



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۲۹ آذر ۱۳۹۸)

(مباحث ۲۷ دی ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
ندا اشرفی	حروفنگار
فاطمه عظیمی	صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

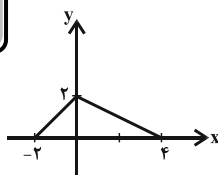


حسابان ۲

حسابان ۲

تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی
حد در بی نهایت
صفحه‌های ۱ تا ۶۹

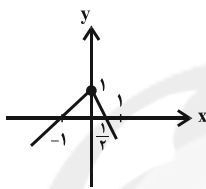
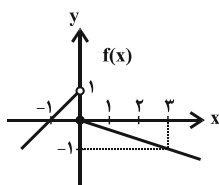
۱- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع



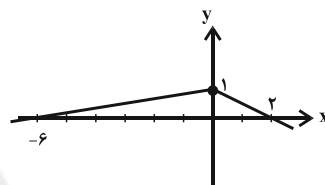
$y = f(x - |x|)$ محور x ها و خط $x = 5$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

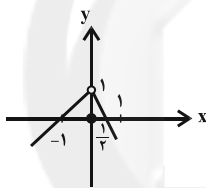
۲- نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است. اگر $g(x) = \begin{cases} f(-x) & ; x > 0 \\ f\left(\frac{x}{2}\right) & ; x \leq 0 \end{cases}$ باشد، نمودار $g(2x)$ کدام است؟



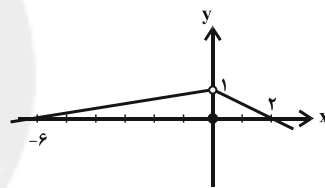
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

۳- چند عدد صحیح می‌توان به جای a قرار داد، به طوری که تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} + 1 & ; x < 0 \\ a & ; x = 0 \\ ax - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ اکیداً یکنوا شود؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۴- اگر f تابعی نزولی غیر ثابت باشد که نمودار آن بالای محور x قرار دارد، توابع $g(x) = x - f(x)$ و $h(x) = \frac{1}{f(-x)}$

به ترتیب چگونه‌اند؟

- (۱) صعودی - نزولی
(۲) صعودی - صعودی
(۳) نزولی - نزولی
(۴) نزولی - صعودی

۵- چند جمله‌ای $f(2x-1)$ بر $x-2$ بخش پذیر است. چند جمله‌ای $f(x)$ لزوماً بر کدام یک از عوامل زیر بخش پذیر است؟

- (۱) x
(۲) $x-1$
(۳) $x-2$
(۴) $x-3$



۶- اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^2 - ax^2 + bx + 1$ بر چند جمله‌ای‌های $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر

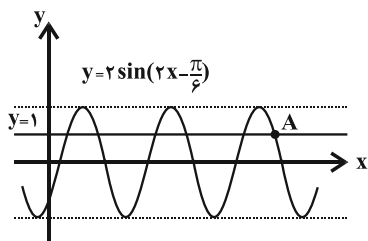
چند جمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) صفر

۷- دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) 2π

۸- با توجه به نمودار مقابل، طول نقطه A کدام است؟



- (۱) $\frac{13\pi}{6}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{19\pi}{6}$

۹- به ازای چند مقدار صحیح a ، دوره تناوب دو تابع $y_1 = -2 \sin((a^2 + 2)x) + 3$ و $y_2 = -3 \cos 3ax - 2$ یکسان است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- معادله $\sin x \cos^2 x - \cos x \sin^2 x = \frac{1}{12}$ در فاصله $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

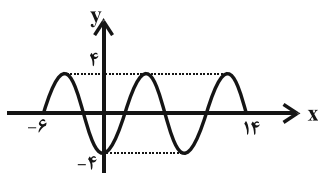
۱۱- حاصل $(\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 70^\circ)(1 - \sqrt{3} \tan 10^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

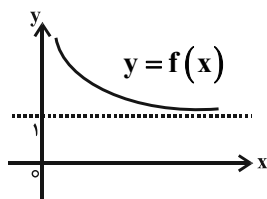
۱۲- مجموع جواب‌های معادله $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})} = \frac{5}{4}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۳- اگر شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(\pi + bx)$ باشد، مقدار $f(-\frac{32}{3})$ کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) -۲



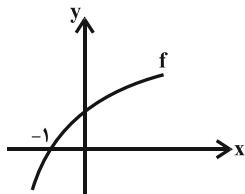
۱۴- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)}$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ و $f(x) = \frac{(m^2 - 1)x^2 + (2m + 2)x^2 + 2x^2 - 1}{mx + 5}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ± 1
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

۱۶- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{f(x)}}$ در اطراف $x = -1$ به کدام صورت است؟



- (۱)
(۲)
(۳)
(۴)

۱۷- اگر $x = -1$ تنها مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x^2 + ax + 1}$ باشد، محل برخورد مجانب‌های نمودار این تابع از مبدأ مختصات چقدر

فاصله دارد؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{10}$
(۴) $\sqrt{5}$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{5x+1}{4x^2-1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$
(۲) $+\infty$
(۳) ۴
(۴) -۴

۱۹- نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4}$ در اطراف مجانب افقی خود هنگامی که x به $\pm\infty$ میل می‌کند، به کدام صورت زیر است؟

- (۱)
(۲)
(۳)
(۴)

۲۰- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{[x]+[-x]}$ دارای چند مجانب قائم است؟ []، علامت جزء صحیح است.

- (۱) بی‌شمار
(۲) ۷
(۳) ۵
(۴) مجانب قائم ندارد.



هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
- آشنایی با مقاطع مخروطی
صفحه‌های ۹ تا ۴۶

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^{1397} کدام است؟

۱۳۹۷A (۴)

۳^{۱۳۹۷}I (۳)

۳^{۱۳۹۶}A (۲)

۳^{۱۳۹۷}A (۱)

۲۲- دترمینان کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر با صفر نیست؟ ($a, b, x, y, z \in \mathbb{R}$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} a & a & a \\ x & y & z \\ b & b & b \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -6 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۲۳- اگر A ماتریسی اسکالر از مرتبه ۳ و $|A - I| = |A| - 7$ باشد، آنگاه مجموعه مقادیر $|A|$ کدام است؟

$\{-1, -8\}$ (۴)

$\{1, 8\}$ (۳)

$\{1, -8\}$ (۲)

$\{-1, 8\}$ (۱)

۲۴- به ازای کدام رابطه بین a, b و c ، دستگاه $\begin{cases} ax + by = 0 \\ (a+b)x + cy = 0 \end{cases}$ جواب‌های غیرصفر نیز دارد؟

$ac = b^2 + c^2$ (۴)

$b^2 = ac - ab$ (۳)

$ac = b^2 - c^2$ (۲)

$b^2 = ab + ac$ (۱)

۲۵- نقطه A و مربعی به ضلع ۲ واحد داخل صفحه مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۱ واحد

قرار داشته باشند؟

(۴) حداکثر ۲ نقطه

(۳) دقیقاً ۲ نقطه

(۲) حداکثر ۴ نقطه

(۱) دقیقاً ۴ نقطه

۲۶- دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 28 = 0$ مفروض است. معادله خط شامل کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه $A(1, 3)$ در

این دایره کدام است؟

$5x + y + 6 = 0$ (۴)

$5x + y - 8 = 0$ (۳)

$x - 5y - 12 = 0$ (۲)

$x - 5y + 14 = 0$ (۱)

۲۷- دایره C به مرکز $O(1, -1)$ ، بر خط به معادله $3x - 4y + 3 = 0$ مماس است. معادله ضمنی این دایره کدام است؟

$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ (۲)

$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ (۱)

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ (۴)

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ (۳)

۲۸- نقطه $M = (2 - t, t)$ خارج دایره $x^2 + y^2 - 34 = 0$ قرار دارد. حدود t کدام است؟

$t > 5$ یا $t < -3$ (۲)

$-3 < t < 5$ (۱)

$t > 3$ یا $t < -5$ (۴)

$-5 < t < 3$ (۳)



۲۹- خروج از مرکز یک بیضی که یک رأس و کانون‌های آن، رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشند، کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۳۰- اگر $A(3, -1)$ و $A'(-7, -1)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی و $F(2, -1)$ یکی از کانون‌های آن باشد، مساحت چهارضلعی $BFB'F'$ کدام است؟ (B و B' دو سر قطر کوچک بیضی و F' کانون دیگر آن است.)

۴۸ (۴) ۳۶ (۳) ۲۴ (۲) ۱۲ (۱)

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد

- گراف و مدل‌سازی

صفحه‌های ۱ تا ۴۲

۳۱- چند زوج مرتب (a, b) از اعداد صحیح و ناصفر وجود دارد به گونه‌ای که رابطه $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار باشد؟

هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ بی‌شمار (۴)

۳۲- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد $11n+7$ و $9n+2$ نسبت به هم اول‌اند؟

۸۷ (۱) ۸۸ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴)

۳۳- اگر ۱۷ روز قبل شنبه باشد، ۲۳ روز بعد، چه روزی از هفته است؟

چهارشنبه (۱) پنج‌شنبه (۲) جمعه (۳) شنبه (۴)

۳۴- باقی‌مانده تقسیم $12^{100} - 7^{100} + 5^{100}$ بر عدد ۳۵ کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ صفر (۴)

۳۵- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی که ۵ برابر آن به علاوه ۹ بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

۳۶- در یک گراف ساده، $q = 32$ و $\Delta = 4$ است. اگر مجموع درجات رئوس زوج این گراف برابر ۵۴ باشد، آنگاه تعداد رئوس درجه فرد این گراف کدام نمی‌تواند باشد؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۳۷- با افزودن چند یال به گراف P_7 ، گراف کامل مرتبه ۷ حاصل می‌شود؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۳۸- در گراف K_6 که در آن $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ است، چند مسیر از رأس a به رأس b وجود دارد که رأس e عضوی از آن مسیر نباشد؟

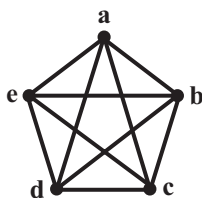
۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۳۹- اگر مرتبه گراف G برابر ۸ و $|N_G[v]| = 4$ $\forall v \in V(G)$ باشد، اندازه این گراف کدام است؟

۸ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۴ چنین گرافی وجود ندارد. (۴)

۴۰- گراف شکل زیر، چند زیرگراف دارد به گونه‌ای که در هر کدام از آنها، $q = 5$ و $\deg(a) = 4$ باشد؟

۳ (۱) ۵ (۲) ۸ (۴) ۶ (۳)





فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
دینامیک و حرکت دایره‌ای
نوسان و موج
(تا ابتدای امواج الکترومغناطیسی)
صفحه‌های ۱ تا ۷۴

۴۱- تندی لحظه‌ای متحرکی که در امتداد محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در دو لحظه t_1 و t_2 به ترتیب s_1 و s_2 و سرعت لحظه‌ای آن v_1 و v_2 است. در این صورت کدام گزینه صحیح نیست؟ (ℓ مسافت پیموده شده و \vec{d} بردار جابه‌جایی است).

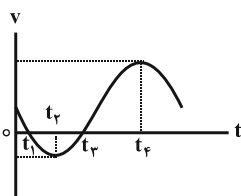
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{v}_2 + \vec{v}_1}{2} \quad (1)$$

$$v_{av} = \frac{s_2 + s_1}{2} \quad (2)$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad (3)$$

$$\ell \geq |\vec{d}| \quad (4)$$

۴۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



(۱) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت متوسط در جهت محور x است.

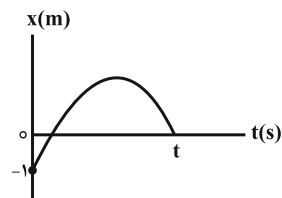
(۲) در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، شتاب متوسط در جهت محور x است.

(۳) از لحظه صفر تا t_4 ، متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد.

(۴) شتاب متوسط از لحظه صفر تا t_4 ، خلاف جهت محور x است.

۴۳- مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، به صورت یک سهمی داده شده است. اگر

مسافت پیموده شده توسط متحرک در t ثانیه اول، 5 برابر اندازه جابه‌جایی‌اش در این مدت باشد، متحرک در چند متری مبدأ حرکتش، تغییر جهت می‌دهد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۴- مطابق شکل زیر، دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 که اندازه هر کدام برابر با 20 N است، در لحظه $t = 0$ به طور همزمان به جسمی به جرم

5 kg که روی سطحی افقی در حالت سکون قرار دارد، وارد می‌شود و جسم با شتاب $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در راستای افق شروع به حرکت

می‌کند. اگر پس از 6 s نیروی \vec{F}_1 قطع شود، کدام گزینه در مورد حرکت جسم پس از لحظه $t = 6\text{ s}$ صحیح نیست؟

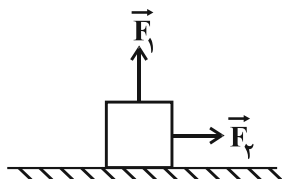
$$\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

(۱) متحرک پس از 18 متر جابه‌جایی متوقف می‌شود.

(۲) متحرک به حرکت خود با شتاب $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ادامه می‌دهد.

(۳) متحرک پس از 6 s متوقف می‌شود.

(۴) متحرک با شتاب $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.





۴۵- در شرایط خلأ، جسمی را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر سرعت متوسط جسم در $\frac{1}{9}$ ابتدایی مسیر ۵ متر بر ثانیه

$$\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) \text{ باشد، } h \text{ چند متر است؟}$$

۷۰ (۴)

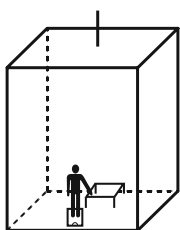
۱۲۵ (۳)

۴۵ (۲)

۸۰ (۱)

۴۶- مطابق شکل زیر، شخصی به جرم 80 kg بر روی یک ترازو درون آسانسوری ساکن قرار گرفته است. وقتی آسانسور با شتاب

$2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، این شخص با دست خود به میزی که داخل آسانسور است، نیرویی به بزرگی 20 N



رو به پایین وارد می‌کند. در این حالت ترازو چه عددی را بر حسب نیوتون نشان خواهد داد؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$

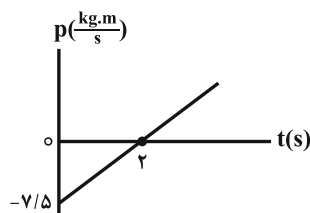
۶۴۰ (۲)

۶۲۰ (۱)

۹۴۰ (۴)

۶۶۰ (۳)

۴۷- نمودار زیر تغییرات تکانه یک جسم به جرم 5 kg را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک نادرست است؟



(۱) حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(۲) جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت برابر صفر است.

(۳) متحرک در لحظه $t = \frac{4}{3} \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد.

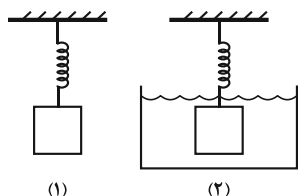
(۴) اندازه تفاضل جابه‌جایی‌های آن در ثانیه‌های متوالی برابر با $2/5 \text{ m}$ است.

۴۸- وزنه‌ای را از فنری مطابق شکل (۱) آویزان می‌کنیم و بعد از ایجاد تعادل، طول فنر نسبت به طول عادی آن ۲۵ درصد افزایش

می‌یابد. اگر همان وزنه و فنر را در همان مکان داخل ظرف پُر از آبی مطابق شکل (۲) قرار دهیم، بعد از ایجاد تعادل، طول فنر

نسبت به حالت عادی آن ۱۰ درصد افزایش خواهد داشت. اندازه نیروی شناوری وارد بر وزنه در حالت دوم چند درصد وزن وزنه

است؟ (جرم فنر ناچیز است.)



(۱)

(۲)

۶۰ (۱)

۵۰ (۲)

۴۰ (۳)

۳۰ (۴)

۴۹- ماهواره‌ای در فاصله R از سطح زمین روی مداری دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد. اگر شتاب گرانشی در مکان ماهواره ۳۶ درصد

شتاب گرانشی در سطح زمین باشد، R چند برابر شعاع کره زمین است؟

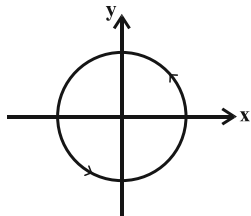
 $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳)



۵۰- مطابق شکل زیر، متحرکی روی مسیری دایره‌ای شکل با حرکت دایره‌ای یکنواخت و دوره ۱ ثانیه در جهت نشان داده شده در

حال دوران است. اگر بردار سرعت متحرک در یک لحظه به صورت $\vec{v} = -3\vec{j}$ باشد، بردار شتاب آن $0.5/s$ پس از این لحظه

مطابق کدام گزینه است؟ (تمام واحدها در SI هستند.)



$$(1) -12\pi\vec{j} \quad (2) 6\pi\vec{j}$$

$$(3) 12\pi\vec{i} \quad (4) -6\pi\vec{i}$$

۵۱- نوسانگری بر روی یک خط راست به طول ۸ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و تندی متوسط آن در یک بازه زمانی

۲۰ ثانیه‌ای برابر $4 \frac{cm}{s}$ است. بیشینه تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

$$(1) 0.06 \quad (2) 6$$

$$(3) 0.12 \quad (4) 12$$

۵۲- جسمی به جرم $50g$ به فنری با ثابت k متصل است و روی پاره‌خطی به طول $10cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر

این نوسانگر در مدت ۵ ثانیه ۲۰ بار طول پاره‌خط را ببیماید، اندازه انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

$$(1) 10 \quad (2) 0.01$$

$$(3) 100 \quad (4) 0.1$$

۵۳- دوره تناوب دو آونگ ساده کم‌دامنه به طول‌های L_1 و L_2 به ترتیب برابر با ۳s و ۴s است. دوره تناوب آونگ ساده‌ای به

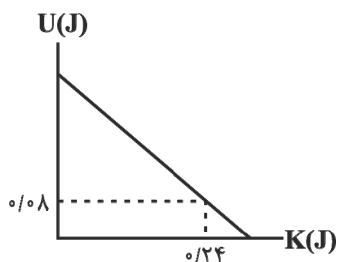
طول $(L_1 + L_2)$ چند ثانیه است؟ ($g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$)

$$(1) 3/5 \quad (2) 1$$

$$(3) 5 \quad (4) 7$$

۵۴- شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاکی

نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر $10g$ و بسامد آن $2Hz$ باشد، معادله حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)



$$(1) x = 0.2 \cos(4\pi t)$$

$$(2) x = 2 \cos(20\pi t)$$

$$(3) x = 0.2 \cos(20\pi t)$$

$$(4) x = 2 \cos(4\pi t)$$



۵۵- چه تعداد از جمله‌های زیر درست است؟

(الف) فاصله بین یک قله و دره مجاور هم در امواج دایره‌ای روی سطح آب برابر با طول موج است.

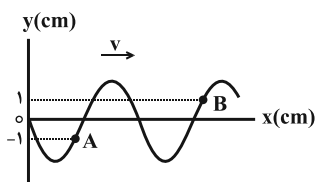
(ب) با تغییر محیط انتشار موج، بسامد ثابت می‌ماند ولی طول موج تغییر می‌کند.

(پ) در انتشار موج سطحی روی آب‌های کم‌عمق، با افزایش عمق، طول موج افزایش می‌یابد.

(ت) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و بسامد (f) موج متناسب است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۵۶- شکل زیر نقش یک موج عرضی را در یک لحظه خاص نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد دو ذره A و B صحیح نیست؟



(۱) سرعت هر دو منفی است.

(۲) هر دو حرکت نوسانی ساده دارند.

(۳) حرکت هر دو کندشونده است.

(۴) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی از نقطه A برابر با نقطه B است.

۵۷- سطح مقطع یک تار مرتعش که در آن امواج عرضی منتشر می‌شود برابر با 75 mm^2 و چگالی آن $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر نیروی

کشش تار $9/6 \text{ N}$ باشد، موج در چند ثانیه 80 cm در تار پیشروی می‌کند؟

(۱) ۲ (۲) $0/2$ (۳) $0/02$ (۴) ۲۰

۵۸- موج عرضی در یک محیط منتشر می‌شود و فاصله بین دو قله متوالی آن 10 cm است. اگر سرعت انتشار موج در آن محیط $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

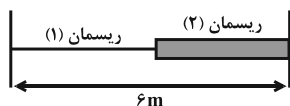
باشد، بسامد موج چند هرتز است؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

۵۹- در شکل زیر، چگالی خطی جرم ریسمان (۲)، چهار برابر چگالی خطی جرم ریسمان (۱) است. اگر محل اتصال ریسمان‌ها را به

سمت بالا کشیده و رها کنیم، موج‌هایی عرضی در ریسمان‌ها ایجاد می‌شود که به‌طور همزمان به دو سر دیگر ریسمان‌ها

می‌رسند. طول ریسمان (۱) چند متر است؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۳۱ درصد کاهش (۴) ۳۱ درصد افزایش

۶۰- دوره نوسان آونگ ساده‌ای در یک مکان معین، برابر ۲ ثانیه است و در مدت $2/6$ دقیقه، n نوسان کامل انجام می‌دهد. طول

آونگ را چند درصد کاهش یا افزایش دهیم تا در همان مدت و در همان مکان، $n-18$ نوسان کامل انجام دهد؟

(۱) ۶۹ درصد کاهش (۲) ۶۹ درصد افزایش (۳) ۳۱ درصد کاهش (۴) ۳۱ درصد افزایش



شیمی ۳

شیمی ۳

فصل‌های ۱ و ۲

صفحه‌های ۱ تا ۶۴

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) با گذشت زمان و افزایش سطح بهداشت جامعه، امید به زندگی در سطح جهان روند صعودی داشته است.
 (۲) امید به زندگی در کشورهای گوناگون متفاوت بوده و در سال‌های اخیر میزان رشد آن در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی توسعه‌یافته بوده است.

(۳) به موادی مانند گل و لای آب که به میزان بیشتر از مقدار طبیعی خود در یک محیط وجود دارند آلاینده می‌گویند.

(۴) جهت زدودن آلاینده‌ها تنها کافی است، ساختار و ذره‌های سازنده آنها مورد بررسی قرار گیرد.

۶۲- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف) اغلب موادی که در زندگی روزانه با آنها سروکار داریم، از مخلوط دو یا چند ماده تشکیل شده‌اند.

ب) اگر به مخلوط آب و روغن، مقداری صابون اضافه کنیم مخلوطی ناهمگن که حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان است تشکیل می‌شود.

پ) رفتار نور در شیر، ژله و رنگ مشابه هم است.

ت) محلول‌ها را می‌توان همانند پلی بین کلئید و سوسپانسیون در نظر گرفت.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۳- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) بخش A را جزء آنیونی و بخش B را جزء کاتیونی می‌نامند.

(۲) چربی‌ها و سدیم به ترتیب در قسمت‌های A و آب حل می‌شوند.

(۳) ساختار پاک‌کننده‌ای را نشان می‌دهد که قدرت پاک‌کنندگی آن از قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های صابونی بیش‌تر است.

(۴) این پاک‌کننده‌ها در آب‌های سخت به‌خوبی کف نمی‌کنند.



۶۴- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد واکنش‌های برگشت‌پذیر درست می‌باشد؟

الف) واکنش‌های رفت و برگشت در سامانه‌های برگشت‌پذیر به طور پیوسته با سرعت برابر انجام می‌شوند.

ب) این نوع واکنش‌ها در شرایط مناسب، هم‌زمان در هر دو جهت رفت و برگشت انجام می‌شوند.

پ) نشانه‌ای از برگشت‌پذیر بودن واکنش‌ها، حضور حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در مخلوط واکنش است.

ت) پیش‌روی این واکنش‌ها کامل نبوده و مقدار فراورده‌ها بعد از مدتی تغییر نخواهد کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۵- همهٔ گزینه‌های زیر دربارهٔ آسپرین صحیح‌اند، به‌جز...

(۱) خوردن آن باعث تشدید سوزش و خونریزی و زخم‌معدده می‌شود.

(۲) در ساختار خود دارای سه پیوند دوگانهٔ کربن - کربن است.

(۳) در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی اسیدی و کتونی است.

(۴) دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود می‌باشد.

۶۶- چند مورد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف) آمونیاک به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی در آب به طور عمده به شکل مولکولی حل می‌شود و می‌توان برای آن فرمول NH_4OH را در نظر گرفت.

ب) بازها مانند اسیدها ثابت تفکیک دارند که با K_b نمایش داده می‌شود و در دما و غلظت یکسان هرچه K_b کوچک‌تر باشد آن باز قوی‌تر است.

پ) سود سوزآور و پتاس سوزآور جزء بازهای بسیار قوی محسوب می‌شوند و خاصیت خوردندگی دارند.

ت) pH محلول ۱ مولار پتاس سوزآور برابر ۱۴ است.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



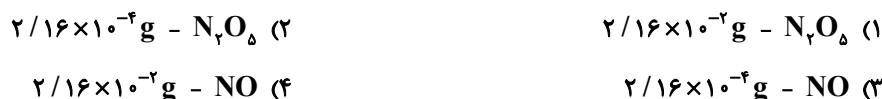
۶۷- اگر ۲۰ گرم سدیم هیدروکسید در ۲ لیتر محلول در ده‌مای اتاق وجود داشته باشد، pH محلول چقدر است؟

$$(\log 2 = 0.3) (\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1})$$

۱۳/۴ (۱) ۱۳/۷ (۲) ۱۳/۹ (۳) ۱۳/۱ (۴)

۶۸- همراه با حل شدن مقداری از جامد خالص X در ۲۰۰ میلی لیتر آب مقطر، pH آب ۲/۳ واحد کاهش می یابد. فرمول شیمیایی و جرم حل شونده در کدام گزینه به درستی نوشته شده است، اگر بدانیم در محلول حاصل نیتریک اسید وجود دارد؟ (از تغییر

حجم محلول چشم پوشی کنید.) ($\log 2 = 0.3$)



۶۹- اگر درصد یونش استیک اسید در محلول $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$ ۰/۲ آن برابر ۱ باشد، به ترتیب غلظت یون هیدرونیوم بر حسب $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$ و مقدار

K_a این اسید چقدر است؟

۲ × ۱۰^{-۶} , ۲ × ۱۰^{-۳} (۴) ۲ × ۱۰^{-۵} , ۲ × ۱۰^{-۳} (۳) ۲ × ۱۰^{-۵} , ۰/۰۲ (۲) ۲ × ۱۰^{-۶} , ۰/۰۲ (۱)

۷۰- اگر غلظت یون هیدرونیوم در محلول استیک اسید برابر $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$ ۲ × ۱۰^{-۴} و ثابت یونش این اسید برابر ۱/۸ × ۱۰^{-۵} باشد، درصد

یونش این اسید به تقریب چند درصد است؟

۸/۳ (۴) ۰/۸۳ (۳) ۰/۹ (۲) ۹ (۱)

۷۱- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

الف) چراغ خورشیدی از لامپ LED، سلول خورشیدی و باتری غیرقابل شارژ تشکیل شده است.

ب) کاربردهای الکتروشمی را می توان در باتری ها، آبکاری و سلول سوختی دید.

پ) اکسیژن نافلزی فعال است که با همه فلزها مانند سدیم و منیزیم واکنش می دهد و آنها را به اکسید فلز تبدیل می کند.

ت) با قرار دادن تیغه مس در محلول ZnSO₄ به تدریج از رنگ آبی محلول کاسته می شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۲- واکنش فلز با محلول مس (II) سولفات، است. در این واکنش، کاتیون مس (II)، می باشد.

(۱) نقره - گرماگیر - اکسنده

(۳) آلومینیم - گرماده - کاهنده

(۲) نقره - گرماگیر - کاهنده

(۴) آلومینیم - گرماده - اکسنده

۷۳- شکل زیر سلولی گالوانی (N-M) را نشان می دهد. کدام گزینه نادرست است؟

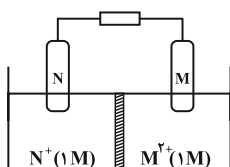
$$(E^{\circ}(\text{M}^{2+} / \text{M}) = -0.3\text{V}, E^{\circ}(\text{N}^{+} / \text{N}) = -0.45\text{V})$$

(۱) جهت حرکت الکترون ها با جهت حرکت کاتیون های N⁺ از دیواره متخلخل یکسان است.

(۲) در قطب منفی سلول، نیم واکنش N → N⁺ + e⁻ انجام می شود و E^o سلول برابر ۰/۱۵V است.

(۳) به تدریج به جرم تیغه M افزوده می شود.

(۴) فلز الکتروود M اکسنده تر از الکتروود N است.



۷۴- در سلول گالوانی (M-Cu)، اگر به ازای کاهش ۲/۲۵ گرم از جرم آند، ۸ گرم به جرم تیغه کاتد افزوده شود، جرم مولی فلز M

$$(\text{Cu} = 64 \text{g.mol}^{-1})(E^{\circ}(\text{M}^{2+} / \text{M}) = -0.2\text{V}, E^{\circ}(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +0.34\text{V})$$

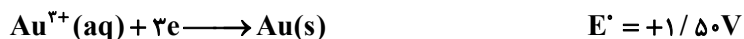
۱۸ (۱) ۲۷ (۲) ۱۲ (۳) ۳۰ (۴)



۷۵- عدد اکسایش اتم مورد نظر در کدام ترکیب درست نوشته نشده است؟



۷۶- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟



(الف) آهن در محیط اسیدی سریع تر خورده می شود.

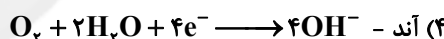
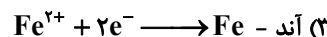
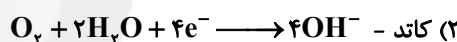
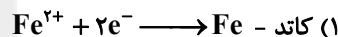
(ب) طلا در محیط اسیدی و قلیایی توسط اکسیژن اکسایش نخواهد یافت.

(پ) واکنش های $\text{Fe}^{2+} + \text{Au} \longrightarrow \text{Fe} + \text{Au}^{3+}$ و $\text{Au}^{3+} + \text{Fe} \longrightarrow \text{Au} + \text{Fe}^{2+}$ هر دو در جهت نشان داده شده به صورت طبیعی انجام پذیر هستند.

(ت) در سلول گالوانی Fe-Au جرم تیغه Fe کاهش می یابد و به جرم تیغه Au افزوده می شود و emf سلول بیش که از ۱ ولت خواهد بود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۷- اگر شکل زیر نشان دهنده آهن گالوانیزه باشد، نقش فلز (۲) چیست و نیم واکنش کاهش انجام شده در محل خراش کدام است؟



۷۸- کدام عبارت در مورد فرایند حال درست است؟

(۱) آلومینیم و گاز کربن (II) اکسید فرآورده های این واکنش هستند.

(۲) جنس کاتد از گرافیت و جنس آند از آلومینیم است.

(۳) بدنه ظرف به عنوان قطب منفی سلول، در نقش کاتد می باشد.

(۴) نوعی سلول الکتروشیمیایی گالوانی در این روش مورد استفاده قرار می گیرد.

۷۹- آبکاری کروم در یک محلول اسیدی دارای پتانسیم دی کرومات انجام می شود. اگر واکنش آندی، اکسایش آب باشد، ضمن نشان دادن $10/4$ گرم کروم بر روی یک قطعه با روش آبکاری، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها 25L است، تولید می شود؟ ($\text{Cr} = 52\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

(۱) $1/2$ (۲) $7/5$ (۳) 15 (۴) 45

۸۰- با توجه به شکل زیر که به زنگ زدن آهن مربوط است، چند مورد از مطالب زیر، درست اند؟

• پایگاه کاتدی در نقطه A قرار دارد.

• نیم واکنش آندی در جایی که غلظت اکسیژن زیاد است، انجام می شود.

• با کاهش هر مول گاز اکسیژن در آب، ۴ مول یون هیدروکسید تولید می شود.

• کاتیون های $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ به سمتی حرکت می کنند که غلظت گاز اکسیژن در آن کم باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴



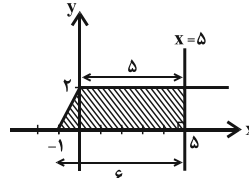


حسابان ۲

-۱ گزینه «۴»

$$f(x-|x|) = \begin{cases} f(0) & ; x \geq 0 \\ f(2x) & ; x < 0 \end{cases}$$

بنابراین نمودار $f(x-|x|)$ به صورت زیر است:

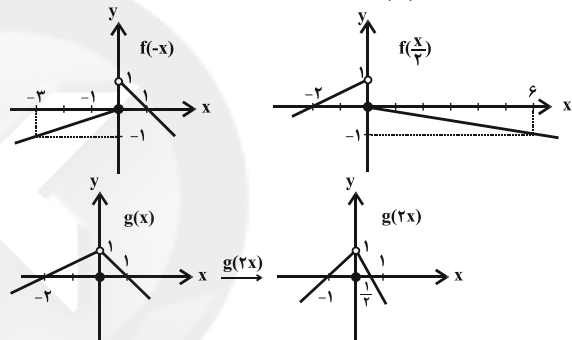


$$S = \frac{(\delta+6) \times 2}{2} = 11$$

حال مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با:

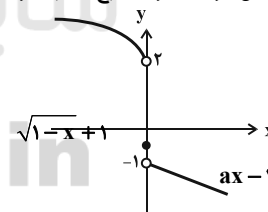
-۲ گزینه «۴»

ابتدا نمودارهای $f(-x)$ و $f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم و به کمک آن $g(x)$ را رسم می‌کنیم:



-۳ گزینه «۲»

می‌دانیم که تابع $y = \sqrt{1-x} + 1$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است. بنابراین برای اینکه f اکیداً نزولی باشد، لازم است خط $y = ax - 1$ نیز اکیداً نزولی باشد و این یعنی $a < 0$ است. در این صورت نمودار تابع f ، به صورت زیر خواهد بود:



واضح است که a باید عضو بازه $[-1, 0)$ باشد؛ در نتیجه فقط عدد صحیح $a = -1$ قابل قبول خواهد بود.

-۴ گزینه «۱»

f تابعی نزولی با مقادیر مثبت است، پس:

$$x_1 < x_2 \xrightarrow{\text{نزولی}} f(x_1) \geq f(x_2) \xrightarrow{x(-1)} -f(x_1) \leq -f(x_2)$$

پس اگر f نزولی باشد، تابع $-f$ صعودی است. از طرفی جمع دو تابع صعودی، تابعی صعودی است، پس:

$$g(x) = x + (-f(x)) \Rightarrow \text{صعودی است.}$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2 \xrightarrow{\text{نزولی}} f(-x_1) \leq f(-x_2)$$

$$\xrightarrow{\text{مقادیر مثبت‌اند.}} \frac{1}{f(-x_1)} \geq \frac{1}{f(-x_2)} \Rightarrow h(x_1) \geq h(x_2)$$

h نزولی است.

-۵ گزینه «۴»

$$f(2x-1) = (x-2)q(x) \xrightarrow{x=2} f(2) = 0$$

بنابراین $f(x)$ بر عبارت $x-2$ بخش پذیر است.

-۶ گزینه «۴»

توجه کنید که باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-2$ و $x+1$ به ترتیب برابر $p(2)$ و $p(-1)$ است. پس:

$$\begin{cases} p(2) = 8 - 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 9 \\ p(-1) = -1 - a - b + 1 = 0 \Rightarrow a + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{9}{2}, a = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow p(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - \frac{9}{2}x + 1$$

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $2x-1$ برابر $p\left(\frac{1}{2}\right)$ است.

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{9}{2}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{9}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

-۷ گزینه «۳»

دامنه تابع، برابر است با $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. اکنون ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x} + \frac{\cos 2x}{\cos x} \Rightarrow f(x) = \frac{\sin 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 2x}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sin(2x+x)}{\frac{1}{2}\sin 2x} \Rightarrow f(x) = \frac{2\sin 4x}{\sin 2x}$$

$$\Rightarrow f(x) = 4\cos 2x; x \neq \frac{k\pi}{2}$$

دوره تناوب این تابع برابر است با $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

-۸ گزینه «۳»

طول نقاط تلاقی $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ و $y = 1$ ، جواب‌های معادله

$$2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \text{ هستند، پس:}$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های مثبت عبارت‌اند از:

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{13\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

ششمین جواب مثبت و طول نقطه A برابر $\frac{5\pi}{2}$ است.



$$\Rightarrow \frac{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{(\sin x - \cos x)} = \frac{\Delta}{4}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\Delta}{1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x < 2\pi} \frac{\pi}{12}, \frac{13\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x < 2\pi} \frac{5\pi}{12}, \frac{17\pi}{12} \end{cases}$$

پس مجموع جوابها برابر است با:

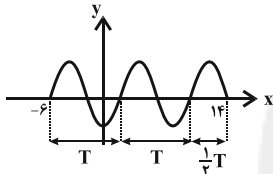
$$\frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{13\pi}{12} + \frac{17\pi}{12} = \frac{36\pi}{12} = 3\pi$$

۱۳- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه f را ساده تر می نویسیم:

$$f(x) = a \cos(\pi + bx) \Rightarrow f(x) = -a \cos bx$$

نمودار رسم شده، تابع را در $2/5$ دوره تناوب نشان می دهد. پس:



$$\Rightarrow \frac{\Delta}{4} T = 14 - (-6) \Rightarrow \frac{\Delta}{4} T = 20 \Rightarrow T = 8$$

از طرفی دوره تناوب تابع از رابطه $\frac{2\pi}{|b|}$ به دست می آید، پس:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4}$$

از طرفی مقدار تابع در $x=0$ برابر -4 است، پس:

$$f(0) = -4 \Rightarrow -a \cos 0 = -4 \Rightarrow a = 4$$

در نتیجه ضابطه f به صورت $f(x) = -4 \cos \frac{\pi x}{4}$ می آید

$$f(x) = -4 \cos \left(-\frac{\pi x}{4} \right)$$

$$f\left(-\frac{32}{3}\right) = -4 \cos \left(\frac{\pi}{4} \times \frac{-32}{3} \right) = -4 \cos \left(\frac{-8\pi}{3} \right)$$

$$= -4 \cos \left(\frac{8\pi}{3} \right) = -4 \cos \left(2\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = -4 \cos \frac{2\pi}{3} = -4 \times \frac{-1}{2} = 2$$

دقت کنید چون $\cos(-\theta) = \cos \theta$ ، جواب سؤال برای $b = -\frac{\pi}{4}$ نیز همین است.

۱۴- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{f(x)}(\sqrt{f(x)} - 1)}{(1 - \sqrt{f(x)})(1 + \sqrt{f(x)})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{f(x)}}{1 + \sqrt{f(x)}} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

۹- گزینه «۴»

$$y_1 = -2 \sin(a^2 + 2)x + 2 : T_1 = \frac{2\pi}{|a^2 + 2|}$$

$$y_2 = -3 \cos 2ax - 2 : T_2 = \frac{2\pi}{|2a|}$$

$$T_1 = T_2 \rightarrow |a^2 + 2| = |2a|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + 2 = 2a \Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 0 \\ a^2 + 2 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) = 0 \\ (a+1)(a+2) = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, 1, -2, 2$$

۱۰- گزینه «۴»

$$\sin x \cos^3 x - \cos x \sin^3 x = \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

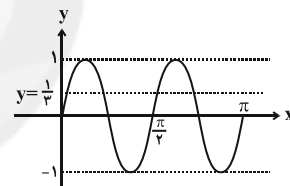
$$= \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

پس معادله به فرم $\sin 4x = \frac{1}{3}$ در می آید. نمودار $y = \sin 4x$ از انقباض

افقی نمودار $y = \sin x$ با ضریب ۴ به دست می آید. در این صورت مطابق

شکل زیر، نمودارهای $y = \frac{1}{3}$ و $y = \sin 4x$ در نقطه تلاقی دارند، پس

معادله دارای ۴ ریشه است.



۱۱- گزینه «۴»

$$(1 - \sqrt{3} \tan 1^\circ) \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 7^\circ \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 7^\circ - \tan 1^\circ - \sqrt{3} \tan 1^\circ \tan 7^\circ \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$\tan 6^\circ = \tan(7^\circ - 1^\circ) = \frac{\tan 7^\circ - \tan 1^\circ}{1 + \tan 7^\circ \tan 1^\circ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\tan 7^\circ - \tan 1^\circ}{1 + \tan 7^\circ \tan 1^\circ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{3} \tan 7^\circ \tan 1^\circ = \tan 7^\circ - \tan 1^\circ$$

$$\Rightarrow \tan 7^\circ - \tan 1^\circ - \sqrt{3} \tan 7^\circ \tan 1^\circ = \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۱۲- گزینه «۳»

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\Delta}{4}$$

هندسه ۳

-۲۱ گزینه «۲»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = 3A \Rightarrow A^3 = 3A^2 = 3^2 A \Rightarrow \dots \Rightarrow A^{1397} = 3^{1396} A$$

-۲۲ گزینه «۳»

در ماتریس گزینه «۱»، درایه‌های ستون اول (-۳) برابر درایه‌های ستون سوم هستند، پس حاصل دترمینان آن صفر است. در ماتریس گزینه «۲»، درایه‌های سطر اول $\left(\frac{a}{b}\right)$ برابر درایه‌های سطر سوم هستند، پس دترمینان آن صفر است. دترمینان ماتریس گزینه «۴» را اگر از طریق بسط یا دستور ساروس محاسبه کنیم، حاصل برابر با صفر است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = (45 + 84 + 96) - (105 + 48 + 72) = 225 - 225 = 0$$

-۲۳ گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \Rightarrow A - I = \begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A - I| = |A| - 7 \Rightarrow (k-1)^3 = k^3 - 7$$

$$\Rightarrow k^3 - 3k^2 + 3k - 1 = k^3 - 7 \Rightarrow 3k^2 - 3k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k+1) = 0 \Rightarrow k = 2 \text{ یا } k = -1$$

$$|A| = k^3 \Rightarrow |A| = 2^3 = 8 \text{ یا } |A| = (-1)^3 = -1$$

-۲۴ گزینه «۳»

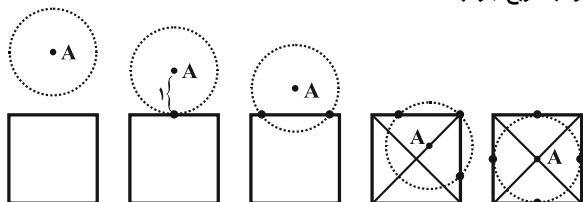
با توجه به آنکه دو معادله، نشان‌دهنده معادلات دو خط گذرنده از مبدأ مختصات هستند، پس هر دو خط یک جواب بدیهی $(0,0)$ را دارند. حال برای آنکه دستگاه جواب غیرصفر داشته باشد، باید دو خط بر یکدیگر منطبق باشند یا به عبارت دیگر دترمینان ماتریس ضرایب برابر با صفر باشد، پس داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a+b & c \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow ac - b(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow ac - ab - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

-۲۵ گزینه «۲»

نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله واحد باشند، یک دایره به مرکز A و به شعاع ۱ را تشکیل می‌دهند. این دایره را رسم می‌کنیم. تعداد نقاط تلاقی دایره با مربع جواب مسئله است.



جواب ندارد

یک نقطه

۲ نقطه

۳ نقطه

۴ نقطه

مسئله حداکثر ۴ جواب دارد.

-۱۵ گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m^2 - 1)x^3 + (2m + 3)x^2 + 2x - \frac{1}{x}}{m + \frac{5}{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\left(\frac{m^2 - 1}{m} \right) x^3 + \left(\frac{2m + 3}{m} \right) x^2 + \frac{2}{m} x \right) = -\infty$$

چون وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ ، حاصل فقط برابر $-\infty$ است، باید ضریب x^3 صفر شود؛ یعنی $m = \pm 1$. اما مقداری از m قابل قبول است که ضریب x^2 به ازای آن منفی شود؛ بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول خواهد بود.

-۱۶ گزینه «۲»

ابتدا دامنه تابع g را حساب می‌کنیم:

	-1	-1/2	
$2x+1$	-	-	+
$f(x)$	-	+	+
$2x+1$	+	-	+
$f(x)$	+	-	+

تن

$$\Rightarrow D_g = (-\infty, -1) \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

این یعنی تابع $g(x)$ ، فقط در همسایگی چپ $x = -1$ تعریف شده است. از طرفی تابع $g(x)$ همواره مثبت است. نمودار گزینه «۲» ویژگی‌های تابع g را دارا است.

-۱۷ گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 - x}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ : مجانب افقی}$$

در نتیجه نقطه $A = (-1, 3)$ ، محل برخورد مجانب‌های نمودار این تابع است. اگر نقطه O مبدأ مختصات باشد، داریم:

$$|OA| = \sqrt{(-1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

-۱۸ گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \text{gof}(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} g\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{5x+1}{4x^2-1} = \frac{2}{0^-} = +\infty$$

-۱۹ گزینه «۲»

$$y = \frac{(x^2 - 4) - 5x + 8}{x^2 - 4} = 1 + \frac{4 - 5x}{x^2 - 4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$$

اما وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $y > 1$ و وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، $y < 1$ است که تنها شکل نمودار گزینه «۲» این ویژگی را دارد.

-۲۰ گزینه «۴»

$$D_f(x) = (-2, 2) - \{\pm 2, \pm 1, 0\}$$

$$\lim_{x \rightarrow a \in \mathbb{R}} [x] + [-x] = -1$$

بنابراین این تابع فاقد مجانب قائم است.



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۱»

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow (a+b)^2 = ab \quad (*)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = ab \Rightarrow a^2 + b^2 + ab = 0$$

$$\xrightarrow{(*)} a^2 + b^2 + (a+b)^2 = 0$$

رابطه اخیر به ازای هیچ زوج مرتبی مانند (a, b) که در آن a و b اعداد صحیح و غیرصفر باشند، برقرار نیست.

۳۲- گزینه «۲»

فرض کنید b, m این دو عدد برابر d باشد. در این صورت داریم:

$$(11n + 7, 9n + 2) = d$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 11n + 7 \xrightarrow{\times 9} d \mid 99n + 63 \\ d \mid 9n + 2 \xrightarrow{\times 11} d \mid 99n + 22 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow d \mid 41$$

بنابراین $d = 1$ یا $d = 41$ است. حال مقداری از n را پیدا می‌کنیم که $d = 41$ باشد.

$$41 \mid 9n + 2 \Rightarrow 9n + 2 \equiv 0 \Rightarrow 9n \equiv -2 \equiv 39 \xrightarrow{(+3)} 3n \equiv 13 \pmod{41}$$

$$\xrightarrow{(+3)} 3n \equiv 54 \pmod{41} \Rightarrow n \equiv 18 \pmod{41} \Rightarrow n = 41k + 18$$

بنابراین به ازای $n = 18$ و $n = 59$ ، دو عدد نسبت به هم اول نیستند و به ازای $88 = 90 - 2$ عدد طبیعی دو رقمی، نسبت به هم اول می‌باشند.

۳۳- گزینه «۲»

شنبه را مبدأ و متناظر با صفر در نظر می‌گیریم. از طرفی از ۱۷ روز قبل تا ۲۳ روز بعد، ۴۰ روز فاصله وجود دارد و باقی‌مانده ۴۰ بر ۷ برابر با ۵ است. در نتیجه داریم:

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

بنابراین ۲۳ روز بعد، پنجشنبه خواهد بود.

۳۴- گزینه «۴»

اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$ باشند، آنگاه رابطه $(a+b)^n \equiv a^n + b^n$ برقرار است. اگر به جای a و b ، اعداد ۵ و ۷ و به جای n ، عدد ۱۰۰ را قرار دهیم، داریم:

$$(5+7)^{100} \equiv 5^{100} + 7^{100}$$

$$12^{100} \equiv 5^{100} + 7^{100} \Rightarrow 5^{100} + 7^{100} - 12^{100} \equiv 0$$

۳۵- گزینه «۱»

اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$5x + 9 \equiv 0 \Rightarrow 5x \equiv -9 \equiv -9 + 4 \times 11 \Rightarrow 5x \equiv 35$$

$$\xrightarrow{(+5)} x \equiv 7 \pmod{5} \Rightarrow x = 11k + 7 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی با انتخاب $k = 8$ حاصل می‌شود. در

$$\text{این صورت داریم: } x = 11 \times 8 + 7 = 95 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 14$$

۲۶- گزینه «۱»

کوتاه‌ترین وتر گذرنده از یک نقطه درون دایره، وتری است که بر قطر گذرنده از آن نقطه عمود است. بنابراین اگر نقطه O مرکز دایره باشد، آنگاه وتر مورد نظر بر پاره‌خط OA عمود می‌باشد. اگر خط d شامل این وتر باشد، داریم:

$$x^2 + y^2 - 4x + 4y - 28 = 0 \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(2, -2)$$

$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{3 - (-2)}{1 - 2} = -5 \Rightarrow m_d = \frac{1}{5}$$

$$d \text{ معادله خط: } y - 3 = \frac{1}{5}(x - 1) \xrightarrow{\times 5} 5y - 15 = x - 1$$

$$\Rightarrow x - 5y + 14 = 0$$

۲۷- گزینه «۲»

فاصله مرکز دایره از خط مماس بر آن، برابر شعاع دایره است.

$$R = \frac{|3(1) - 4(-1) + 14|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$$

۲۸- گزینه «۲»

فرض کنید $C(x, y) = 0$ ، معادله یک دایره باشد. در این صورت اگر $M = (x_0, y_0)$ نقطه‌ای خارج این دایره باشد، آنگاه $C(x_0, y_0) > 0$ است. در نتیجه داریم:

$$(y-t)^2 + t^2 - 34 > 0 \Rightarrow 4 + t^2 - 4t + t^2 - 34 > 0$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 4t - 30 > 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 15 > 0 \Rightarrow (t-5)(t+3) > 0$$

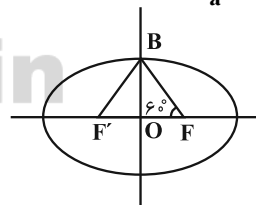
$$\Rightarrow t > 5 \text{ یا } t < -3$$

۲۹- گزینه «۳»

در مثلث BOF ، $\hat{F} = 60^\circ$ است و داریم:

$$\tan \hat{F} = \frac{OB}{OF} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = \sqrt{3}c$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3c^2 + c^2 = 4c^2 \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$



۳۰- گزینه «۲»

مرکز بیضی، نقطه O وسط پاره‌خط AA' است. داریم:

$$O = \frac{A+A'}{2} = (-2, -1)$$

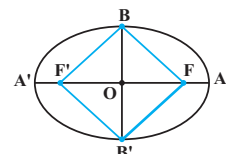
$$a = OA = \sqrt{(3+2)^2 + (-1+1)^2} = 5$$

$$c = OF = \sqrt{(2+2)^2 + (-1+1)^2} = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = b^2 + 16 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

چهارضلعی $BFB'F'$ لوزی است، پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} BB' \times FF' = \frac{1}{2} \times 2b \times 2c = 2bc = 2 \times 3 \times 4 = 24$$



فیزیک ۳

گزینه ۲ - ۴۱

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، سرعت متوسط بین دو لحظه مشخص برابر با میانگین دو سرعت لحظه‌ای در آن دو لحظه است. نه میانگین دو تندی لحظه‌ای. (دقت کنید که تندی لحظه‌ای همواره مثبت است ولی سرعت لحظه‌ای با توجه به دارا بودن جهت می‌تواند منفی هم باشد.) به طور مثال:

$$\begin{cases} t_1 \rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s} \\ t_2 \rightarrow v_2 = -2 \frac{m}{s} \end{cases} \quad v_{av} = \frac{-2+2}{2} = 0$$

$$\begin{cases} t_1 \rightarrow s_1 = 2 \frac{m}{s} \\ t_2 \rightarrow s_2 = 2 \frac{m}{s} \end{cases} \quad v_{av} = \frac{2+2}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

گزینه ۴ - ۴۲

بررسی گزینه‌ها:

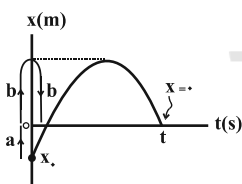
گزینه «۱»: در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، قسمت مثبت مساحت زیر نمودار که همان جابه‌جایی است بیشتر است، پس $v_{av} > 0$ است.

گزینه «۲»: در لحظه t_1 سرعت صفر و در لحظه t_2 سرعت منفی است. پس $\Delta v > 0$ است، در نتیجه $a_{av} > 0$ است.

گزینه «۳»: در لحظات t_1 و t_2 سرعت متحرک صفر می‌شود و تغییر علامت می‌دهد، پس در این لحظات متحرک تغییر جهت می‌دهد.

گزینه «۴»: در لحظه t_1 ، سرعت مثبت و اندازه آن بیشتر از سرعت لحظه صفر است، پس $\Delta v > 0$ یعنی $a_{av} > 0$ است، در نتیجه گزینه «۴» نادرست است.

گزینه ۳ - ۴۳



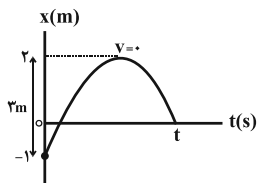
چون نمودار داده شده به صورت یک سهمی است، می‌توان آن را به صورت زیر بررسی کرد.

$$a + 2b = \Delta a \Rightarrow 2b = \Delta a \Rightarrow b = \Delta a \xrightarrow{a=1m} b = 2m$$

$$a + 2b = \Delta a \Rightarrow 2b = \Delta a \Rightarrow b = \Delta a \xrightarrow{a=1m} b = 2m$$

بنابراین داریم: $a + 2b = \Delta a \Rightarrow 2b = \Delta a \Rightarrow b = \Delta a \xrightarrow{a=1m} b = 2m$

بنابراین نمودار مکان - زمان این متحرک به صورت زیر است:



پس در لحظه توقف و تغییر جهت (لحظه مربوط به رأس نمودار)، متحرک در ۲ متری مبدأ مکان و در ۳ متری مبدأ حرکتش است.

گزینه ۱ - ۳۶

می‌دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با A و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با B نمایش دهیم، داریم:

$$2q = A + B \Rightarrow 64 = 54 + B \Rightarrow B = 10$$

با توجه به این که $\Delta = 4$ است، پس این گراف نمی‌تواند رأسی با درجه بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد. بنابراین رئوس فرد گراف فقط می‌توانند از درجه ۱ یا ۳ باشند. اعداد گزینه‌های دیگر بر اساس حالت‌های زیر امکان‌پذیر هستند: گزینه «۲»: گراف سه رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد. گزینه «۳»: گراف دو رأس درجه ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد. گزینه «۴»: گراف یک رأس درجه ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه ۴ - ۳۷

تعداد یال‌های گراف P_n ، برابر $n-1$ است، پس مطابق شکل زیر، گراف P_7 دارای ۶ یال است.



تعداد یال‌های گراف K_7 ، برابر $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ است، بنابراین باید $15 = 21 - 6$ یال به این گراف اضافه کرد تا به گراف کامل تبدیل شود.

گزینه ۴ - ۳۸

تعداد مسیره‌های از رأس a به رأس b در گراف K_6 با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ که از رأس e عبور نکنند، معادل تعداد مسیره‌های از رأس a به رأس b در گراف K_5 با مجموعه رئوس $V_1 = \{a, b, c, d, f\}$ است، داریم:

یک مسیر $a \rightarrow b$: مسیر به طول ۱

۳ مسیر $a \rightarrow O \rightarrow b$: مسیر به طول ۲

۶ مسیر $a \rightarrow O \rightarrow O \rightarrow b$: مسیر به طول ۳

۶ مسیر $a \rightarrow O \rightarrow O \rightarrow O \rightarrow b$: مسیر به طول ۴

بنابراین تعداد کل مسیره‌ها برابر است با:

$$1 + 3 + 6 + 6 = 16$$

گزینه ۲ - ۳۹

به مجموعه $N_G[v]$ ، همسایگی بسته رأس v می‌گوییم که شامل رأس‌های مجاور با v به اضافه خود رأس v است. اگر $|N_G[v]| = 4$ باشد، یعنی درجه رأس v برابر ۳ است و چون این رابطه برای تمامی رأس‌های گراف برقرار است، پس گراف ۳-منتظم می‌باشد. برای هر گراف r -منتظم از مرتبه p و اندازه q ، رابطه $2q = pr$ برقرار است، بنابراین داریم:

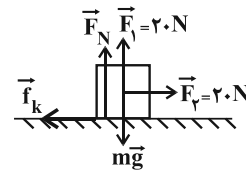
$$2q = pr = 8 \times 3 = 24 \Rightarrow q = 12$$

گزینه ۳ - ۴۰

چون درجه رأس a مساوی ۴ است، پس در هر یک از زیرگراف‌های مورد نظر، رأس a با ۴ یال به رئوس b, c, d, e متصل است (تمام این زیرگراف‌ها لزوماً از مرتبه ۵ هستند). در این صورت از ۶ یال باقی‌مانده در گراف صورت سؤال، یکی باید به دلخواه انتخاب شود که در نتیجه ۶ زیرگراف با مشخصات داده شده قابل رسم است.



گزینه ۲»



قبل از حذف نیروی \vec{F}_1 یعنی در ۶ ثانیه ابتدای حرکت، داریم:

$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_N = mg \Rightarrow 20 + F_N = 5 \times 10$$

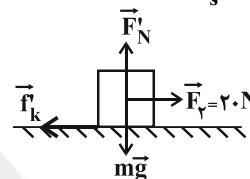
$$\Rightarrow F_N = 30 \text{ N}$$

$$(F_{\text{net}})_x = ma_x \Rightarrow F_1 - f_k = ma_x \Rightarrow F_1 - \mu_k F_N = ma_x$$

$$\Rightarrow 20 - \mu_k \times 30 = 5 \times 1 \Rightarrow \mu_k = 0/5$$

سرعت جسم در لحظه $t = 6 \text{ s}$ برابر است با:

$$v_6 = at + v_0 \Rightarrow v_6 = 1 \times 6 + 0 \Rightarrow v_6 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



بعد از حذف نیروی \vec{F}_1 یعنی از لحظه $t = 6 \text{ s}$ به بعد، می توان نوشت:

$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F'_N = mg = 5 \times 10 \Rightarrow F'_N = 50 \text{ N}$$

$$(F_{\text{net}})_x = ma'_x \Rightarrow F_1 - f'_k = ma'_x \Rightarrow 20 - 0/5 \times 50 = 5a'_x$$

$$\Rightarrow a'_x = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{گزینه «۴» صحیح است.}$$

متحرک در حال حرکت به طرف راست است و شتاب آن به طرف چپ می باشد، بنابراین حرکت متحرک کندشونده است و بعد از مدتی می ایستد. داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - 6^2 = 2 \times (-1) \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 18 \text{ m}$$

گزینه «۱» صحیح است.

$$v = a't' + v_0 \Rightarrow 0 = (-1)t' + 6 \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$

گزینه «۳» صحیح است.

گزینه ۲»

در حرکت سقوط آزاد در شرایط خلأ، چون شتاب ثابت است، می توانیم بنویسیم:

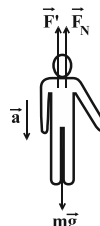
$$v_{\text{av}} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow 5 = \frac{0 + v}{2} \Rightarrow v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس در انتهای $\frac{h}{9}$ ابتدایی مسیر، سرعت جسم از صفر به $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ رسیده است:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 100 = -2 \times 10 \times \left(-\frac{h}{9}\right)$$

$$\Rightarrow h = 45 \text{ m}$$

گزینه ۱»



طبق قانون سوم نیوتون، چون شخص نیرویی به بزرگی 20 N به میز و رو به پایین وارد می کند، میز نیز نیرویی به بزرگی 20 N و رو به بالا به شخص وارد می کند. در نتیجه نیروهای وارد بر شخص مطابق شکل مقابل است.

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

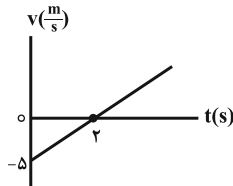
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F' + F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow 20 + F_N - 80 \times 10 = 80 \times (-2) \Rightarrow F_N = 620 \text{ N}$$

عددی که ترازو نشان می دهد واکنش نیروی \vec{F}_N است که از شخص به ترازو وارد می شود. بنابراین ترازو عدد 620 N را نشان خواهد داد.

گزینه ۳»

با توجه به تعریف تکانه از روی نمودار آن، نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:



$$p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \Rightarrow v = \frac{-7/5}{1/5} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه «۱»: در ۲ ثانیه اول، حرکت کندشونده و سپس تندشونده است.

گزینه «۲»: با توجه به تقارن نمودار $v-t$ و اینکه مساحت زیر نمودار با جابه جایی برابر است جابه جایی دو ثانیه اول هم اندازه و در خلاف جهت ۲ ثانیه دوم است پس این گزینه هم صحیح است.

گزینه «۴»: با توجه به نمودار سرعت - زمان، حرکت این متحرک با شتاب ثابت است و در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، اندازه تفاضل جابه جایی ها در ثانیه های متوالی برابر با اندازه شتاب ثابت است. (دنباله حسابی)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2/5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه ۱»

از طرف آب به وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می شود. در هر حالت قانون دوم نیوتون را برای مجموعه می نویسیم. داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta x \Rightarrow mg = k \times 0/25 \Delta x. \quad \text{حالت اول:}$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg - F_b = k\Delta x' \Rightarrow mg - F_b = k \times 0/10 \Delta x'. \quad \text{حالت دوم:}$$

$$\frac{mg}{mg - F_b} = \frac{k \times 0/25 \Delta x}{k \times 0/10 \Delta x}. \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow 2mg = \Delta mg - \Delta F_b \Rightarrow \frac{F_b}{mg} = \frac{2}{5} = 40\%$$

گزینه ۲»

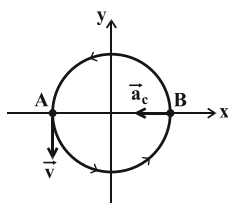
نیروی لازم برای حرکت دایره ای یکنواخت ماهواره به دور زمین توسط نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره تأمین می شود. داریم:

$$F = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow mg = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow g = G \frac{M_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{g_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{0/36 g_0}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + R}\right)^2 \Rightarrow 0/6 = \frac{R_e}{R_e + R}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R_e} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴»



با توجه به جهت بردار سرعت و جهت دوران، می توان تشخیص داد متحرک در ابتدا در مکان A قرار دارد. با توجه به این که دوره حرکت برابر با ۱۸ s است، پس از $0/5 \text{ s}$ متحرک نیمی از محیط دایره را طی می کند و به نقطه B



روش دوم: اگر دو آونگ به طول‌های L_1 و L_2 و دوره‌های تناوب T_1 و T_2 داشته باشیم و آونگی به طول $(L_1 + L_2)$ درست کنیم، دوره تناوب آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

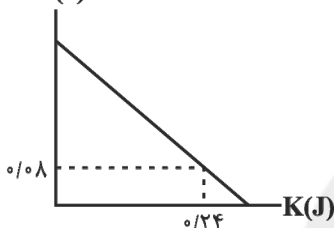
$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \xrightarrow{\substack{T_1=3s \\ T_2=4s}} T = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow T = 5s$$

سعی کنید رابطه فوق را اثبات کنید و آن را به خاطر بسپارید.

۵۴- گزینه «۱»

برای محاسبه معادله حرکت باید در رابطه $x = A \cos(\omega t)$ به جای A و ω مقدار هر یک را قرار دهیم. بنابراین ابتدا از رابطه $E = U + K$ انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$E = U + K \xrightarrow{\substack{U=0.8J \\ K=0.24J}} E = 0.8 + 0.24 \Rightarrow E = 1.04J$$



سپس با استفاده از رابطه $E = 2\pi^2 m f^2 A^2$ دامنه نوسان را حساب می‌کنیم.

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

$$\frac{m=10^{-3} \text{kg}}{\pi^2=10, f=2 \text{Hz}} \rightarrow 32 \times 10^{-2} = 2 \times 10 \times 0.1 \times 4 \times A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = 4 \times 10^{-2} \text{m} \Rightarrow A = 2 \times 10^{-1} \text{m} \Rightarrow A = 0.2 \text{m}$$

در نهایت ω را حساب می‌کنیم و معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=2 \text{Hz}} \omega = 2\pi \times 2 \Rightarrow \omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.2 \cos(4\pi t)$$

۵۵- گزینه «۱»

عبارت «الف» نادرست است زیرا فاصله بین قله و دره مجاور هم برابر با $\frac{\lambda}{2}$ (نصف طول موج) است.

عبارت «ت» نادرست است، زیرا آهنگ انتقال انرژی برای امواج مکانیکی با A^2 و f^2 متناسب است.

۵۶- گزینه «۳»

با توجه به جهت حرکت موج و این نکته که هر ذره برای نوسان ساده در جهت مکان ذره قبل از خود حرکت می‌کند، می‌توان دریافت که ذره A در حال نزدیک شدن به ذره موج (پاستیج) و ذره B در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل است.

بنابراین سرعت هر دو ذره منفی است ولی حرکت ذره A کندشونده است و حرکت ذره B تندشونده. از طرف دیگر مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است و چون دامنه و بسامد برای نوسان‌های ذره‌های A و B یکسان است، پس مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی از نقطه‌های A و B برابر است.

می‌رسد. در این لحظه شتاب جانب مرکز در خلاف جهت محور x ها است و اندازه آن برابر است با:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow 1 = \frac{2\pi r}{3} \Rightarrow r = \frac{3}{2\pi} \text{m}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{3^2}{\frac{3}{2\pi}} = 6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \vec{a}_c = -6\pi \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۵۱- گزینه «۱»

طبق رابطه تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{20} \Rightarrow \ell = 80 \text{cm}$$

از آنجا که در هر نوسان کامل مسافتی معادل دو برابر طول پاره خط نوسان (یعنی $2 \times 80 = 160 \text{cm}$) طی می‌شود و در این بازه مسافت 80cm طی شده است، پس در این بازه 5 نوسان کامل صورت گرفته است. در نتیجه داریم:

$$20 = 5T \Rightarrow T = 4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3}{4} \Rightarrow \omega = 1.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = \frac{L}{\gamma} = \frac{8}{2} = 4 \text{cm} = 4 \times 10^{-2} \text{m}$$

$$v_{max} = A\omega = 4 \times 10^{-2} \times 1.5 = 6 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۲- گزینه «۴»

نوسانگر بر روی پاره خطی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و طول پاره خط دو برابر دامنه است.

$$L = 2A \Rightarrow 10 = 2A \Rightarrow A = 5 \text{cm}$$

هرگاه نوسانگر، دو بار طول پاره خط را طی کند، یک نوسان کامل انجام داده است. بنابراین در مدت $5s$ ، ده نوسان کامل انجام می‌دهد و داریم:

$$T = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 4\pi = \sqrt{\frac{k}{0.5}} \Rightarrow k = 80 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

از طرفی انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2} \times 80 \times \left(\frac{5}{100} \right)^2 \Rightarrow E = 0.1J$$

۵۳- گزینه «۳»

روش اول: با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده، طول‌های L_1 و L_2 را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = 3s \Rightarrow 3 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 9 = 4\pi^2 \times \frac{L_1}{g} \Rightarrow L_1 = 2.25 \text{m} \\ T_2 = 4s \Rightarrow 4 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 16 = 4\pi^2 \times \frac{L_2}{g} \Rightarrow L_2 = 4 \text{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = 3s \Rightarrow 3 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 9 = 4\pi^2 \times \frac{L_1}{g} \Rightarrow L_1 = 2.25 \text{m} \\ T_2 = 4s \Rightarrow 4 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 16 = 4\pi^2 \times \frac{L_2}{g} \Rightarrow L_2 = 4 \text{m} \end{cases}$$

مجموع طول دو آونگ را به دست آورده و دوره آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$L = L_1 + L_2 = 2.25 + 4 \Rightarrow L = 6.25 \text{m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{6.25}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{6.25}{g}$$

$$\Rightarrow T^2 = 25 \Rightarrow T = 5s$$



۵۷- گزینه ۳»

با استفاده از تعریف چگالی خطی جرم و چگالی حجمی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{A} \Rightarrow \mu = A\rho$$

حال با توجه به رابطه تندی انتشار امواج عرضی در تار مرتعش داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{A\rho}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{9/6}{0.75 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^3}} \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 0.8 = 40\Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.02s$$

بنابراین:

۵۸- گزینه ۲»

چون λ (فاصله بین دو قله متوالی) و v معلوم‌اند، از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\lambda=1.0cm=0.01m, v=5m/s} 0.1 = \frac{5}{f} \Rightarrow f = 50Hz$$

(بیش خورشید)

۵۹- گزینه ۴»

با استفاده از رابطه تندی امواج عرضی در ریسمان کشیده، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی امواج عرضی با تندی ثابت در طول هر ریسمان منتشر می‌شوند،

$$v = \frac{L}{t} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta t_1 = \Delta t_2}{\frac{1}{2}} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow L_2 = \frac{1}{2}L_1 \quad (*)$$

$$L_1 + L_2 = 6 \xrightarrow{(*)} L_1 + \frac{1}{2}L_1 = 6 \Rightarrow L_1 = 4m$$

از طرفی داریم:

۶۰- گزینه ۲»

ابتدا تعداد نوسان‌های آونگ اول و دوم را با استفاده از رابطه $T = \frac{t}{n}$ به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{t=2/6min=2/6 \times 60s, T=2s} n = \frac{2/6 \times 60}{2} \Rightarrow$$

$$n = 78$$

$$n' = n - 18 \xrightarrow{n=78} n' = 78 - 18 \Rightarrow n' = 60$$

اکنون دوره نوسان دوم را حساب می‌کنیم:

$$T' = \frac{t}{n'} \xrightarrow{t=2/6 \times 60s, n'=60} T' = \frac{2/6 \times 60}{60}$$

$$\Rightarrow T' = 2/6s$$

در آخر، برای محاسبه تغییر طول آونگ با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{g \text{ ثابت}} \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\frac{T'=2/6s}{T=2s} \Rightarrow \frac{2/6}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow 1/3 = \sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\Rightarrow 1/69 = \frac{L'}{L} \Rightarrow L' = 1/69L$$

$$\Delta L = L' - L = 1/69L - L \Rightarrow \Delta L = 0/69L$$

$$\Rightarrow \Delta L = \%69L$$

بنابراین، باید طول آونگ را ۶۹ درصد افزایش دهیم.

شیمی ۳

۶۱- گزینه ۴»

جهت زدودن آلاینده‌ها باید به بررسی ساختار و رفتار ذره‌های سازنده آلاینده‌ها و مواد شوینده و نیز نیروهای بین مولکولی آنها پرداخت.

۶۲- گزینه ۲»

عبارت‌های «الف» و «ب» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) مخلوط ناهمگن حاصل، حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

(ت) کلوئیدها را می‌توان همانند پلی بین محلول و سوسپانسیون در نظر گرفت.

۶۳- گزینه ۳»

شکل داده شده ساختار پاک‌کننده غیرصابونی را نشان می‌دهد که قدرت پاک‌کنندگی آن از پاک‌کننده‌های صابونی بیش‌تر است و در آب‌های سخت به خوبی کف می‌کند. چربی‌ها در قسمت B و قسمت A در آب حل می‌شود. بخش‌های A و B را جزء آنیونی می‌نامند و سدیم جزء کاتیونی است.

۶۴- گزینه ۲»

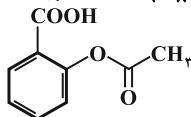
عبارت‌های «ب» و «ت» صحیح می‌باشند.

عبارت «الف»: این ویژگی فقط در لحظه تعادل برقرار است.

عبارت «پ»: در واکنش‌های برگشت‌پذیر واکنش‌دهنده(ها) و فراورده(ها) همزمان با هم حضور دارند.

۶۵- گزینه ۳»

آسپرین با فرمول مولکولی $C_9H_8O_4$ دارای گروه‌های عاملی استری و اسیدی است.



۶۶- گزینه ۲»

تنها عبارت «ب» نادرست است.

بازها مانند اسیدها ثابت تفکیک دارند که با K_b نمایش داده می‌شود. در دما و غلظت یکسان هرچه K_b بزرگ‌تر باشد آن باز قوی‌تر است.

۶۷- گزینه ۱»

$$? \text{ mol NaOH} = 20 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} = 0.5 \text{ mol NaOH}$$

$$[\text{NaOH}] = [\text{OH}^-] = \frac{0.5 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14} \Rightarrow 0.25 \times [\text{H}^+] = 10^{-14}$$

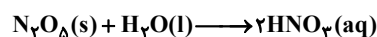
$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 4 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow \text{pH} = -\log 4 \times 10^{-14} = -(\log 4 + \log 10^{-14})$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -(2 \log 2 - 14) = -(0.6 - 14) = 13.4$$

۶۸- گزینه ۲»

واکنش انجام شده، (نادرستی گزینه‌های ۳ و ۴)

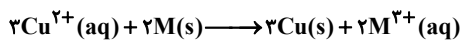


کاهش ۲/۳ واحدی pH به معنای آن است که pH محلول اسیدی حاصل برابر با $7 - \frac{2}{3} = 4 \frac{2}{3}$ است.



۷۴- گزینه ۲»

واکنش انجام شده به صورت زیر است:

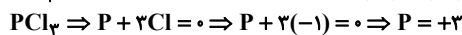
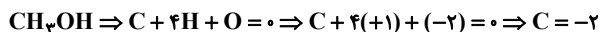
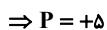
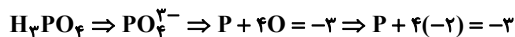
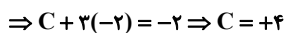
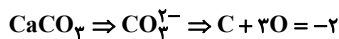


در این سلول، الکتروود مس کاتد و الکتروود فلز M آند است.

$$\text{AgCu} \times \frac{1\text{mol}}{64\text{g}} \times \frac{2\text{molM}}{2\text{molCu}} \times \frac{x\text{g}}{1\text{molM}} = 2/25\text{g}$$

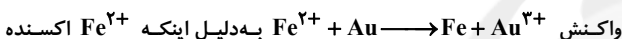
$$\Rightarrow x = 27$$

۷۵- گزینه ۳»



۷۶- گزینه ۳»

عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.



ضعیف‌تری نسبت به Au^{3+} است، در جهت طبیعی انجام نخواهد شد.

۷۷- گزینه ۲»

در آهن گالوانیزه، فلز آهن توسط فلز روی محافظت می‌شود، به صورتی که در محل خراش، روی اکسید شده (دارای E° کوچکتری است) و آهن در نقش کاتد بوده ولی کاهش نمی‌یابد و تنها نقش رسانای الکترونی را دارد و اکسیژن کاهش می‌یابد.

۷۸- گزینه ۳»

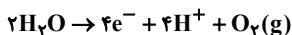
بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: فرآورده‌های این واکنش آلومینیم و گاز کربن (IV) اکسید است.

گزینه «۲»: جنس کاتد و آند هر دو از گرافیت است.

گزینه «۴»: سلول الکتروشیمیایی مورد استفاده در این روش از نوع الکترولیتی است.

۷۹- گزینه ۲»



واکنش آندی:



واکنش کاتدی:

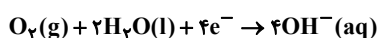
$$? \text{LO}_2 = 10 / 4\text{g Cr} \times \frac{1\text{mol Cr}}{52\text{g Cr}} \times \frac{12\text{mol e}^-}{2\text{mol Cr}}$$

$$\times \frac{1\text{mol O}_2}{4\text{mol e}^-} \times \frac{25\text{LO}_2}{1\text{mol O}_2} = 7 / 5 \text{LO}_2$$

۸۰- گزینه ۱»

فقط مورد سوم درست است.

در زنگ زدن آهن در بخش کاتدی طبق معادله زیر با کاهش هر مول گاز اکسیژن در آب، ۴ مول یون هیدروکسید تولید می‌شود.



بررسی سایر موارد:

مورد اول: پایگاه آندی در نقطه A قرار دارد.

مورد دوم: نیم واکنش کاتدی (نه آندی) در جایی که غلظت اکسیژن زیاد است، انجام می‌شود.

مورد چهارم: کاتیون‌های $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ به سمتی حرکت می‌کنند که غلظت گاز اکسیژن در آنجا زیاد باشد.

$$\text{pH} = 4/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4/7} = 10^{-0.57} \approx 10^{-0.6}$$

$$= 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{HNO}_3]$$

$$? \text{g N}_2\text{O}_5 = 20 \text{ mL} \times \frac{1\text{L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{2 \times 10^{-5} \text{ mol HNO}_3}{1\text{L}}$$

$$\times \frac{1\text{mol N}_2\text{O}_5}{2\text{mol HNO}_3} \times \frac{108\text{g}}{1\text{mol}} = 2/16 \times 10^{-4} \text{ g N}_2\text{O}_5$$

نکته ۱: در اسیدهای قوی مانند نیتریک اسید، غلظت اسید حل شده با غلظت یون هیدرونیوم برابر است.

نکته ۲: برخی از اکسیدهای نافلز با آب واکنش ندادند و آن را اسیدی نمی‌کنند. مانند CO و NO

۶۹- گزینه ۳»

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} \times 100 = \frac{\text{غلظت استیک اسید}}{\text{غلظت استیک اسید}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{غلظت یون هیدرونیوم} = \frac{1 \times 0.2}{100} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{0.2} = 2 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

۷۰- گزینه ۴»



$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = 1/8 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = 22 \times 10^{-4}$$

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} \times 100 = \frac{\text{غلظت استیک اسید اولیه}}{\text{غلظت استیک اسید اولیه}} \times 100$$

غلظت استیک اسید یونیده شده + غلظت استیک اسید موجود در تعادل = غلظت استیک اسید اولیه

$$= 22 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-4} = 24 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{2 \times 10^{-4}}{24 \times 10^{-4}} \times 100 \approx 8/3 \%$$

۷۱- گزینه ۱»

تنها عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) چراغ خورشیدی از باتری قابل شارژ تشکیل شده است.

(ب) اکسیژن با اغلب فلزها واکنش می‌دهد.

(ت) قدرت کاهش‌دهی مس از روی کمتر بوده و نمی‌تواند به کاتیون‌های Zn^{2+} الکترون دهد.

۷۲- گزینه ۴»

واکنش پذیری فلز نقره کمتر از مس است پس واکنش فلز نقره با محلول مس (II) سولفات انجام نمی‌شود. (نادرستی گزینه‌های ۱ و ۲)

فلز آلومینیم می‌تواند با اکسایش یافتن، الکترون‌های ظرفیت خود را به کاتیون مس (II) بدهد. به عبارت دیگر آلومینیم فعال‌تر از مس است و در نتیجه واکنش یاد شده گرماده است. از سوی دیگر کاتیون مس (II) با گرفتن الکترون‌های ظرفیت آلومینیم، کاهش می‌یابد و اکسندۀ می‌باشد.

۷۳- گزینه ۴»

فلزها، اکسید شده و کاهش‌دهنده هستند. فلز M با E° مثبت‌تر، کاهش‌دهنده ضعیف‌تری

نسبت به فلز N است، به عبارت دیگر کاتیون‌های M^{2+} ، اکسندۀ تر از N^+ هستند.