



آزمون غیر حضوری

درس اختصاصی دوازدهم ریاضی

(۲۷ دی ۱۳۹۸)

(مباحث ۱۱ بهمن ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	حروف نگار و صفحه آرا
فاطمه عظیمی - میلاد سیاوشی	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



ریاضیات پایه

ریاضی ۱

صفحه‌های ۱ تا ۶۸
و ۹۴ تا ۱۱۷

حسابان ۱

صفحه‌های ۱ تا ۶
و ۳۷ تا ۷۰
و ۹۱ تا ۱۱۲

۱- در یک مهمانی، ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر

نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

۱۲ (۱) ۷ (۲)

۱۳ (۳) ۱۹ (۴)

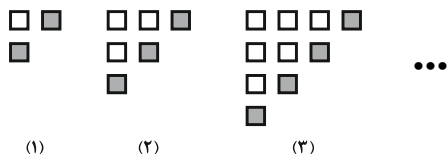
۲- با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد مربع‌های سفید در شکل دهم کدام است؟

۱۱۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۵۵ (۳)

۵۰ (۴)



(۱)

(۲)

(۳)

۳- جمله هشتم یک دنباله هندسی برابر ۸ و حاصل ضرب جمله‌های دهم و هجدهم آن برابر 2^{18} است. جمله سی و دوم این دنباله

کدام است؟

۲۲۷ (۱) ۲۲۸ (۲)

۲۳۱ (۳) ۲۳۲ (۴)

۴- در یک دنباله حسابی، جمله هشتم سه برابر جمله سوم است. در این دنباله حاصل $\frac{S_{10}}{S_5}$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲)

۴ (۳) ۹ (۴)

۵- مجموع تمام جملات یک دنباله حسابی 2430 می‌باشد. اگر مجموع 10 جمله اول این دنباله 15 و مجموع 10 جمله آخر آن 1065

باشد، این دنباله چند جمله دارد؟

۴۵ (۱) ۲۲ (۲)

۵۳ (۳) ۳۴ (۴)

۶- عنکبوتی مسیری را مطابق شکل با شروع از نقطه O طی می‌کند، به طوری که طول هر پاره خطی

که طی می‌کند، دو برابر طول پاره خط قبلی است. این عنکبوت چه تعداد از این پاره‌خطها را باید

طی کند تا به اندازه 1022 cm حرکت کرده باشد؟ ($OA = 2$ cm)

۷ (۱) ۸ (۲)

۹ (۳) ۱۰ (۴)

۷- اگر $A = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل A^{-12} کدام است؟

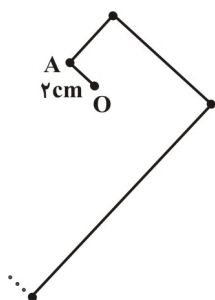
۲ (۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲)

۲ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

۸- اگر $5 = 3\sqrt{x+2} + \sqrt{9x-4}$ باشد، حاصل $\sqrt{9x+18} - 3\sqrt{x-\frac{4}{9}}$ کدام است؟

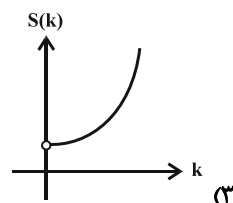
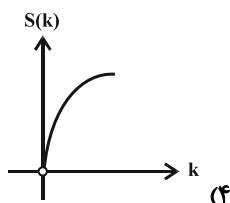
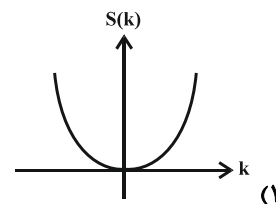
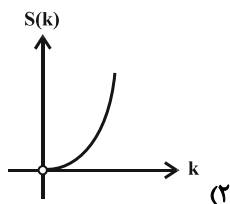
۴ (۱) $4/2$ (۲)

۴ (۳) $4/6$ (۴)



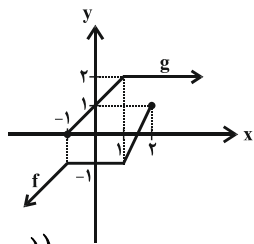


۹- از تقاطع نمودار دو تابع $y = |3x| - x$ و $y = k$ مثلثی در صفحه ایجاد می‌شود که مساحت آن را بر حسب k با $S(k)$ نمایش می‌دهیم. نمودار $S(k)$ کدام است؟



$$h(x) = \begin{cases} f(x)g(x) & ; x \geq 1 \\ g(x) - f(x) + m & ; x < 1 \end{cases}$$

۱۰- اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشند، حدود m کدام باشد تا تابع $h(x)$ یک‌به‌یک باشد؟



(۱) $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$

(۲) $(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -5] \cup (1, +\infty)$

(۴) $(-\infty, -5) \cup [1, +\infty)$

۱۱- دو تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 6), (4, 7)\}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ مفروض‌اند. به ازای چند مقدار a ، $f^{-1}(g(3a)) = 3$ می‌باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲- اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۱۳- اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \sqrt{4-x} + 1$ باشند، برد تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

(۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-1, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 1]$ (۴) \mathbb{R}

۱۴- نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ ، در چند نقطه خط $y = 3x$ را قطع می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۵- زاویه بین دو خط $x - \sqrt{3}y = 1$ و $y - \sqrt{3}x = 1$ چند درجه است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۱۶- اگر $\frac{1}{\cos x} - \tan x = 2$ باشد، $\frac{1}{\cos x} + \tan x$ کدام است؟

(۱) ۰/۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۱۷- مقدار عبارت $\sin 5^\circ \cos 1^\circ \cos 15^\circ + \cos 5^\circ \sin 1^\circ \cos 15^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$



۱۸- اگر $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۹

۱۹- طول دو ضلع مثلثی به مساحت ۶ به صورت $a = 3\sqrt{2}$ و $b = 4$ و زاویه بین آنها θ است. اگر θ را 75° کاهش و طول اضلاع a و b را $\sqrt{2}$ برابر کنیم، مساحت مثلث چند برابر می شود؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{6}$

۲۰- معادله $|\sin x| - 1 = x^2$ چند ریشه دارد؟

- (۱) دو ریشه قرینه (۲) بی شمار (۳) ریشه ندارد. (۴) یک ریشه مضاعف

هندسه ۱

هندسه ۱

کل کتاب

صفحه های ۹ تا ۹۶

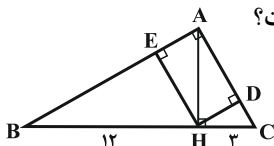
۲۱- در کدام یک از ترسیم های زیر، یک شکل منحصر به فرد حاصل نمی شود؟

- (۱) رسم یک لوزی با معلوم بودن طول دو قطر
(۲) رسم یک مستطیل با معلوم بودن طول یک قطر و طول یک ضلع
(۳) رسم یک مربع با معلوم بودن طول قطر
(۴) رسم متوازی الاضلاع با معلوم بودن طول یک قطر و طول یک ضلع

۲۲- در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه A ، ضلع BC را در نقطه D قطع می کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- (۱) $AB > BD$ (۲) $AD > BD$
(۳) $AB > AD$ (۴) $BD > AD$

۲۳- در شکل زیر، اگر ارتفاع نظیر ضلع BC باشد، آنگاه مساحت مستطیل $ADHE$ کدام است؟

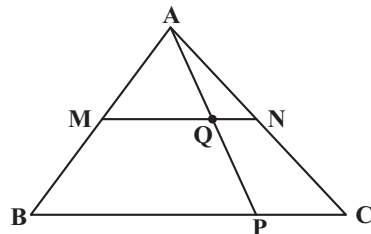


- (۱) $14/4$ (۲) $15/2$
(۳) $12/6$ (۴) $13/8$

۲۴- مثلثی به اضلاع ۳، a و b با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ متشابه است. اگر دو مثلث قابل انطباق نباشند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

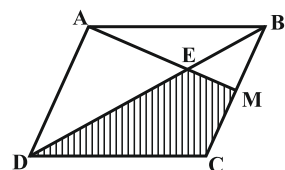
- (۱) $7/2$ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) $13/5$

۲۵- در شکل زیر $MN \parallel BC$ ، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{2}$ می باشد. نسبت مساحت مثلث AQN به مساحت دوزنقه $MQPB$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{1}{10}$
(۳) $\frac{3}{20}$ (۴) $\frac{2}{21}$

۲۶- در شکل زیر، اگر نقطه M وسط ضلع BC و مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ برابر ۳۰ باشد، آنگاه مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



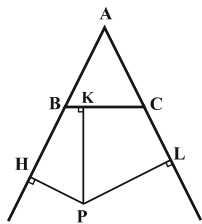
- (۱) ۱۰ (۲) $11/25$
(۳) ۱۲ (۴) $12/5$

۲۷- مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه ای برابر ۸ است. حداکثر مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) ۵ (۳) $5/5$ (۴) ۶



۲۸- در شکل مقابل ABC متساوی الاضلاع، $PH = 3\sqrt{3}$ ، $PK = 4\sqrt{3}$ و $PL = 5\sqrt{3}$ است. طول هر ضلع مثلث ABC کدام است؟



است؟

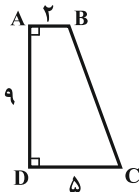
(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۲۹- دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ را حول ضلع AD دوران داده و سپس شکل حاصل را با صفحه‌ای به موازات قاعده‌ها و به فاصله



۳ واحد از قاعده بزرگ برش می‌دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

(۲) 16π (۱) 9π (۴) 20π (۳) 12π

۳۰- دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازی‌اند. چه تعداد از گزاره‌های زیر لزوماً صحیح است؟

(الف) اگر صفحه‌ای مانند P با یکی از این دو خط موازی باشد، آنگاه خط دیگر بر صفحه P واقع است.

(ب) اگر صفحه P شامل یکی از این دو خط باشد، آنگاه می‌تواند شامل خط دیگر نیز باشد.

(پ) اگر صفحه P با یکی از دو خط متقاطع باشد، آنگاه خط دیگر را نیز قطع می‌کند.

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) ۳

(۳) ۲

آمار و احتمال

مبانی ریاضیات + احتمال
صفحه‌های ۱ تا ۷۲

ریاضی ۱

آمار و احتمال
صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

آمار و احتمال

۳۱- ۶ نفر را که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار می‌دهیم. احتمال آنکه یکی از

دو برادر در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرد، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{20}$ (۱) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{1}{30}$ (۳) $\frac{1}{10}$

۳۲- تیم فوتسال یک کلاس، ۸ بازیکن با قدهای مختلف دارد. دو بازیکن از این تیم به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بازیکن اول

بلندتر از بازیکن دوم باشد، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد، چقدر است؟

(۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۳۳- دسته‌ای کارت شامل ۳ کارت دو رو سفید، ۴ کارت دو رو مشکی و ۴ کارت یک رو سفید و یک رو مشکی داریم. کارتی به

تصادف از این دسته کارت انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده می‌کنیم. اگر روی مشاهده شده مشکی باشد، احتمال

آنکه روی دیگر این کارت نیز مشکی باشد، کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{4}{11}$ (۱) $\frac{3}{11}$

۳۴- ۴ فرد a ، b ، c و d در یک مسابقه شرکت کرده‌اند که فقط یک برنده دارد. شانس برنده شدن آنها به صورت

$P(a) = \frac{P(b)}{3} = P(c) = \frac{P(d)}{2}$ است. احتمال آنکه a یا d برنده شوند، کدام است؟

(۴) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۱) $\frac{2}{7}$



۳۵- اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم، $P(B-A) = 0/2$ و $P(A \cap B) = 0/3$ باشند، حاصل $P(A' \cap B')$ کدام است؟

- (۱) $0/4$
 (۲) $0/3$
 (۳) $0/2$
 (۴) $0/1$

۳۶- دو ظرف داریم که در ظرف اول، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۵ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. از اولی ۲ مهره و از دومی ۳ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف جدید یک مهره بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که سفید است. با کدام احتمال این مهره متعلق به ظرف اول بوده است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$
 (۲) $\frac{3}{7}$
 (۳) $\frac{3}{8}$
 (۴) $\frac{5}{8}$

۳۷- اگر A ، B و C سه مجموعه دلخواه باشند، آنگاه چه تعداد از روابط زیر همواره صحیح است؟

(الف) $A - B = \emptyset \Rightarrow A \times C \subseteq B \times C$

(ب) $A \times B \subseteq B \times A \Rightarrow A = B$

(پ) $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2$

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۳۸- مجموعه اعداد اول (P) را به سه مجموعه A ، B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A = \{x \in P \mid x = 6k - 1, k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{x \in P \mid x = 6k + 1, k \in \mathbb{N}\}$ باشند، آنگاه کدام یک از رابطه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $\{2\} \subseteq C - A$
 (۲) $\{5, 11, 17\} \subseteq A$
 (۳) $A - B = A - C$
 (۴) $\{3, 13, 43\} \subseteq B$

۳۹- اگر گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

- (۱) p ، q و r همگی نادرست هستند.
 (۲) p و r درست و q نادرست است.
 (۳) p درست و q و r نادرست هستند.
 (۴) p و q درست و r نادرست است.

۴۰- اگر A و B دو زیرمجموعه به ترتیب ۴ و ۷ عضوی از مجموعه مرجع و ۱۰ عضوی U باشند، مجموعه $(A' \times B')$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۸
 (۲) ۲۴
 (۳) ۳۶
 (۴) ۴۸

فیزیک ۱

فیزیک ۱

کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۷۲

۴۱- اگر در رابطه فیزیکی $A = \frac{BC^2}{D^3} + \frac{E}{F}$ ، کمیت‌های A و E به ترتیب از جنس توان و کار باشند، کمیت‌های B ، C و D به ترتیب از راست به چپ از چه جنسی می‌توانند باشند؟

- (۱) زمان، جرم، طول
 (۲) جرم، زمان، طول
 (۳) طول، جرم، زمان
 (۴) جرم، طول، زمان

۴۲- اگر زمین را به صورت کره‌ای همگن به شعاع 6371 km و جرم $Tg \times 10^{24} \times 5927$ در نظر بگیریم، تخمین مرتبه بزرگی چگالی زمین در SI کدام است؟

- (۱) 10^0
 (۲) 10^{10}
 (۳) 10^7
 (۴) 10^4



۴۳- به مخلوطی از آب و یخ مقداری گرما می‌دهیم تا مقداری از یخ ذوب شود. اگر طی این عمل حجم مخلوط 4 cm^3 کاهش یابد،

$$\text{جرم یخ ذوب شده چند کیلوگرم بوده است؟} \left(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- ۱ (۱) ۳۶ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۰۳۶ (۴)

۴۴- قطاری از یک لوکوموتیو به همراه یک واگن تشکیل شده است. جرم واگن $\frac{4}{5}$ جرم قطار است و مجموعه با تندی ثابت روی

ریلی مستقیم در حال حرکت است. وقتی واگن از لوکوموتیو جدا می‌شود، تندی لوکوموتیو $\frac{5}{s} \text{ m}$ بیش‌تر از تندی واگن می‌شود.

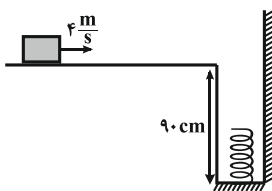
اگر در این حالت انرژی جنبشی لوکوموتیو ۶۹ درصد بیشتر از انرژی جنبشی واگن باشد، تندی واگن چند متر بر ثانیه است؟ (تندی لوکوموتیو و واگن بعد از جدا شدن از هم ثابت فرض شود.)

- ۲/۷۵ (۱) ۴/۱۲۵ (۲) ۳/۱۲۵ (۳) ۳/۷۵۰ (۴)

۴۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg با سرعت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک پرتاب می‌شود، سپس از بالای سطح،

روی فنی قائم که در سطح زمین قرار دارد می‌افتد و آنرا به‌طور کامل فشرده می‌کند. وقتی فنر کاملاً فشرده شود، طول آن

10 cm می‌شود. بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و اتلاف انرژی نداریم.})$



- ۳۶ (۱) ۳۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴)

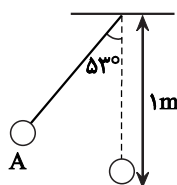
۴۶- جسمی به جرم 250 kg توسط بالابری با تندی ثابت $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف بالا حرکت می‌کند. توان متوسط موتور این بالابر چند

کیلووات است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۲ (۲) ۲/۵ (۱) ۴ (۴) ۳/۵ (۳)

۴۷- در شکل زیر، گلوله آونگ از نقطه A رها می‌شود و با تندی v از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد. هنگامی که تندی گلوله به

$\frac{\sqrt{2}}{2} v$ می‌رسد، زاویه نخ با راستای قائم چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، $g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\cos 53^\circ = 0.6$)



- ۶۰ (۱) ۴۵ (۲) ۳۷ (۳) ۳۰ (۴)

۴۸- توان یک تلمبه 4 kW است. اگر این تلمبه در مدت ۲ ساعت، 36×10^3 لیتر آب را با تندی ثابت به اندازه 40 m بالا ببرد،

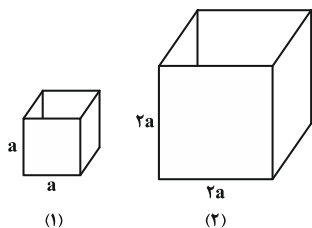
بازده آن چند درصد است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- ۹۰ (۴) ۷۰ (۳) ۵۰ (۲) ۳۰ (۱)



۴۹- مکعبی به ضلع a را دو بار پُر از آب کرده و در مکعب دیگری به ضلع $2a$ می‌ریزیم. فشار ناشی از آب در کف مکعب بزرگ

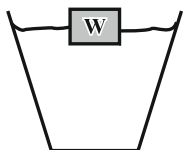
چند برابر فشار ناشی از آب در کف مکعب کوچک پُر از آب است؟ $\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) ۴

۵۰- ظرف پُر از آبی به شکل زیر در اختیار داریم که جسمی به وزن W روی آن شناور است. اگر جسم را از روی آب برداریم،

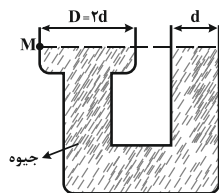
اندازه نیروی وارد بر کف ظرف چه مقدار کاهش می‌یابد؟



- (۱) کمتر از W
 (۲) بیشتر از W
 (۳) برابر با W
 (۴) اظهارنظر ممکن نیست.

۵۱- مطابق شکل مقداری جیوه در داخل ظرف در حال تعادل است و قطر دهانه سمت چپ، دو برابر قطر دهانه سمت راست است.

اگر در دهانه سمت راست، به ارتفاع 34 cm آب بریزیم، بعد از ایجاد تعادل سطح جیوه در دهانه سمت چپ نسبت به نقطه M

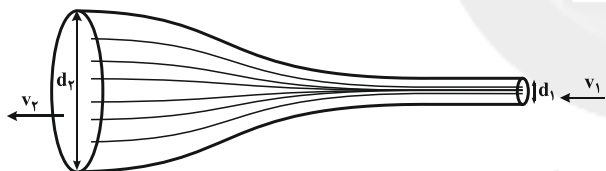


چند سانتی‌متر بالاتر می‌رود؟ $\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$

- (۱) 0.5
 (۲) 6.8
 (۳) 26.2
 (۴) ۴

۵۲- اگر در شکل زیر قطر مقطع لوله در دو قسمت نشان داده شده 5 cm و 20 cm باشد و جریان لایه‌ای آب از دهانه کوچکتر وارد

لوله شود، هنگام خروج از دهانه بزرگ‌تر، تندی آب چگونه تغییر می‌کند؟

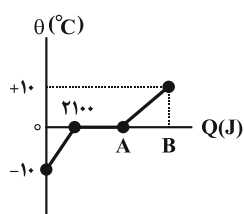


- (۱) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.
 (۲) ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.
 (۳) $6/25$ درصد کاهش می‌یابد.
 (۴) $93/75$ درصد کاهش می‌یابد.

۵۳- در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، مقیاس‌های فارنهایت و کلون یک عدد را نشان می‌دهند؟

- (۱) $887/25$
 (۲) $574/25$
 (۳) $301/25$
 (۴) $68/25$

۵۴- نمودار زیر تغییرات دما بر حسب گرمای داده شده به یک قطعه یخ را نشان می‌دهد. نسبت $\frac{B}{A}$ در کدام گزینه آمده است؟



$(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}})$

- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{9}{8}$
 (۳) $\frac{19}{17}$
 (۴) $\frac{21}{20}$

۵۵- مطابق شکل زیر، دو میله آهنی و آلومینیومی به یکدیگر وصل شده‌اند. اگر سطح مقطع میله آهنی، دو برابر سطح مقطع میله

آلومینیومی باشد، بعد از ایجاد تعادل، اختلاف دمای دو سر میله آهنی چند درجه فارنهایت است؟ (رسانندگی آلومینیوم ۳ برابر

رسانندگی آهن است و اتلاف انرژی نداریم.)



- (۱) ۴۰
 (۲) ۱۰۴
 (۳) ۶۰
 (۴) ۷۲



۵۶- m_1 گرم جیوه 50°C را با m_2 گرم جیوه 20°C مخلوط می‌کنیم تا $6/0$ لیتر جیوه با دمای 40°C داشته باشیم. به ترتیب

از راست به چپ m_1 و m_2 بر حسب گرم کدام است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $C_{\text{جیوه}} = 140 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)

- (۱) 1200 و 2300 (۲) 2700 و 5400 (۳) 2700 و 5400 (۴) 1200 و 2300

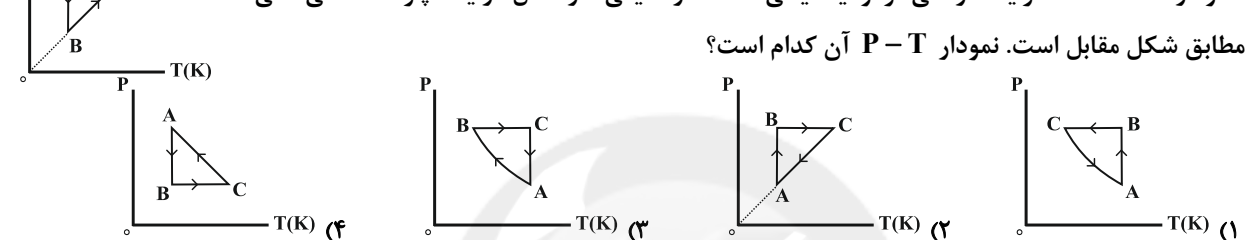
۵۷- دو میله فلزی در دمای صفر درجه سلسیوس دارای طول‌های یکسانی هستند. اگر دمای میله‌ها را به 200°C برسانیم، اختلاف

طول آن‌ها $1/8 \text{ mm}$ می‌شود. طول اولیه هر کدام از میله‌ها چند سانتی‌متر است؟ ($\alpha_1 = 3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ و

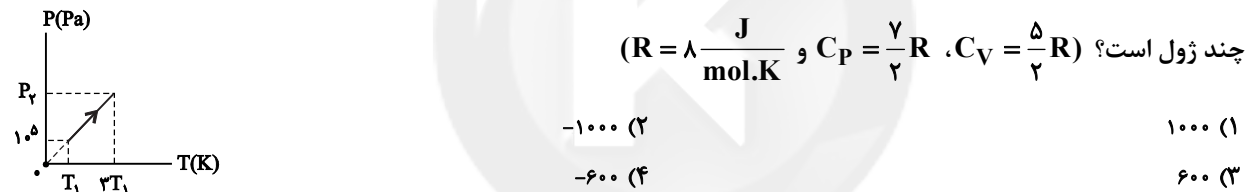
$$(\alpha_2 = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1})$$

- (۱) 150 (۲) 50 (۳) 90 (۴) 180

۵۸- نمودار $V-T$ سه فرایند آرمانی ترمودینامیکی که مقدار معینی گاز کامل در یک چرخه طی می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نمودار $P-T$ آن کدام است؟



۵۹- نمودار $P-T$ فرایندی که 2 لیتر گاز آرمانی دو اتمی طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. در این فرایند تغییر انرژی درونی گاز



چند ژول است؟ ($C_V = \frac{5}{2}R$ ، $C_P = \frac{7}{2}R$ و $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

- (۱) 1000 (۲) -1000 (۳) 600 (۴) -600

۶۰- به وسیله یخچالی با ضریب عملکرد $4/2$ و توان 500 W بعد از چند ثانیه می‌توان دمای یک کیلوگرم آب را به اندازه 50°C

پایین آورد؟ (آب تغییر حالت نمی‌دهد و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$)

- (۱) 200 (۲) 150 (۳) 100 (۴) 50

فیزیک ۲

فیزیک ۲

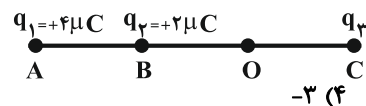
کل کتاب

صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰

۶۱- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند حاصل از سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 در

نقطه O برابر با \vec{E} است. اگر بار q_2 حذف شود، میدان برآیند در نقطه O برابر با $-\frac{1}{3}\vec{E}$

خواهد شد. بار q_3 چند میکروکولن است؟ ($\overline{AB} = \overline{BO} = \overline{OC}$)



- (۱) 1 (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -3

۶۲- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 0/2 \mu\text{C}$ و جرم یک گرم در یک میدان الکتریکی یکنواخت به صورت معلق ساکن مانده است.

اگر $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ باشد، اندازه این میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و به کدام سمت است؟

- (۱) 2×10^5 بالا (۲) 2×10^5 پایین (۳) 5×10^4 بالا (۴) 5×10^4 پایین



۶۳- کره‌ای رسانا دارای بار الکتریکی منفی است. اگر 10^{13} الکترون به این کره بدهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی آن 20 درصد

تغییر می‌کند. بار اولیه این کره چند میکروکولن بوده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

(۱) -8 (۲) $-0/8$

(۳) $-1/6$ (۴) $-1/6$

۶۴- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره باردار به جرم $0/1$ گرم، از نقطه‌ای به پتانسیل الکتریکی $+100$ ولت از حال سکون به حرکت درمی‌آید و با سرعت 10 متر بر ثانیه به نقطه دیگری به پتانسیل الکتریکی -100 ولت می‌رسد. اگر در این مسیر نیروی مؤثر وارد بر ذره فقط حاصل از میدان الکتریکی باشد، بار الکتریکی ذره چند میکروکولن است؟

(۱) $2/5$ (۲) 4 (۳) 25 (۴) 40

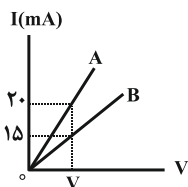
۶۵- خازن تختی را با ولتاژ $50V$ پُر کرده و سپس آن را از مولد جدا می‌کنیم. اگر در این حالت فاصله 2 سانتی‌متری بین صفحات خازن را با دی‌الکتریکی قطبی با ثابت $\kappa = 4$ به‌طور کامل پُر کنیم، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از هم‌ردیفی مولکول‌های قطبی دی‌الکتریک در آن، چند ولت بر متر می‌شود؟

(۱) 625 (۲) 3125 (۳) 2500 (۴) 1875

۶۶- دو مقاومت رسانای الکتریکی با ضریب دمایی مقاومت ویژه α و 2α در دمای صفر درجه سلسیوس به ترتیب دارای مقاومت‌های R_0 و $2R_0$ و در دمای $\theta^\circ C$ به ترتیب دارای مقاومت‌های $3R_0$ و R' هستند. مقاومت الکتریکی R' چند برابر مقاومت الکتریکی R_0 است؟

(۱) 12 (۲) 6 (۳) 10 (۴) 5

۶۷- نمودار $I - V$ برای دو رسانای استوانه‌ای شکل مجزای A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند و جرم یکسانی دارند، در دمای ثابت و یکسان مطابق شکل زیر است. نسبت طول رسانای A به طول رسانای B کدام است؟



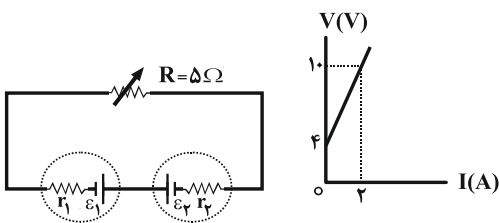
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

۶۸- دو لامپ با مشخصات اسمی $(30W, 100V)$ و $(50W, 100V)$ را به صورت متوالی به یکدیگر بسته و ولتاژ $160V$ را به دو سر مجموعه آن‌ها اعمال می‌کنیم. توان مصرفی مجموعه لامپ‌ها چند وات خواهد شد؟ (مقاومت لامپ‌ها ثابت فرض شود.)

(۱) 48 (۲) 64 (۳) 80 (۴) $60/8$

۶۹- در مدار زیر، نمودار ولتاژ دو سر مولد \mathcal{E}_2 بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر جریان عبوری از مدار $1/5 A$ باشد و توان تولیدی مولد (۱)، سه برابر توان مصرفی در آن باشد، افت پتانسیل در مولد \mathcal{E}_1 چند ولت است؟



(۱) 16

(۲) $16/3$

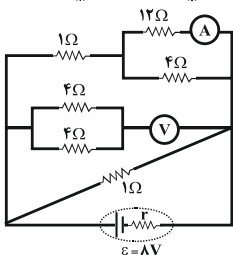
(۳) 4

(۴) 8

۷۰- در مدار شکل مقابل، اگر توان خروجی مولد بیشینه باشد، آمپرسنج چه عددی را بر حسب آمپر نشان می‌دهد؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل هستند.)

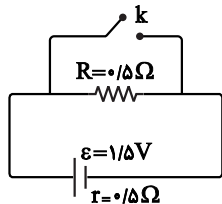
(۱) $0/25$ (۲) $0/5$

(۳) $0/75$ (۴) 1





۷۱- در مدار روبه‌رو، ابتدا کلید باز است. در صورتی که کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت کاهش می‌یابد؟



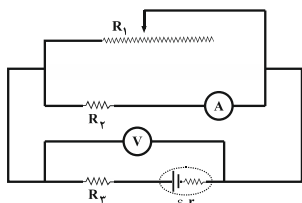
(۱) صفر

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۷۵

(۴) ۱/۵

۷۲- در شکل مقابل با حرکت تدریجی لغزندهٔ رئوسنا به سمت راست، به ترتیب از راست به چپ



اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) کاهش - افزایش

(۲) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - افزایش

۷۳- ذرهٔ باردار مثبتی با جرم ناچیز در میدان مغناطیسی زمین که اندازهٔ آن ۰/۵ گاوس و به طرف شمال است، با تندی $5 \times 10^5 \frac{m}{s}$ از

شرق به غرب پرتاب می‌شود. اندازه و جهت یک میدان الکتریکی خارجی در SI چقدر باشد تا ذره بدون انحراف به مسیر خود

ادامه دهد؟

(۱) ۲۵، پایین

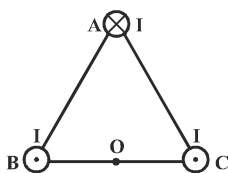
(۲) ۲۵، بالا

(۳) ۲۵۰، غرب

(۴) ۲۵۰، شرق

۷۴- مطابق شکل زیر سه سیم حامل جریان‌های مساوی، در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند. اگر یک عقربهٔ

مغناطیسی را در نقطهٔ O، وسط ضلع BC قرار دهیم، کدام گزینه جهت‌گیری عقربه را به درستی نشان می‌دهد؟



(۱) ↘

(۲) ←

(۳) ↓

(۴) →

۷۵- از سیم‌لوله‌ای آرمانی که حلقه‌های آن به یکدیگر چسبیده‌اند، جریان الکتریکی ۵A را عبور می‌دهیم. اگر شعاع سطح مقطع

سیم این سیم‌لوله برابر با ۲mm باشد، بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی این سیم‌لوله چند تسلا

است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

(۱) 15×10^{-3}

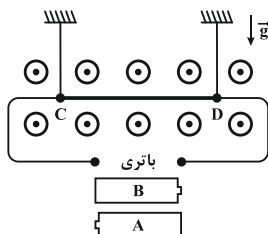
(۲) ۱۵

(۳) ۳۰

(۴) $1/5 \times 10^{-3}$

۷۶- در شکل مقابل، سیم CD به طول ۲۰cm، مقاومت ۱۰Ω و جرم ۴g عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی برون‌سو و یکنواختی

به اندازه ۰/۵T قرار گرفته است. کدام باتری و با چه اختلاف پتانسیلی بر حسب ولت در مدار



قرار گیرد تا نیروی کشش نخ‌ها صفر شود؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

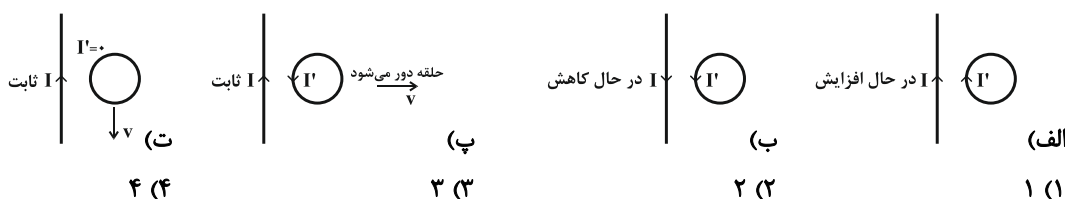
(۱) ۰/۰۴، B

(۲) ۰/۰۴، A

(۳) ۴، A

(۴) ۴، B

۷۷- در چند مورد از شکل‌های زیر جهت جریان القایی (I') به درستی نشان داده شده است؟



(الف)

(ب)

(پ)

(ت)

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

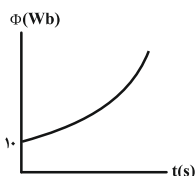


۷۸- جریان متناوبی که بیشینه آن $4A$ است از یک رسانای الکتریکی با مقاومت 10Ω می‌گذرد. اگر در لحظه $\frac{1}{800}s$ جریان برای

اولین بار برابر با $2\sqrt{2}A$ باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جریان برای اولین بار بیشینه خواهد شد؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{100}$ (۳) $\frac{3}{400}$ (۴) $\frac{1}{400}$

۷۹- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه بر حسب زمان به صورت سهمی شکل زیر است. اگر اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در دو ثانیه اول برابر با $4V$ و اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در ثانیه سوم برابر با $10V$ باشد، شار عبوری از حلقه



در لحظه $t = 3s$ برابر با چند وبر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۸

۸۰- در خطوط انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور برای کاهش توان تلف شده باید از استفاده کنیم. همچنین افزایش و کاهش ولتاژ جریان بسیار آسان تر از جریان است.

- (۱) ولتاژهای پایین و جریان‌های بالا - ac - dc
 (۲) ولتاژهای پایین و جریان‌های بالا - dc - ac
 (۳) ولتاژهای بالا و جریان‌های پایین - ac - dc
 (۴) ولتاژهای بالا و جریان‌های پایین - dc - ac

شیمی ۱
کل کتاب

شیمی ۱

۸۱- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) بخشی از ${}^{99}_{43}Tc$ موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.
 (۲) از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود زیرا یون یدید با ${}^{99}_{43}Tc$ اندازه مشابهی دارد.
 (۳) عنصر هیدروژن دارای ۱ رادیوایزوتوپ طبیعی است.
 (۴) ایزوتوپی از 3Li که دارای ۴ نوترون در هسته خود است، فراوانی کمتری نسبت به ایزوتوپ دیگر آن دارد.

۸۲- نیم عمر عنصر A ۸ ساعت است. اگر 184 گرم از این عنصر داشته باشیم، بعد از گذشت یک شبانه‌روز چند کیلوژول انرژی آزاد خواهد شد؟

- (۱) $6/3 \times 10^{12}$ (۲) $1/449 \times 10^{13}$ (۳) $6/21 \times 10^{12}$ (۴) $1/449 \times 10^{10}$

۸۳- چند مورد از عبارات‌های زیر در مورد عناصر 2H , ${}^{10}G$, ${}^{36}F$, ${}^{13}E$, ${}^{20}D$, ${}^{17}C$, 8B , 6A صحیح می‌باشد؟ (همه نمادها فرضی هستند.)

(الف) ترکیب AB_2 یک ترکیب یونی است.

(ب) ترکیب D و اکسیژن یک ترکیب یونی با فرمول DO می‌باشد.

(پ) ترکیب E و B یک ترکیب مولکولی می‌باشد که از مولکول‌های EB_2 ساخته شده است.

(ت) عنصر C در ترکیب با فلز سزیم، ترکیب یونی به فرمول CsC می‌سازد.

(ث) عناصر F , G و H هر سه پایدار و هشت‌تایی هستند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۸۴- عنصری که سه الکترون با $l=1$ و $n=4$ دارد به ترتیب در کدام گروه و دوره جدول تناوبی جای می‌گیرد و لایه ظرفیت آن دارای چند الکترون است؟

- (۱) ۱۵ - ۴ - ۵
(۲) ۱۵ - ۳ - ۱۵
(۳) ۱۵ - ۴ - ۵
(۴) ۵ - ۴ - ۵

۸۵- در اثر اکسایش گلوکز در بدن به ازای مصرف $\frac{2}{5}$ لیتر اکسیژن با چگالی $\frac{g}{mL} 0.012$ ، چند گرم فراورده گازی تولید می‌شود؟

$$(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$$

- (۱) ۵۸/۱۲۵
(۲) ۱۶/۸۷۵
(۳) ۴۱/۲۵
(۴) ۴۸/۵۳

۸۶- اطلاعات موجود در چند خانه جدول مقابل نادرست است؟

نام ترکیب	جفت الکترون‌های پیوندی	جفت الکترون‌های ناپیوندی
SOCl _۲	۳	۹
NOCl	۶	۵
CH _۲ Cl _۲	۴	۶
COF _۲	۳	۸

۸۷- چند مورد از عبارات‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

- الف- فرایند هابر یک فرایند برگشت‌پذیر است که واکنش‌دهنده‌ها نیز طی آن تولید می‌شوند.
ب- واکنش هابر در دما و فشار اتاق انجام می‌شود.
پ- ورقه آهنی در فرایند هابر، در نهایت مصرف شده و باعث تولید فراورده بیشتر می‌شود.
ت- در ساختار گازی که به جو بی‌اثر معروف است، تعداد الکترون‌های پیوندی ۳ برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی است.

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

۸۸- اگر برای تعیین غلظت یون Pb^{2+} موجود در یک تن فاضلاب صنعتی یک کارخانه از ۲۰۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱۵ مولار KI استفاده شود، غلظت یون Pb^{2+} در این نمونه از فاضلاب صنعتی چند ppm است؟

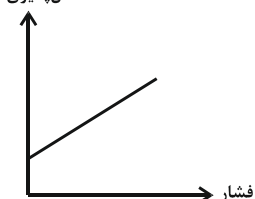


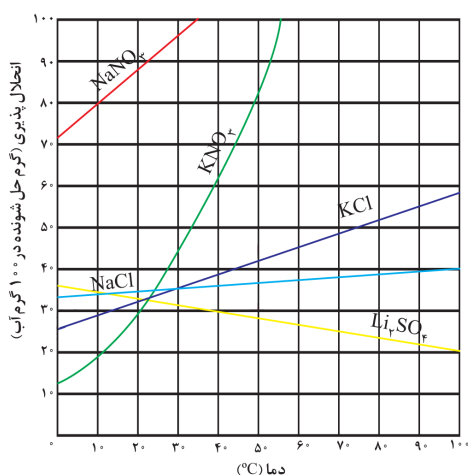
- (۱) ۳۱/۲
(۲) ۴۱/۲
(۳) ۶۲/۴
(۴) ۸۲/۴

۸۹- همه عبارات‌های زیر صحیح‌اند، به جز...

- (۱) افزایش فشار بر انحلال گازی که در فشار اتاق انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد، تأثیر بیشتری می‌گذارد.
(۲) مقایسه انحلال‌پذیری گازهای اکسیژن، نیتروژن مونوکسید و کربن دی‌اکسید به صورت $CO_2 > NO > O_2$ می‌باشد.
(۳) نمودار انحلال‌پذیری گاز N_2 بر حسب فشار در آب به صورت مقابل است:
(۴) با کاهش دمای یک نمونه آب سیرشده از O_2 ، می‌توان مقدار بیشتری O_2 در آن حل کرد.

انحلال‌پذیری





۹۰- ۴۸۰ گرم محلول پتاسیم نیترات سیر شده را از دمای 40°C تا 30°C سرد می‌کنیم. به ترتیب چند گرم نمک در این دما رسوب خواهد کرد و چند گرم آب در این دما باید به محلول افزود تا دوباره به محلول سیر شده تبدیل شود؟

(۱) ۱۰۰-۴۵

(۲) ۲۰۰-۲۵

(۳) ۱۰۰-۷۵

(۴) ۲۰۰-۵۰

شیمی ۲

شیمی ۲

کل کتاب

۹۱- با توجه به آرایش الکترونی آخرین زیرلایه هر یک از اتم‌های داده شده، کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) شعاع اتمی: $3s^1 > 3p^1 > 2p^5$ (۲) واکنش پذیری: $2p^5 > 2p^4 > 2p^6$ (۳) خصلت نافلز: $2p^5 > 2p^4 > 3p^4$ (۴) رسانایی الکتریکی: $3p^1 > 3p^2 > 3s^1$

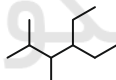
۹۲- مقدار گاز اکسیژن حاصل از تجزیه گرمایی ۲۴۵ گرم KClO_3 با درصد خلوص ۸۰٪ را از تجزیه گرمایی چند گرم پتاسیم نیترات با درصد خلوص ۶۰٪ می‌توان به دست آورد؟ ($\text{K} = 39, \text{Cl} = 35, \text{O} = 16, \text{N} = 14$; g.mol^{-1})



(۱) ۷۶/۸ (۲) ۳۲۳/۲

(۳) ۱۱۶/۳ (۴) ۵۰۵

۹۳- نام کدام ترکیب داده شده در گزینه‌های زیر به درستی بیان شده است؟



(۲) ۳- اتیل-۵، ۴- دی متیل هگزان



۹۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

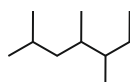
(الف) چسبندگی، گرانروی و نقطه جوش گریس بیشتر از وازلین است.

(ب) نام صحیح ۲- اتیل بوتان، ۳- متیل پنتان است.

(پ) با آب برم می‌توان هگزان را از ۱- هگزن شناسایی کرد.

(ت) آلکان‌ها تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند و استنشاق آنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شود.

(ث) نام ترکیب روبرو، ۳، ۴، ۶- تری متیل هپتان می‌باشد.



(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



۹۵- اگر برای افزایش دمای یک قطعه آهن به میزان 20°C ، $3/51$ کیلوژول انرژی لازم باشد، حجم این قطعه آهن چند سانتی متر

مکعب است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آهن برابر $0/45 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ و چگالی آهن $7/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است).

۲۵ (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴)

۹۶- چند مورد از عبارتهای زیر صحیح نمی باشد؟

(الف) به طور کلی اندازه آنتالپی سوختن الکل های راست زنجیر با یک گروه عاملی، کمتر از آنتالپی سوختن آلکان هم کربن آن است.

(ب) در اثر سوختن جرم برابری از متان و اتان، در واکنش سوختن متان گرمای بیشتری آزاد می شود.

(پ) ارزش سوختی چربی ها بیشتر از کربوهیدرات ها است.

(ت) در میان فرآورده های حاصل از سوختن کامل مواد آلی در دمای اتاق H_2O به صورت گازی جدا می شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۷- با توجه به واکنش های زیر، ΔH واکنش $2\text{D} \rightarrow \text{E} + 2\text{A}$ چند کیلوژول است؟



۵۷۲ (۱) ۳۱۶ (۲) ۶۳۲ (۳) ۲۵۶ (۴)

۹۸- داده های زیر برای واکنش $2\text{NO}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ به دست آمده است، سرعت متوسط مصرف NO_2 در ۲۰ ثانیه

نخست برابر چند $\frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$ است و اگر واکنش پس از ۴۰ ثانیه نخست با سرعت متوسط ثابتی انجام می گرفت زمان کل انجام این

زمان	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
$[\text{NO}_2]$	۰/۵	۰/۴۲	۰/۳۶	۰/۳۲	۰/۳	۰/۲۹

واکنش چند ثانیه می شد؟

۳۰۰ و 5×10^{-2} (۱) 7×10^{-3} و ۳۰۰ (۲)

۳۴۰ و 5×10^{-2} (۳) 7×10^{-3} و ۳۴۰ (۴)

۹۹- پلیمرهای را از فرآورده های کشاورزی تهیه می کنند. به طوری که نخست موجود در این مواد به

تبدیل شده، سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب تولید می شود.

(۱) صنعتی، نشاسته، لاکتیک اسید، لاکتیک اسید

(۲) سبزی، سلولز، پلی لاکتیک اسید، لاکتیک اسید

(۳) صنعتی، سلولز، لاکتیک اسید، پلی لاکتیک اسید

(۴) سبزی، نشاسته، لاکتیک اسید، پلی لاکتیک اسید

۱۰۰- در واحدهای ساختاری کدام یک از پلیمرهای زیر پیوندهای سیرنشده وجود دارد؟

(۱) پلی اتن - پلی سیانواتن

(۲) تفلون - پلی استر

(۳) پلی استیرن - پلیمر سازنده پتو

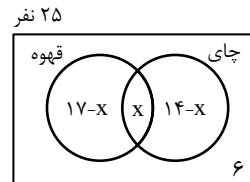
(۴) پلیمر سازنده نخ دندان - پلی استیرن



ریاضی پایه

۱- گزینه «۳»

اگر x تعداد نفراتی باشد که هم جای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به نمودار ون زیر، خواهیم داشت:



$$25 = 17 - x + x + 14 - x + 6 \Rightarrow 25 = 37 - x \Rightarrow x = 12$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow n(\text{هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند}) - n(U) - n(\text{حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند}) \\ = 25 - x = 25 - 12 = 13 \end{aligned}$$

۲- گزینه «۳»

اگر شکل‌ها را به صورت مربع کامل $(n+1)(n+1)$ در نظر بگیریم، در هر شکل، $(n+1)^2$ مربع وجود دارد که $n+1$ مربع سیاه و بقیه سفید هستند؛ نتیجه:

$$n(U) - n(\text{مربع‌های سفید در هر شکل}) = (n+1)^2 - (n+1)$$

$$= n^2 + 2n + 1 - n - 1 = n^2 + n$$

که این عبارت تعداد کل مربع‌های سفید در شکل n ام را نشان می‌دهد اما تعداد مطلوب مربع‌های سفید در این مسئله، نصف این تعداد است، یعنی:

$$\frac{n^2 + n}{2} \text{ در نتیجه در شکل دهم تعداد مربع‌های سفید برابر است با:}$$

$$\frac{10^2 + 10}{2} = 55$$

۳- گزینه «۱»

راه حل اول:

$$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} t_8 = t_1 r^7 = 8 = 2^3 \\ t_{18} = t_1 r^{17} = 2^6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ t_1 = 2^{-4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_n = 2^{n-5} \Rightarrow t_{27} = 2^{22}$$

راه حل دوم: در یک دنباله هندسی اگر برای اعداد طبیعی n, m, p, q داشته باشیم: $m + n = p + q$ ، رابطه $t_m t_n = t_p t_q$ برقرار است. در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow t_1 \cdot t_{18} = t_8 \cdot t_{20} \Rightarrow t_{20} = 2^{15}$$

از طرفی $t_{20} = t_8 t_{32}$ ؛ بنابراین:

$$t_{32} = \frac{2^{30}}{2^3} = 2^{27}$$

۴- گزینه «۳»

$$a_n = 3a_{n-1} \Rightarrow a_1 + 7d = 3(a_1 + 7d)$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 3a_1 + 21d \Rightarrow 2a_1 = d$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{d}{2} n^2 + \left(\frac{2a_1 - d}{2}\right)n \xrightarrow{2a_1 = d} S_n = \frac{d}{2} n^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{10}}{S_5} = \frac{10^2}{5^2} = \frac{100}{25} = 4$$

۵- گزینه «۱»

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 15$$

$$a_n + a_{n-1} + \dots + a_{n-9} = 1065$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + a_{10} + a_{n-9} = 1080$$

از طرفی در هر دنباله حسابی داریم:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_{10} + a_{n-9}$$

$$\Rightarrow 10(a_1 + a_n) = 1080 \Rightarrow a_1 + a_n = 108$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 2430 \Rightarrow \frac{n}{2}(108) = 2430 \Rightarrow n = 45$$

۶- گزینه «۳»

$$2 + 2(2) + 2(2)^2 + \dots + 2(2)^{n-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2(1-2^n)}{1-2} = 1022$$

$$\Rightarrow -2(1-2^n) = 1022 \Rightarrow 2^n - 1 = 511$$

$$\Rightarrow 2^n = 512 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$

۷- گزینه «۳»

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{-1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 2^{\frac{-1}{12}}$$

$$\Rightarrow A^{-12} = \left(2^{-\frac{1}{12}}\right)^{-12} = 2^1 = 2 = \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

۸- گزینه «۳»

$$\begin{cases} 3\sqrt{x+2} + \sqrt{9x-4} = \sqrt{9x+18} + \sqrt{9x-4} = 5 \\ \sqrt{9x+18} - 3\sqrt{x-\frac{4}{9}} = \sqrt{9x+18} - \sqrt{9x-4} = A \end{cases}$$

با ضرب طرفین تساوی‌های فوق داریم:

$$(\sqrt{9x+18} + \sqrt{9x-4})(\sqrt{9x+18} - \sqrt{9x-4}) = 5A$$

$$\Rightarrow (9x+18) - (9x-4) = 5A \Rightarrow 22 = 5A \Rightarrow A = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$



$$-1 < x < 0 \Rightarrow -1 < x^3 < 0 \Rightarrow |x^3| = -1$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^4 < 1 \Rightarrow |x^4| = 0$$

$$\Rightarrow |x| + |x^2| + |x^3| + |x^4| = -1 + 0 - 1 + 0 = -2$$

گزینه ۲» ۱۳-

$$f(x) = (x-1)^2 - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x} + 1 \Rightarrow \begin{cases} D_g = (-\infty, 4] \\ R_g = [1, +\infty) \end{cases}$$

$$D_{f \circ g} = \{D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = D_g = (-\infty, 4]$$

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{4-x})^2 - 1 = 4 - x - 1 = 3 - x \Rightarrow R_{f \circ g} = [-1, +\infty)$$

گزینه ۲» ۱۴-

ابتدا ضابطه وارون تابع f را به دست می آوریم:

$$y = \frac{2x-1}{x+2} \Rightarrow yx + 2y = 2x - 1 \Rightarrow x(y-2) = -2y - 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+1}{2-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{2-x}$$

بنابراین باید تعداد نقاط تلاقی نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{2-x}$ و خط $y = 3x$ را

معین کنیم که برابر تعداد جواب های معادله $\frac{2x+1}{2-x} = 3x$ است. پس:

$$2x+1 = 6x - 3x^2 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

مجموع ضرایب معادله بالا برابر صفر است. پس $x = 1$ و $x = \frac{1}{3}$ جواب های آن هستند.

گزینه ۲» ۱۵-

$$d_1: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \theta_1 = m_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$$

$$d_2: y = \sqrt{3}x + 1 \Rightarrow \tan \theta_2 = m_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \theta_2 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow |\theta_2 - \theta_1| = 30^\circ$$

گزینه ۱» ۱۶-

از آن جایی که $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ ، پس:

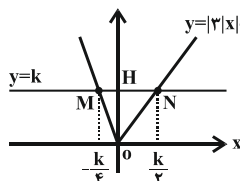
$$\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right) \left(\frac{1}{\cos x} + \tan x \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos x} + \tan x = 0 / 5$$

گزینه ۲» ۹-

$$y = ||3x| - x| = \begin{cases} -4x & ; x < 0 \\ 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$$



واضح است برای اینکه مثلث ایجاد شود، باید $k > 0$ باشد؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:

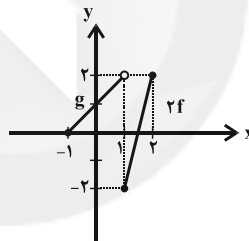
$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} |MN| |OH| \Rightarrow S(k) = \frac{3}{8} k^2; k > 0$$

گزینه ۳» ۱۰-

$$D_h = D_f \cap D_g = [-1, 2]$$

$$h(x) = \begin{cases} 2f(x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ g(x) + 1 + m & ; -1 \leq x < 1 \end{cases}$$

ابتدا نمودار $y = \begin{cases} 2f(x) & ; 1 \leq x \leq 2 \\ g(x) & ; -1 \leq x < 1 \end{cases}$ را رسم می کنیم:



با توجه به شکل، برای این که تابع h یک به یک شود، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 1 + m > 2 \Rightarrow m > 1 \\ \text{یا} \\ 1 + m \leq -4 \Rightarrow m \leq -5 \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty, -5] \cup (1, +\infty)$$

گزینه ۲» ۱۱-

$$f^{-1}(g(3a)) = 3 \Rightarrow f(3) = g(3a) \Rightarrow 6 = 3a + \sqrt{3a}$$

$$\Rightarrow 6 - 3a = \sqrt{3a} \xrightarrow{\text{توان } 2} 36 - 36a + 9a^2 = 3a$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 13a + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ (غ.ق.ق, } 0 \leq a \leq 2) \\ a = \frac{4}{3} \end{cases}$$

گزینه ۱» ۱۲-

اگر $x^2 + x < 0$ باشد، $-1 < x < 0$ خواهد بود، بنابراین:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow |x| = -1$$

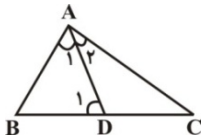
$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow |x^2| = 0$$

هندسه ۱

۲۱- گزینه «۴»

به دلیل عمود بودن قطرهای مربع و لوزی، این دو چهار ضلعی با داشتن طول قطرهای به صورت منحصر به فرد قابل رسم هستند. در مستطیل نیز با داشتن طول یک ضلع و طول قطر، طول ضلع دیگر از قضیه فیثاغورس، قابل محاسبه است و در نتیجه مستطیل به صورت منحصر به فرد رسم می‌شود.

۲۲- گزینه «۱»



چون AD نیمساز است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، از طرفی چون \hat{D}_1 زاویه خارجی مثلث ADC است، داریم: $\hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1$
در مثلث ABD می‌دانیم ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، در نتیجه: $AB > BD$
 $\Delta ABD: \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$
گزینه‌های دیگر بسته به شرایط، می‌توانند درست یا نادرست باشند و به عنوان یک قضیه کلی قابل بیان نیستند.

۲۳- گزینه «۱»

مطابق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 = BC \times BH = 15 \times 12 = 180 \Rightarrow AB = 6\sqrt{5}$$

$$AC^2 = BC \times CH = 15 \times 3 = 45 \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DH}{AB} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow \frac{DH}{6\sqrt{5}} = \frac{3}{15}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

$$EH \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{EH}{3\sqrt{5}} = \frac{12}{15}$$

$$\Rightarrow EH = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$$S_{ADHE} = DH \times EH = \frac{6\sqrt{5}}{5} \times \frac{12\sqrt{5}}{5} = \frac{72}{5} = 14 \frac{2}{5}$$

۲۴- گزینه «۲»

در دو مثلث متشابه، اضلاع دو به دو متناسب‌اند. با توجه به اینکه دو مثلث قابل انطباق نیستند، ضلع با اندازه ۳ در مثلث اولی با ضلع به اندازه ۳ در مثلث دوم متناسب نیست. در نتیجه دو حالت داریم:

$$\begin{cases} \frac{3}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9 \\ \frac{3}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} \end{cases}$$

بنابراین بیشترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت جای a و b می‌تواند عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

۱۷- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} & \sin 5^\circ \cos 10^\circ \cos 15^\circ + \cos 5^\circ \sin 10^\circ \cos 15^\circ \\ &= \cos 15^\circ (\sin 5^\circ \cos 10^\circ + \cos 5^\circ \sin 10^\circ) = \cos 15^\circ \sin (5^\circ + 10^\circ) \\ &= \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱۸- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha &= \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}{\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha} \\ &= 27 \left(1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \right) = 27 \times \left(1 - 3 (\sin \alpha \cos \alpha)^2 \right) \\ &= 27 \left(1 - 3 \left(\frac{1}{9} \right) \right) = 27 \times \frac{2}{3} = 18 \end{aligned}$$

نکته:

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha$$

۱۹- گزینه «۴»

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 4 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

با توجه به این که می‌خواهیم θ را کاهش دهیم، این زاویه باید برابر 135° باشد. طول اضلاع جدید را a' و b' و زاویه بین آنها را θ' می‌نامیم. داریم:

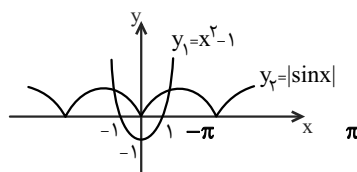
$$a' = \sqrt{2}a = 6 \quad b' = b\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad \theta' = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مساحت جدید} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{6}$$

بنابراین مساحت مثلث $\sqrt{6}$ برابر شده‌است.

۲۰- گزینه «۱»

تعداد ریشه‌های معادله $| \sin x | = x^2 - 1$ ، با تعداد نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y = | \sin x |$ و $y = x^2 - 1$ برابر است. بنابراین کافی است نمودار این دو تابع را در یک دستگاه رسم کنیم.



با توجه به شکل، دیده می‌شود که دو نمودار یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند، پس معادله دو ریشه دارد که با توجه به شکل، قرینه‌اند.



-۲۵ گزینه «۴»

-۲۷ گزینه «۳»

$$i + b = 8 \Rightarrow i = 8 - b$$

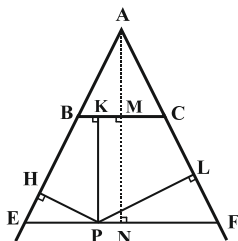
$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow S = \frac{b}{2} + 8 - b - 1 = 7 - \frac{b}{2}$$

بدیهی است زمانی S بیشترین است که b کمترین مقدار را داشته باشد. چون کمترین مقدار b برابر ۳ می باشد، پس:

$$S = 7 - \frac{3}{2} = 5/5$$

-۲۸ گزینه «۲»

از نقطه P خطی موازی با BC رسم می کنیم تا امتداد اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند.



از نقطه A ، عمودی بر BC (و در نتیجه EF) رسم می کنیم. مثلث AEF متساوی الاضلاع است، زیرا سه زاویه 60° دارد و در نتیجه طول ارتفاع های این مثلث برابر یکدیگر است. بنا به فعالیت ۱ صفحه ۶۸ کتاب درسی هندسه ۱ داریم:

$$PH + PL = AN \Rightarrow 8\sqrt{3} = AN \Rightarrow 8\sqrt{3} = AM + MN$$

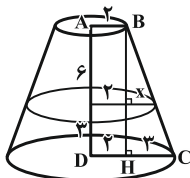
$$\xrightarrow{MN=PK} 8\sqrt{3} = AM + 4\sqrt{3} \Rightarrow AM = 4\sqrt{3}$$

اگر طول هر ضلع مثلث ABC را a فرض کنیم، داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 8$$

-۲۹ گزینه «۲»

از دوران دوزنقه قائم الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به وجود می آید. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه ای موازی با قاعده های دوزنقه قائم الزاویه با این مخروط ناقص، یک دایره است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{9} \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین مطابق شکل، شعاع دایره مورد نظر برابر ۴ است و در نتیجه مساحت

$$S = \pi(4)^2 = 16\pi$$

سطح مقطع برابر است با:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AQ}{AP} = \frac{MQ}{BP} \\ \frac{AQ}{AP} = \frac{QN}{PC} \end{cases} \Rightarrow \frac{MQ}{BP} = \frac{QN}{PC} \Rightarrow \frac{PC}{BP} = \frac{QN}{MQ}$$

$$\Rightarrow \frac{QN}{MQ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{QN}{MQ} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$MQ \parallel BP \Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle ABP$$

$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{2} \rightarrow k = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = \frac{4}{25} \quad \text{تفصیل در مخرج} \rightarrow$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP} - S_{\triangle AMQ}} = \frac{4}{25-4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{4}{21} \quad (2)$$

از ضرب طرفین رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} \times \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{MQPB}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{MQPB}} = \frac{2}{21}$$

-۲۶ گزینه «۴»

قطر AC را رسم می کنیم تا قطر BD را در نقطه O قطع نماید. در مثلث ABC ، AM و BO میانهای نظیر اضلاع BC و AC هستند.

اگر نقاط C و E را به هم وصل کنیم، مساحت هر یک از دو مثلث EOC و EMC ، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است.

$$S_{\triangle EOC} = S_{\triangle EMC} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12} S_{ABCD} = \frac{1}{12} \times 30 = 2/5$$

از طرفی با رسم دو قطر یک متوازی الاضلاع، ۴ مثلث هم مساحت پدید می آید، بنابراین داریم:

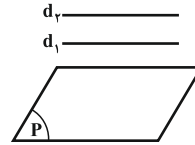
$$S_{\triangle DOC} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \times 30 = 7/5$$

$$\begin{aligned} \text{مساحت ناحیه هاشورخورده} &= S_{\triangle DOC} + S_{\triangle EOC} + S_{\triangle EMC} \\ &= 7/5 + 2/5 + 2/5 = 11/5 \end{aligned}$$

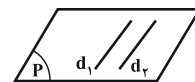


۳۰- گزینه «۳»

گزاره «الف» نادرست است. مطابق شکل اگر خط d_1 با صفحه P موازی باشد، آنگاه خط d_2 می‌تواند خارج صفحه P قرار داشته باشد.



گزاره «ب» درست است. مطابق شکل، صفحه P می‌تواند شامل دو خط موازی d_1 و d_2 باشد.



گزاره «پ» درست است. اگر صفحه P یکی از دو خط موازی d_1 و d_2 را قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۱»

فضای نمونه‌ای این آزمایش، شامل تمام حالت‌های قرار گرفتن ۶ نفر در یک ردیف است، بنابراین $n(S) = 6!$ می‌باشد.
اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه تعداد اعضای پیشامد A مطابق شکل زیر برابر است با:

$$\begin{array}{cccccc} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 & & & & & n(A) = 2 \times 4! \end{array}$$

در واقع برای ابتدای ردیف، یکی از دو برادر را انتخاب می‌کنیم و برادر دیگر در انتهای ردیف قرار می‌گیرد و ۴ نفر باقی‌مانده در ردیف‌های دوم تا پنجم به ۴! حالت می‌توانند قرار بگیرند. بنابراین احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = \frac{2 \times 4!}{6!} = \frac{2 \times 4!}{6 \times 5 \times 4!} = \frac{1}{15}$$

۳۲- گزینه «۲»

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب به صورت «بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد.» تعریف شوند. در این صورت داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

تذکر: $P(A) = \frac{1}{4}$ است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندقدتر بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B ، زیرمجموعه پیشامد A است، بنابراین $A \cap B = B$ است.

۳۳- گزینه «۴»

اگر پیشامد A را مشکی بودن روی مشاهده شده کارت و پیشامدهای B ، C و D را به ترتیب انتخاب کارت دو رو سفید، انتخاب کارت دو رو مشکی و انتخاب کارت یک رو مشکی و یک رو سفید در نظر بگیریم، آنگاه طبق قانون احتمال کل و قانون بیز داریم:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C)P(A|C) + P(D)P(A|D)$$

$$= \frac{3}{11} \times 0 + \frac{4}{11} \times 1 + \frac{4}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{11} \times \frac{3}{2}$$

$$P(C|A) = \frac{P(C)P(A|C)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{11} \times 1}{\frac{4}{11} \times \frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

۳۴- گزینه «۲»

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$P(a) + 3P(a) + P(a) + 2P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(d) = \frac{2}{7}$$

$$P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

۳۵- گزینه «۳»

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A')$$

$$\Rightarrow P(B)P(A') = 0/2 \quad (1)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow P(A)P(B) = 0/3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{P(B)P(A')}{P(B)P(A)} = \frac{0/2}{0/3} \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2P(A) = 3 - 3P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5} = 0/6 \xrightarrow{(2)} P(B) = 0/5$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0/4 \times 0/5 = 0/2$$

۳۶- گزینه «۱»

با استفاده از قاعده بیز داریم:

$$P(\text{ظرف اول | سفید بودن}) = \frac{P(\text{ظرف اول}) \times P(\text{سفید بودن | ظرف اول})}{P(\text{سفید بودن})}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

فیزیک ۱

۴۱- گزینه «۴»

دو کمیت فیزیکی را زمانی می‌توان با یکدیگر جمع کرد که از یک جنس باشند. در این حالت حاصل جمع دو کمیت نیز از همان جنس خواهد شد. داریم:

$$[A] = W = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{\frac{kg}{s^2} \cdot m}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \quad (*)$$

$$[A] = \frac{[B][C]^2}{[D]^3} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**)(*)} [B] = kg, [C] = m, [D] = s$$

۴۲- گزینه «۴»

ابتدا جرم و حجم کره زمین را تخمین می‌زنیم. داریم:

$$R = 6371 km = 6.371 \times 10^6 m \Rightarrow R \sim 10^7 m$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow V \sim 10^{21} m^3$$

$$m = 5927 \times 10^{12} Tg = 5.927 \times 10^3 \times 10^{12} \times 10^{-3} kg$$

$$\Rightarrow m = 5.927 \times 10^{24} kg \Rightarrow m \sim 10^{25} kg$$

در نهایت با استفاده از تعریف چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho \sim \frac{10^{25}}{10^{21}} \Rightarrow \rho \sim 10^4 \frac{kg}{m^3}$$

۴۳- گزینه «۴»

جرم یخ ذوب شده با جرم آب اضافه شده به مخلوط برابر است، ولی چون چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است، بنابراین حجم آب کمتر از حجم یخ ذوب شده خواهد شد. داریم:

$$\begin{aligned} m_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{یخ}} \\ \Rightarrow 1 \times (V_{\text{یخ}} - 4) = 0.9 V_{\text{یخ}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 40 \text{ cm}^3 \\ m_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0.9 \times 40 = 36 g = 0.036 kg \end{aligned}$$

۴۴- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف انرژی جنبشی بعد از جدا شدن واکن از لوکوموتیو، داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\frac{m_2 = \frac{1}{5} M, m_1 = \frac{1}{5} M}{v_1 = (v_2 + 5) \frac{m}{s}, K_1 = 1/69 K_2} \rightarrow \frac{1}{1/69} = \frac{\frac{1}{5} M}{\frac{1}{5} M} \times \left(\frac{v_2}{v_2 + 5} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_2 + 5} = \frac{5}{13} \Rightarrow v_2 = 3/125 \frac{m}{s}$$

۳۷- گزینه «۳»

گزاره «الف» همواره درست است، زیرا داریم:

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A \times C \subseteq B \times C$$

گزاره «ب» لزوماً درست نیست. به عنوان مثال نقض، اگر $A = \emptyset$ و $B = \{1\}$ باشد، آنگاه $A \times B = B \times A$ است ولی $A \neq B$ می‌باشد.

گزاره «پ» همواره درست است، زیرا داریم:

$$\begin{aligned} (x, y) \in [(A \times B) \cap (B \times A)] \\ \Leftrightarrow [(x, y) \in (A \times B)] \wedge [(x, y) \in (B \times A)] \\ \Leftrightarrow [(x \in A) \wedge (y \in B)] \wedge [(x \in B) \wedge (y \in A)] \\ \Leftrightarrow [(x \in A) \wedge (x \in B)] \wedge [(y \in A) \wedge (y \in B)] \\ \Leftrightarrow [x \in (A \cap B)] \wedge [y \in (A \cap B)] \\ \Leftrightarrow (x, y) \in (A \cap B) \times (A \cap B) \\ \Leftrightarrow (x, y) \in (A \cap B)^2 \end{aligned}$$

۳۸- گزینه «۴»

طبق تعریف مجموعه‌های A و B ، داریم:

$$A = \{5, 11, 17, 23, \dots\}$$

$$B = \{7, 13, 19, 25, \dots\}$$

تنها اعداد اولی که نمی‌توان به صورت $6k+1$ یا $6k-1$ ($k \in \mathbb{N}$) نوشت، دو عدد ۲ و ۳ هستند، بنابراین $C = \{2, 3\}$ است. در نتیجه $3 \notin B$ ، یعنی $3 \in B$.

تذکر: مجموعه‌های A ، B و C ، جدا از هم هستند، بنابراین $A - B = A - C = A$ است و $C - A = C$ می‌باشد.

۳۹- گزینه «۴»

گزاره شرطی $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ تنها در حالتی نادرست است که گزاره $(p \Rightarrow q)$ درست و گزاره $(p \Rightarrow r)$ نادرست باشد. با توجه به نادرستی $(p \Rightarrow r)$ ، لزوماً p درست و r نادرست است.

از طرفی با توجه به درستی $(p \Rightarrow q)$ و p ، نیز لزوماً درست خواهد بود.

۴۰- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} n(A' \times B') &= n(A') \times n(B') \\ &= (n(U) - n(A)) \times (n(U) - n(B)) = (10 - 4) \times (10 - 7) = 18 \end{aligned}$$



$$L=1\text{m}, v_p=\sqrt{L}\text{m/s} \rightarrow 10 \times 1 \times (1 - \cos \alpha_p) + 2 = 4$$

$$v_p = \frac{\sqrt{2}}{2} v_p = 2\text{m/s}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_p = 0.8 \Rightarrow \alpha_p = 37^\circ$$

۴۸- گزینه «۲»

کار مفیدی که تلمبه طی این مدت انجام می‌دهد، برابر است با:

$$W = mgh = \rho Vgh = 10^3 \times 36 \times 10^3 \times 10^{-3} \times 10 \times 40$$

$$\Rightarrow W = 144 \times 10^5 \text{J}$$

طبق تعریف بازده، می‌توان نوشت:

$$R_a = \frac{W_{\text{خروجی}}}{W_{\text{ورودی}}} = \frac{144 \times 10^5}{4 \times 10^3 \times 2 \times 3600} = 0.5 = 50\%$$

۴۹- گزینه «۱»

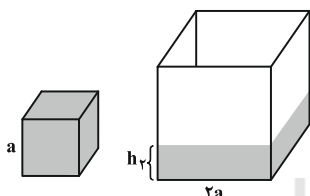
روش اول: می‌دانیم فشار ناشی از مایعات از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید. از طرفی چون مکعب کوچک را دو بار بُر می‌کنیم و در مکعب بزرگ می‌ریزیم، باید ارتفاع آب در مکعب بزرگ را محاسبه کنیم. برای این منظور داریم:

$$V_p = 2V_1 \Rightarrow 4a^2 \times h_p = 2a^3 \Rightarrow h_p = \frac{a}{2} \Rightarrow P_p = \rho g \left(\frac{a}{2} \right)$$

$$h_1 = a \Rightarrow P_1 = \rho ga$$

$$\frac{P_p}{P_1} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه:



روش دوم: وزن مایع درون مکعب بزرگ، دو برابر وزن مایع درون مکعب کوچک است. بنابراین داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = \frac{mg}{A_1} = \frac{mg}{a^2} \\ P_p = \frac{2mg}{A_p} = \frac{2mg}{4a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_p}{P_1} = \frac{2mg}{4a^2} \times \frac{a^2}{mg} = \frac{1}{2}$$

۵۰- گزینه «۱»

با برداشته شدن جسم از روی آب، ارتفاع آب درون ظرف کاهش می‌یابد (حجم آب بالا آمده برابر با حجم قسمتی از جسم است که درون آب قرار گرفته بود و وزن آب بالا آمده برابر است با وزن جسم).

$$(F_b = W$$

سطح آب بزرگتر از کف ظرف است، در نتیجه Δh کاهش یافته کمتر از مقدار واقعی است، پس نیروی وارد به کف ظرف به اندازه واقعی کاهش پیدا نکرده بلکه کمتر از W کاهش پیدا کرده است.

۴۵- گزینه «۳»

چون نیروهای اتلاف کننده نداریم انرژی مکانیکی پایسته است.

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + U_e + K_p$$

وقتی فنر بیشترین فشردگی را دارد، جسم ساکن است و ارتفاع آن از سطح زمین برابر با 10cm است. اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_p + U_e + 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 0.1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 2 \times 10 \times 0.1 + U_e \Rightarrow U_e = 32\text{J}$$

۴۶- گزینه «۲»

چون بالابر با تندی ثابت حرکت می‌کند، اندازه نیرویی که بالابر به جسم وارد می‌کند برابر با وزن جسم می‌باشد، یعنی داریم:

$$F = mg \frac{m=250\text{kg}}{g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow F = 2500\text{N}$$

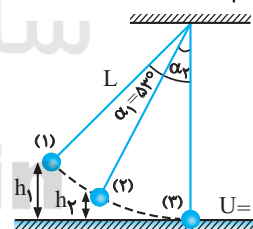
از طرفی برای تعیین توان متوسط این نیرو داریم:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} \xrightarrow{\frac{d}{t}=v} \xrightarrow{v=\text{ثابت}} \bar{P} = F \cdot v$$

$$\frac{F=2500\text{N}}{v=0.8\frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \bar{P} = 2500 \times 0.8 \Rightarrow \bar{P} = 2000\text{W} \Rightarrow \bar{P} = 2\text{kW}$$

۴۷- گزینه «۳»

پایین ترین نقطه عبور گلوله را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای دو مکان رها شدن (۱) و عبور از پایین ترین نقطه (۳) خواهیم داشت:



$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \xrightarrow{K_1=0, U_p=0} mgh_1 = \frac{1}{2}mv_p^2$$

$$\xrightarrow{h_1=L(1-\cos \alpha_1)} gL(1-\cos \alpha_1) = \frac{1}{2}v_p^2$$

$$\xrightarrow{\alpha_1=53^\circ, g=10\text{m/s}^2, L=1\text{m}} \frac{1}{2}v_p^2 = 10 \times 1 \times (1 - 0.6) \Rightarrow v_p = \sqrt{8}\text{m/s}$$

اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو مکان (۲) و (۳) در نظر می‌گیریم تا α_p را محاسبه کنیم:

$$E_p = E_p \Rightarrow U_p + K_p = U_p + K_p \xrightarrow{U_p=0, h_p=L(1-\cos \alpha_p)}$$

$$mgL(1-\cos \alpha_p) + \frac{1}{2}mv_p^2 = \frac{1}{2}mv_p^2$$



در قسمت دوم که شیب صفر است گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر درجه سلسیوس به آب صفر درجه سلسیوس را محاسبه می‌کنیم:

$$Q' = mL_F \Rightarrow Q' = 0/1 \times 336000 = 336000 \text{ J}$$

$$A = 2100 + 33600 = 35700 \text{ J}$$

در قسمت سوم که شیب خط مثبت است آب صفر درجه سلسیوس به آب

$$Q'' = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = 0/1 \times 4200 \times 10 = 42000 \text{ J} \quad \text{تبدیل می‌شود.}$$

$$B = A + 42000 = 35700 + 42000 = 39900 \text{ J}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{39900}{35700} = \frac{399}{357} = \frac{19 \times 21}{17 \times 21} = \frac{19}{17}$$

در نتیجه:

۵۵- گزینه «۴»

آهنگ رسانش گرمایی در دو میله با هم برابر است. برای بررسی مسئله آهن را با اندیس (۱) و آلومینیوم را با اندیس (۲) در نظر می‌گیریم:

برای محاسبه دمای نقطه اتصال داریم:

$$H = k \frac{A(T_H - T_L)}{L}$$

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 A_1 (\theta - 20)}{L_1} = \frac{k_2 A_2 (100 - \theta)}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 2 A_2 \times (\theta - 20)}{50} = \frac{2 \times A_2 \times (100 - \theta)}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{2(\theta - 20)}{2} = \frac{2(100 - \theta)}{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ \text{C}$$

اکنون اختلاف دمای دو سر میله آهنی را محاسبه کرده، داریم:

$$\Delta\theta_1 = 60 - 20 = 40^\circ \text{C}$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 40 \Rightarrow \Delta F = 72^\circ \text{F}$$

۵۶- گزینه «۲»

جیوه 50°C را با اندیس ۱ و جیوه 20°C را با اندیس ۲ نشان می‌دهیم.

ابتدا می‌توان معادله مربوط به تعادل گرمایی را نوشت تا نسبت جرم دو جیوه مشخص شود:

$$m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 \times 140 \times (40 - 50) + m_2 \times 140 \times (40 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = 2m_2 \quad (1)$$

با استفاده از رابطه چگالی، جرم مربوط به $0/6$ لیتر جیوه را به دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m_1 + m_2 = \rho V = 13/5 \times 0/6 \times 10^3$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = 8100 \text{ g} \quad (2)$$

با حل همزمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$2m_2 + m_2 = 8100 \Rightarrow m_2 = \frac{8100}{3} = 2700 \text{ g}$$

$$m_1 = 2m_2 = 2 \times 2700 = 5400 \text{ g}$$

۵۱- گزینه «۱»

محاسبه می‌کنیم که فشار ناشی از این ارتفاع آب، معادل چند سانتی‌متر جیوه است.

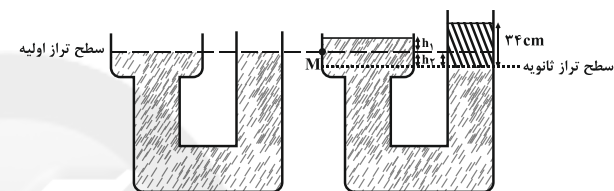
$$\rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} = \rho_{\text{W}} h_{\text{W}} \Rightarrow 13/6 h_{\text{Hg}} = 1 \times 34 \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 2/5 \text{ cm}$$

یعنی ریختن 34 cm آب در دهانه راست معادل اضافه کردن $2/5 \text{ cm}$ جیوه در این دهانه است. حال اگر این $2/5 \text{ cm}$ را در دهانه‌ها تقسیم کنیم، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \quad \begin{matrix} A_1 = \pi \frac{D^2}{4} \\ A_2 = \pi \frac{d^2}{4} \end{matrix} \Rightarrow D^2 h_1 = d^2 h_2$$

$$D = 2d \rightarrow (2d)^2 h_1 = d^2 h_2 \Rightarrow h_2 = 4h_1$$

$$h_1 + h_2 = 2/5 \text{ cm} \rightarrow h_1 = 0/5 \text{ cm}$$



۵۲- گزینه «۴»

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad \begin{matrix} A = \frac{\pi d^2}{4} \end{matrix} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\frac{d_1 = 5 \text{ cm}}{d_2 = 20 \text{ cm}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{5}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{16}$$

حاصل درصد تغییرات تندی جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{1}{16} - 1\right) \times 100 = -93/75\%$$

۵۳- گزینه «۳»

با توجه به رابطه بین دما در مقیاس سلسیوس و کلوین و رابطه بین دما در مقیاس سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$T = \theta + 273 \quad \begin{matrix} T = F \\ T = F \end{matrix} \rightarrow \theta + 273 = \frac{9}{5} \theta + 32$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} \theta = 241 \Rightarrow \theta = 301/25^\circ \text{C}$$

۵۴- گزینه «۳»

با نوشتن معادله گرما برای قسمت اول که یخ با دمای -10°C به یخ با دمای صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود، جرم یخ را به دست می‌آوریم:

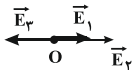
$$Q = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow 2100 = m \times 2100 \times (0 - (-10)) \Rightarrow m = 0/1 \text{ kg}$$

فیزیک ۲

۶۱- گزینه «۳»

با حذف شدن بار q_2 ، جهت میدان الکتریکی برآیند عکس می‌شود. پس می‌توان نتیجه گرفت که جهت میدان حاصل از بار q_2 در نقطه O در خلاف جهت میدان‌های بارهای q_1 و q_2 در نقطه O است و در نتیجه علامت بار q_2 مثبت است.



نسبت اندازه میدان‌های بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O به دست می‌آوریم.

$$E = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{4}{2} \left(\frac{AB}{2AB}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow E_2 = 2E_1 \quad (1)$$

اگر جهت میدان برآیند را در حالت اول به سمت راست بگیریم، خواهیم داشت:

$$E = E_1 + E_2 - E_3 \xrightarrow{(1)} E = 3E_1 - E_3 \quad (2)$$

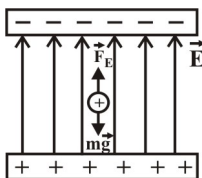
با حذف بار q_2 ، جهت میدان برآیند به سمت چپ خواهد شد. در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{3}E = E_3 - E_1 \quad (3)$$

با حل همزمان معادلات (۲) و (۳) داریم:

$$E_3 = \frac{3}{2}E_1 \Rightarrow \frac{q_3}{(OC)^2} = \frac{3}{2} \frac{4}{(2OC)^2} \Rightarrow q_3 = \frac{3}{2} \mu C$$

۶۲- گزینه «۳»



بر ذره دو نیروی وزن و الکتریکی اثر می‌کند که برای تعادل ذره لازم است نیروی الکتریکی وارد بر ذره، نیروی وزن آن را خنثی کند. چون نیروی وزن ذره رو به پایین است، جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باید به طرف بالا باشد و

چون بار مثبت است، نیروی وارد بر ذره در جهت خط‌های میدان الکتریکی است و جهت میدان الکتریکی مطابق شکل رو به بالاست و می‌توان نوشت:

$$|\vec{F}_E| = |m\vec{g}| \Rightarrow Eq = mg \Rightarrow E \times 0.2 \times 10^{-6} = 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

۶۳- گزینه «۱»

بار اولیه کره منفی است. زمانی که الکترون به کره داده می‌شود، بار منفی آن افزایش یافته و در نتیجه اندازه چگالی سطحی بار الکتریکی آن زیاد می‌شود. داریم:

$$\Delta q = -ne = -1.0^{13} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow \Delta q = -1/6 \times 10^{-6} C$$

$$\Rightarrow \Delta q = -1/6 \mu C$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 + 0/2 \sigma_1 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1/2 \xrightarrow[A=\text{ثابت}]{\sigma = \frac{q}{A}} \frac{q_2}{q_1} = 1/2$$

$$\xrightarrow{q_2 = q_1 + \Delta q} \frac{q_1 - 1/6}{q_1} = 1/2 \Rightarrow q_1 = -8 \mu C$$

۵۷- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه انبساط طولی بر حسب افزایش دما در یک میله، داریم:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \Rightarrow L = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

چون $\alpha_1 > \alpha_2$ است، به ازای یک تغییر دمای یکسان در دو میله که دارای طول اولیه یکسان هستند، میله (۱) افزایش طول بیشتری خواهد داشت. بنابراین:

$$L_1 - L_2 = (L_0 (1 + \alpha_1 \Delta T))_1 - (L_0 (1 + \alpha_2 \Delta T))_2$$

$$\xrightarrow{L_{0,1} = L_{0,2} = L_0} L_1 - L_2 = L_0 \Delta T (\alpha_1 - \alpha_2)$$

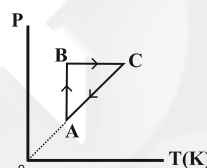
$$\Rightarrow 1/8 = L_0 \times 200 \times (3 \times 10^{-5} - 12 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow L_0 = 500 \text{ mm} = 50 \text{ cm}$$

۵۸- گزینه «۲»

فرایند AB یک فرایند هم‌دما می‌باشد که حجم آن کم شده، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ ، هنگامی که حجم کم می‌شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است که طی آن دما و حجم افزایش یافته است. فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است که طی آن دما کم شده است، بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ فشار آن نیز کاهش می‌یابد.



نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آنگاه نمودار $P-T$ ساعتگرد است و برعکس.

۵۹- گزینه «۱»

نمودار داده شده در دستگاه $P-T$ معرف فرایند هم‌حجم بوده و فشار اولیه

معلوم است پس می‌توان طبق رابطه $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$ ، فشار نهایی را محاسبه کرد.

ابتدا فشار نهایی گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad P_1 = 10^5 \text{ Pa}, T_2 = 2T_1 \rightarrow P_2 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

حال با جای‌گذاری مقادیر V و ΔP در رابطه زیر، تغییر انرژی درونی به دست می‌آید:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} V \Delta P \xrightarrow{C_V = \frac{5}{2} R, V = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3, \Delta P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}} \Delta U = \frac{5}{2} (2 \times 10^{-3}) (2 \times 10^5) \Rightarrow \Delta U = 1000 \text{ J}$$

۶۰- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف ضریب عملکرد یخچال، داریم:

$$Q_L = |mc\Delta\theta| \Rightarrow Q_L = 1 \times 4200 \times 50$$

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow K = \frac{Q_L}{Pt} \Rightarrow 4/2 = \frac{1 \times 4200 \times 50}{500 \times t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{420}{4/2} = 100 \text{ s}$$



$$V_A = V_B \Rightarrow I_A R_A = I_B R_B \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad (*)$$

اگر جرم دو سیم هم جنس برابر باشد، حجم آن‌ها هم برابر خواهد شد.

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{L_A}{L_B} \quad (**)$$

در نهایت با توجه به رابطه عوامل مؤثر بر مقاومت رساناهای الکتریکی، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{L_A}{L_B} \right)^2$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{L_A}{L_B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۶۸- گزینه «۱»

ابتدا مقاومت هر یک از دو لامپ را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$50 = \frac{100^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{1000}{3} \Omega \quad \text{و} \quad 30 = \frac{100^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 200 \Omega$$

چون دو مقاومت به صورت متوالی به هم بسته شده‌اند، داریم:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = \frac{1000}{3} + 200 = \frac{1600}{3} \Omega$$

بنابراین توان مصرفی در مجموعه مقاومت‌ها برابر است با:

$$P_{کل} = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{1600^2}{1600} \Rightarrow P_{کل} = 48W$$

۶۹- گزینه «۴»

چون نمودار ولتاژ دو سر مولد \mathcal{E}_1 بر حسب جریان عبوری از آن دارای شیب

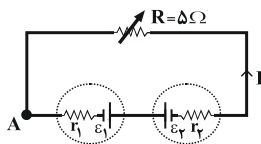
مثبت است، بنابراین مولد \mathcal{E}_1 به صورت ضد محرکه در مدار بسته شده است و

جریان در مدار پادساعتگرد است. داریم:

$$V_1 = \mathcal{E}_1 + r_1 I \Rightarrow \begin{cases} I=0 \rightarrow \mathcal{E}_1 = 4V \\ I=2A \rightarrow 10 = 4 + r_1(2) \Rightarrow r_1 = 3\Omega \end{cases}$$

از طرفی طبق صورت سؤال، داریم:

$$\frac{(P_{تولیدی})_1}{(P_{اتلافی})_1} = 3 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}_1 I}{r_1 I^2} = 3 \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 3r_1 I$$



برای محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر مولد محرکه داریم:

$$V_A - I r_1 + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - I r_2 - I R = V_A$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_1 - I r_1 = \mathcal{E}_2 + I(R + r_2)$$

$$\frac{\mathcal{E}_1 = 3r_1 I}{I = 1/5 A} \rightarrow 3r_1 I - r_1 I = 4 + 1/5 \times (5 + 3) \Rightarrow r_1 I = 8V$$

۶۴- گزینه «۳»

برای محاسبه بار q باید از رابطه $\Delta U = \frac{\Delta W}{q}$ استفاده کنیم، اما چون ΔU

مجهول است، از رابطه‌های $\Delta U = -\Delta K$ و $\Delta K = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$ ، به

صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \frac{\Delta W = q(V_2 - V_1)}{\Delta U = q(V_2 - V_1)} \rightarrow q(V_2 - V_1) = -\frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$\xrightarrow{V_1=100V, V_2=-100V, v_0=0} \\ v=10 \frac{m}{s}, m=0.1 \times 10^{-3} kg = 10^{-4} kg}$$

$$q(-100 - 100) = -\frac{1}{2} \times 10^{-4} \times (100 - 0) \Rightarrow -200q = -\frac{1}{2} \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow q = \frac{1}{4} \times 10^{-4} = 25 \times 10^{-6} C \Rightarrow q = 25 \mu C$$

۶۵- گزینه «۴»

بزرگی میدان الکتریکی صفحات خازن قبل از ورود دی‌الکتریک به آن، برابر

است با:

$$E_1 = \frac{V_1}{d} = \frac{50}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow E_1 = 2500 \frac{V}{m}$$

بعد از وارد کردن دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = 4$ بین صفحات خازن، طبق رابطه

$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن ۴ برابر می‌شود. از طرفی چون خازن از مولد جدا

شده، بار ذخیره شده در آن ثابت است، بنابراین داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{V_2}{50} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_2 = 12.5V$$

در نتیجه در این حالت بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن برابر است

با:

$$E_2 = \frac{V_2}{d} = \frac{12.5}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow E_2 = 625 \frac{V}{m}$$

در نهایت برای محاسبه بزرگی میدان الکتریکی که در اثر هم‌ردیفی

مولکول‌های دی‌الکتریک قطبی با خط‌های میدان بین دو صفحه ایجاد می‌شود، و

در خلاف جهت میدان اولیه است، می‌توان نوشت:

$$E' = E_1 - E_2 = 2500 - 625 \Rightarrow E' = 1875 \frac{V}{m}$$

۶۶- گزینه «۳»

$$\Delta R_1 = R_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta R_2 = 2R_0 (2\alpha) \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_1}{\Delta R_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2R_0 - R_0}{R' - 2R_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow R' = 10R_0$$

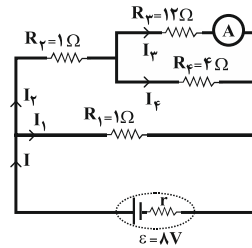
۶۷- گزینه «۱»

با توجه به نمودار، در یک V ثابت، جریان در رسانای A ، $20mA$ و در

رسانای B ، $15mA$ است. با استفاده از قانون اهم داریم:



۷۰- گزینه «۱»



چون در شاخه وسط، ولت‌سنج ایده‌آل به صورت متوالی با اجزای مدار قرار دارد، جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و بنابراین داریم:

$$R_{2,3,4} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$

$$R_{2,3,4} = R_2 + R_{2,3,4} = 1 + 3 = 4\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_{2,3,4}}{R_1 + R_{2,3,4}} = \frac{1 \times 4}{1 + 4} = 0.8\Omega$$

توان خروجی مولد از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ محاسبه می‌شود و به سادگی از خواص سهمی می‌توان نشان داد به ازای $R_{eq} = r$ توان خروجی

$$r = R_{eq} = 0.8\Omega$$

مولد بیشینه خواهد بود. بنابراین داریم:

در نتیجه جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{4}{0.8 + 0.8} \Rightarrow I = 5A$$

از طرفی داریم:

$$V_1 = V_{2,3,4} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_{2,3,4} \Rightarrow I_1 = 4I_2 \quad (*)$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow{(*)} I_2 = 1A$$

همچنین داریم:

$$V_3 = V_4 \Rightarrow R_3 I_3 = R_4 I_4 \Rightarrow 12I_3 = 4I_4 \Rightarrow I_4 = 3I_3 \quad (**)$$

$$I_3 + I_4 = I_2 = 1A \xrightarrow{(**)} I_3 = 0.25A$$

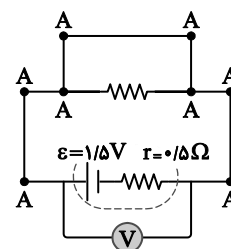
۷۱- گزینه «۳»

یک بار با باز بودن کلید و بار دیگر با بسته بودن کلید، سؤال را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R + r} & \begin{matrix} \varepsilon = 1.5V \\ R = 0.5\Omega, r = 0.5\Omega \end{matrix} \rightarrow I = 1.5A \\ V = \varepsilon - rI & \begin{matrix} \varepsilon = 1.5V, r = 0.5\Omega \\ I = 1.5A \end{matrix} \rightarrow V = 1.5 - 0.5 \times 1.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = 0.75V$$

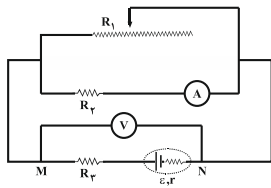
بعد از بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر مولد صفر می‌شود، یعنی:



$$V' = 0$$

$$\Delta V = V' - V = 0 - 0.75 \Rightarrow \Delta V = -0.75V$$

۷۲- گزینه «۳»



با حرکت لغزنده رُوستا به سمت راست، مقاومت رُوستا افزایش می‌یابد

(افزایش طول) و در نتیجه مقاومت معادل دو مقاومت موازی R_2 و R_3

افزایش می‌یابد، بنابراین مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و در نتیجه جریان

کل مدار کاهش می‌یابد. ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و

N را نشان می‌دهد. داریم:

$$V_M + IR_2 - \varepsilon + Ir = V_N \Rightarrow V_M - V_N = \varepsilon - I[R_2 + r]$$

بنابراین با کاهش جریان مدار، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد،

افزایش می‌یابد.

آمپرسنج ایده‌آل جریان عبوری از مقاومت R_2 را نشان می‌دهد. با توجه به

مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 با عدد ولت‌سنج برابر است. بنابراین

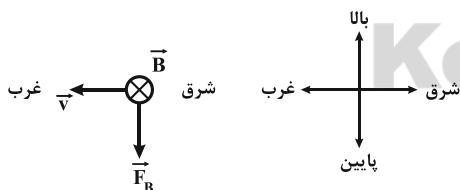
با افزایش عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت R_2

بیش‌تر شده و آمپرسنج عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

۷۳- گزینه «۲»

ابتدا جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت از طرف میدان مغناطیسی

را به کمک قاعده دست راست تعیین می‌کنیم. داریم:



برای اینکه ذره بدون انحراف حرکت کند باید نیرویی که از طرف میدان

الکتریکی وارد می‌شود رو به بالا باشد و چون بار ذره مثبت است، نیرو در جهت

میدان الکتریکی وارد می‌شود. پس جهت میدان الکتریکی رو به بالا خواهد شد.

برای تعیین اندازه \vec{E} ، برآیند نیروها را صفر قرار می‌دهیم.

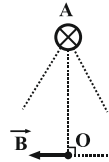
$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB \sin \theta \Rightarrow E = vB = 5 \times 10^5 \times 0.5 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow E = 25 \frac{N}{C}$$



۷۴- گزینه «۲»

می‌دانیم که وقتی دو سیم، حامل جریان‌های مساوی و هم‌جهت باشند، میدان مغناطیسی در وسط خط واصل دو سیم برابر با صفر است. پس میدان برآیند حاصل از جریان سیم‌هایی که در رأس‌های B و C قرار دارند در نقطه O صفر است. در نتیجه میدان برآیند در نقطه O فقط ناشی از میدان حاصل از جریان سیم واقع در رأس A است.



با استفاده از قاعده دست راست، انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم و چرخش چهار انگشت دیگر جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد که مطابق شکل خواهد شد. (عمود بر خط واصل تا نقطه O)

پس جهت عقربه در جهت میدان و مطابق با گزینه «۲» خواهد شد.

۷۵- گزینه «۴»

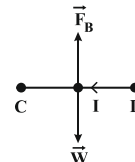
چون حلقه‌های تشکیل دهنده این سیمولوله به یکدیگر چسبیده‌اند، بنابراین طول این سیمولوله (l) برابر با حاصل ضرب تعداد حلقه‌ها (N) در قطر سیم تشکیل دهنده این سیمولوله (d) است (l = Nd). با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی یک سیمولوله، داریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \xrightarrow{l=Nd} B = \frac{\mu_0 I}{d}$$

$$\Rightarrow B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5}{2 \times 2 \times 10^{-3}} \Rightarrow B = 1/5 \times 10^{-3} T$$

۷۶- گزینه «۴»

نیروی وزن به سمت پایین بر سیم وارد می‌شود، بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم باید به سمت بالا باشد تا سیم در حالت تعادل بماند. طبق قاعده دست راست، جریان سیم باید از D به C باشد، در نتیجه باتری B باید در مدار قرار گیرد.



اکنون می‌توانیم جریان مدار را بیابیم، داریم:

$$F_B = W \Rightarrow I l B = mg \Rightarrow I \times 0/2 \times 0/5 = 4 \times 10^{-3} \times 10$$

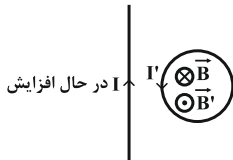
$$\Rightarrow I = 0/4 A$$

$$V = RI = 10 \times 0/4 = 4V$$

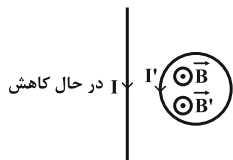
در نهایت با توجه به قانون اهم داریم:

۷۷- گزینه «۲»

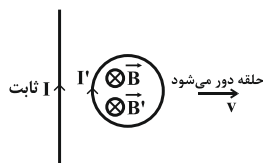
الف) با افزایش جریان I بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان در فضا (B) افزایش می‌یابد، بنابراین در حلقه باید میدان القایی یعنی B' در خلاف جهت B باشد، در نتیجه جریان القایی حلقه باید پادساعتگرد باشد. (نادرست)



ب) با کاهش جریان I، بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان در فضا (B) کوچک‌تر شده، در نتیجه در حلقه باید میدان القایی یعنی B' هم‌جهت با B باشد، بنابراین جریان حلقه باید پادساعتگرد باشد. (درست)



پ) با دور شدن حلقه از سیم، اندازه میدان مغناطیسی کوچکتر شده و شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد. در نتیجه B' باید هم‌جهت با B باشد. جریان باید ساعتگرد باشد. (نادرست)



ت) با حرکت حلقه به موازات سیم، اندازه میدان مغناطیسی و شار عبوری از حلقه تغییر نمی‌کند و جریانی در حلقه القا نمی‌شود. (درست)

۷۸- گزینه «۴»

معادله جریان متناوب برابر است با:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

اگر در $t = \frac{1}{800} s$ جریان را $2\sqrt{2}A$ جایگذاری کنیم:

$$2\sqrt{2} = 4 \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{800} \right) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{400T} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{400T} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{100} s$$

اولین لحظه‌ای که جریان بیشینه می‌شود لحظه $\frac{T}{4}$ است. پس:

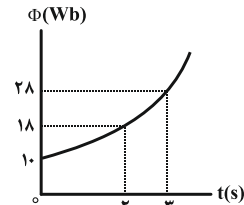
$$t = \frac{1}{400} s$$



۷۹- گزینه «۴»

در دو ثانیه اول، با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$|\bar{\epsilon}_1| = \left| N \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t_1} \right| = 1 \times \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \epsilon = \frac{\Phi_2 - 10}{2 - 0} \Rightarrow \Phi_2 = 18 \text{ Wb}$$



در ثانیه سوم، با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$|\bar{\epsilon}_2| = \left| N \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t_2} \right| = 1 \times \frac{\Phi_3 - \Phi_2}{t_3 - t_2} \Rightarrow 10 = \frac{\Phi_3 - 18}{3 - 2} \Rightarrow \Phi_3 = 28 \text{ Wb}$$

۸۰- گزینه «۳»

در خطوط انتقال برای کاهش افت توان از ولتاژهای بالا و جریان‌های پایین استفاده می‌کنیم. همچنین افزایش و کاهش ولتاژ جریان ac بسیار آسان‌تر از جریان dc است.

شیمی ۱

۸۱- گزینه «۳»

هیدروژن دارای یک رادیوایزوتوپ طبیعی (^1_1H) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: همه تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی ساخته شود.

گزینه «۲»: یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد.

گزینه «۴»: ایزوتوپ لیتیم با ۴ نوترون بیشترین فراوانی را دارد.

۸۲- گزینه «۲»

عنصر A در مدت یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت) سه بار تجزیه می‌شود و طبق

رابطه $E = mc^2$ معادل با مقدار ماده تجزیه شده انرژی آزاد می‌شود.

$$184 \text{ gr} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 23 \text{ gr} \rightarrow \text{مقدار تجزیه شده} = 184 - 23 = 161 \text{ gr}$$

$$= 0.161 \text{ kg}$$

$$E = mc^2 = 0.161 \times (3 \times 10^8)^2 = 1449 \times 10^{13} \text{ J} = 1.449 \times 10^{13} \text{ kJ}$$

۸۳- گزینه «۱»

با توجه به عدد اتمی اتم‌های مختلف نتیجه می‌گیریم که:

$$^6\text{A} = \text{C}, ^8\text{B} = \text{O}, ^{17}\text{C} = \text{Cl}, ^4\text{D} = \text{Ca}$$

$$^{13}\text{E} = \text{Al}, ^{36}\text{F} = \text{Kr}, ^{10}\text{G} = \text{Ne}, ^4\text{H} = \text{He}$$

الف) ترکیب AB_۲ همان CO_۲ است که یک ترکیب مولکولی می‌باشد.

ب) ترکیب D و اکسیژن، ترکیب کلسیم و اکسیژن است که حاصل آن

CaO (یک ترکیب یونی) می‌باشد.

پ) ترکیب E و B همان Al_۲O_۳ است که یک ترکیب یونی می‌باشد.

ت) عنصر C (همان کلر است) در ترکیب با فلز سزیم، ترکیب یونی به فرمول

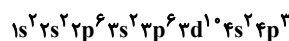
CsCl (همان CsCl) می‌سازد.

ث) عناصر F، G و H به ترتیب کریبتون، نئون و هلیم هستند اما هلیم به

آرایش هشت تایی نرسیده است.

۸۴- گزینه «۳»

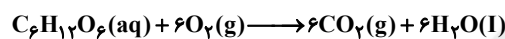
آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:



این عنصر دارای ۵ الکترون ظرفیت است و در گروه ۱۵ و دوره ۴ جدول

دوره‌ای قرار دارد.

۸۵- گزینه «۳»

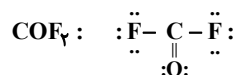
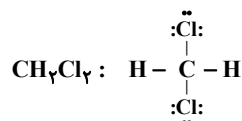
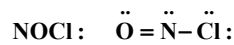
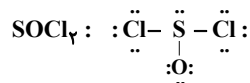


در این واکنش فقط CO_۲ فرآورده گازی است و آب مایع می‌باشد، بنابراین:

$$\text{جرم فرآورده گازی} = 2 / 5 \text{ LO}_2 \times \frac{10^3 \text{ mL O}_2}{1 \text{ LO}_2} \times \frac{0.012 \text{ g O}_2}{1 \text{ mL O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2}$$

$$\times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{6 \text{ mol O}_2} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 41 / 25 \text{ g CO}_2$$

۸۶- گزینه «۲»



۸۷- گزینه «۳»

الف- فرایند هابر یک فرایند برگشت پذیر است که واکنش دهنده‌ها نیز طی آن

تولید می‌شوند.

ب- واکنش هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

پ- ورقه آهنی در فرایند هابر، کاتالیزگر است و در انتها به صورت مصرف نشده

باقی می‌ماند.

ت- گاز نیتروژن به جو بی‌اثر معروف است که در ساختار آن تعداد

الکترون‌های پیوندی ۳ برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی است.

شیمی ۲

۸۸- گزینه «۱»

۹۱- گزینه «۴»

عنصری که آرایش الکترونی آن به $3p^2$ ختم می‌شود، سیلیسیم است که رسانایی الکتریکی کمی دارد، ولی عنصری که آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم می‌شود، سدیم است که رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

۹۲- گزینه «۲»

$$? g O_2 = 245 g KClO_3 \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122.5 g KClO_3}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = 2 / 4 \text{ mol } O_2$$

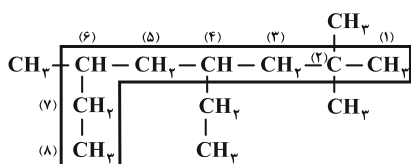
$$? g KNO_3 = 2 / 4 \text{ mol } O_2 \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{5 \text{ mol } O_2} \times \frac{101 g KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{100}{60}$$

$$= 323 / 2 g KNO_3$$

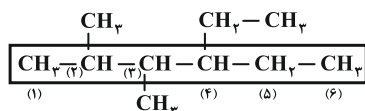
۹۳- گزینه «۳»

نام صحیح ترکیب های دیگر:

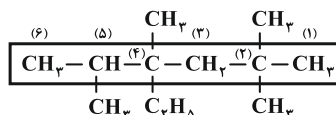
(۱) ۴- اتیل - ۲، ۲، ۶- تری متیل اوکتان



(۲) ۴- اتیل - ۳، ۲، ۲- دی متیل هگزان



(۴) ۴- اتیل - ۲، ۲، ۴، ۵- تترا متیل هگزان



$$? g Pb^{2+} = 2000 \text{ mL محلول KI} \times \frac{1 \text{ L محلول KI}}{1000 \text{ mL محلول KI}}$$

$$\times \frac{0.15 \text{ mol KI}}{1 \text{ L محلول KI}} \times \frac{1 \text{ mol I}^-}{1 \text{ mol KI}} \times \frac{1 \text{ mol Pb}^{2+}}{2 \text{ mol I}^-}$$

$$\times \frac{208 g Pb^{2+}}{1 \text{ mol Pb}^{2+}} = 31 / 2 g Pb^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } Pb^{2+}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{31/2}{10^6} \times 10^6 = 31/2$$

۸۹- گزینه «۳»

در فشار صفر اتمسفر، انحلال پذیری گازها در آب برابر صفر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هرچه ماده‌ای انحلال پذیری بیشتری داشته باشد، تغییرات فشار، اثر بیشتری

روی انحلال آن می‌گذارد.

(۲) درست است.

(۴) با کاهش دما، انحلال پذیری گازها افزایش می‌یابد در نتیجه مقدار بیشتری از

یک گاز می‌تواند در آب حل شود.

۹۰- گزینه «۱»

در دمای $40^\circ C$ حدود ۶۰ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب، حل شده است.طبق نمودار، اگر ۱۶۰ گرم محلول سیر شده را از دمای $40^\circ C$ به $30^\circ C$ سردکنیم، جرم محلول به حدود ۱۴۵ گرم می‌رسد و $15g (145g - 130g)$ نمک

رسوب خواهد کرد. وقتی به ازای ۱۶۰ گرم محلول، ۱۵ گرم نمک رسوب

می‌کند، به ازای ۴۸۰ گرم محلول، حدود ۴۵ گرم نمک رسوب خواهد کرد.

حال اگر بخواهیم این ۴۵ گرم رسوب را بدون افزایش دما در دمای $30^\circ C$

حل کنیم، مطابق نمودار، تقریباً به ۱۰۰ گرم آب نیاز داریم.

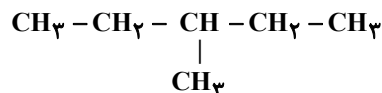


۹۴- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: هر چه تعداد کربن‌های یک هیدروکربن بیشتر باشد، چسبندگی، گرانی و نقطه جوش آن بیشتر است.

عبارت دوم: گروه اتیل را چنانچه بصورت گسترده بنویسیم زنجیر اصلی این هیدروکربن ۵ تایی شده و نام آن به ۳- متیل پنتان تغییر می‌کند.



عبارت سوم: آب برم با آلکن‌ها (۱- هگزن) واکنش داده ولی بر آلکن‌ها (هگزان) بی‌اثر است.

عبارت چهارم: آلکن‌ها چون سیر شده هستند تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند.

عبارت پنجم: نام این ترکیب ۲، ۴، ۵- تری متیل هپتان می‌باشد.

۹۵- گزینه «۲»

$$q = mc\Delta T$$

$$3510 \text{ J} = m \times 0 / 45 \times 20 \Rightarrow m = 390 \text{ g}$$

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{حجم} = \frac{390 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 390 \text{ cm}^3$$

۹۶- گزینه «۱»

تنها عبارت «ت» صحیح نمی‌باشد.

در دمای اتاق، H_2O در فرآورده‌های حاصل از سوختن کامل مواد آلی به صورت مایع جدا می‌شود.

۹۷- گزینه «۲»

$$\begin{cases} -2 \times \{ A + B \rightarrow C & \Delta H = 256 \text{ KJ} \\ D + 2B \rightarrow 2E & \Delta H = -572 \text{ KJ} \end{cases}$$

$$-1 \times \{ 2C \rightarrow D + E & \Delta H = -1400 \text{ KJ} \}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2C \rightarrow 2A + 2B & \Delta H' = -512 \text{ KJ} \\ D + 2B \rightarrow 2E & \Delta H' = -572 \text{ KJ} \\ E + D \rightarrow 2C & \Delta H' = 1400 \text{ KJ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2D \rightarrow E + 2A \quad \Delta H = 316 \text{ KJ}$$

۹۸- گزینه «۴»

$$\bar{R} = \frac{0/5 - 0/36}{20} = \frac{0/14}{20} = 7 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

$$\text{جدید R: پس از ۴۰ ثانیه نخست} \quad \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/3 - 0/29}{50 - 40} = 1 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

$$\text{زمان کل انجام واکنش: } 1 \times 10^{-3} = \frac{0/3}{t} \Rightarrow t = 300 \text{ s} \xrightarrow{+40 \text{ s}} 340 \text{ s}$$

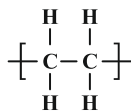
۹۹- گزینه «۴»

پلیمرهای سبز را از فرآورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. به طوری که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

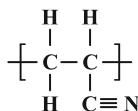
۱۰۰- گزینه «۳»

همانطور که در واحدهای ساختاری رسم شده نشان داده شده است، پلی‌استیرین و پلی‌سیانواتن در ساختار خود دارای پیوندهای دوگانه یا سه‌گانه (سیر نشده) هستند.

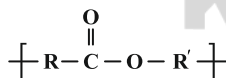
پلی اتن



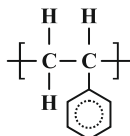
پلیمر سازنده پتو یا پلی‌سیانواتن



پلی استر



پلی استیرین



پلیمر سازنده نخ دندان یا تفلون

