از دمای 40°C به 30°C سرد کنیم، جرم محلول به حدود ۱۴۵ گرم می‌رسد و $15\text{g} (145\text{g} - 160\text{g})$ نمک



۱۲۴ - گزینه «۲»

فقط عبارت «پ» درست است.

آ) چگالی ($\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$) پلی اتن سنگین از پلی اتن سبک بیش تر است. پس در

صورت داشتن جرم برابری از دو ترکیب، پلی اتن سنگین، حجم کم تری دارد.

ب) هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند دوگانه «کربن - کربن» در زنجیر

کربنی داشته باشد، می تواند در واکنش های پلیمری شدن شرکت کند.

پ) مولکول های گلوکز به کمک ($\text{O} \setminus /$) در ساختار سلولز به یکدیگر متصل می شوند.

ت) فرمول مولکولی نفتالن C_{10}H_8 می باشد. در ساخت سرنگ، از پلی پروپن

استفاده می شود که تعداد اتم های موجود در پروپن (C_3H_6)، ۹ عدد است.

۱۲۸ - گزینه «۱»

همه عبارت ها درست اند.

آ) در ویتامین «ث»، گروه های عاملی هیدروکسیل و استر وجود دارند. بوی

خوش گل یاسمن، به دلیل وجود استر در آن است.

ب) در کاهو و کلم، ویتامین «کا» وجود دارد که ترکیبی آروماتیک است.

پ) ویتامین موجود در پسته و بادام، ویتامین «دی» است که ترکیبی ناقطبی است.

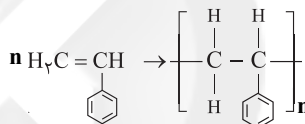
گشتاور دوقطبی ویتامین «دی»، همانند هیدروکربن ها تقریباً صفر است.

ت) در ویتامین «آ» (ویتامین موجود در شیر) همانند ویتامین «ث» (ویتامین

موجود در مرکبات)، گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

۱۲۵ - گزینه «۴»

پلی استیرن، پلیمری است که در ساخت ظروف یکبار مصرف به کار می رود.



$$\frac{\text{پلیمر}}{\text{پلیمر}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{104 \text{ ng}} = \frac{\text{پلیمر}}{24 \text{ kg}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 6 / 24 \text{ kg} = \text{تعداد پیوندهای دوگانه}$$

$$\frac{3n \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \times \frac{\text{پیوند دوگانه}}{\text{پیوند دوگانه}} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol}} = 180 \cdot N_A = \frac{\text{پیوند دوگانه}}{\text{پیوند دوگانه}}$$

۱۲۶ - گزینه «۱»

در مورد گزینه «۱»: الکل ها دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-\text{OH}$) و

اسیدها دارای گروه عاملی کربوکسیل ($-\text{COOH}$) می باشند.

در مورد گزینه «۳»: تفاوت جرم مولی الکل دو کربنی ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و اسید

دو کربنی ($\text{CH}_3 - \text{COOH}$) برابر با ۱۴ گرم بر مول می باشد.

در مورد گزینه «۴»: فورمیک اسید یا متانوئیک اسید با فرمول HCOOH بر اثر گزش

مورچه سرخ وارد بدن انسان شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می شود.

۱۲۷ - گزینه «۳»

با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی در کربوکسیلیک اسیدها

افزایش می یابد و با بزرگ تر شدن این بخش، نسبت نیروهای وان دروالسی به

هیدروژنی در کربوکسیلیک اسیدها افزایش می یابد.

۱۲۹ - گزینه «۲»

عامل آمیدی از واکنش کربوکسیلیک اسیدها با آمین ها به دست می آید.

۱۳۰ - گزینه «۴»

فرمول مولکولی عمومی الکل ها به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{OH}$ می باشد.

$$\text{الکل A: } \frac{12n}{12n + (2n + 2) + 16} \times 100 = 60\% \Rightarrow 12n = 60(12n + 2n + 2) \Rightarrow 12n = 8(4n + 10) \Rightarrow n = 3$$

$$12n = 8(4n + 10) \Rightarrow n = 3$$

بنابراین فرمول مولکولی الکل A به صورت $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$ می باشد.

$$\text{الکل B: } \frac{\text{درصد جرمی هیدروژن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}} = \frac{2n + 2}{16} = 1 \Rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7$$

بنابراین فرمول مولکولی الکل B به صورت $\text{C}_7\text{H}_{15}\text{OH}$ می باشد.

$$\text{الکل C: } \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}} = \frac{12n}{16} = 6 \Rightarrow 12n = 96 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین فرمول مولکولی الکل C به صورت $\text{C}_8\text{H}_{17}\text{OH}$ می باشد.

گزینه «۱»: درست است. با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل ها

انحلال پذیری آنها در آب کاهش می یابد.

گزینه «۲»: درست است. خاصیت چربی دوستی الکل ها با افزایش شمار اتم های

کربن افزایش می یابد.

گزینه «۳»: درست است. در الکل های کوچک تا پنج اتم کربن بخش قطبی بر

بخش ناقطبی غلبه دارد.

گزینه «۴»: نادرست است. در الکل های تا ۵ اتم کربن، نیروی بین مولکولی

غالب از نوع هیدروژنی است.