



# آزمون غیر حضوری اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۲۹ آذر ۱۳۹۸  
(مباحث ۲۷ دی ۹۸)

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	فریده هاشمی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: الهه مرزوق
حروف نگار و صفحه آرا	ندا اشرفی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## دیفرانسیل

## دیفرانسیل

«یادآوری و مفاهیم پایه /  
دنباله‌ها / حد و پیوستگی»  
صفحه‌های ۱ تا ۱۲۰

## حسابان

حد و پیوستگی  
صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۸

۱- اگر  $\alpha$  عدد گنگ باشد، در این صورت کدام یک از اعداد زیر ممکن است گنگ نباشد؟

(۱)  $\sqrt{3\alpha+2}$  (۲)  $\frac{2}{\alpha}$

(۳)  $\frac{\alpha-1}{2\alpha+3}$  (۴)  $\alpha^2 + 4\alpha$

۲- دنباله  $\left\{ \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt{1+\sqrt{n}}} \right\}$  کدام وضعیت زیر را دارد؟

(۱) صعودی و کران‌دار

(۲) نزولی و کران‌دار

(۳) غیریکنوا و کران‌دار

(۴) حاصل ضرب حد چپ و راست تابع با ضابطه  $f(x) = [x] + \operatorname{sgn} x$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( 1 - x \left[ \frac{1}{x} \right] \right)$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) وجود ندارد.

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳)  $\sin \frac{1}{2}$  (۴) وجود ندارد.

۶- اگر  $a_n = \frac{2n \tan^{-1}(-n)}{\pi n + 5}$  باشد، آن‌گاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + a_{n+1} + 2a_{2n})$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۴

(۳) ۳

(۴) ۳۶

۷- حد دنباله  $a_n = \left( \frac{3 - \delta n}{4 - \delta n} \right)^{\frac{n+2}{2}}$  کدام است؟

(۱)  $e^5$

(۲)  $e^{\frac{1}{5}}$

(۳)  $e^{\frac{1}{20}}$

(۴)  $e^{-\frac{1}{20}}$

۸- اگر  $a_n = \begin{cases} \sqrt[n]{n} & ; n \leq 10^{10} \\ \frac{4n + \sin n}{2n^2 + 3} & ; n > 10^{10} \end{cases}$  و  $b_n = n \cos \frac{(-1)^n}{n}$  باشد، آن‌گاه دنباله  $\{a_n b_n\}$  چگونه است؟

(۱) همگرا به صفر

(۲) همگرا به ۲

(۳) همگرا به ۱

(۴) واگرا

۹- تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & ; \text{فرد } [x] \\ 3x - 2 & ; \text{زوج } [x] \end{cases}$  در چند نقطه صحیح حد دارد؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۰- کدام گزینه درباره پیوستگی توابع  $f$  و  $g$  با فرض  $D_f = D_g = \mathbb{R}$  همواره درست است؟

(۱) اگر  $f$  و  $g$  در  $x = a$  پیوسته باشند،  $f \circ g$  نیز در  $a$  پیوسته است.

(۲) اگر  $f \circ g$  در  $x = a$  پیوسته باشد،  $f$  و  $g$  نیز در  $a$  پیوسته هستند.

(۳) اگر  $f$  در  $x = a$  پیوسته و  $g$  در  $x = a$  ناپیوسته باشد،  $\frac{g}{f}$  در  $a$  ناپیوسته است.

(۴) اگر  $f$  در  $x = a$  پیوسته و  $g$  در  $x = a$  ناپیوسته باشد،  $\frac{f}{g}$  در  $a$  ناپیوسته است.



۱۱- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & , |x| > 1 \\ ax + b & , |x| \leq 1 \end{cases}$  همواره پیوسته است، دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

(۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(1, 0)$

(۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(2, 0)$

۱۲- تابع  $f$  بر بازه  $[-2, 5]$  پیوسته و وارون پذیر است. اگر بدانیم  $f(-2) = 4$  و  $f(5) = -1$ ، آن گاه کدام گزینه در مورد وارون تابع  $f$  صحیح است؟

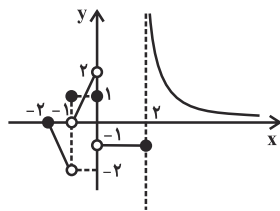
(۱) بر بازه  $[-1, 4]$  اکیداً صعودی و پیوسته است.

(۲) بر بازه  $[-1, 4]$  اکیداً نزولی و پیوسته است.

(۳) لزوماً پیوسته نیست.

(۴) لزوماً یکنوا نیست.

۱۳- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر است. حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f \circ f \circ f(x)$  کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) صفر

(۴) -۱

۱۴- در بازه  $(0, 2\pi)$  تابع  $y = [\sin x] \cdot [\cos x]$  در چند نقطه دارای حد نیست؟ (علامت جزء صحیح است.)

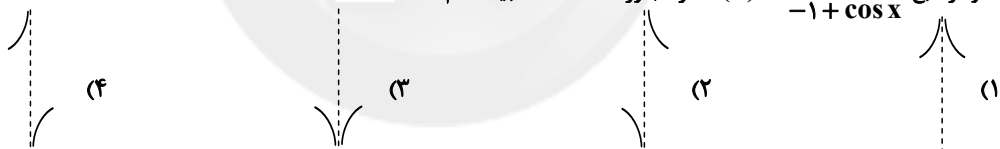
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵- اگر تابع  $f(x) = (x^2 + 1)[2\sqrt{x}]$  در بازه  $(k, 8)$  دارای دو نقطه ناپیوستگی باشد، کمترین مقدار  $k$  کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۲ (۲) ۲/۲۵

(۳) ۲/۵ (۴) ۲/۷۵

۱۶- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sin x}{-1 + \cos x}$  در مجاورت  $x = 0$  شبیه کدام است؟



۱۷- تابع  $f$  در بازه  $(0, 2)$  پیوسته است. با توجه به اطلاعات جدول زیر، معادله  $f(x) = \cos \frac{\pi}{x}$  در بازه  $(0, 2)$  حداقل چند جواب دارد؟

$x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	۱	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	$\frac{-1}{2}$	-۱	۲	-۱

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- به ازای چند مقدار برای  $a$ ، تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + ax}$  دارای ۲ مجانب قائم است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۹- اگر مجانب مایل  $y = (3x + 1)\sqrt{\frac{ax + 1}{x + 2}}$  با خط  $y = 2x + 5$  موازی باشد، مقدار عددی  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{9}{4}$

۲۰- مقدار حدهای  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cot(\frac{\tan^{-1} x}{x})$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cot(\frac{\tan^{-1} x}{x})$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱)  $+\infty, +\infty$  (۲)  $-\infty, -\infty$

(۳)  $-\infty, +\infty$  (۴)  $+\infty, -\infty$



## هندسه تحلیلی

## هندسه تحلیلی

بردارها /  
خط و صفحه /  
مقاطع مخروطی  
(دایره، بیضی، سهمی)  
صفحه‌های ۴ تا ۷۰

۲۱- دو بردار  $a$  و  $b$  به ترتیب به طول‌های  $\frac{5}{3}$  و  $\frac{3}{5}$  طوری مفروض‌اند که با یکدیگر

زاویه  $45^\circ$  ساخته‌اند. زاویه بین دو بردار  $a + \frac{3}{5}b$  و  $\frac{5}{3}a - \frac{3}{5}b$  کدام است؟

(۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$

(۳)  $90^\circ$  (۴)  $135^\circ$

۲۲- بردارهای  $a = 2i - j + 2k$ ،  $b$  و  $c$  طوری مفروضند که  $a + b + c = 0$ ، حاصل  $a \cdot b + a \cdot c$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۹

(۳) ۳ (۴) -۳

۲۳- بردارهای  $a = (1, 2, -m)$  و  $b = (2m, -1, 1)$  طوری مفروض‌اند که اندازه دو بردار  $a + b$  و  $a - b$  با هم برابر است. مساحت

متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار  $a$  و  $b$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲)  $9\sqrt{2}$

(۳) ۱۸ (۴)  $18\sqrt{2}$

۲۴- به ازای کدام مقدار  $m$ ، دو خط  $d: \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = mz$  و  $d': \begin{cases} x + 2z = 0 \\ y = 4 \end{cases}$  بر هم عمود هستند؟

(۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۵- صفحه‌ای که به موازات محور  $Z$ ها بوده و محور  $X$ ها و  $Y$ ها را به ترتیب در نقاطی به طول ۲ و عرض ۴ قطع می‌کند، از کدام نقطه

زیر می‌گذرد؟

(۱)  $(2, 1, -1)$  (۲)  $(2, 2, 2)$

(۳)  $(-1, 2, 0)$  (۴)  $(-1, 6, 1)$

۲۶- قرینه نقطه  $(0, 1, 1)$  نسبت به صفحه  $P: 2x + y + z + 4 = 0$  کدام است؟

(۱)  $(-2, 0, 0)$  (۲)  $(-1, 1, 1)$

(۳)  $(0, -1, -1)$  (۴)  $(-4, -1, -1)$

۲۷- نقطه  $O' = (a, 2a)$  مرکز دایره‌ای است که از نقاط  $A = (2, 1)$  و  $B = (-1, 4)$  می‌گذرد. شعاع دایره کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۲۸- کدام یک از خطوط زیر در نقطه  $(3, 4)$  بر دایره  $x^2 + y^2 = 25$  مماس است؟

(۱)  $3x + 4y = 25$  (۲)  $3x - 4y = -7$

(۳)  $4x + 3y = 24$  (۴)  $4x - 3y = 0$

۲۹- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از خط  $x = -4$  دو برابر فاصله‌شان از نقطه  $(-1, 0)$  باشد، کدام است؟

(۱) بیضی قائم با فاصله کانونی ۲ (۲) بیضی قائم با فاصله کانونی ۴

(۳) بیضی افقی با فاصله کانونی ۲ (۴) بیضی افقی با فاصله کانونی ۴

۳۰- معادله سهمی‌ای که کانون آن نقطه  $F = (7, 2)$  و خط هادی آن  $x = 3$  باشد، کدام است؟

(۱)  $x^2 - 10x + 8y + 41 = 0$  (۲)  $x^2 - 4x + 8y + 44 = 0$

(۳)  $y^2 - 10y - 8x + 41 = 0$  (۴)  $y^2 - 4y - 8x + 44 = 0$



## ریاضیات گسسته

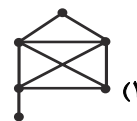
## ریاضیات گسسته

گراف / نظریه اعداد  
(کلیات و تقسیم پذیری، اعداد اول)  
صفحه های ۱ تا ۴۷

۳۱- نمودار گراف متناظر با شش بازه  $(۰,۲)$ ،  $(۱,۴)$ ،  $(۲,۵)$ ،  $(۳,۴)$ ،  $(۳,۸)$ ،  $(۶,۹)$  کدام است؟



(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳۲- گراف ساده  $G$  با دنباله درجات رئوس  $۲, ۲, ۲, ۴, ۴$  مفروض است. این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۲

(۳) ۳

۳۳- درختی دارای ۲۰ رأس از درجه ۱ و ۸ رأس از درجه ۲ است. اگر  $\Delta = ۳$  باشد، این درخت چند رأس از درجه ۳ دارد؟

(۲) ۱۸

(۱) ۱۶

(۴) ۲۲

(۳) ۲۰

۳۴- گراف ساده  $G$  همبند و فاقد دور بوده و با افزودن ۸ یال جدید به گرافی ۴-منتظم تبدیل می شود. گراف  $G$  حداکثر چند رأس

از درجه ماکزیمم می تواند داشته باشد؟

(۲) ۱

(۱) ۵

(۴) ۳

(۳) ۶

۳۵- اگر در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۲۷، باقیمانده  $\frac{۳}{۴}$  برابر مربع خارج قسمت باشد، مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی  $a$  کدام

است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

۳۶- عددی در مبنای  $a$  به صورت ۱۲ و مجذور این عدد در همان مبنای  $a$  به صورت ۲۲۱ نوشته می شود.  $a^2$  در مبنای ۲ به کدام

صورت نوشته می شود؟

(۲)  $(۱۰۰۱)_۲$ (۱)  $(۱۰۱۰)_۲$ (۴)  $(۱۰۰۰)_۲$ (۳)  $(۱۱۰۱)_۲$ 

۳۷- اگر  $p$  عددی اول و بزرگتر از ۳ باشد، عدد  $۳ + p^2$  همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

(۲) ۸

(۱) ۳

(۴) ۹

(۳) ۴

۳۸- اعداد صحیح  $x$  و  $y$  طوری مفروض اند که  $(x,y) = ۶$  و  $ax - by = ۳۰$ ، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $b$  م.م.دو عدد

صحیح  $a$  و  $b$  کدام است؟

(۲)  $\{۱, ۲, ۳\}$ (۱)  $\{۱, ۵\}$ (۴)  $\{۱, ۳\}$ (۳)  $\{۱, ۲\}$ 

۳۹- اگر  $n$  عددی طبیعی باشد آنگاه ب.م.م.دو عدد  $۲ + ۶n$  و  $۳n - ۲$  چند مقدار متفاوت می تواند باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

۴۰- اگر  $p$  و  $q$  دو عدد اول متمایز باشند به طوری که مجموعشان فرد باشد، آنگاه تعداد صفرهای سمت راست

عدد  $10^q \times p^5 \times A = ۲۵$  کدام نمی تواند باشد؟

(۲) ۵

(۱) ۲

(۴) ۷

(۳) ۶



## فیزیک پیش دانشگاهی

## فیزیک پیش دانشگاهی

حرکت شناسی / دینامیک

حرکت نوسانی

موجهای مکانیکی

صفحه‌های ۱ تا ۱۲۰

## فیزیک ۲

صفحه‌های ۱ تا ۷۵

## فیزیک ۳

صفحه‌های ۱۷۰، ۱۷۱ و ۱۷۱

۴۱- اندازه برابری و تفاضل دو بردار با یکدیگر برابر است. در این صورت الزاماً ...

(۱) دو بردار هم اندازه‌اند.

(۲) دو بردار با یکدیگر مساوی هستند.

(۳) دو بردار بر هم عمود هستند.

(۴) دو بردار هم جهت هستند.

۴۲- اتومبیلی با شتاب ثابت  $a$  از حال سکون و در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده و سرعتش

پس از طی مسافت  $x_1$  به  $v$  می‌رسد، سپس با شتاب ثابت  $-2a$  ترمز کرده و پس از طی مسافت

$x_2$  متوقف می‌شود. حاصل  $\frac{x_2}{x_1}$  کدام است؟ (تمام کمیت‌ها بر حسب SI هستند.)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۴۳- یک گلوله توپ از سطح زمین و با سرعت اولیه  $100 \frac{m}{s}$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود و در ارتفاع معینی منفجر

می‌شود. اگر صدای انفجار این گلوله،  $5s$  پس از لحظه پرتاب به شنونده‌ای که در محل پرتاب گلوله قرار دارد، برسد، سرعت

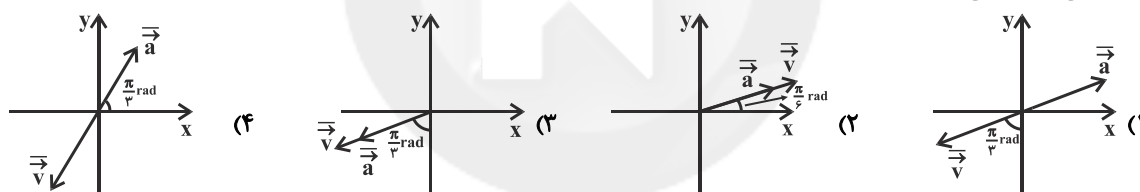
گلوله در لحظه انفجار چند متر بر ثانیه بوده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ،  $320 \frac{m}{s}$  = صوت  $v$  و از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴) ۴۵

۴۴- متحرکی بر مسیر مستقیم حرکت کندشونده دارد و بردارهای مکان آن در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ) به ترتیب در SI

به صورت  $\vec{r}_1 = \sqrt{3}\vec{j}$  و  $\vec{r}_2 = -3\vec{i}$  است. کدام گزینه بردارهای سرعت متوسط و شتاب متوسط متحرک را در این بازه زمانی

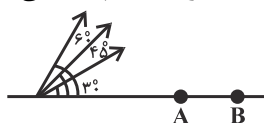
به درستی نشان می‌دهد؟



۴۵- در شرایط خلأ و مطابق شکل زیر، سه جسم را با سرعت‌های اولیه یکسان، به ترتیب تحت زوایای  $30^\circ$ ،  $45^\circ$  و  $60^\circ$  نسبت به

سطح زمین پرتاب می‌کنیم ولی فقط در دو نقطه A و B فرود می‌آیند. به ترتیب از راست به چپ محل فرود جسم‌ها زمانی که

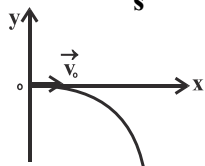
تحت زاویه‌های  $30^\circ$  و  $60^\circ$  پرتاب شده‌اند، کدام است؟



- (۱) A, A (۲) B, B (۳) B, A (۴) A, B

۴۶- در شرایط خلأ و مطابق شکل زیر، پرتابه‌ای از مبدأ مختصات در صفحه  $xOy$  پرتاب می‌شود. اگر در لحظه برخورد به زمین،

بردار سرعت آن به صورت  $\vec{v} = 30\vec{i} - 40\vec{j}$  باشد، بردار مکان آن در لحظه برخورد به زمین کدام است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و تمام



اندازه‌ها در SI هستند.)

- (۱)  $\vec{r} = 15\vec{i} - 125\vec{j}$  (۲)  $\vec{r} = 12\vec{i} - 8\vec{j}$  (۳)  $\vec{r} = 120\vec{i} - 16\vec{j}$  (۴)  $\vec{r} = -16\vec{j}$

۴۷- بردار مکان مراکز دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  در SI به ترتیب به صورت  $\vec{r}_1 = 7\vec{i} + 2\vec{j}$  و  $\vec{r}_2 = -5\vec{i} - 3\vec{j}$  می‌باشد. نیروی

گرانشی که جرم  $m_1$  به جرم  $m_2$  وارد می‌کند، هم جهت با کدام یک از بردارهای زیر است؟

- (۱)  $12\vec{i} - 5\vec{j}$  (۲)  $-12\vec{i} - 5\vec{j}$  (۳)  $-12\vec{i} + 5\vec{j}$  (۴)  $12\vec{i} + 5\vec{j}$



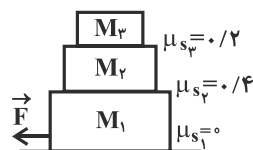
۴۸- اگر اندازه شتاب گرانی در سطح زمین  $\frac{m}{s^2}$   $10^\circ$  باشد، وزن جسمی به جرم  $36\text{kg}$  در ارتفاع  $3R_e$  از سطح زمین چند نیوتون است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است.)

- (۱)  $13/5$  (۲)  $90$  (۳)  $40$  (۴)  $22/5$

۴۹- یک مکعب کوچک فلزی روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه  $\alpha$  می‌سازد با سرعت ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر این جسم را روی همان سطح با سرعت اولیه  $v_0$  رو به بالا پرتاب کنیم، چه مدت طول می‌کشد تا جسم به بالاترین نقطه مسیر حرکت خود برسد؟

- (۱)  $\frac{v_0}{g \sin \alpha}$  (۲)  $\frac{v_0}{g \cos \alpha}$  (۳)  $\frac{v_0}{2g \sin \alpha}$  (۴)  $\frac{v_0}{2g \cos \alpha}$

۵۰- در شکل مقابل، حداکثر اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون باشد، تا هر سه جسم با یک شتاب حرکت کنند؟ ( $M_p = 1\text{kg}$ )



$$(M_p = 2\text{kg}, M_1 = 5\text{kg}, \text{ و } g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱)  $13$  (۲)  $14$  (۳)  $15$  (۴)  $16$

۵۱- یک اتومبیل مسابقه‌ای با حداکثر سرعت ممکن بدون آن که بلغزد، پیچ دایره‌ای و افقی جاده‌ای را به‌طور یکنواخت دور می‌زند. اگر اتومبیل در مدت  $20$  ثانیه یک دور کامل محیط پیچ را که  $60\text{m}$  است بپیماید، ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ اتومبیل

$$\text{و سطح جاده چقدر بوده است؟ } (\pi = 3 \text{ و } g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱)  $0/1$  (۲)  $0/3$  (۳)  $0/6$  (۴)  $0/9$

۵۲- معادله تکانه - زمان متحرکی به جرم  $m = 2\text{kg}$  در SI به صورت  $\vec{P} = (t^2 + 2t + 1)\vec{i} + 3t\vec{j}$  است. شتاب حرکت این متحرک در لحظه  $t = 1\text{s}$  چه زاویه‌ای با بردار سرعت آن در این لحظه می‌سازد؟

- (۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $37^\circ$  (۴) صفر

۵۳- در حرکت نوسانی ساده، کمینه زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه چند بیشینه زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴) بستگی به مکان نوسانگر دارد.

۵۴- در یک حرکت نوسانی ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر  $v_1$  است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر  $3$  برابر انرژی جنبشی آن است. اندازه سرعت نوسانگر چند درصد کاهش یابد تا انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر  $15$  برابر انرژی جنبشی آن شود؟

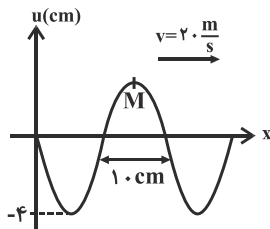
- (۱)  $12/5$  (۲)  $25$  (۳)  $50$  (۴)  $62/5$

۵۵- موجی در یک ریسمان در حال انتشار است. فاصله دو نقطه از ریسمان که در فاز مخالف یکدیگر هستند،  $84\text{cm}$  و فاصله دو نقطه از ریسمان که با یکدیگر هم‌فاز هستند،  $240\text{cm}$  است. نقطه‌ای که در پنجمین نقطه با فاز مخالف با منبع موج قرار دارد، در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از منبع موج قرار دارد؟ (موج دارای بیش‌ترین طول موج ممکن است.)

- (۱)  $108$  (۲)  $60$  (۳)  $120$  (۴)  $54$



- ۵۶- نقش موجی عرضی در لحظه  $t = 0$  مطابق شکل زیر است. اگر سرعت انتشار موج  $20 \frac{m}{s}$  باشد، تابع نوسان‌های نقطه M در SI کدام است؟



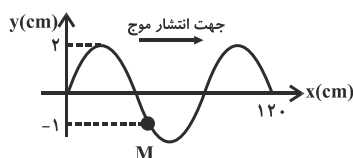
$$u_M = 4 \times 10^{-2} \sin(100\pi t + \frac{3\pi}{2}) \quad (1)$$

$$u_M = 4 \times 10^{-2} \sin(100\pi t - \frac{3\pi}{2}) \quad (2)$$

$$u_M = 4 \times 10^{-2} \sin(200\pi t + \frac{3\pi}{2}) \quad (3)$$

$$u_M = 4 \times 10^{-2} \sin(200\pi t - \frac{3\pi}{2}) \quad (4)$$

- ۵۷- شکل زیر نقش موجی را که در یک طناب منتشر می‌شود، در لحظه‌ای معین نشان می‌دهد. در بازه زمانی  $\Delta t = \frac{1}{50} s$  بعد از این



لحظه، حرکت ذره M چگونه است؟ (سرعت انتشار موج در طناب  $10 \frac{m}{s}$  است.)

(۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

(۳) پیوسته کندشونده

(۴) پیوسته تندشونده

- ۵۸- موجی در یک محیط کشسان منتشر می‌شود و تابع موج آن در SI به صورت  $u_y = 0.2 \sin(\pi t - \frac{\pi}{3} x)$  است. اختلاف فاز دو

نقطه معلوم A و B در آن محیط  $\frac{\pi}{4}$  رادیان است. اگر موج دیگری هم دامنه و هم سرعت با موج اول در همان محیط و جهت

طوری منتشر شود که اختلاف فاز همان دو نقطه  $\frac{\pi}{5}$  رادیان شود، تابع موج آن کدام خواهد بود؟

$$u_y = 0.2 \sin(\frac{4\pi}{5} t - \frac{4\pi}{15} x) \quad (2) \quad u_y = 0.2 \sin(\frac{\pi}{5} t - \frac{\pi}{5} x) \quad (1)$$

$$u_y = 0.2 \sin(\pi t - \frac{4\pi}{15} x) \quad (4) \quad u_y = 0.2 \sin(\frac{4\pi}{5} t - \frac{4\pi}{5} x) \quad (3)$$

- ۵۹- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد امواج از لحاظ نحوه انتشار در محیط کشسان، نادرست بیان شده است؟

(۱) در امواج طولی، راستای انتشار موج با راستای ارتعاش ذرات محیط یکسان است.

(۲) در امواج عرضی، راستای انتشار موج بر راستای ارتعاش ذرات محیط عمود است.

(۳) در امواج عرضی، برخلاف امواج طولی، ذرات محیط همراه با موج حرکت می‌کنند.

(۴) در امواج طولی، با انتشار موج در محیط، ذرات محیط حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهند.

- ۶۰- به وسیله یک فنر به ثابت  $100 \frac{N}{m}$  که جسمی به جرم  $1 \text{ kg}$  را به نوسان در آورده است، در طول یک طناب نازک که جرم هر

متر از آن  $20$  گرم است، امواج عرضی ایجاد می‌کنیم. اگر نیروی کشش در طناب  $200$  نیوتون باشد، کمترین فاصله بین دو

نقطه در فاز مخالف در این طناب چند متر است؟

$$20\pi \quad (2) \quad 10\pi \quad (1)$$

$$20 \quad (4) \quad 5 \quad (3)$$





## شیمی پیش دانشگاهی

فصل‌های ۱ تا ۳

صفحه‌های ۲ تا ۷۶

## شیمی پیش دانشگاهی

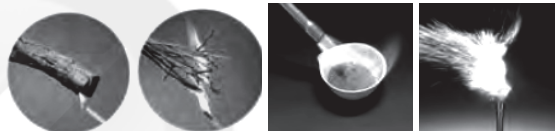
۶۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در واکنش تجزیه کلسیم کربنات، با گذشت زمان غلظت کلسیم اکسید افزایش می‌یابد.  
 (۲) اگر واکنشی گرماده و با افزایش بی‌نظمی همراه باشد، می‌توان گفت با سرعت زیادی انجام می‌شود.  
 (۳) دو شکل زیر، دو نمونه از واکنش‌های تند و سریع را نمایش می‌دهد.



(الف) (ب)

۶۴) دو شکل زیر، نشان‌دهنده تأثیر عامل یکسان در سرعت واکنش هستند.



(الف) (ب)

۶۲- مقداری پتاسیم کلرات در ظرفی دو لیتری مطابق واکنش  $2\text{KClO}_3(s) \rightarrow 2\text{KCl}(s) + 3\text{O}_2(g)$  تجزیه می‌شود. با توجه بهاطلاعات داده شده، سرعت متوسط واکنش چند  $\text{mol}\cdot\text{min}^{-1}$  است؟

زمان (s)	۵	۱۰	۱۵	۲۰
غلظت ( $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ )	۰/۱۶	۰/۲۴	۰/۳	۰/۳

(۱) ۲/۴

(۲) ۰/۸

(۳) ۱/۲

(۴) ۰/۶

۶۳- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) نگهداری فراورده‌های گوشتی به حالت منجمد، سرعت فاسد شدن آن‌ها را به صفر می‌رساند.  
 (۲) در نظریه حالت گذار، ذره‌های واکنش‌دهنده به صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند.  
 (۳) واکنش تولید گاز نیتروژن مونوکسید از گازهای نیتروژن و اکسیژن، در دماهای بالا قابل انجام است.  
 (۴) محلول بنفش رنگ پتاسیم منگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد.

۶۴- رابطه قانون سرعت برای واکنش فرضی  $2\text{A}(g) + \text{B}(g) \rightarrow \text{C}(g)$  به صورت  $R = k[\text{A}]^2$  می‌باشد. اگر غلظت آغازی  $\text{A}(g)$ دو برابر  $\text{B}(g)$  باشد، در لحظه‌ای که سرعت واکنش  $\frac{1}{16}$  سرعت آغازی آن باشد، چند درصد ماده  $\text{A}$  در ظرف واکنش باقی

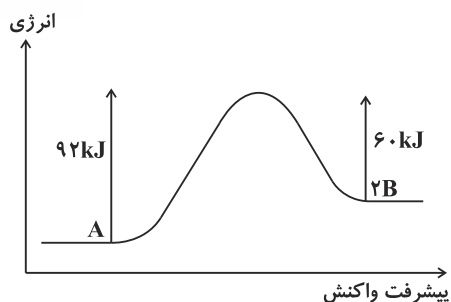
مانده است؟

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۵۰ (۲)

۷۵ (۱)



۶۵- با توجه به نمودار انرژی - پیشرفت روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

- (۱) فراورده‌ها به اندازه ۳۲ کیلوژول پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.
- (۲) سرعت تبدیل B به A بیش‌تر از تبدیل A به B است.
- (۳) با افزودن کاتالیزگر مناسب به این واکنش به دلیل افزایش سطح انرژی فراورده، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- (۴) واکنش گرماگیر و  $\Delta H$  آن برابر ۱۶ کیلوژول است.

۶۶- چه تعداد از موارد زیر صحیح هستند؟

- برطرف شدن برخی از نارسایی‌های نظریه برخورد در نظریه حالت گذار.
- توجیه واکنش بین محلول‌های نقره‌نیترات و سدیم کلرید توسط نظریه برخورد.
- نزدیک‌تر بودن سطح انرژی فراورده‌ها به حالت گذار در واکنش گرماگیر با  $\Delta H \geq E'_a$  یا  $\Delta H < E'_a$ .
- امکان انجام واکنش بین فراورده‌ها در تمامی واکنش‌ها و تولید واکنش‌دهنده‌ها.
- امکان نگهداری مخلوط  $H_2$  و  $O_2$  در دمای اتاق برای مدتی طولانی.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۶۷- کاتالیزورها، چند مورد از موارد زیر را به ترتیب می‌توانند کاهش و چند مورد را افزایش دهند؟

- الف- سرعت واکنش رفت
- ب- گرمای واکنش
- پ- پایداری پیچیده فعال
- ت- انرژی فعال‌سازی برگشت
- ث- زمان انجام واکنش

(۱) ۱-۲ (۲) ۲-۲ (۳) ۱-۲ (۴) ۲-۳

۶۸- با توجه به جدول زیر که مربوط به واکنش  $2A(g) + B(g) \rightarrow 2C(g) + D(g)$  است، کدام مطلب زیر درست است؟

شماره آزمایش	[A]	[B]	سرعت آغاز واکنش $\left(\frac{\text{mol}}{\text{L}\cdot\text{s}}\right)$
۱	۰/۱۵	۰/۴	$۰/۱۲ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۰/۰۷۵	۰/۲	$۱/۵ \times ۱۰^{-۸}$
۳	۰/۷۵	۰/۴	$۶ \times ۱۰^{-۷}$
۴	۰/۱۵	۰/۸	$۴/۸ \times ۱۰^{-۷}$

(۱) تغییرات غلظت A تأثیر بیش‌تری نسبت به تغییرات غلظت B روی سرعت واکنش دارد.

(۲) این واکنش با نظریه برخورد قابل توجیه است.

(۳) اگر غلظت‌های A و B به ترتیب ۸۰٪ و ۴۰٪ نسبت به حالت اولیه کاهش یابند، سرعت واکنش ۰/۰۲۴ برابر سرعت حالت اولیه خواهد شد.

(۴) یکای ثابت سرعت این واکنش  $\frac{(\text{mol})^2}{\text{L}\cdot\text{s}}$  خواهد بود.

۶۹- با توجه به واکنش‌هایی که در مبدل‌های کاتالیستی برای حذف آلاینده‌های CO، NO و  $C_xH_y$  رخ می‌دهد، چند مورد از موارد زیر صحیح است؟

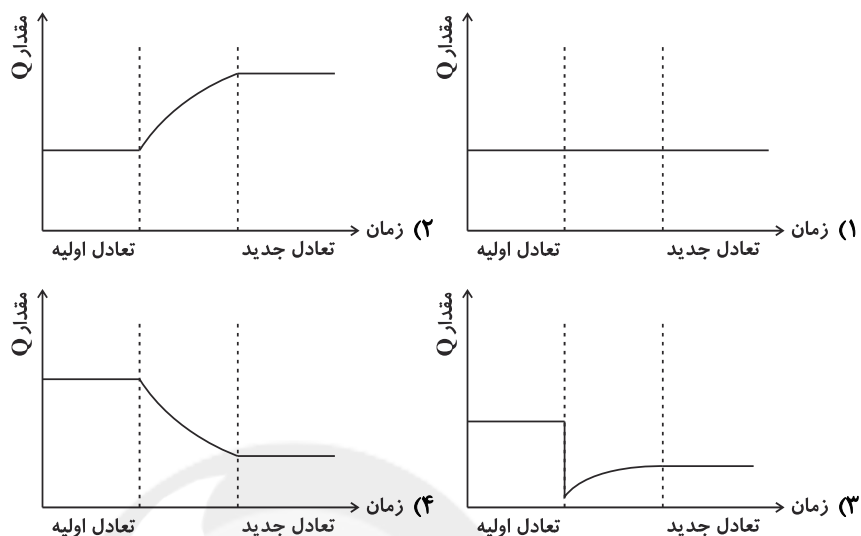
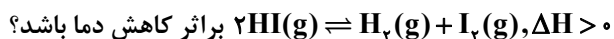
- الف- فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rd) کاتالیزگرهای مناسبی برای این واکنش‌ها هستند.
- ب- در هر سه مورد، با تجزیه هر آلاینده به عناصر سازنده‌اش، آن آلاینده را حذف می‌کنند.
- پ- هر سه واکنش گرماده هستند.
- ت- مبدل‌های کاتالیستی قطعاتی از جنس سرامیک هستند که به‌منظور حذف آلاینده‌ها نزدیک آگزوز خودرو نصب می‌شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





۷۴- کدام یک از نمودارهای زیر، می‌تواند نشان‌دهنده تغییرات خارج‌قسمت واکنش در تعادل



۷۵- ثابت تعادل چهار واکنش مختلف به صورت زیر داده شده است:

$$K_p = 2/9 \times 10^{11} \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \quad (\text{ب})$$

$$K_1 = 7/8 \times 10^{-25} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (\text{الف})$$

$$K_p = 81 \cdot \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (\text{د})$$

$$K_p = 1/66 \times 10^{-3} \quad (\text{ج})$$

کدام مطلب مرتبط با آن‌ها صحیح نیست؟

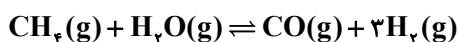
(۱) با استفاده از اصول استوکیومتری می‌توان محاسبه کمی برای واکنش تعادلی (ب) انجام داد.

(۲) در واکنش (د) غلظت تعادلی فراورده‌ها بیش‌تر از واکنش‌دهنده‌هاست.

(۳) واکنش (الف) از نظر ترمودینامیکی نامساعد و از نظر سینتیکی مساعد است.

(۴) در واکنش (ج) تعادل در سمت چپ واکنش قرار دارد.

۷۶- یک مخلوط گازی که در مجموع شامل ۱/۸ مول گاز است، برای رسیدن به تعادل زیر وارد یک محفظه یک لیتری شده است.



فشار اولیه ظرف، ۰/۹ اتمسفر می‌باشد. در مخلوط اولیه، تعداد مول فراورده‌ها، ۱/۲۵ برابر تعداد مول واکنش‌دهنده‌ها بوده و

تعداد مول  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{CH}_4$  با یکدیگر برابر می‌باشد. هم‌چنین ۵۰ درصد مولی فراورده‌ها را گاز  $\text{H}_2$  تشکیل می‌دهد. پس از

مدتی، در دمای ثابت، تعادل در ظرف برقرار می‌شود و فشار ظرف به ۰/۸ اتمسفر می‌رسد. مقدار ثابت تعادل در این دما کدام

است؟

$$1/64 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$7/26 \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$4/12 \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$1/28 \times 10^{-2} \quad (3)$$



۷۷- تعادل  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  در سامانه‌ای بسته به حجم ۲ لیتر و در دمای  $300^\circ C$  برقرار شده است. تأثیر چند

مورد از تغییرات اعمال شده، درست عنوان نشده است؟

- بالا بردن دمای ظرف واکنش: افزایش ثابت تعادل
- خارج کردن مقداری گاز اکسیژن و افزودن مقداری گاز گوگرد تری اکسید: پیشرفت واکنش برگشت و کاهش ثابت تعادل
- انتقال واکنش به ظرفی ۱/۵ لیتری: افزایش غلظت تمام گونه‌های شرکت کننده در واکنش
- کاهش دمای ظرف واکنش: کاهش فشار وارد آمده بر دیواره‌های ظرف و کاهش سرعت واکنش‌های رفت و برگشت

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۷۸- در ظرفی به حجم ۵۰۰ میلی لیتر در یک دمای معین نیم مول گاز کلر، ۱ مول بخار آب، ۱ مول هیدروژن کلرید و ۲ مول گاز

اکسیژن وارد شده‌اند. اگر  $K = 10 \text{ mol.L}^{-1}$  باشد، واکنش در کدام جهت پیش می‌رود و اگر مخلوط واکنش را پس از رسیدن به

تعادل، به ظرفی که گنجایش آن چهار برابر گنجایش ظرف اول است انتقال دهیم، تعادل در چه جهتی پیش خواهد رفت؟

(واکنش موازنه نشده است.)  $Cl_2(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons HCl(g) + O_2(g)$

۱) رفت، برگشت ۲) رفت، رفت

۳) برگشت، برگشت ۴) برگشت، رفت

۷۹- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد کاربردها و ویژگی‌های نیتروژن درست نیست؟

۱) بالاترین درصد فراوانی را در بین گازهای هواکره دارد.

۲) اصلی‌ترین عنصر سازنده پروتئین‌ها و نوکلئیک اسیدها، ویتامین‌ها و هورمون‌هاست.

۳) به دلیل نقطه جوش پایین، برای منجمد کردن نمونه‌های بیولوژیکی کاربرد دارد.

۴) پایداری بالایی دارد از این رو به عنوان محیط بی‌اثر در مواد غذایی بسته‌بندی شده استفاده می‌شود.

۸۰- چه تعداد از موارد زیر درباره واکنش‌ها درست است؟

• در شرایط بهینه از نظر دما و فشار و کاتالیزگر، بازده درصدی آن به ۲۸ درصد می‌رسد.

• یکای ثابت تعادل آن برابر است با عکس ثابت تعادل واکنش تجزیه  $N_2O_5$

• در دمای اتاق از نظر ترمودینامیک و سینتیک مساعد است و به آسانی به تعادل می‌رسد.

• در دمای اتاق ثابت تعادل بزرگی دارد، اما در حضور کاتالیزگر، آمونیاک بیش تری تولید نمی‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

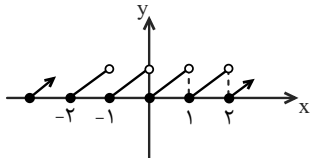


## گزینه «۴» -۴

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( 1 - x \left[ \frac{1}{x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \left[ \frac{1}{x} \right] \right)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \pm\infty} (t - [t]) \quad \text{با فرض } \frac{1}{x} = t \text{ خواهیم داشت:}$$

با توجه به نمودار تابع با ضابطه  $y = x - [x]$ ، از آنجایی که این تابع متناوب است، لذا وقتی  $x \rightarrow \pm\infty$ ، حد وجود ندارد.



## گزینه «۱» -۵

با استفاده از دستور  $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$  خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \sin \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{2} \cos \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{2}$$

گویا شده کسر  $\frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{2}$  به صورت  $\frac{1}{2(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}$  است، چون حد این

کسر وقتی  $x \rightarrow +\infty$ ، برابر صفر است، پس حد سینوس آن نیز صفر بوده و چون

عبارت  $\cos \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{2}$  کران دار است، پس حاصل حد برابر صفر است.

## گزینه «۲» -۶

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n \tan^{-1}(-n)}{\pi n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \tan^{-1}(-n)}{\pi}$$

$$= \frac{2 \left( -\frac{\pi}{2} \right)}{\pi} = -1$$

با توجه به تعریف زیر دنباله اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ ، آن گاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = L$  و

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = L$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + a_{n+1} + 2a_n) = -1 - 1 - 2 = -4$$

## گزینه «۳» -۷

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 - \Delta n}{4 - \Delta n} \right)^{\frac{n+3}{4}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{3 - \Delta n + 1 - 1}{4 - \Delta n} \right)^{\frac{n+3}{4}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4 - \Delta n - 1}{4 - \Delta n} \right)^{\frac{n+3}{4}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-1}{4 - \Delta n} \right)^{\frac{n+3}{4}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{-1}{4 - \Delta n} \right)^{\frac{4 - \Delta n}{-1}} \right]^{\frac{-(n+3)}{4 - \Delta n}} = e^{-\frac{1}{4}} = e^{-\frac{1}{4}}$$

## دیفرانسیل

## گزینه «۴» -۱

$\alpha$  عدد گنگی است. بنابراین  $2\alpha + 2$  حتماً گنگ و جذر آن نیز گنگ است، (گنگ = گویا + گنگ). در ضمن اگر عددی گنگ باشد، وارون آن نیز گنگ است. پس گزینه «۲» همواره گنگ است.

گزینه «۳» نیز گنگ است. زیرا با استفاده از برهان خلف داریم:

$$\frac{\alpha - 1}{2\alpha + 3} \notin Q' \Rightarrow \frac{\alpha - 1}{2\alpha + 3} = x, x \in Q \Rightarrow 2\alpha x + 3x = \alpha - 1$$

$$\alpha(2x - 1) = -3x - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{-3x - 1}{2x - 1}$$

چون  $x$  گویا است، پس  $\frac{-3x - 1}{2x - 1}$  گویا هست، پس  $\alpha$  نیز گویاست که

خلاف فرض  $\alpha \in Q'$  می باشد. پس همواره گنگ است.

گزینه «۴» می تواند گویا باشد، زیرا  $\alpha^2 + 4\alpha$  را می توان یک عدد گویا فرض کرد که جوابهای معادله حاصل اعداد گنگ باشند.

$$\alpha^2 + 4\alpha = 1 \Rightarrow \alpha^2 + 4\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = -2 \pm \sqrt{5}$$

که  $-2 + \sqrt{5}$  و  $-2 - \sqrt{5}$  اعداد گنگ اند.

## گزینه «۱» -۲

$$\frac{\sqrt[4]{n}}{\sqrt{1+\sqrt{n}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{n+1}-1}{1+\sqrt{n}}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1+\sqrt{n}}}$$

با افزایش  $n$ ، کسر  $\frac{1}{1+\sqrt{n}}$  کاهش و کسر  $\frac{1}{1+\sqrt{n}}$  افزایش و عبارت

$$1 - \frac{1}{1+\sqrt{n}}$$
 در نتیجه عبارت  $\sqrt{1 - \frac{1}{1+\sqrt{n}}}$  افزایش می یابد. پس دنباله

داده شده، صعودی است. از طرفی حد دنباله، برابر ۱ است، پس دنباله، همگرا و در نتیجه، کران دار می باشد.

## گزینه «۴» -۳

به طور غیر رسمی وقتی  $x \rightarrow 0^+$  به جای  $x$ ، در تابع  $0^+$  قرار می دهیم، به طریق مشابه وقتی  $x \rightarrow 0^-$  به جای  $x$ ، در تابع  $0^-$  قرار می دهیم.

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} ([x] + \text{sgn } x)$$

$$= [0^+] + \text{sgn}(0^+) = 0 + 1 = 1$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] + \text{sgn } x)$$

$$= [0^-] + \text{sgn}(0^-) = -1 - 1 = -2$$

$= (-2) = -2$  حاصل ضرب حد چپ و راست



## ۸- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{fn + \sin n}{2n^2 + 3} \times n \cos \frac{(-1)^n}{n} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{fn}{2n^2} \left( n \cos \frac{(-1)^n}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cos \frac{(-1)^n}{n} = 2 \cos 0 = 2 \end{aligned}$$

## ۹- گزینه «۲»

نقطه مفروض به طول صحیح  $n$  را در نظر می‌گیریم و شرط داشتن حد را برای آن فراهم می‌سازیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) \stackrel{\text{فرد } n}{=} \lim_{x \rightarrow n^+} 2x^2 - 1 &= 2n^2 - 1 \\ \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) \stackrel{\text{زوج } n}{=} \lim_{x \rightarrow n^-} (3x - 2) &= 3n - 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 1 = 3n - 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = \frac{1}{2} \notin Z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) \stackrel{\text{زوج } n}{=} \lim_{x \rightarrow n^+} 3x - 2 &= 3n - 2 \\ \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) \stackrel{\text{فرد } n}{=} \lim_{x \rightarrow n^-} (2x^2 - 1) &= 2n^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 1 = 3n - 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \text{ زوج نیست} \\ n = \frac{1}{2} \notin Z \end{cases}$$

پس این تابع در  $x=1$  حد دارد.

## ۱۰- گزینه «۳»

با فرض  $D_f = D_g = R$ ، اگر تابع  $f$  در  $x=a$  پیوسته و  $g$  ناپیوسته باشد، توابع  $f \pm g$  و  $\frac{g}{f}$  ( $f(a) \neq 0$ ) در  $a$  ناپیوسته ولی توابع  $\frac{f}{g}$  و  $f \times g$  ممکن است پیوسته یا ناپیوسته باشد، پس گزینه «۳» صحیح است.

مثال نقض گزینه «۱»:  $f = [x + \frac{1}{p}]$  و  $g = x - \frac{1}{p}$  در  $x=1$  پیوسته‌اند ولی  $f \circ g$  در  $x=1$  پیوسته نیست.

مثال نقض گزینه «۲»: اگر  $f(x) = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$  در  $x=0$  پیوسته است ولی  $f \circ g$  در  $x=0$  پیوسته نیستند.

مثال نقض گزینه «۴»:  $f = x - 2$  در  $x=2$  پیوسته و  $g(x) = [x]$  ناپیوسته اما  $\frac{f}{g}$  پیوسته است.

## ۱۱- گزینه «۳»

تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

ضابطه بالا فقط می‌تواند در  $x=0$  ناپیوسته باشد که  $x=0$  متعلق به دامنه آن نیست، پس تابع ضابطه بالا در دامنه خود پیوسته است، هم‌چنین تابع ضابطه پایین چند جمله‌ای است، پس در دامنه خود پیوسته است، برای آن که تابع روی  $R$  پیوسته باشد کافی است در مرز ناحیه‌ها یعنی  $x=1$  و  $x=-1$  پیوسته باشد.

در  $x=1$ :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + b = a + b = f(1) \end{aligned} \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

در  $x=-1$ :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (ax + b) = -a + b = f(-1) \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + 2x - 1}{x} = 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -a + b = 2 \quad (2)$$

از حل (۱) و (۲) با هم خواهیم داشت:  $(a, b) = (0, 2)$  و  $a=0$  و  $b=2$

## ۱۲- گزینه «۲»

با توجه به این که  $f$  بر بازه داده شده پیوسته و وارون پذیر است، بنابراین در این بازه لزوماً اکیداً یکنواست. با توجه به این که  $f(5) = -1 < f(-2) = 4$  بنابراین در بازه  $[-2, 5]$  تابع  $f$  اکیداً نزولی است. می‌دانیم اگر تابع پیوسته  $f$  در بازه  $[a, b]$  نزولی اکید و پیوسته باشد، آن‌گاه  $f^{-1}$  در بازه  $[f(b), f(a)]$  نزولی اکید و پیوسته خواهد بود. پس وارون تابع  $f$  در بازه  $[f(5), f(-2)] = [-1, 4]$  اکیداً نزولی و پیوسته است.



## گزینه «۴» - ۱۳

دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

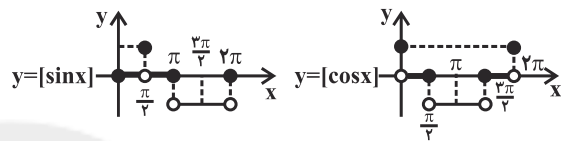
بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f \circ f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$$

## گزینه «۳» - ۱۴



در بازه  $(0, 2\pi)$  نقاطی که دارای شرایط حد نداشتن می باشد را بررسی می کنیم:

$$x = \frac{\pi}{2} : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} |\sin x| |\cos x| = 0 \times (-1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} |\sin x| |\cos x| = 0 \times 0 = 0 \end{cases}$$

$$x = \pi : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pi^+} |\sin x| |\cos x| = (-1) \times (-1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} |\sin x| |\cos x| = 0 \times (-1) = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^+} |\sin x| |\cos x| = (-1) \times 0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^-} |\sin x| |\cos x| = (-1) \times (-1) = 1 \end{cases}$$

بنابراین تابع در نقاط  $x = \pi$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  حد ندارد.

## گزینه «۲» - ۱۵

$$f(x) = (x^2 + 1)[2\sqrt{x}]$$

$$k < x < 8 \Rightarrow \sqrt{k} < \sqrt{x} < \sqrt{8} \Rightarrow 2\sqrt{k} < 2\sqrt{x} < 4\sqrt{2}$$

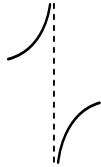
بین  $2\sqrt{k}$  و  $4\sqrt{2}$  باید دو عدد صحیح داشته باشیم تا دو نقطه ناپیوستگی ایجاد شود بنابراین کمترین مقدار  $2\sqrt{k}$  برابر ۳ می باشد.

$$2\sqrt{k} = 3 \Rightarrow \sqrt{k} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = \frac{9}{4} = 2.25$$

## گزینه «۴» - ۱۶

$x = 0$  ریشه مخرج است، بنابراین باید حد تابع را در  $x = 0$  بررسی کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\cos x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{x}$$



بنابراین:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

## گزینه «۳» - ۱۷

تابع  $g(x) = f(x) - \cos \frac{\pi}{x}$  را در نظر می گیریم. جدول مقادیر تابع به شکل روبه روست:

$x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	۱	$\frac{3}{2}$	$g(\frac{1}{3})g(\frac{1}{2}) < 0$
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	-۲	۳	$-\frac{1}{2}$	$g(\frac{1}{2})g(1) < 0$
					$g(1)g(\frac{3}{2}) < 0$

از آن جا که تابع  $g$  پیوسته است، پس تابع  $g$  در هر کدام از بازه های  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ ؛  $(\frac{1}{2}, 1)$ ؛  $(1, \frac{3}{2})$  حداقل یک ریشه دارد. پس  $g$  در بازه

$(0, 2)$  حداقل ۳ ریشه دارد. در نتیجه  $f(x) = \cos \frac{\pi}{x}$  حداقل ۳ جواب دارد.

## گزینه «۲» - ۱۸

$$x^3 + ax = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 + a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 : x = 0 & \text{غ ق ق} \Rightarrow \text{فقط یک ریشه} \\ a < 0 : x = 0, x = \pm\sqrt{-a} & \Rightarrow \text{مخرج سه ریشه دارد.} \end{cases}$$

$$\text{ریشه های صورت: } x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ دو مجانب قائم}$$

$$a = -4 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{x-1}{x(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \text{ دو مجانب قائم}$$





$$(1, 2, -m) \cdot (2m, -1, 1) = 0 \Rightarrow 2m - 2 - m = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow a = (1, 2, -2), b = (4, -1, 1)$$

مساحت متوازی الاضلاع:  $S = |a \times b| = |a| |b| \sin \theta$

$$= \sqrt{1+4+4} \times \sqrt{16+1+1} \times \sin 90^\circ = 9\sqrt{2}$$

گزینه «۴» - ۲۴

$$d: \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = mz \Rightarrow u = (m, 3, \frac{1}{m})$$

$$d': \begin{cases} x = -2z \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow u' = (1, 0, -\frac{1}{2})$$

$$u \cdot u' = 0 \Rightarrow m - \frac{1}{2m} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2m} \Rightarrow m^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه «۴» - ۲۵

معادله صفحه‌ای که موازی محور  $Z$  ها است، فاقد جمله  $Z$  است. معادله این صفحه را می‌توان به صورت  $ax + by = d$  در نظر گرفت که در آن  $a, b, d \in \mathbb{R}$ . مطابق فرض نقاط  $(2, 0, 0)$  و  $(0, 4, 0)$  روی این صفحه قرار دارند، پس:

$$\left. \begin{aligned} ax + by = d \xrightarrow{(2, 0, 0)} 2a = d \\ ax + by = d \xrightarrow{(0, 4, 0)} 4b = d \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{2}x + \frac{d}{4}y = d \Rightarrow 2x + y = 4$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه  $(-1, 6, 1)$  روی این صفحه قرار دارد.

گزینه «۴» - ۲۶

اگر نقطه  $A' = (m, n, p)$  قرینه نقطه  $A = (0, 1, 1)$  نسبت به صفحه  $P$  باشد، اولاً  $\overline{AA'}$  بر صفحه  $P$  عمود است و ثانیاً وسط پاره خط  $AA'$  روی صفحه  $P$  قرار دارد.

$$\overline{AA'} \perp P \Rightarrow \overline{AA'} \parallel n_P \Rightarrow (m, n-1, p-1) \parallel (2, 1, 1)$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} = n-1 = p-1$$

$$\text{ثانیاً } \overline{AA'} \text{ وسط } M = \frac{A+A'}{2} = \left(\frac{m}{2}, \frac{n+1}{2}, \frac{p+1}{2}\right) \in P$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{m}{2}\right) + \frac{n+1}{2} + \frac{p+1}{2} + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = n-1 = p-1 \\ 2m + n + p + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = -4, n = -1, p = -1 \Rightarrow A'$$

گزینه «۳» - ۱۹

وقتی مجانب مایل با خطی موازی است، یعنی شیب مجانب مایل با شیب خط برابر

است. شیب مجانب مایل هم که از رابطه  $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$  به دست می‌آید:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x+1)\sqrt{\frac{ax+1}{x+2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x\sqrt{a}}{x} = 2 \Rightarrow 3\sqrt{a} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{9}$$

گزینه «۱» - ۲۰

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cot\left(\frac{\tan^{-1}x}{x}\right) = \cot\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{+\infty}\right) = \cot(0^+) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \cot\left(\frac{\tan^{-1}x}{x}\right) = \cot\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{-\infty}\right) = \cot(0^+) = +\infty$$

هندسه تحلیلی

گزینه «۳» - ۲۱

بردارهای جهت  $a$  و  $b$  برابر هستند با:

$$\begin{cases} e_a = \frac{a}{|a|} = \frac{a}{\frac{\Delta}{3}} = \frac{3}{\Delta}a \\ e_b = \frac{b}{|b|} = \frac{b}{\frac{\Delta}{3}} = \frac{3}{\Delta}b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta}{3}b + \frac{3}{\Delta}a = e_a + e_b \\ \frac{3}{\Delta}a - \frac{\Delta}{3}b = e_a - e_b \end{cases}$$

از آن جا که  $(e_a + e_b) \cdot (e_a - e_b) = 0$ ، نتیجه می‌شود که دو

بردار  $\frac{3}{\Delta}a - \frac{\Delta}{3}b$  و  $\frac{\Delta}{3}b + \frac{3}{\Delta}a$  برهم عمودند.

گزینه «۲» - ۲۲

$$|a| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -a \xrightarrow{\text{ضرب داخلی در } a} a \cdot b + a \cdot c = -a \cdot a$$

$$\rightarrow a \cdot b + a \cdot c = -|a|^2 \Rightarrow a \cdot b + a \cdot c = -9$$

گزینه «۲» - ۲۳

$$|a+b| = |a-b| \Rightarrow$$

$a \cdot b = 0 \Rightarrow$  متوازی الاضلاع ساخته شده، مستطیل است.



۲۷- گزینه «۱»

اگر شعاع این دایره باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} |O'A| &= |O'B| = R \Rightarrow |O'A|^2 = |O'B|^2 \\ \Rightarrow (a-2)^2 + (2a-1)^2 &= (a+1)^2 + (2a-4)^2 \\ \Rightarrow 5a^2 - 4a + 5 &= 5a^2 - 14a + 17 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2 \\ R &= |O'A| = \sqrt{(2-2)^2 + (4-1)^2} = 3 \end{aligned}$$

۲۸- گزینه «۱»

مبدأ مختصات، مرکز دایره  $x^2 + y^2 = 25$  می باشد، بنابراین با

$$\begin{aligned} \text{فرض } A = (3, 4), \text{ شیب خط } OA \text{ برابر خواهد بود با: } m_{OA} &= \frac{4-0}{3-0} = \frac{4}{3} \\ \text{چون خط مماس در نقطه } A \text{ بر خط } OA \text{ عمود است، پس شیب} & \\ \text{آن } m &= -\frac{3}{4} \text{ می باشد.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{معادله خط مماس: } y - 4 &= -\frac{3}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 16 = -3x + 9 \\ \Rightarrow 3x + 4y &= 25 \end{aligned}$$

۲۹- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} MH &= 2MF \\ \Rightarrow |x+4| &= 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} \\ \Rightarrow (x+4)^2 &= 4(x+1)^2 + 4y^2 \\ \Rightarrow 3x^2 + 4y^2 &= 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ (بیضی افقی)} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow FF' = 2c = 2$$

۳۰- گزینه «۴»

با توجه به معادله خط هادی، سهمی افقی است. اگر  $S \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$  رأس سهمی باشد،

$$\begin{cases} x = \alpha - a = 3 \\ \alpha + a = 7 \\ \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 5 \\ a = 2 \end{cases} \text{ آنگاه:}$$

معادله این سهمی به صورت زیر است:

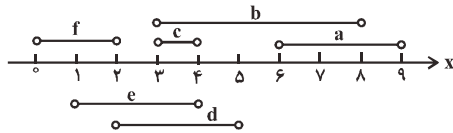
$$\begin{aligned} (y-\beta)^2 &= 4a(x-\alpha) \Rightarrow (y-2)^2 = 8(x-5) \\ \Rightarrow y^2 - 4y + 4 &= 8x - 40 \Rightarrow y^2 - 4y - 8x + 44 = 0 \end{aligned}$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۲»

$$a = (6, 9), b = (3, 8), c = (2, 4)$$

$$d = (2, 5), e = (1, 4), f = (0, 2)$$



۳۲- گزینه «۳»



با توجه به دنباله درجات رئوس ۲، ۲، ۴، ۴، نمودار گراف G به صورت روبه روست:

همچنین می دانیم سه رأسی که دو به دو مجاورند (به اصطلاح تشکیل مثلث می دهند). یک دور به طول ۳ می سازند. با توجه به نمودار، گراف G تنها سه دور به طول ۳ دارد.

۳۳- گزینه «۲»

فرض می کنیم k رأس از درجه  $\Delta = 3$  وجود داشته باشد، پس:

$$\begin{cases} \text{مرتبه: } p = 2 \cdot 0 + 8 + k = 28 + k \\ \text{اندازه: } q = \frac{1}{2} \sum \deg v_i = \frac{1}{2} (2 \cdot 0 + 8 + 2 \cdot 2 + k \cdot 3) = 18 + \frac{3k}{2} \end{cases}$$

$$\text{درخت: } p = q + 1 \Rightarrow 28 + k = (18 + \frac{3k}{2}) + 1 \Rightarrow 9 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 18$$

۳۴- گزینه «۱»

گراف ساده همبند و فاقد دور، درخت است. پس G درخت بوده و داریم:

$$q + 8 = \frac{4p}{2} \Rightarrow (p-1) + 8 = 2p \Rightarrow p = 7 \quad q = p - 1$$

از آنجا که درخت مرتبه  $p = 7$  حداقل دو رأس از درجه  $\delta = 1$  دارد، پس حداکثر تعداد رئوس از درجه ماکزیمم به ازای درخت خطی زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} \Delta = 2 \text{ رأس از درجه } \\ \delta = 1 \text{ رأس از درجه } \end{cases}$$

۳۵- گزینه «۲»

طبق فرض سؤال و الگوریتم تقسیم داریم:

$$a = 27q + \frac{3}{4}q^2, 0 \leq \frac{3}{4}q^2 < 27 \Rightarrow 3q^2 < 108 \Rightarrow q^2 < 36$$

از آنجا که باقی مانده تقسیم  $(\frac{3}{4}q^2)$ ، عددی صحیح است، نتیجه می گیریم

که q باید زوج باشد، پس:

$$q_{\max} = 4 \Rightarrow a_{\max} = 27 \times 4 + \frac{3}{4} \times 16 = 120$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 2 + 0 = 3$$



## فیزیک پیش دانشگاهی

۴۱ - گزینه «۳»

زمانی که دو بردار بر هم عمود باشند، اندازه بردار برآیند و اندازه بردار تفاضل آنها یکسان خواهد بود و از رابطه فیثاغورس به دست می آید.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\vec{R}' = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\Rightarrow R' = \sqrt{a^2 + b^2}$$

۴۲ - گزینه «۳»

روش اول: با استفاده از رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم برای هر قسمت داریم:

حرکت تندشونده:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow v^2 - 0 = 2ax_1 \Rightarrow x_1 = \frac{v^2}{2a} \quad (1)$$

حرکت کندشونده:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-2a)x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{v^2}{4a} \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{x_1} \rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{v^2}{4a}}{\frac{v^2}{2a}} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک را رسم می کنیم. داریم:

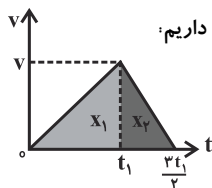
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = at_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{a}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-2a)t_2 + at_1 \Rightarrow t_2 = \frac{t_1}{2}$$

مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با اندازه

جابه جایی متحرک است. داریم:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{1}{2}v \times \frac{t_1}{2}}{\frac{1}{2}v \times t_1} = \frac{1}{2}$$



۴۳ - گزینه «۲»

مدت زمانی که پس از پرتاب گلوله توپ طول می کشد تا صدای انفجار آن به گوش شنونده برسد برابر با مجموع زمانی است که گلوله بالا می رود (t) و زمانی که طول می کشد تا صدای انفجار به گوش شنونده برسد (t'). داریم:

$$t + t' = \Delta s \Rightarrow t' = \Delta s - t \quad (1)$$

فرض می کنیم گلوله در ارتفاع h از سطح زمین منفجر شود، داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow h = -\Delta t^2 + 10 \cdot t \quad (2)$$

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \times t' \Rightarrow h = 32 \cdot t' \quad (3)$$

۳۶ - گزینه «۲»

$$((12)_a)^2 = (221)_a$$

$$(2+a)^2 = 1+2a+2a^2 \Rightarrow a^2-2a-3=0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-1 \end{cases} \text{ غ ق}$$

$a^2 = 9$  در مبنای ۲ به صورت  $(1001)_2$  نوشته می شود.

۳۷ - گزینه «۳»

می دانیم هر عدد اول بزرگ تر از ۳ را می توان به شکل  $6k \pm 1$ ،  $(k \in \mathbb{N})$  نوشت، پس داریم:

$$p^2 + 3 = (6k \pm 1)^2 + 3 = 36k^2 \pm 12k + 1 + 3 = 4(9k^2 \pm 3k + 1)$$

پس عدد مورد نظر بر ۴ بخش پذیر است.

توجه کنید که عبارت  $9k^2 \pm 3k + 1$  را می توان به صورت  $1 + 3k(3k \pm 1)$  نوشت که نه عامل ۲ دارد و نه عامل ۳. (چرا؟)

۳۸ - گزینه «۱»

$$(x, y) = 6 \Rightarrow \left(\frac{x}{6}, \frac{y}{6}\right) = 1$$

$$ax - by = 30 \xrightarrow{+6} a\left(\frac{x}{6}\right) - b\left(\frac{y}{6}\right) = 5 \Rightarrow ax' + by' = 5$$

$ax' + by' = 5$  یک ترکیب صحیح و خطی دو عدد صحیح a و b است که مضرب (a, b) می باشد، یعنی ب.م.م دو عدد صحیح a و b می تواند هر یک از مقادیر ۱ یا ۵ باشد.

۳۹ - گزینه «۳»

$$(6n+2, 3n-2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 6n+2 \\ d | 3n-2 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} d | 6n-4$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 6 \Rightarrow d = 1, 2, 3, 6$$

از آنجا که اعداد  $6n+2$  و  $3n-2$  مضرب ۳ نیستند، پس تنها مقادیر  $d = 1, 2$  قابل قبول است.

۴۰ - گزینه «۳»

می دانیم اگر جمع دو عدد اول متمایز، فرد باشد آنگاه حتماً یکی از آنها ۲ است و عدد اول دیگر حتماً عددی فرد است، پس داریم:

$$\begin{cases} q = 2 \Rightarrow \begin{cases} q = 5 \rightarrow A = 5^2 \times 2^5 \times 5^1 = 5^2 \times 5^{12} = 5^7 \times 1^5 \rightarrow \text{تعداد صفرها} = 5 \\ q \neq 5 \rightarrow A = 5^2 \times 2^5 \times q^1 = 2^3 \times q^1 \times 1^0 \times 1^2 \rightarrow \text{تعداد صفرها} = 2 \end{cases} \\ p = 2 \Rightarrow \begin{cases} p = 5 \rightarrow A = 5^2 \times 5^5 \times 2^1 = 5^7 \times 2^1 = 2^3 \times 1^0 \times 1^7 \rightarrow \text{تعداد صفرها} = 7 \\ p \neq 5 \rightarrow A = 5^2 \times p^5 \times 2^1 = 2^8 \times p^5 \times 1^0 \times 1^2 \rightarrow \text{تعداد صفرها} = 2 \end{cases} \end{cases}$$

تکته: تعداد صفرهای سمت راست یک عدد طبیعی برابر است با توان کم تر ۲ یا ۵ (در صورت وجود) در تجزیه آن عدد به عوامل اول.



## گزینه ۴۶ - «۲»

در حرکت پرتابی در خلأ، سرعت حرکت پرتابه در راستای افقی همواره ثابت است. بنابراین با توجه به این که پرتابه به صورت افقی پرتاب شده است، می توان

$$v_{0x} = v_x = 30 \frac{m}{s} \quad \text{نوشت:}$$

$$v_{0y} = 0 \quad \text{و} \quad v_y = -40 \frac{m}{s}$$

مدت زمان حرکت پرتابه تا لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$v_y = -gt + v_{0y} \Rightarrow -40 = -10t + 0 \Rightarrow t = 4s$$

در لحظه  $t = 4s$ ، مکان گلوله برابر است با:

$$x = v_{0x}t + x_0 = 30 \times 4 + 0 \Rightarrow x = 120m$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 = -5 \times 4^2 + 0 + 0 \Rightarrow y = -80m$$

$$\xrightarrow{t=4s} \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = 120\vec{i} - 80\vec{j} \quad (m)$$

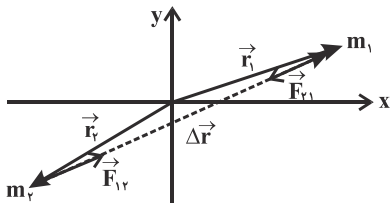
## گزینه ۴۷ - «۴»

با توجه به این که نیروی گرانشی بین دو جرم همواره رپایشی است، پس نیروی گرانشی که جرم  $m_1$  به جرم  $m_2$  وارد می کند  $(\vec{F}_{12})$  در جهت بردار

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad \text{خواهد بود. بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{r} = (7\vec{i} + 2\vec{j}) - (-5\vec{i} - 3\vec{j})$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{r} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$$



## گزینه ۴۸ - «۴»

ابتدا اندازه شتاب گرانی را در فاصله  $3R_e$  از سطح زمین محاسبه می کنیم. داریم:

$$g = G \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{g_0 = 10 \frac{m}{s^2}} \frac{g_h}{10} = \left(\frac{R_e}{4R_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow g_h = \frac{10}{16} \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه اندازه وزن جسم در این ارتفاع خواهیم داشت:

$$W_h = mg_h = 36 \times \frac{10}{16} = 22.5 N$$

$$-(3)(2)(1) \rightarrow -\Delta t^2 + 10 \cdot t = 32 \cdot (5-t) \Rightarrow t^2 - 84t + 320 = 0$$

$$\Rightarrow (t-4)(t-80) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4s & \text{ق.ق} \\ t = 80s & \text{غ.ق} \end{cases}$$

برای محاسبه سرعت گلوله در لحظه انفجار، داریم:

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v = -10 \times 4 + 10 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

دقت کنید  $t = 80s$  غیرقابل قبول است، چون طبق رابطه

$$\Delta y = -\Delta t^2 + 10 \cdot t$$

گلوله پس از  $20s$  به زمین می رسد.

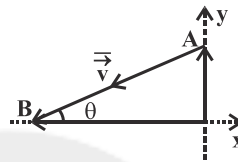
## گزینه ۴۴ - «۱»

متحرک بر مسیر مستقیم از A تا

B حرکت کرده است و بردار سرعت

متوسط آن هم جهت با بردار جابه جایی آن

است.



$$\tan \theta = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

همچنین بردارهای سرعت متحرک در دو نقطه A و B، مماس بر مسیر

حرکت یعنی روی مسیر AB بوده و به دلیل کندشونده بودن حرکت، اندازه

$v_2$  کوچک تر از اندازه  $v_1$  است و می دانیم بردار شتاب متوسط هم جهت با

برداری تغییرات سرعت متحرک است.



## گزینه ۴۵ - «۱»

در حرکت پرتابی در خلأ، زمانی که زاویه های پرتاب دو متحرک که با سرعت

اولیه یکسان پرتاب می شوند، متمم یکدیگر باشد (و یا به عبارت دیگر، از زاویه

$45^\circ$  به یک اندازه فاصله داشته باشند)، بُرد دو پرتاب یکسان است. از طرفی به

ازای یک سرعت اولیه یکسان، بُرد پرتاب ای که با زاویه  $45^\circ$  پرتاب می شود،

بیشینه است، بنابراین در این سؤال، پرتاب هایی که با زوایای پرتاب  $30^\circ$  و

$60^\circ$  پرتاب می شوند در نقطه A و پرتابه ای که با زاویه پرتاب  $45^\circ$  پرتاب

می شود در نقطه B به زمین می رسد.

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1)$$

$$R' = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \rightarrow R' = \frac{v_0^2 \sin 2(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{g}$$

$$\Rightarrow R' = \frac{v_0^2 \sin(\pi - 2\alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1) \rightarrow R' = R$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \frac{dR}{d\alpha} = 0 \Rightarrow 2 \cos 2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$



و نیز چون در ۲۰ ثانیه یک دور می‌زند پس  $T = ۲۰s$  بوده که از روی آن  $\omega$  محاسبه می‌گردد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3}{20} = 0.3 \text{ rad/s}$$

که با جایگذاری مقادیر به دست آمده در رابطه (۱)،  $\mu_s$  به دست می‌آید:

$$\mu_s = \frac{100 \times (0.3)^2}{10} = 0.9$$

(۱)  $r=100m, \omega=0.3 \text{ rad/s}$

#### ۵۲- گزینه «۴»

طبق رابطه  $\vec{P} = m\vec{v}$ ، همواره بردارهای سرعت و تکانه در یک جهت هستند، همچنین طبق رابطه  $\vec{F} = m\vec{a}$ ، همواره جهت بردارهای شتاب و بردار برابری نیروهای وارد بر جسم نیز یکسان است. پس زاویه‌ای که بردار سرعت با بردار شتاب می‌سازد همان زاویه‌ای است که بردار تکانه با بردار برابری نیروها می‌سازد. داریم:

$$t = 1s \Rightarrow \vec{P} = \vec{F}i + \vec{J}j \quad \left(\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = (\gamma t + \gamma)\vec{i} + \gamma\vec{j} \xrightarrow{t=1s} \vec{F} = \vec{F}i + \vec{J}j \quad (\text{N})$$

همانطور که ملاحظه می‌شود، جهت دو بردار نیرو و تکانه در این لحظه یکسان است، بنابراین زاویه بین آنها صفر می‌باشد.

#### ۵۳- گزینه «۲»

کمینه زمان برای طی یک مسافت معین مربوط به بازه متقارنی به مرکزیت مرکز نوسان است و این مربوط به زمانی است که نوسانگر از نصف دامنه در یک طرف به نصف دامنه در طرف دیگر برود، یعنی مثلاً از فاز  $\frac{\Delta\pi}{6}$  رادیان به

$$\frac{7\pi}{6} \text{ رادیان برود.}$$

$$\Delta\phi = \omega\Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_{\min}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\min} = \frac{T}{6}$$

بیشینه زمان برای طی مسافت معین A مربوط به بازه‌ای است که متحرک در

انتهای پاره خط نوسان  $\frac{A}{2}$  را طی کرده، بایستد و سپس به جای قبلی خود بازگردد. یعنی مثلاً از فاز  $\frac{\pi}{6}$  رادیان به  $\frac{\Delta\pi}{6}$  رادیان برود.

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_{\max} \Rightarrow \Delta t_{\max} = \frac{T}{3}$$

$$\frac{\Delta t_{\min}}{\Delta t_{\max}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{3}} = \frac{1}{2}$$

#### ۴۹- گزینه «۳»

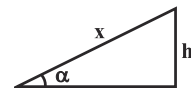
وقتی جسم با سرعت ثابت روی سطح شیب‌دار به سمت پایین حرکت می‌کند،

$\mu_k = \tan \alpha$  می‌باشد. حال اگر جسم را با سرعت  $v_0$  روبه بالا پرتاب کنیم،

زمان توقف برابر خواهد بود با:

$$t = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu_k \cos \alpha)}$$

$$\mu_k = \tan \alpha \rightarrow t = \frac{v_0}{2g \sin \alpha}$$



#### ۵۰- گزینه «۴»

زمانی جسم  $M_1$  یا  $M_2$  شروع به لغزش می‌کنند که نیروی اصطکاک رو به جلوی وارد بر آنها، به حداکثر مقدار خود رسیده باشد. فرض می‌کنیم که نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم  $M_1$  حداکثر مقدار خود را داشته باشد. از اینجا حداکثر شتابی را که مجموعه با آن می‌تواند حرکت کند بدون آن که لغزشی صورت پذیرد، پیدا می‌کنیم.

$$\vec{f}_{s(\max)} \leftarrow \boxed{M_1} \rightarrow \Rightarrow (f_{s(\max)})_1 = M_1 a \Rightarrow \mu_{s1} M_1 g = M_1 a$$

$$a = \mu_{s1} g = 0.2 \times 10 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال بررسی می‌کنیم که  $M_2$  می‌تواند با این شتاب حرکت کند یا نه.

$$\vec{f}_{s1} \leftarrow \boxed{M_2} \rightarrow \vec{f}_{s(\max)} \rightarrow \Rightarrow f_{s1} - (f'_{s(\max)})_2 = M_2 a$$

$$\Rightarrow f_{s1} - \mu_{s2} M_2 g = M_2 a \Rightarrow f_{s1} - 0.2 \times 10 \times 10 = 2 \times 2$$

$$\Rightarrow f_{s1} = 6N < (f_{s(\max)})_2 = \mu_{s2} (M_1 + M_2) g = 12N$$

مقدار  $f_{s1}$  کمتر از مقدار  $(f_{s(\max)})_2$  است؛ یعنی فرض ما درست بوده و با حداکثر  $F$ ، جسم  $M_1$  در آستانه لغزش خواهد بود.

حال برای جسم  $M_1$  می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F} \leftarrow \boxed{M_1} \rightarrow \vec{f}_{s1} \rightarrow \Rightarrow F - f_{s1} = M_1 a \Rightarrow F - 6 = 2 \times 2$$

$$\Rightarrow F = 10N$$

#### ۵۱- گزینه «۴»

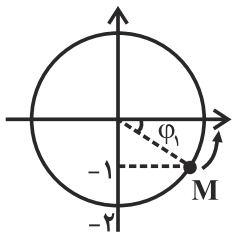
نیروی مرکزگرا برای حرکت اتومبیل در مسیر دایره‌ای توسط نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های اتومبیل و سطح جاده تأمین می‌شود و چون اتومبیل با بیشینه سرعت ممکن بدون آن که بلغزد، حرکت می‌کند، اصطکاک ایستایی نیز بیشینه خواهد بود. داریم:

$$f_{s(\max)} = m r \omega^2 \Rightarrow \mu_s m g = m r \omega^2 \Rightarrow \mu_s = \frac{r \omega^2}{g} \quad (1)$$

$$2\pi r = 600 \Rightarrow 2 \times 2r = 600 \Rightarrow r = 100m$$



## ۵۷- گزینه «۲»



ابتدا فاز نقطه M را در لحظه اولیه به دست

می آوریم. با توجه به جهت انتشار موج، نقطه M به سمت بالا حرکت خواهد کرد. بنابراین

داریم:

$$\sin \phi_1 = \frac{y}{A} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \phi_1 = -\frac{\pi}{6}$$

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 120 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.8 = \frac{10}{f} \Rightarrow f = 12.5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\phi = 25\pi \times \frac{1}{50} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_2 - \phi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\phi_1 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \rightarrow \phi_2 = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

پس در این مدت نقطه M از فاز  $\phi_1 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$  به فاز  $\phi_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$  منتقل

می شود. بنابراین ابتدا به مرکز نزدیک می شود و سپس از آن دور می شود. پس حرکت آن ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

## ۵۸- گزینه «۲»

می دانیم سرعت انتشار موج در یک محیط کشسان به شرط آن که شرایط

فیزیکی محیط تغییر نکنند، ثابت باقی می ماند. از طرف دیگر طبق رابطه

اختلاف فاز بین دو نقطه A و B به علت تغییر بسامد خواهد بود. داریم:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\phi_2}{\Delta\phi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \xrightarrow{\Delta\phi_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \Delta\phi_2 = \frac{\pi}{5} \text{ rad}} \frac{\frac{\pi}{5}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \xrightarrow{\omega_1 = \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \frac{\pi}{4} = \frac{\omega_2}{\pi}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{4\pi}{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1)$$

$$k = \frac{\omega}{v} \xrightarrow{v_1 = v_2} \frac{k_2}{k_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \Rightarrow \frac{k_2}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{4\pi}{5}}{\pi}$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{4\pi}{15} \frac{\text{rad}}{\text{m}} \quad (2)$$

$$u_y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$\xrightarrow{A_2 = A_1 = 0.2 \text{ m}} u_y = 0.2 \sin\left(\frac{4\pi}{5}t - \frac{4\pi}{15}x\right) \quad (2), (1)$$

## ۵۹- گزینه «۳»

در هر حالت نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی را می یابیم:

$$E = U + K \Rightarrow \frac{U}{E} + \frac{K}{E} = 1$$

$$\frac{U_1}{K_1} = 3 \Rightarrow U_1 = 3K_1 \text{ و } E = U_1 + K_1 = 4K_1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_1}{E} = \frac{3}{4} \\ \frac{K_1}{E} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\frac{U_2}{K_2} = 15 \Rightarrow U_2 = 15K_2 \text{ و } E = U_2 + K_2 = 16K_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_2}{E} = \frac{15}{16} \\ \frac{K_2}{E} = \frac{1}{16} \end{cases}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{U_2}{E}}{\frac{U_1}{E}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{درصد تغییر سرعت: } \frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = -50\%$$

## ۵۵- گزینه «۱»

فاصله دو نقطه در فاز مخالف با یکدیگر  $\frac{\lambda}{2}(2n-1)$  و فاصله دو نقطه هم فاز

$m\lambda = 2m \frac{\lambda}{2}$  است. نسبت این دو فاصله نسبت یک عدد فرد  $(2n-1)$  به

عددی زوج  $(2m)$  است و طبق فرض سوال چون موج با این شرایط دارای

بیشترین طول موج ممکن است، بنابراین داریم:

پس  $\frac{\lambda}{2}$  برابر با  $12 \text{ cm}$  می شود. فاصله پنجمین نقطه در فاز مخالف با منبع،

برابر با  $\frac{\lambda}{2}(2 \times 5 - 1)$  است که  $10.8 \text{ cm}$  می شود.

## ۵۶- گزینه «۴»

با استفاده از نقش موج، داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

معادله نقش موج برابر است با:

$$U = A \sin(\omega t - kx) = 4 \times 10^{-2} \sin(200\pi t - 10\pi x)$$

بنابراین برای نقطه M داریم:

$$\xrightarrow{x_M = 0.15 \text{ m}} U_M = 4 \times 10^{-2} \sin(200\pi t - 10\pi \times 0.15)$$

$$\Rightarrow U_M = 4 \times 10^{-2} \sin(200\pi t - \frac{3\pi}{2})$$



## ۵۹- گزینه «۳»

در ایجاد امواج (طولی و عرضی)، با انتشار موج در محیط، ذرات محیط حرکت نوسانی ساده (حول نقطه تعادل خود) انجام می‌دهند و همراه با موج حرکت نمی‌کنند. مطابق متن کتاب درسی گزینه‌های «۱» و «۲» به ترتیب تعریف امواج طولی و عرضی هستند.

## ۶۰- گزینه «۱»

ابتدا بسامد و سرعت انتشار امواج عرضی را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{1}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{20 \times 10^{-3}}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{\frac{5}{\pi}} = 20\pi \text{ m}$$

طول موج امواج برابر است با:

در انتها کمترین فاصله بین دو نقطه در فاز مخالف برابر است با:

$$d = \frac{\lambda}{2} = 10\pi \text{ m}$$

## شیمی پیش‌دانشگاهی

## ۶۱- گزینه «۴»

دو شکل نشان داده شده در گزینه «۴» بیان‌کننده تأثیر سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کلسیم اکسید یک ترکیب جامد بوده و غلظت آن ثابت است و تغییر نمی‌کند.

(۲) اگر واکنشی گرماده و با افزایش بی‌نظمی همراه باشد، می‌توان گفت از لحاظ ترمودینامیکی مساعد بوده و امکان وقوع آن وجود دارد، اما در مورد سرعت آن نمی‌توان اظهار نظر کرد.

(۳) شکل (الف) نشان‌دهنده زنگ‌زدن آهن در هوای مرطوب است که به کندی انجام می‌شود و شکل (ب)، افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات را نشان می‌دهد که باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.

## ۶۲- گزینه «۲»

چون غلظت ماده داده شده در حال افزایش است، پس باید یکی از فرآورده‌ها باشد و چون غلظت ماده جامد ثابت است، بنابراین اطلاعات داده شده مربوط به گاز اکسیژن است. از ثانیه ۱۵ به بعد واکنش متوقف شده پس بازه انجام واکنش از صفر تا ثانیه ۱۵ خواهد بود و تغییر غلظت نیز از صفر تا  $0.3$  مولار است.

$$\Delta n = \Delta[O_2] \times V = 0.3 \times 2 = 0.6 \text{ mol}$$

$$\Delta t = 15 \text{ s} = 0.25 \text{ min}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.6}{0.25} = 2.4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{\text{ضریب } O_2} = \frac{2.4}{3} = 0.8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

## ۶۳- گزینه «۳»

واکنش بین  $N_2$  و  $O_2$  در دماهای بالای موتور خودروها انجام شده و گاز NO را تولید می‌کند. تشریح سایر گزینه‌ها:

(۱) نگهداری فرآورده‌های گوشتی به حالت منجمد، سرعت فاسدشدن آن‌ها را کاهش می‌دهد ولی به صفر نمی‌رساند.

(۲) در نظریه برخورد، ذره‌های واکنش‌دهنده به صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند.

(۴) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق با سرعت واکنش می‌دهد.

## ۶۴- گزینه «۳»

دو برابر بودن غلظت A نسبت به B در محاسبات تأثیری ندارد. اگر غلظت

آغازی A را x مول بر لیتر فرض کنید، در لحظه t که سرعت واکنش  $\frac{1}{16}$

سرعت آغازی آن است، غلظت A باید  $0.25x$  مول بر لیتر باشد زیرا:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= k \times (x)^2 = kx^2 \\ R_2 &= k[A]_t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{16} = \frac{k[A]_t^2}{kx^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{[A]_t}{x} \Rightarrow [A]_t = 0.25x$$

اکنون درصد ماده A باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$\%A = \frac{\text{غلظت A در لحظه t}}{\text{غلظت اولیه A}} \times 100 = \frac{0.25x}{x} \times 100 = 25\%$$



۳) سطح انرژی پیچیده فعال (۴) زمان انجام واکنش

افزایش می‌دهند.

۱) سرعت واکنش رفت (۲) سرعت واکنش برگشت

۳) پایداری پیچیده فعال

تغییر نمی‌دهند.

۱) سطح انرژی واکنش دهنده‌ها (۲) سطح انرژی فرآورده‌ها

۳) گرمای واکنش (۴) نوع محصول

### ۶۸- گزینه ۳»

از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۳ مرتبه واکنش نسبت به A برابر ۱ به دست می‌آید؛ زیرا با ۵ برابر شدن غلظت A و غلظت ثابت B سرعت واکنش نیز ۵ برابر شده است. هم‌چنین از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۴ مرتبه واکنش نسبت به

B را برابر ۲ به دست می‌آوریم؛ زیرا با ۲ برابر شدن غلظت B و غلظت ثابت A سرعت واکنش ۴ برابر شده است. پس رابطه سرعت این واکنش به صورت

$$R = k[A][B]^2$$

روبرو است؛

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به مرتبه‌های مواد موجود در واکنش، تأثیر تغییرات غلظت B از A بر سرعت واکنش بیش‌تر است.

گزینه «۲»: از آن‌جا که مرتبه‌ها با ضرایب استوکیومتری یکسان نیستند، پس واکنش بنیادی نیست و با نظریه برخورد توجیه نمی‌شود.

گزینه «۳»: با کاهش غلظت‌های A و B به ترتیب به میزان ۸۰٪ و ۴۰٪،

مقدار باقی‌مانده آن‌ها به ترتیب برابر ۲۰٪ و ۶۰٪ مقدار اولیه خواهد بود، پس قانون سرعت به این صورت خواهد شد:

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= k[A][B]^2 \\ \Rightarrow R_1 &= k[0.6A][0.2B]^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R_1}{R_0} = 0.24$$

گزینه «۴»: مرتبه واکنش برابر ۳ است که با جای‌گذاری، یکای ثابت سرعت به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$s^{-1} \text{ (مرتبه کلی } -1) = (\text{mol} \cdot L^{-1})$$

$$= (\text{mol} \cdot L^{-1})^{(1-3)} \cdot s^{-1} = \text{mol}^{-2} \cdot L^2 \cdot s^{-1}$$

در صورتی که یکای ذکر شده در صورت سؤال به صورت  $\text{mol}^2 \cdot L^{-2} \cdot s^{-1}$  است.

### ۶۵- گزینه ۲»

با توجه به نمودار داده شده به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\Delta H = E_a - E'_a = 92 \text{ kJ} - 60 \text{ kJ} = +32 \text{ kJ} \quad \text{گزینه «۱»}$$

بنابراین واکنش گرماگیر و واکنش دهنده‌ها به اندازه ۳۲kJ پایدارتر از فرآورده‌ها می‌باشند. (نادرست)

گزینه «۲»: با توجه به این که  $E_a > E'_a$  است، سرعت تبدیل B به A بیش‌تر از سرعت تبدیل A به B می‌باشد. (درست)

گزینه «۳»: با افزایش کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت و برگشت به یک میزان کاهش یافته و سرعت واکنش‌ها افزایش می‌یابد و سطح انرژی فرآورده‌ها و واکنش دهنده‌ها هیچ تغییری نمی‌کند. (نادرست)

گزینه «۴»: واکنش گرماگیر و  $\Delta H = +32 \text{ kJ}$  است. (نادرست)

### ۶۶- گزینه ۳»

• درست- مثلاً نظریه حالت گذار علاوه بر فاز گازی برای فاز محلول نیز کاربرد دارد.

• نادرست- نظریه برخورد فقط برای واکنش‌های فاز گازی (نه محلول) کاربرد دارد.

• درست- با توجه به مقدار عددی  $E'_a$  و  $E_a$  مقدار عددی  $\Delta H$  می‌تواند از  $E'_a$  بزرگ‌تر یا کوچک‌تر یا با آن مساوی باشد، ولی از آن‌جایی که واکنش گرماگیر است، همواره سطح انرژی فرآورده‌ها به حالت گذار نزدیک‌تر از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها به حالت گذار است.

• نادرست- تنها در واکنش‌های برگشت پذیر امکان واکنش دادن فرآورده‌ها و تبدیل آن‌ها به واکنش دهنده‌ها وجود دارد.

• درست- تا زمانی که انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین نشود این مخلوط در دمای اتاق قابل نگهداری است و انفجاری رخ نمی‌دهد.

### ۶۷- گزینه ۲»

کاتالیزگرها

کاهش می‌دهند:

(۲) انرژی فعال‌سازی برگشت

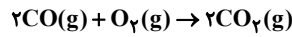
(۱) انرژی فعال‌سازی رفت



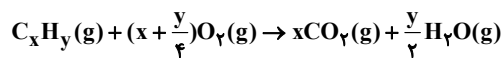
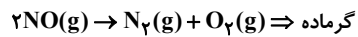


## ۶۹- گزینه «۱»

عبارت (پ) درست و عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند. واکنش‌های رخ داده در مبدل‌های کاتالیستی به منظور حذف آلاینده‌ها به صورت زیر است:



(در دمای  $750^\circ C$  روی می‌دهد) گرماده  $\Rightarrow$



$\Rightarrow$  گرماده

بررسی عبارات الف و ت: نماد فلز رودیم، Rh است و مبدل‌های کاتالیستی توری‌هایی از جنس سرامیک هستند که سطح آن‌ها با فلزهای پلاتین، پالادیم و رودیم پوشانده شده است و قطعاتی هستند که نزدیک موتور خودرو نصب می‌شوند.



## ۷۰- گزینه «۲»

موارد «الف» و «ت» صحیح می‌باشند. تشریح موارد:

الف- در دمای  $25^\circ C$  مقدار عددی ثابت تعادل بسیار کوچک است و گویی در

این دما واکنش رفت انجام نمی‌شود. (درست)

ب- این تعادل یک تعادل ناهمگن ۳فازی است. (نادرست)

پ- سرعت واکنش رفت به غلظت واکنش‌دهنده بستگی دارد، درحالی‌که غلظت مواد جامد تغییر نمی‌کند. پس افزودن و یا کاستن از مقدار کلسیم

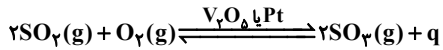
کربنات، هیچ تأثیری بر روی سرعت واکنش ندارد. (نادرست)

ت- تنها ماده شرکت‌کننده در عبارت ثابت تعادل،  $CO_2(g)$  می‌باشد.

بنابراین یکای ثابت تعادل آن  $mol.L^{-1}$  است. (درست)

## ۷۱- گزینه «۴»

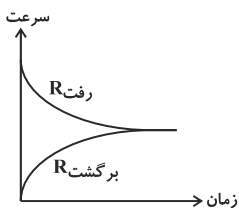
با توجه به واکنش نمادی زیر به بررسی تمام گزینه‌ها می‌پردازیم:



گزینه «۱»: این واکنش که در مجاورت کاتالیزگر پلاتین یا وانادیم (V) اکسید انجام می‌شود، مرحله مهمی در فرایند صنعتی تولید سولفوریک اسید است.

گزینه «۲»: در واکنش‌های تعادلی، سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر است. برای مقایسه سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها باید به ضریب استوکیومتری آن‌ها توجه نمود.

گزینه «۳»: نمودار سرعت - زمان این واکنش اگر با واکنش‌دهنده‌ها آغاز شود به صورت زیر است:



زیرا سرعت واکنش رفت در ابتدا بیش‌تر از واکنش برگشت است.

گزینه «۴»: این واکنش گرماده است و با کاهش آنتروپی همراه است.

## ۷۲- گزینه «۴»

مقدار مول آمونیاک و هیدروژن را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } NH_3 = 0.5 \text{ g } NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} = 0.03 \text{ mol } NH_3$$

$$? \text{ mol } H_2 = 0.6 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} = 0.3 \text{ mol } H_2$$



$$\begin{array}{ccccccc} \text{مول اولیه} & 0.03 \text{ mol} & 0 & 0 & & & \\ \text{مول تعادلی} & 0.03 - 2x & 3x & x & & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 3x = 0.03 \text{ mol } H_2 \Rightarrow x = 0.01 \text{ mol}$$



## ۷۵- گزینه «۳»

از روی ثابت تعادل نمی‌توان در مورد شرایط سینتیکی واکنش نظر داد بلکه باید انرژی فعال‌سازی واکنش مشخص باشد تا بتوان در مورد سینتیک واکنش اظهار نظر نمود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به این که ثابت تعادل واکنش بسیار بزرگ است، واکنش تا کامل شدن یا مرز کامل شدن پیش می‌رود. بنابراین با بهره‌گیری از اصول استوکیومتری می‌توان محاسبه‌های کمی را برای واکنش یاد شده انجام داد.

گزینه «۲»: در واکنش (د) مقدار قابل توجهی از واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌ها تبدیل شده‌اند. بنابراین می‌توان گفت تعادل در سمت راست یا سمت فرآورده‌ها قرار دارد یعنی غلظت تعادلی فرآورده‌ها بیش‌تر از واکنش‌دهنده‌هاست.

گزینه «۴»: در واکنش (ج) تعادل در سمت چپ قرار دارد؛ به بیان دیگر مقدار کمی از واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌ها تبدیل شده است.

## ۷۶- گزینه «۳»

با استفاده از نسبت داده شده در ابتدای سؤال، می‌توانیم مجموع تعداد مول اولیه واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها را به دست آوریم.

$$A \text{ mol} = \text{تعداد مول اولیه واکنش‌دهنده‌ها}$$

$$B \text{ mol} = \text{تعداد مول اولیه فرآورده‌ها}$$

$$\left. \begin{aligned} A + B &= 1 / \lambda \text{ mol} \\ B &= 1 / 25 \lambda A \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 / 25 \lambda A = 1 / \lambda \Rightarrow A = 0 / \lambda \text{ mol}, B = 1 \text{ mol}$$

$$\left. \begin{aligned} A = 0 / \lambda \text{ mol} \Rightarrow n_{\text{H}_2\text{O}} + n_{\text{CH}_4} &= 0 / \lambda \\ n_{\text{H}_2\text{O}} &= n_{\text{CH}_4} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow n_{\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{CH}_4} = \frac{0 / \lambda}{2} = 0 / 4 \text{ mol}$$

۵۰ درصد مولی فرآورده‌ها را  $\text{H}_2$  تشکیل داده است، مجموع کل مول فرآورده‌ها هم برابر یک مول می‌باشد، پس در مخلوط اولیه، ۵/۰ مول  $\text{CO}$  و ۵/۰ مول  $\text{H}_2$  وجود دارد. تا به این‌جا توانستیم تعداد مول اولیه هر یک از گازها را به دست آوریم، اکنون باید جهت پیشرفت واکنش تا رسیدن به حالت تعادل را تعیین کنیم. برای این کار از مقایسه فشارها استفاده می‌کنیم. فشار

$$\text{NH}_3 \text{ مول تعادلی} = 0 / 03 - 2x \xrightarrow{x=0/01} = 0 / 01 \text{ mol NH}_3$$

$$\xrightarrow{V=2L} [\text{NH}_3] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{H}_2 \text{ مول تعادلی} = 3x \xrightarrow{x=0/01} = 0 / 03 \text{ mol H}_2$$

$$\xrightarrow{V=2L} [\text{H}_2] = 15 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{N}_2 \text{ مول تعادلی} = x \xrightarrow{x=0/01} = 0 / 01 \text{ mol N}_2$$

$$\xrightarrow{V=2L} [\text{N}_2] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{H}_2]^3 \times [\text{N}_2]}{[\text{NH}_3]^2} = \frac{(15 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})^3 \times (5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})}{(5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})^2} = 6 / 75 \times 10^{-4} \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$$

## ۷۳- گزینه «۲»

با افزایش فشار طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت مول‌های گازی کم‌تر (درجهت رفت) جابه‌جا می‌شود.

ضمن این که با افزایش فشار سرعت واکنش‌های رفت و برگشت (در واکنش‌های گازی) افزایش می‌یابد، اما افزایش سرعت واکنش رفت از افزایش سرعت واکنش برگشت بیش‌تر است.

## ۷۴- گزینه «۴»

تعادل داده شده گرماگیر است، از این رو با کاهش دما، تعادل به سمت چپ جابه‌جا شده و مقدار  $K$  کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار گزینه‌های «۱» و «۲» که در آن‌ها به ترتیب مقدار  $K$  تغییر نکرده و بزرگ‌تر شده، نادرست هستند. در تعادل اولیه، خارج قسمت واکنش ( $Q$ ) با  $K_1$  برابر می‌باشد، پس از کاهش دما، مقدار  $K$  تغییر کرده و ثابت تعادل جدید ( $K_2$ ) از  $K_1$  کوچک‌تر خواهد بود. در نتیجه، در نخستین لحظه کاهش دما،  $Q > K_2$  شده و تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود تا به تدریج  $Q$  کوچک‌تر شود و در نهایت با مقدار  $K_2$  برابر شده و به تعادل جدید برسیم.

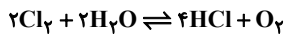


مورد سوم: (درست): در صورت کاهش حجم ظرف، فشار ظرف افزایش می‌یابد و واکنش به سمتی بیش تر پیش می‌رود که از فشار ظرف بکاهد (مول گازی کم‌تر). از مقدار  $SO_2$  و  $O_2$  کاسته می‌شود و به مقدار  $SO_3$  افزوده می‌شود. توجه: غلظت تمامی گونه‌ها بیش تر از حالت نخست می‌شود.

مورد چهارم (درست): در صورت کاهش دمای ظرف سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت کم می‌شود. در صورت کاهش دما، واکنش رفت، بیش تر انجام می‌شود و تعداد مول گازی درون ظرف کاهش می‌یابد  $\leftarrow$  فشار وارد بر ظرف کم می‌شود.

#### ۷۸- گزینه «۴»

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



با توجه به این که حجم ظرف اول برابر  $0.5$  لیتر است، خواهیم داشت:

$$Q = \frac{\left(\frac{1}{0.5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{0.5}\right)}{\left(\frac{0.5}{0.5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{0.5}\right)^2} = 16$$

واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.  $Q > K \Rightarrow$

پس از برقراری تعادل اگر مخلوط واکنش را به ظرف بزرگ‌تر (چهار برابر ظرف اول) انتقال دهیم واکنش به سمت تولید مول گازی بیش تر یعنی به سمت فراورده‌ها پیش می‌رود.

#### ۷۹- گزینه «۲»

نیترژن یکی از عنصرهای اصلی سازنده پروتئین‌ها، نوکلئیک اسیدها، ویتامین‌ها و هورمون‌ها می‌باشد اما اصلی‌ترین عنصر سازنده در همه ترکیب‌های آلی، کربن می‌باشد.

#### ۸۰- گزینه «۱»

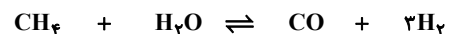
مورد اول نادرست است: درصد مولی آمونیاک در مخلوط واکنش به  $28\%$  می‌رسد، نه بازده درصدی.

مورد دوم نادرست است: یکای ثابت تعادل آن  $L^2 \cdot mol^{-2}$  است ولی در مورد تجزیه  $N_2O_5$ ، یکا  $L^3 \cdot mol^3$  است.

مورد سوم نادرست است: از نظر سینتیک مساعد نیست، به‌خاطر همین دما را بالا برده و از کاتالیزگر استفاده می‌کنند.

مورد چهارم درست است.

اولیه ظرف واکنش  $0.9$  اتمسفر و فشار حالت تعادلی،  $0.8$  اتمسفر است. پس از آغاز واکنش تا لحظه برقراری تعادل، فشار گازهای داخل ظرف کاهش یافته است. در گازها، فشار با تعداد مول رابطه مستقیم دارد، از این رو به دلیل کاهش فشار، واکنش باید در جهت کاهش تعداد مول گاز پیشرفت کرده باشد. در واکنش‌دهنده‌ها در مجموع  $2$  مول گاز و در فراورده‌ها در مجموع  $4$  مول گاز داریم، پس اگر واکنش برای رسیدن به حالت تعادل، در جهت برگشت پیشرفت کند، فشار به تدریج کاهش می‌یابد. با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، تغییر غلظت فراورده‌ها، منفی و تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها مثبت است.



مول اولیه	$0.4$	$0.4$	$0.5$	$0.5$
تغییرمول	$+x$	$+x$	$-x$	$-3x$
مول تعادلی	$0.4+x$	$0.4+x$	$0.5-x$	$0.5-3x$

$n_{CH_4} + n_{H_2O} + n_{CO} + n_{H_2}$  مجموع تعداد مول گازها در حالت تعادل

$$= (0.4+x) + (0.4+x) + (0.5-x) + (0.5-3x) = 1.8 - 2x$$

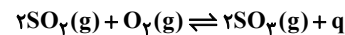
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{0.8}{0.9} = \frac{1.8-2x}{1.8} \Rightarrow x = 0.1 \text{ mol}$$

حجم ظرف برابر یک لیتر است، پس غلظت مولی هر گاز با تعداد مول آن برابر می‌باشد.

$$K = \frac{[CO][H_2]^2}{[CH_4][H_2O]} = \frac{(0.5-0.1)(0.5-0.3)^2}{(0.4+0.1)(0.4+0.1)} = 1/28 \times 10^{-2} \text{ mol}^2 \cdot L^{-2}$$

#### ۷۷- گزینه «۲»

مورد اول: (نادرست)



این واکنش گرماده است. بالارفتن دمای ظرف طبق اصل لوشاتلیه واکنش را به سمت برگشت بیش تر پیشرفت می‌دهد و ثابت تعادل کوچک‌تر می‌شود.

مورد دوم: (نادرست)

- خارج کردن مقداری گاز اکسیژن، موجب پیشرفت واکنش برگشت می‌شود.

- افزودن مقداری گاز  $SO_3$  موجب پیشرفت واکنش برگشت می‌شود.

با این ۲ تغییر، واکنش برگشت بیش تر انجام می‌شود ولی به دلیل ثابت بودن دما، ثابت تعادل تغییری نمی‌کند.