



آزمون غیر حضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۱۱ بهمن ۱۳۹۸

(مباحث ۲۵ بهمن ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
فریده هاشمی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: فاطمه حسین زاده	گروه مستندسازی
ندا اشرفی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

دیفرانسیل
 مشتق و کاربرد آن
 (آهنگ تغییر و خط مماس، مشتق
 تابع، آهنگ تغییر و تابع مشتق)
 صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۳۶

حسابان
 «مشتق توابع»
 خط مماس بر منحنی، آهنگ تغییرات
 صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰
 و ۱۷۵ تا ۱۸۲

۱- اگر هر کالا ۱۰۰ تومان فروخته و سود حاصل برای فروش x کالا برحسب تومان از تابع

$$P(x) = 10x - 2100 + x^2$$

- ۷۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۱۱۰ (۳)
- ۱۳۰ (۴)

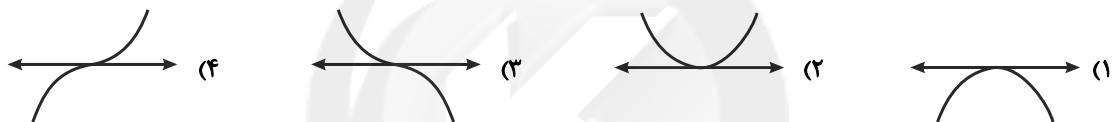
۲- تابع $f(x) = (2x-1)\operatorname{sgn} x$ در $x = \frac{1}{2}$ چه وضعیتی دارد؟ (sgn ، تابع علامت است).

- (۱) پیوسته و مشتق پذیر است.
- (۲) بازگشت پذیر است.
- (۳) زاویه دار است.
- (۴) ناپیوسته است.

۳- خط $y = 3x + a$ بر منحنی $f(x) = bx^2 + x + c$ در نقطه $A(1, 2)$ مماس است. مقدار $a + b - c$ کدام است؟

- صفر (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

۴- نمودار تابع $f(x) = \sin^2 x \sin 2x$ در همسایگی $x = \frac{\pi}{3}$ چگونه است؟



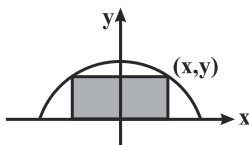
۵- $f(x) = |ax^3 + 3x - a - 3|$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. a کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $-\frac{1}{2}$ (۴)

۶- تابع $y = xe^{-x}$ در نقطه بحرانی خود چه وضعیتی دارد و مقدار تابع در آن نقطه، کدام است؟

- (۱) ماکزیمم و $\frac{1}{e}$
- (۲) می‌نیمم و $\frac{1}{e}$
- (۳) ماکزیمم و e
- (۴) می‌نیمم و e

۷- نیم دایره شکل زیر به شعاع $\sqrt{5}$ می‌باشد که در آن مستطیلی محاط کرده‌ایم. اگر محیط مستطیل ماکزیمم باشد، مساحت آن کدام است؟

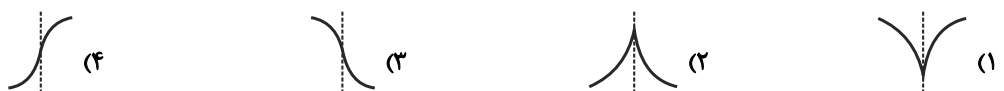


- ۲ (۱)
- ۸ (۲)
- ۵ (۳)
- ۴ (۴)

۸- تانژانت زاویه بین دو نیم مماس راست و چپ بر منحنی تابع $f(x) = \frac{|\sin x| \cos x}{1 - \cos x}$ در نقطه‌ای به طول $x = \pi$ ، کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱)
- $\frac{4}{3}$ (۲)
- $\frac{1}{3}$ (۳)
- $\frac{1}{4}$ (۴)

۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{(x^2-1)^2}$ در همسایگی $x = -1$ ، کدام است؟



۱۰- نقطه مشتق ناپذیری تابع $y = \sqrt[3]{x^3 + x + 1}$ در کدام بازه زیر قرار دارد؟

- (۱) $(0, 1)$
- (۲) $(-1, 0)$
- (۳) $(1, 2)$
- (۴) $(-2, -1)$



ریاضی پایه

۱۱- تابع f یک به یک بوده و نمودار آن محور عرض‌ها را در نقطه‌های به عرض ۳ قطع می‌کند. اگر

$$g(x) = 2f^{-1}(5-x) + 3 \text{، آنگاه } g^{-1}(3) \text{ کدام است؟}$$

(۱) -۲ (۲) ۳

(۳) -۳ (۴) ۲

۱۲- حاصل $\sin^{-1}(\cos x \sin x)$ به ازای $x = \frac{13\pi}{12}$ کدام است؟

(۱) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{15}}{4}$

(۲) $\sin^{-1} \frac{3}{4}$

(۴) $\cos^{-1} \frac{\sqrt{15}}{4}$

(۳) $\cos^{-1} \frac{3}{4}$

۱۳- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+a & x < 1 \\ 3x+1 & x \geq 1 \end{cases}$ می‌تواند یک به یک باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴- به ازای چند مقدار m در تابع $f(x) = \frac{3m^2x-1}{(6m+3)x-3}$ ، نمودارهای f و f^{-1} بر هم منطبق می‌شوند؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۱۵- اگر $x < -2$ و $f(x) = x^2 + 4x$ ، ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

(۲) $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+4}$

(۱) $f^{-1}(x) = -2 - \sqrt{x+4}$

(۴) $f^{-1}(x) = -2 + \sqrt{x+4}$

(۳) $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+4}$

۱۶- چه تعداد از توابع زیر یک به یک می‌باشند؟

(ب) $f(x) = 2 + |x|$

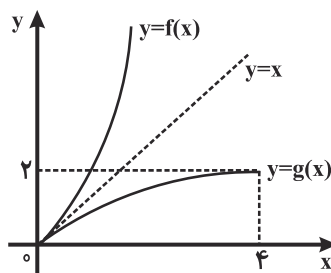
(الف) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(د) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

(ج) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷- بر طبق نمودار مقابل دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ نسبت به خط $y = x$ متقارن می‌باشند.



تابع $y = (g \circ f)(x)$ با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $y = x \quad 0 \leq x \leq 4$

(۲) $y = x \quad 0 \leq x \leq 2$

(۳) $y = -x \quad 0 \leq x \leq 4$

(۴) $y = -x \quad 0 \leq x \leq 2$

۱۸- دامنه تابع معکوس $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{9-x}$ کدام است؟

(۱) $[-2, 2]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[-3, 3]$ (۴) $[0, 2]$



۱۹- حاصل عبارت $\frac{\sin(6 \cos^{-1} \frac{1}{4})}{2 \sin(3 \cos^{-1} \frac{1}{4})}$ کدام است؟

(۱) $\frac{-11}{16}$ (۲) $\frac{-13}{16}$ (۳) $\frac{11}{16}$ (۴) $\frac{13}{16}$

۲۰- حاصل عبارت $\sin^{-1}(\cos 6x \cos 5x - \sin 5x \sin 6x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{3\pi}{8}$ (۳) $\frac{-\pi}{8}$ (۴) $\frac{-3\pi}{8}$

هندسه تحلیلی

مقاطع مخروطی
(هذلولی، انتقال و دوران مقاطع
مخروطی)
صفحه‌های ۷۰ تا ۹۲

هندسه تحلیلی

۲۱- کم‌ترین فاصله مرکز مقطع مخروطی به معادله $0 = -9x^2 + 16y^2 - 72x - 96y - 144$ ، از نقاط واقع بر محیط آن کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۶

۲۲- در هذلولی به معادله $12x^2 - 2y^2 = 3$ ، در کانون خطی بر محور کانونی عمود می‌کنیم تا هذلولی را در نقاط M و N قطع نماید. اندازه MN کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲۳- اگر محورهای مختصات را حول مبدأ به اندازه ی مناسب دوران دهیم تا سهمی $x^2 + 2xy + y^2 + 8x + 4y = 1$ استاندارد شود، رأس سهمی به نقطه ی $(\frac{-3\sqrt{2}}{2}, \frac{-5\sqrt{2}}{2})$ منتقل می‌شود. رأس سهمی قبل از دوران، کدام نقطه بوده است؟

(۱) $(1, -4)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(-1, -4)$ (۴) $(1, 4)$

۲۴- دو خط به معادلات $y = \pm\sqrt{3}x$ ، مجانب‌های یک هذلولی افقی هستند. اگر فاصله یک کانون از رأس نزدیک به آن برابر ۲ باشد، معادله این هذلولی کدام است؟

(۱) $3x^2 - 2y^2 = 9$ (۲) $2x^2 - 3y^2 = 9$ (۳) $x^2 - 3y^2 = 12$ (۴) $3x^2 - y^2 = 12$

۲۵- به ازای کدام مقدار m، معادله $x^2 - y^2 + 2x - 4y + m = 0$ ، معادله یک هذلولی نیست؟

(۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۶- اگر $F = (-2, 3)$ و $F' = (8, 3)$ ، کانون‌های یک هذلولی با خروج از مرکز $\frac{5}{3}$ باشند، این هذلولی:

(۱) محورهای مختصات را در ۴ نقطه قطع می‌کند.

(۲) محورهای مختصات را در دو نقطه قطع می‌کند و در یک نقطه، بر محورهای مختصات، مماس است.

(۳) محورهای مختصات را قطع نمی‌کند.

(۴) در دو نقطه بر محورهای مختصات، مماس است.

۲۷- نوع مقطع مخروطی $y = x \pm \sqrt{1-x^2}$ کدام است؟

(۱) نقطه (۲) تهی (۳) بیضی (۴) هذلولی

۲۸- فاصله کانونی مقطع مخروطی $xy - 3x + 2y - 16 = 0$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $4\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{10}$

۲۹- فاصله کانونی مقطع مخروطی به معادله $y = \frac{2x+1}{2x+4}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۲

۳۰- مجانب‌های هذلولی به معادله $\frac{1}{4}x^2 - y^2 + ax + by = 1$ در نقطه $(-2, 1)$ متقاطع‌اند. عرض از مبدأ مجانب آن با شیب مثبت کدام

است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

ریاضیات گسسته

نظریه اعداد
(همنهستی)

صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵

ریاضیات گسسته

۳۱- اگر یک رابطه همنهستی، Z را به ۸ کلاس هم‌ارزی افراس کند و δa و $3a + b$ و $4a - 2$ همگی در

یک کلاس قرار داشته باشند، در این صورت چند مقدار دو رقمی برای b وجود خواهد داشت؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۲- باقی مانده تقسیم عبارت $3^{6k+3} + 4^{3k+3}$ بر عدد ۱۳ برابر است با: $(k \geq 0)$

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) ۰ یا ۲

۳۳- اگر $a^P = 10k + 7$ ، آن‌گاه رقم یکان عدد a^{P+4} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۴- در رابطه هم‌ارزی $R = \{(x, y) \mid x, y \in Z, \forall (x-y)\}$ ، عدد ۳۹ با کدام عدد داده شده، در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارد؟

- (۱) ۹۵ (۲) ۹۶ (۳) ۹۷ (۴) ۹۸

۳۵- اگر $a \equiv 3$ و $b \equiv 2$ ، که b عددی فرد است، آن‌گاه رقم یکان عدد $a^{17} + b^{23}$ کدام است؟ $(a, b \in N)$

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵۰، عدد $42 + 7^n$ بر ۴۳ بخش پذیر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۷- معادله همنهستی $72x \equiv 31$ ، در مجموعه اعداد سه رقمی طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۳۸- اگر معادله $15x - 12y = 2a - 1$ در مجموعه Z دارای جواب باشد، آن‌گاه a کدام است؟ $(a \in Z)$

- (۱) $3k + 2$ (۲) $5k + 2$ (۳) $3k + 1$ (۴) $5k + 1$

۳۹- به چند طریق می‌توان با ۳۷۰۰ ریال تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی خرید؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۰- در معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ ، مقدار y به کدام دسته هم‌ارزی تعلق دارد؟ $(x, y \in Z)$

- (۱) $[4]_9$ (۲) $[5]_9$ (۳) $[3]_9$ (۴) $[6]_9$

هندسه ۲

هندسه ۲

استدلال در هندسه

صفحه‌های ۱ تا ۴۵

۴۱- مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از دو صفحه موازی P و Q به یک فاصله و از خط Δ به فاصله d باشند، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) سطح یک دایره
(۲) سطح یک کره
(۳) سطح جانبی یک استوانه نامتناهی
(۴) دو خط موازی

۴۲- نقطه T را در صفحه مثلث ABC در نظر بگیرید. اگر سه مثلث TAB ، TAC و TBC مساحت برابر داشته باشد، آنگاه نقطه T لزوماً:

- (۱) محل تلاقی میان‌های ΔABC است.
(۲) محل تلاقی ارتفاع‌های ΔABC است.
(۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های ΔABC است.
(۴) محل تلاقی نیم‌سازهای ΔABC است.

۴۳- در مثلث ABC ، طول ضلع AB مساوی ۴ و طول میانه AM برابر ۵ است. حدود تغییرات طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) $5 < AC < 9$ (۲) $6 < AC < 14$ (۳) $8 < AC < 12$ (۴) $7 < AC < 16$

۴۴- نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلثی روی یکی از اضلاع آن قرار دارد. اگر فاصله این نقطه تا دو ضلع دیگر ۹ و ۱۲ باشد، فاصله محل هم‌مرسی میان‌های این مثلث تا وسط ضلع بزرگ‌تر آن کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) $7/5$ (۴) $2/5$

۴۵- با مفروضات $\hat{B} = 60^\circ$ و اضلاع $AB = 6 \text{ cm}$ و $AC = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ ، چند مثلث غیرهم‌نهشت ABC ، قابل رسم است؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴۶- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، ارتفاع وارد بر ساق، آن را به نسبت ۳ به ۲ تقسیم می‌کند ($2AH = 3HC$). اگر پاره‌خط EH موازی BC رسم شود، مجموع فواصل نقطه دل‌خواه N روی EH تا دو ساق مثلث چه کسری از ساق مثلث است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{15}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{12}{25}$

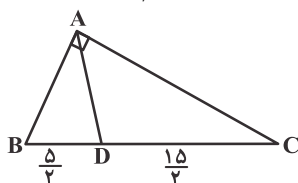
۴۷- مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب به غیر از یکی از زوایا، برابر ۸۴۰ درجه است. تعداد قطرهای این n ضلعی محدب کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۴ (۴) ۲۰

۴۸- مساحت شکل حاصل از برخورد نیم‌سازهای خارجی یک مستطیل، چهار برابر مساحت شکل حاصل از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن است. طول این مستطیل، چند برابر عرض آن است؟

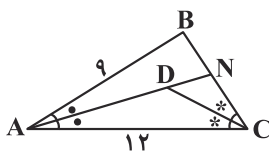
- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه زیر، نیم‌ساز وارد بر وتر، روی وتر قطعاتی به طول $\frac{15}{4}$ و $\frac{5}{4}$ ایجاد می‌کند. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $12/5$ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۵۰- در شکل زیر، AN و CD نیم‌سازند. اگر $AD = 3DN$ ، آنگاه طول BC کدام است؟



- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰



فیزیک پیش دانشگاهی

فیزیک پیش دانشگاهی
موج های مکانیکی
صفحه های ۱۲۱ تا ۱۳۸

۵۱- تپی مانند شکل مقابل در یک طناب در حال انتشار است. شکل تپ بازتابی آن از انتهای ثابت طناب، مطابق با کدام گزینه است؟



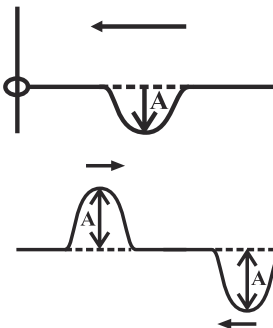
۵۲- دو موج با معادلات $y_B = 0.2 \sin(100\pi t - 2\pi x_B)$ و $y_A = 0.5 \sin(400\pi t - 4\pi x_A)$ در SI به ترتیب در طناب های هم جنس A و B منتشر می شوند. اگر جرم واحد طول دو طناب یکسان باشد، در یک دوره نوسان دو موج، نسبت مقدار متوسط توان انتقال انرژی از یک نقطه طناب A به مقدار متوسط توان انتقال انرژی از یک نقطه طناب B، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۳- در یک طناب موج ایستاده تشکیل شده است. دو نقطه دلخواه در طرفین یک گره در این موج الزاماً ...

- (۱) هم دامنه هستند. (۲) سرعت بیشینه یکسان دارند.
(۳) در فاز مقابل هستند. (۴) هم بسامد هستند.

۵۴- در شکل زیر، هنگام برخورد تپ فرودی به انتهای آزاد طناب (حلقه)، بیشینه جابه جایی حلقه از وضع تعادلش کدام است؟



- (۱) A و در جهت پایین
(۲) 2A و در جهت پایین
(۳) A و در جهت بالا
(۴) 2A و در جهت بالا

۵۵- دو تپ عرضی هم دامنه و هم بسامد مطابق شکل در یک طناب به سمت هم منتشر می شوند. کدام یک از گزینه های زیر می تواند برهم نهی آنها را در لحظه ای که به طور کامل برهم

منطبق شده اند، به درستی نشان دهد؟



۵۶- سیمی به چگالی $\frac{7}{8} \frac{g}{cm^3}$ را که بین دو نقطه ثابت با نیروی کشیده شده است، به نوسان در می آوریم. اگر بسامد نوسان های اصلی سیم برابر با ۴۰۰ Hz و طول موج هماهنگ پنجم آن برابر با ۱۰ cm باشد، مساحت سطح مقطع سیم چند میلی متر مربع است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۰/۵

۵۷- در یک طناب افقی یکنواخت که بین دو نقطه ثابت با نیروی کشیده می شود، توسط یک منبع ارتعاشی با بسامد ثابت، امواج ایستاده ایجاد کرده ایم. به طوری که در طول طناب ۳ شکم تشکیل شده است. بدون تغییر در بسامد منبع ارتعاشی، نیروی کشش طناب را چند درصد کاهش دهیم تا در طول طناب ۵ گره تولید شود؟

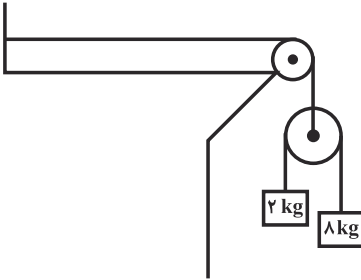
- (۱) ۲۰ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۳/۷۵

۵۸- بسامد هماهنگ چهارم تار مرتعشی با دو انتهای بسته برابر با 400 Hz است. اگر نیروی کشش تار را ۴ برابر کنیم، بسامد صوت اصلی آن در حالت جدید برابر با چند هرتز خواهد شد؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۴۰۰

۵۹- در شکل زیر طول طناب افقی 40 cm و جرم آن 10 g است. اگر بخواهیم در طناب افقی موج ایستاده ایجاد کنیم، بسامد اصلی موج

ایستاده‌ای که در طناب می‌توان ایجاد کرد برابر با چند هرتز است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ ، از جرم بقیه طناب‌ها، قرقره و اصطکاک بین آن‌ها



(صرف نظر شود.)

- (۱) ۲۰
(۲) ۴۰
(۳) ۸۰
(۴) ۱۰۰

۶۰- سرعت انتشار موجی در سطح آب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر اختلاف فاصله دو چشمه هم‌بسامد و هم‌فاز از یک گره که در سطح آب ایجاد شده

است برابر با 40 cm باشد، بسامد موج بر حسب هرتز مطابق با کدام گزینه زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۲۵

فیزیک ۳

ترمودینامیک
صفحه‌های ۱ تا ۳۴

فیزیک ۳

۶۱- در دو ظرف به حجم‌های ۲ و ۴ لیتر به ترتیب گازهای کامل A و B وجود دارد. اگر دما و فشار گاز در دو

ظرف یکسان باشد، تعداد مولکول‌های گاز B چند برابر تعداد مولکول‌های گاز A است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- طی یک فرایند آرمانی هم‌فشار، دمای مقدار معینی گاز کامل را افزایش می‌دهیم. طی این فرایند تغییر انرژی درونی گاز چند برابر اندازه

کار انجام شده بر روی گاز است؟

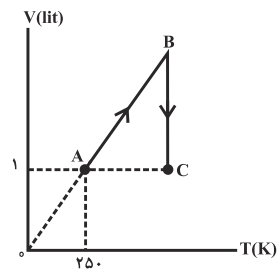
$$(1) \frac{C_P}{R}$$

$$(2) \frac{C_V}{R} - 1$$

$$(3) \frac{C_P}{R} - 1$$

$$(4) 1 - \frac{C_P}{R}$$

۶۳- نمودار شکل زیر مربوط به $5/5$ مول گاز کامل تک‌اتمی است. اگر $P_C = 2/5 P_B$ باشد، اندازه گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در



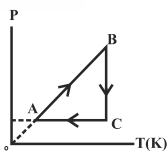
فرایند آرمانی AB چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \text{ and } C_P = \frac{5}{2} R)$

- (۱) ۳۷۵۰
(۲) ۴۶۸ / ۷۵
(۳) ۱۶۵۰
(۴) $468 / 75 \times 10^5$

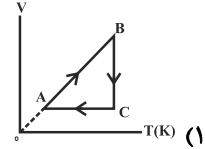
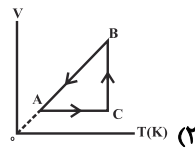
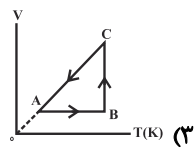
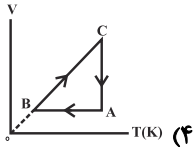
۶۴- در یک فرایند آرمانی، دمای گاز از 250 K به 227°C و فشار آن از $2/5 \text{ atm}$ به 5 atm می‌رسد. طی این فرایند چند ژول کار توسط

محیط بر روی گاز انجام شده است؟

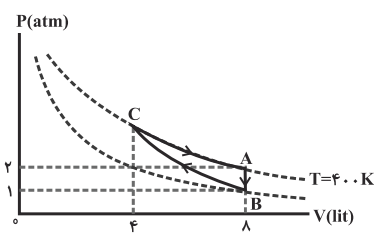
- (۱) -۹۰۰ (۲) -۶۲۵ (۳) ۶۲۵ (۴) صفر



۶۵- شکل مقابل، نمودار P-T چرخه‌ای که مقدار معینی گاز کامل طی می‌کند را نشان می‌دهد. نمودار V-T ی این چرخه کدام است؟



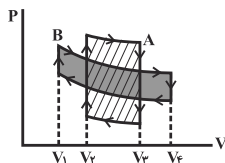
۶۶- مقدار معینی گاز کامل تک‌اتمی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر دو منحنی خط‌چین هم‌دما باشند، تغییر انرژی درونی گاز طی



فرایند آرمانی BC چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol.K}, C_V = \frac{3}{2} R)$

- (۱) ۲۰۰۰
- (۲) ۱۵۰
- (۳) صفر
- (۴) ۱۲۰۰

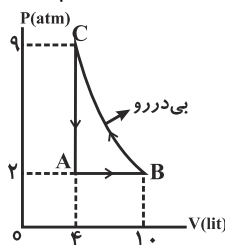
۶۷- شکل مقابل، چرخه‌ی دو ماشین درون‌سوز بنزینی A و B را نشان می‌دهد. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در رابطه با مقایسه‌ی بازده این دو



ماشین صحیح است؟

- (۱) $\eta_A > \eta_B$
- (۲) $\eta_A = \eta_B$
- (۳) $\eta_A < \eta_B$
- (۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

۶۸- مقدار معینی گاز کامل تک‌اتمی چرخه‌ی یک یخچال را مطابق شکل مقابل می‌پیماید. ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟ $(C_V = \frac{3}{2} R)$



و $(C_P = \frac{5}{2} R)$

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۲/۵
- (۴) ۳/۵

۶۹- دمای داخلی یک یخچال فرضی که با عکس چرخه کارنو کار می‌کند برابر با $3^\circ C$ است. اگر دمای محیط بیرون یخچال $33^\circ C$ باشد و در

هر چرخه که ۱۰s طول می‌کشد، یخچال به اندازه ۱۵/۳ کیلوژول گرما به محیط اطراف بدهد، توان آن چند وات است؟

- (۱) ۱۶۶/۳
- (۲) ۱۵۰
- (۳) ۱۳۸
- (۴) ۱۳۶

۷۰- کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) در انواع چرخه‌های ترمودینامیکی الزاماً باید گرمایی که میان دستگاه و منبع سرد (Q_C) مبادله می‌شود مخالف صفر باشد.
- (۲) در صورتی که خود به خود از دمای یخی که در تماس با مقداری آب است، چند درجه سلسیوس کاسته شود و به دمای آب افزوده شود، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.
- (۳) بازده ماشین گرمایی فرضی کارنو از بازده تمام ماشین‌های گرمایی دیگر بیشتر است.
- (۴) با نقض قانون دوم ترمودینامیک، قانون اول ترمودینامیک نیز نقض می‌شود.



فیزیک ۲ و ۱

فیزیک ۲ و ۱

نور شناخت

صفحه‌های ۷۷ تا ۱۴۶

۷۱- جسم کدروی بین یک منبع نقطه‌ای نور و یک پرده و موازی با پرده قرار دارد. اگر جسم را ۳ متر جابه‌جا کنیم، مساحت سایه آن روی پرده ۴ برابر می‌شود. فاصله اولیه جسم از منبع نقطه‌ای نور چند متر بوده است؟

- (۱) ۴/۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

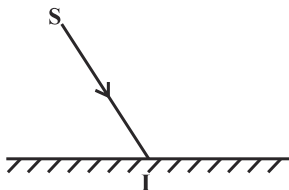
۷۲- پرتوهای نور خورشید در دو لحظه A و B به ترتیب با امتداد افق زاویه‌های 37° و 53° می‌سازند. میله‌ای به طول L که یک انتهای آن روی سطح زمین است، در این دو لحظه دارای بلندترین سایه ممکن روی سطح زمین می‌باشد. طول بلندترین سایه میله در لحظه A چند برابر لحظه B است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۷۳- فاصله لامپ کوچکی از کف اتاق ۲/۴m و ابعاد کف اتاق $3 \times 4 \text{ m}^2$ است. قرص کدروی به قطر ۵۰cm را بین لامپ و کف اتاق و موازی با کف قرار می‌دهیم. حداکثر ارتفاع قرص کدر از کف اتاق چند متر باشد تا سایه قرص به‌طور کامل در کف اتاق جا بگیرد؟

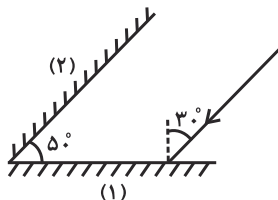
- (۱) ۲ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۳ (۴) ۲/۱

۷۴- در شکل زیر، اگر پرتوی تابش به اندازه $\frac{\alpha}{4}$ و آینه تخت به اندازه α در جهت ساعت‌گرد حول نقطه I دوران کنند، پرتوی بازتاب چند α دوران می‌کند؟



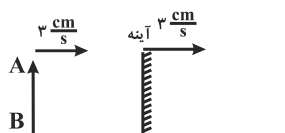
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۷۵- پرتوی نوری مطابق شکل بر سطح آینه تخت اول می‌تابد. اگر زاویه تابش را 3° زیاد کنیم، زاویه تابش به سطح آینه تخت دوم و زاویه بین پرتو تابش به آینه اول و پرتو بازتاب از آینه دوم، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



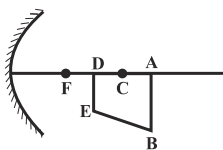
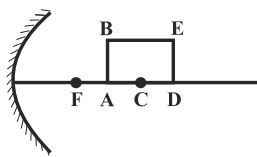
- (۱) زیاد - زیاد
(۲) کم - زیاد
(۳) کم - ثابت
(۴) زیاد - ثابت

۷۶- در شکل زیر، آینه تخت با سرعت $3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ و جسم با سرعت $3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ در جهت‌های نشان داده شده در حال حرکت‌اند. سرعت حرکت تصویر برابر با چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟

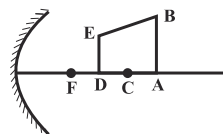


- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۳

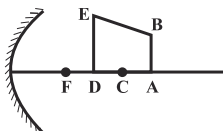
۷۷- در شکل مقابل، تصویر جسم ABED در آینهٔ مقعر، مطابق کدام گزینه است؟



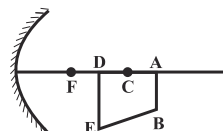
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۷۸- یک آینهٔ مقعر از جسمی به طول ۴cm که عمود بر محور اصلی آن قرار دارد، تصویری حقیقی به طول $\frac{4}{3}$ سانتی‌متر تشکیل می‌دهد. اگر

جسم را ۹cm جابه‌جا کنیم، طول تصویر حقیقی ۲cm می‌گردد. طی این جابه‌جایی، تصویر چند سانتی‌متر جابه‌جا شده است؟

۱/۵ (۴)

۳ (۳)

۴/۵ (۲)

۹ (۱)

۷۹- جسمی در مقابل آینهٔ تختی و در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری از آن قرار دارد. اگر جسم را در همین فاصله از آینهٔ محدب قرار دهیم، فاصلهٔ

تصویر از آینه ۰/۴ برابر حالت قبل می‌شود. شعاع آینهٔ محدب چند سانتی‌متر است؟

۸۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۸۰- آینه‌ای که در پیچ جاده‌ها نصب می‌شود و آینه‌ای که دندان‌پزشکان برای دیدن داخل دهان استفاده می‌کنند، به ترتیب از راست به چپ از

کدام نوع‌اند؟

محدب - محدب (۴)

مقعر - تخت (۳)

مقعر - محدب (۲)

محدب - محدب (۱)

شیمی پیش‌دانشگاهی

اسیدها و بازها

صفحه‌های ۷۶ تا ۹۰

شیمی پیش‌دانشگاهی

۸۱- در ظرف A محلول ۰/۱ مولار سدیم تری کلرو اتانوات و در ظرف B محلول ۰/۱ مولار سدیم فلوئورو

اتانوات موجود است. pH محلول در کدام ظرف بیشتر و غلظت آنیون حاصل از انحلال، در کدام ظرف

کم‌تر است؟

B, B (۲)

A, A (۱)

A, B (۴)

B, A (۳)

۸۲- کدام مطلب زیر درباره‌ی قدرت اسیدی کربوکسیلیک اسیدها صحیح است؟

(۱) نزدیک‌تر بودن هالوژن به گروه کربوکسیل به دلیل افزایش تأثیر الکترون‌گیرندگی باعث کوچک‌تر شدن K_a می‌شود.

(۲) هالوژن الکترونگاتیو تر به دلیل افزایش تراکم ابر الکترونی روی اکسیژن باعث افزایش قدرت اسیدی می‌شود.

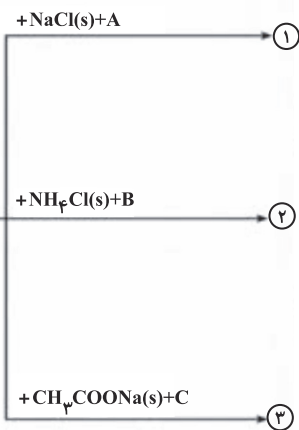
(۳) هر چه تعداد کربن‌ها بیشتر باشد بدلیل افزایش ابرالکترونی روی اتم اکسیژن K_a بزرگ‌تر می‌شود.

(۴) با زنجیره‌ی کربنی یکسان هر چه تعداد هالوژن‌ها بیشتر باشد، K_a بزرگ‌تر و اسید قوی‌تر است.



آب خالص

pH=7



۸۳- در شکل زیر A, B و C شناساگرهای اضافه شده به ظرف هستند. با توجه به

محلول‌های نهایی ۱، ۲ و ۳ کدام مورد صحیح است؟

(۱) اگر A فنول فتالئین باشد، محلول (۱) بی‌رنگ و pH آن اسیدی است.

(۲) اگر B فنول فتالئین باشد، محلول (۲) بی‌رنگ و pH آن اسیدی است.

(۳) اگر C فنول فتالئین باشد، محلول (۳) بی‌رنگ و pH آن بازی است.

(۴) اگر C متیل سرخ باشد، محلول (۳) سرخ و pH آن بازی است.

۸۴- محلول صابون جامد در آب ...

(۱) به دلیل آبکافت کاتیون، دارای pH غیر ۷ است.

(۲) منجر به تولید استرهایی با ۱۴ تا ۱۸ کربن می‌شود.

(۳) در حضور متیل سرخ، به رنگ سرخ درمی‌آید.

(۴) دو ذره تولید می‌کند که فقط یکی به شکل آبپوشیده باقی می‌ماند.

۸۵- چند مورد از مطالب زیر، همواره درست‌اند؟

(الف) یک مول اگزالیک اسید با ۲۰ لیتر سدیم هیدروکسید 0.1 mol.L^{-1} می‌تواند واکنش دهد.

(ب) بنزوئیک اسید یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک به فرمول مولکولی $C_7H_8O_2$ است.

(پ) دی متیل آمین در مقایسه با دی اتیل آمین باز قوی تری است.

(ت) گلی سین همان آمینو اتانویک اسید است که در اتانول نامحلول بوده و نقطه ذوب بالاتری نسبت به بوتیل آمین دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- ۳۰۰ میلی لیتر محلول HCl با غلظت 2 mol.L^{-1} در یک ظرف وجود دارد. اگر بخواهیم pH محلول داخل ظرف برابر ۷ شود، ... میلی لیتر

از محلول $Ba(OH)_2$ با $pH = 13/5$ مورد نیاز است و مولاریته نمک تولید شده در ظرف برابر ... مولار است.

(۱) $200-0.06$ (۲) $400-0.12$ (۳) $400-0.06$ (۴) $200-0.12$

۸۷- گونه‌های موجود در کدام گزینه به درستی مقایسه شده‌اند؟

(۱) ترتیب قدرت اسیدی: $CH_3CH_2COOH < CH_2ClCH_2COOH < CH_2BrCH_2COOH$

(۲) ترتیب قدرت بازی باز مزدوج: $CH_3COOH > CH_2ClCOOH > CH_2FCOOH$

(۳) ترتیب پایداری آنیون: $CH_3COO^- < CHCl_2COO^- < CH_2FCOO^-$

(۴) ترتیب قدرت اسیدی اسید مزدوج: $CH_3CH_2NH_2 < (CH_3)_2NH < CH_3NH_2 < NH_3$

۸۸- pH خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ آبی می‌روید، با pH محلول کدام مورد از نمک‌های زیر می‌تواند یکسان باشد؟

(آ) سدیم هیدروژن کربنات (ب) سدیم کلرید

(پ) آمونیوم کلرید (ت) سدیم اگزالات

(۱) آ (۲) ب و پ (۳) پ (۴) آ و ت

۸۹- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) آمینواسیدها هم خاصیت اسیدی و هم خاصیت بازی دارند.

(ب) گلی سین مانند بوتیل آمین، انحلال پذیری زیادی در اتانول دارد.

(ج) اگر گروه R در فرمول همگانی آلفا آمینواسید، C_6H_5 باشد، فرمول مولکولی آن آمینواسید، $C_8H_9NO_2$ خواهد بود.

(د) نقطه‌ی ذوب گلی سین بیش تر از پروپانوئیک اسید است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- کدام بیان نادرست است؟

(۱) گلی سین، آمینو اسیدی مایع است.

(۲) کربوکسیلیک اسیدها، اسیدهای ضعیفی‌اند.

(۳) فرمول مولکولی اگزالیک اسید $C_4H_4O_4$ است.

(۴) محلول بافر شامل یک اسید ضعیف و نمک آن یا برعکس، به نسبت مولی معین است.



شیمی ۳

۹۱- در کدام واکنش‌ها فراورده جامد تولید نمی‌شود؟



الف و ب (۱) ب و ت (۲)

۹۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح می‌باشند؟

الف) MnO_4^{2-} ، یون پرمنگنات نام دارد.

ب) یک معادله شیمیایی، چگونگی و ترتیب مخلوط کردن واکنش‌دهنده‌ها را در بر دارد.

پ) نوع واکنش آلومینیم با محلول مس II سولفات، با نوع واکنش محلول آهن III کلرید با محلول سدیم هیدروکسید یکسان است.

ت) از واکنش محلول سدیم سیانید و محلول نقره نیترات، رسوبی تشکیل نمی‌شود.

ث) سوختن کاغذ، ترش شدن شیر، هضم غذا از جمله واکنش‌های شیمیایی هستند.

الف (۱) ب (۲) ج (۳) د (۴)

۹۳- اگر در واکنش ۰/۵ مول از یک فلز که در گروه ۱۲ جدول تناوبی جای دارد با مقدار کافی محلول سولفوریک اسید، ۱۰/۴۲ گرم سولفات

بدون آب آن فلز تشکیل شود، جرم اتمی این فلز کدام است؟ ($\text{O} = 16 \text{g.mol}^{-1}, \text{S} = 32 \text{g.mol}^{-1}$)

الف) $65 / 4 \text{g.mol}^{-1}$ (۱) ب) $69 / 7 \text{g.mol}^{-1}$ (۲)

ج) $112 / 4 \text{g.mol}^{-1}$ (۳) د) $114 / 8 \text{g.mol}^{-1}$ (۴)

۹۴- اگر ترکیبی شامل دو عنصر A و B، دارای ۴۰ درصد جرمی عنصر B بوده و جرم اتمی عنصر A، ۱/۵ برابر جرم اتمی عنصر B باشد، فرمول

تجربی این ترکیب کدام است؟

الف) AB (۱) ب) AB_2 (۲)

ج) A_2B (۳) د) A_2B_2 (۴)

۹۵- کدام گزینه نادرست است؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{P} = 31 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱) تعداد اتم‌های موجود در ۷۰ گرم H_3PO_4 با تعداد مولکول‌های موجود در ۲۵۱/۴۳ گرم CO_2 برابر است.

۲) فراورده‌های واکنش محلول پتاسیم یدید با محلول سرب (II) نیترات، محلول در آب می‌باشند.

۳) 5×10^{-3} مول آب، از $9 / 0.33 \times 10^{21}$ اتم تشکیل شده است.

۴) از واکنش کربن مونوکسید با هیدروژن می‌توان سوختی تمیز برای خودروها تولید کرد.

۹۶- واکنش سدیم کربنات با کلسیم نیترات، از نوع است که در آن ترکیب نامحلول در آب تشکیل و مجموع ضریب‌های

مولی مواد در معادله موازنه شده آن، برابر است.

الف) ترکیبی - می‌شود - ۶ (۱) ب) ترکیبی - نمی‌شود - ۶ (۲)

ج) جابه‌جایی دوگانه - نمی‌شود - ۵ (۳) د) جابه‌جایی دوگانه - می‌شود - ۵ (۴)

۹۷- در واکنش: $3\text{Cu(s)} + a\text{HNO}_3(\text{aq}) \rightarrow 3\text{Cu(NO}_3)_2(\text{aq}) + b\text{A(g)} + 4\text{H}_2\text{O}$ ، a و b به ترتیب (از راست به چپ) برابر ... و ...

A و ... گاز ... است.

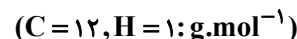
الف) NO، ۲، ۸ (۱) ب) NO_2 ، ۲، ۸ (۲)

ج) NO، ۴، ۱۰ (۳) د) NO_2 ، ۴، ۱۰ (۴)

شیمی ۳
واکنش‌های شیمیایی و
استوکیومتری
صفحه‌های ۱ تا ۲۴



۹۸- کدام گزینه در مورد یک حجم گاز پروپان (نمونه ۱) و ۱۰ حجم گاز هیدروژن (نمونه ۲) در دما و فشار یکسان درست است؟



(۱) نسبت جرم نمونه (۲) به نمونه (۱) برابر ۰/۴ است.

(۲) نسبت شمار مولکولها در نمونه (۱) به نمونه (۲) برابر ۰/۲۵ است.

(۳) نسبت شمار اتمها در نمونه (۱) به نمونه (۲) برابر ۰/۵۵ است.

(۴) نسبت شمار مولها در نمونه (۲) به نمونه (۱) برابر ۸/۵ است

۹۹- کدام عبارت نادرست است؟

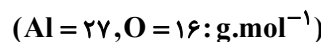
(۱) اختلاف جرم متیل سالیسیلات و سالیسیلیک اسید به اندازه یک گروه CH_3 است.

(۲) فرمول تجربی و مولکولی آسپرین $C_9H_8O_4$ است.

(۳) نام دیگر اتیلن گلیکول و گلیسرین به ترتیب ۱، ۲- اتانول و ۱، ۲، ۳- پروپانول است.

(۴) در تجزیه‌ی عنصری یک ترکیب هم نوع عناصر و هم درصد جرمی عناصر موجود مشخص می‌شود.

۱۰۰- چند گرم آلومینیم باید با هیدروکلریک اسید واکنش دهد تا گاز به دست آمده با ۱۶ گرم اکسیژن، واکنش کامل دهد؟



۱۸ (۴)

۱۳/۵ (۳)

۹ (۲)

۲/۷ (۱)

شیمی ۲

ساختار اتم

صفحه‌های ۱ تا ۲۸

شیمی ۲

۱۰۱- همه گزینه‌های زیر درست‌اند، به‌جز:

(۱) پس از آن که دموکریت دیدگاه خود را درباره تجزیه‌ناپذیری اتم مطرح کرد، ارسطو چهار عنصر سازنده کاینات را بیان کرد.

(۲) براساس نظریه اتمی دالتون، دیدگاه دموکریت درباره ماده و اتم مورد قبول است.

(۳) این بند از نظریه دالتون که بیان می‌دارد «همه اتم‌های یک عنصر مشابه یکدیگرند» توسط تامسون رد شد.

(۴) دالتون با استفاده از واژه یونانی اتم، ذره‌های سازنده عنصرها را توضیح داد.

۱۰۲- عنصر M دارای ۲ ایزوتوپ است که به نسبت ۱ به ۳ در طبیعت وجود دارد. اگر ایزوتوپ سنگین‌تر ۲ نوترون بیش از ایزوتوپ فراوان‌تر

داشته باشد و جرم اتمی میانگین این عنصر ۳۵/۵ باشد و در ایزوتوپ سبک‌تر اختلاف نوترون و پروتون ۱ واحد باشد، این عنصر دارای

چند الکترون با $m_1 = 0$ است؟

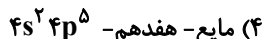
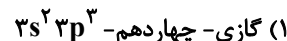
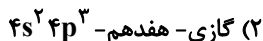
۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۰۳- برم (Br_{79})، نافلزی ... است و در گروه ... جدول تناوبی جای دارد و آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن، ... است.



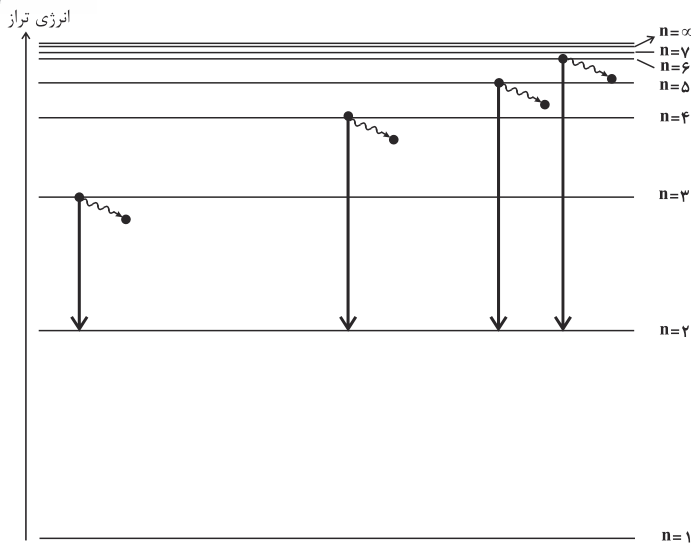
۱۰۴- کدام گزینه درست است؟

(۱) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن پرتویی که بیش‌ترین انحراف را در منشور دارد، مربوط به انتقال $n_p \rightarrow n_m$ است.

(۲) طیف نشری خطی اتم هیدروژن نخستین بار توسط بور کشف و برای ارائه مدل اتمی به کار رفت.

(۳) در آرایش الکترونی اتم‌های خنثی، شمار الکترون‌های با عدد کوانتومی اسپین $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ ، با یکدیگر برابر است.

(۴) الکترونی با عددهای کوانتومی $n = 4, l = 3, m_l = -3$ فقط در لاتانیدها یافت می‌شود.



۱۰۵- با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟

- (۱) شکل مربوط به توجیه بخش مری طیف نشری خطی اتم هیدروژن با مدل اتمی رادرفورد است.
- (۲) برای تولید یون مثبت باید آن قدر انرژی از الکترون گرفته شود تا به تراز $n = \infty$ انتقال یابد.
- (۳) انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$ دارای رنگ بنفش و از $n = 4$ به $n = 2$ دارای رنگ سبز است.
- (۴) برای الکترون مناسب‌ترین شیوه برای بازگشت از $n = 3$ به $n = 2$ انتشار نوری با طول موج معین با انرژی برابر با تفاوت انرژی دو تراز مذکور است.

۱۰۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در انرژی‌های یونش متوالی عنصر X ۱۵، نخستین جهش بزرگ بین IE_7 و IE_6 اتفاق می‌افتد.

(ب) عدد اتمی عنصری که بزرگ‌ترین جهش در انرژی‌های یونش متوالی آن در IE_{17} مشاهده می‌شود برابر ۱۴ می‌باشد.

(پ) انرژی‌های یونش متوالی عنصر Y ۱۹ شامل سه جهش بزرگ است که دومین جهش در IE_9 مشاهده می‌شود.

(ت) شماره نخستین جهش در انرژی‌های یونش متوالی X ۷ و Y ۱۵ یکسان است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۷- کلر در طبیعت دارای دو ایزوتوپ با جرم اتمی 35amu و 37amu و کربن دارای دو ایزوتوپ با جرم اتمی 12amu و 13amu است.

تفاوت جرم مولکولی سبک‌ترین و سنگین‌ترین مولکول کربن تتراکلرید، چند amu است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۰۸- کدام گزینه درست است؟

(۱) در دوره چهارم، شمار الکترون‌های با اسپین $+\frac{1}{2}$ در لایه ظرفیت اتم عنصر گروه ۵ دو برابر شمار آن‌ها در لایه ظرفیت اتم عنصر گروه ۵ است.

(۲) نور مرئی طول موجی بین 380 تا 750 نانومتر دارد.

(۳) بور، براساس مدل اتمی پیشنهادی خود، توانست طیف نشری خطی همه اتم‌ها را توجیه کند.

(۴) انرژی الکترون در اتم، با فاصله آن از هسته رابطه مستقیم دارد و هرچه از هسته دورتر شود، انرژی آن کاهش می‌یابد.

۱۰۹- همه مطالب درست‌اند. به جز:

(۱) انرژی پرتوهای گاما از پرتوهای X و فرابنفش بیش‌تر است.

(۲) تخلیه الکتریکی به شرط اختلاف پتانسیل بالا، بدون اتصال مستقیم دو جسم اتفاق می‌افتد.

(۳) موفقیت میلیکان در تعیین نسبت بار به جرم الکترون، در تعیین جرم الکترون‌ها نقش اساسی داشت.

(۴) اگر در آزمایش رادرفورد، ورقه ضخیم طلا به کار می‌رفت، نسبت شمار ذره‌های آلفای منحرف‌شده، افزایش می‌یافت.

۱۱۰- اگر منیزیم دارای سه ایزوتوپ ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg و کلر دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl باشد به..... نوع ترکیب یونی

MgCl_4 خواهیم داشت و اختلاف جرم مولی سبک‌ترین و سنگین‌ترین ترکیب یونی آن..... خواهد بود. (گزینه‌ها را از راست به چپ

بخوانید. شبکه بلور منیزیم کلرید را ۳ اتمی فرض کنید.)

(۱) ۶-۱۲ (۲) ۶-۹ (۳) ۴-۱۲ (۴) ۴-۹

دیفرانسیل

گزینه ۱»

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1| |ax^2 + ax + (a+3)| - 0}{x-1}$$

$$= \pm(3a+3)$$

برای اینکه حاصل حد فوق و در نتیجه مشتق در نقطه $x=1$ وجود داشته باشد، باید حاصل حد فوق برابر صفر شود، چون در غیر این صورت حاصل حد فوق یکتا نخواهد بود.

$$3a+3=0 \Rightarrow a=-1$$

راه حل دوم، اگر $x=1$ ریشه عبارت داخل قدرمطلق باشد، برای اینکه f در $x=1$ مشتق پذیر باشد، باید مشتق عبارت داخل قدرمطلق را نیز صفر کند.

$$g(x) = ax^2 + 3x - a - 3$$

$$g'(x) = 2ax + 3 \Rightarrow g'(1) = 0 \Rightarrow 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -1$$

گزینه ۶»

$$y = xe^{-x} \Rightarrow y' = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x) = 0$$

$$\Rightarrow x=1 \Rightarrow y=e^{-1}$$

پس نقطه $(1, e^{-1})$ تنها نقطه بحرانی تابع است.

x	1
y	e^{-1}
y'	+

پس نقطه $(1, e^{-1})$ ماکزیمم تابع است.

گزینه ۷»

معادله دایره به شعاع $\sqrt{5}$ و به مرکز $(0,0)$ برابر $x^2 + y^2 = 5$ است.

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y = \pm\sqrt{5-x^2}$$

معادله نیم دایره بالا: $y = \sqrt{5-x^2}$

$$P = 2(2x + y) = 2(2x + \sqrt{5-x^2})$$

$$P'(x) = 2(2 + \frac{-2x}{2\sqrt{5-x^2}}) = 2(2 - \frac{x}{\sqrt{5-x^2}}) = 0$$

$$2\sqrt{5-x^2} = x \Rightarrow 20 - 4x^2 = x^2 \Rightarrow 5x^2 = 20$$

$$x > 0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=1 \Rightarrow S = (2x)(y) = 4$$

گزینه ۸»

$$m' = f'_-(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x \cdot \cos x}{1 - \cos x}$$

با فرض $\begin{cases} x - \pi = t \Rightarrow x = \pi + t \\ (x \rightarrow \pi^-) \Rightarrow (t \rightarrow 0^-) \end{cases}$ داریم:

$$= \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sin(\pi+t)\cos(\pi+t)}{t(1-\cos(\pi+t))} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-\sin t \times (-1)}{t(1-(-1))}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\sin t}{t} = \frac{1}{2}$$

به همین طریق برای محاسبه $f'_+(\pi)$ داریم:

$$m = f'_+(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{(-\sin x)\cos x}{(x-\pi)(1-\cos x)} = -\frac{1}{2}$$

اگر θ زاویه بین دو نیم مماس با شیب‌های m و m' باشد، داریم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})}{1 + (\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})} \right| = \left| \frac{1}{\frac{3}{4}} \right| = \frac{4}{3}$$

تابع درآمد: $R(x) = 100x$

تابع هزینه: $C(x) = R(x) - P(x) = 100x - (10x - 2100 + x^2)$

$$\Rightarrow C(x) = 2100 + 90x - x^2 \Rightarrow C'(x) = 90 - 2x$$

هزینه تولید یازدهمین کالا: $C(11) - C(10) = C'(10) = 70$ تومان

گزینه ۱»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = 0 \times \operatorname{sgn}\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)} \frac{(2x-1)\operatorname{sgn}\left(\frac{1}{2}\right) - 0}{x - \frac{1}{2}} = \frac{2(x - \frac{1}{2})}{x - \frac{1}{2}} = 2$$

بنابراین f در $x = \frac{1}{2}$ پیوسته و مشتق پذیر است.

گزینه ۱»

مختصات نقطه $A(1,2)$ باید در ضابطه خط و منحنی صدق کند.

$$y = 3x + a \xrightarrow{(1,2)} 2 = 3 \times 1 + a \Rightarrow a = -1 \quad (1)$$

$$y = bx^2 + x + c \xrightarrow{(1,2)} 2 = b(1)^2 + 1 + c \Rightarrow b + c = 1 \quad (2)$$

همچنین در نقطه تماس باید شیب خط و منحنی برابر باشد:

$$m_{\text{خط}} = 3$$

$$y = bx^2 + x + c \Rightarrow y' = 2bx + 1 \Rightarrow m_{\text{منحنی}} = y'(1) = 2b + 1$$

$$\Rightarrow 3 = 2b + 1 \Rightarrow b = 1 \xrightarrow{(2)} c = 0 \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow a + b - c = -1 + 1 - 0 = 0$$

گزینه ۱»

$$f(x) = \sin^2 x (2 \sin x \cos x) \Rightarrow f(x) = 2 \sin^3 x \cos x$$

$$f'(x) = 6 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^4 x = 2 \sin^2 x (3 \cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$= 2 \sin^2 x (3 \cos^2 x - (1 - \cos^2 x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \sin^2 x (4 \cos^2 x - 1) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$$

دقت کنید چون $\cos^2 x$ در ناحیه اول نزولی است، پس علامت $4 \cos^2 x - 1$ در

نتیجه علامت f' در $x = \frac{\pi}{3}$ از مثبت به منفی تغییر می‌کند. پس $x = \frac{\pi}{3}$ ماکزیمم است.

x	$\left(\frac{\pi}{3}\right)^-$	$\frac{\pi}{3}$	$\left(\frac{\pi}{3}\right)^+$
$4 \cos^2 x - 1$	+	0	-
f'	+	0	-
f	↗		↘

گزینه ۲»

راه حل اول، عبارت داخل قدرمطلق به ازای $x=1$ برابر صفر می‌شود. پس عبارت داخل قدرمطلق بر $x=1$ بخش پذیر است.

$$ax^2 + 3x - a - 3 = (x-1)(ax^2 + ax + (a+3))$$



$$\Rightarrow x = \frac{3y-1}{(6m+3)y-3m^2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{(6m+3)x-3m^2} \xrightarrow{f=f^{-1}} m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

به ازای $m = 1$ داریم: $f(x) = \frac{3x-1}{9x-3}$ و تابع به تابعی ثابت تبدیل می‌شود و وارون پذیر نمی‌باشد.

به ازای $m = -1$ داریم: $f(x) = \frac{3x-1}{-3x-3}$ و دو نمودار f و f^{-1} بر هم منطبق می‌شوند پس به ازای یک مقدار m دو نمودار f و f^{-1} بر هم منطبق می‌شوند.

۱۵- گزینه «۱»

$$y = x^2 + 4x + 4 - 4 \Rightarrow y = (x+2)^2 - 4$$

$$\Rightarrow y + 4 = (x+2)^2 \Rightarrow \sqrt{y+4} = |x+2|$$

$$\xrightarrow{x < -2} \sqrt{y+4} = -x-2 \Rightarrow x = -2 - \sqrt{y+4}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -2 - \sqrt{x+4}$$

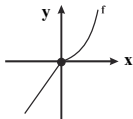
۱۶- گزینه «۳»

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2+1}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2+1}}$$

$$\xrightarrow{\text{هم علامت‌اند}} \frac{x_1^2}{x_1^2+1} = \frac{x_2^2}{x_2^2+1}$$

$\Rightarrow x_1^2 x_2^2 + x_1^2 = x_1^2 x_2^2 + x_2^2 \Rightarrow x_1 = x_2$
چون x_1 و x_2 هم علامت‌اند، تابع یک به یک است.
یک به یک نمی‌باشد. $\Rightarrow x = \pm 3$ مثال نقض (ب)

ج) با توجه به نمودار تابع یک به یک است.



د) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1 = (x+1)^3 + 1$
 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1+1)^3 + 1 = (x_2+1)^3 + 1 \Rightarrow x_1 = x_2$
تابع یک به یک است.

۱۷- گزینه «۲»

چون f و g نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم متقارن هستند. پس می‌توان f را

$$f(x) = g^{-1}(x)$$

معکوس تابع g دانست:

$$g \circ g^{-1} = x, D_{g \circ g^{-1}} = D_{g^{-1}} = R_g$$

طبق متن کتاب حسابان داریم:

$$y = x, 0 \leq x \leq 2$$

پس:

۱۸- گزینه «۳»

می‌دانیم دامنه تابع معکوس با برد تابع اصلی برابر است.

$$x \geq 0, 9-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 9 \Rightarrow D_f = [0, 9]$$

تابع در $[0, 9]$ بیوسسته است و چون معکوس پذیر است (یک به یک است) پس اکیدا یکنوا است.

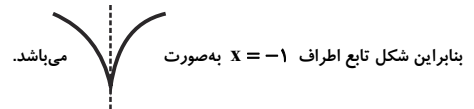
$$f(0) = -3, f(9) = 3 \Rightarrow R_f = [-3, 3] \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-3, 3]$$

۹- گزینه «۱»

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{(x^2-1)^2} - 0}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{(x+1)^2} \sqrt{(x-1)^2}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{(x+1)^2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(-1) = \frac{\sqrt{4}}{0^+} = +\infty \\ f'_-(-1) = \frac{\sqrt{4}}{0^-} = -\infty \end{cases}$$



۱۰- گزینه «۲»

تابع $y = \sqrt[3]{x^3 + x + 1}$ در ریشه عبارت $x^3 + x + 1$ مشتق‌ناپذیر است. عبارت $x^3 + x + 1$ به ازای $x = 0$ مثبت و به ازای $x = -1$ منفی است. پس طبق قضیه مقدار میانی در بازه $(-1, 0)$ دارای ریشه است.

ریاضیات پایه

۱۱- گزینه «۴»

نمودار تابع f محور عرض‌ها را در نقطه $(0, 3)$ قطع می‌کند.

وارون

$$y = 2f^{-1}(\Delta - x) + 3 \Rightarrow x = 2f^{-1}(\Delta - y) + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\Delta - y) = \frac{x-3}{2} \Rightarrow y = \Delta - f\left(\frac{x-3}{2}\right) = g^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow g^{-1}(3) = \Delta - f(0) = \Delta - 3 = 2$$

۱۲- گزینه «۴»

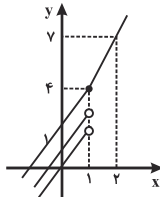
$$\sin^{-1}(\cos x \sin x) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{1}{2} \sin \frac{13\pi}{6}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \sin^{-1}\frac{1}{4}$$

$$= \cos^{-1}\left(\sqrt{1 - \frac{1}{16}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)$$

۱۳- گزینه «۱»

ابتدا $y = 3x + 1$ را به ازای $x \geq 1$ رسم می‌کنیم. با توجه به شکل برای یک به یک بودن تابع، حداکثر مقدار $2x + a$ در نقطه $x = 1$ برابر ۴ می‌تواند باشد:



$$2x + a \leq 4 \Rightarrow a \leq 2$$

$$x=1$$

۱۴- گزینه «۲»

ابتدا وارون تابع را بدست می‌آوریم:

$$yx(6m+3) - 3y = 3m^2x - 1 \Rightarrow yx(6m+3) - 3m^2x = 3y - 1$$



$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۲۴- گزینه «۴»

شیب‌های مجانب‌های افقی $\pm \frac{b}{a} = \pm \sqrt{3}$ و نقطه تلاقی مجانب‌ها، $O(\alpha = 0, \beta = 0)$ مرکز هذلولی است.



$$FA = OF - OA = c - a = 2$$

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + 3} = 2 \Rightarrow \begin{cases} c - a = 2 \\ c = 2a \end{cases} \Rightarrow a = 2, c = 4$$

$$\Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1 \Rightarrow 3x^2 - y^2 = 12$$

۲۵- گزینه «۱»

$$x^2 + 2x + 1 - 1 - (y^2 + 4y + 4 - 4) = -m$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 - (y+2)^2 = -m - 3$$

مرکز هذلولی $O = (-1, -2)$

علامت x^2 و y^2 ، مخالف یکدیگر است، پس شرط اول هذلولی بودن را دارد.

همچنین که مختصات نقطه O نباید در معادله صدق کند. زیرا اگر صدق کند معادله حاصل، معادله دو خط متقاطع است نه هذلولی.

$$(-1+1)^2 - (-2+2)^2 \neq -m - 3$$

$$\Rightarrow -m - 3 \neq 0 \Rightarrow m \neq -3$$

پس به ازای $m = -3$ ، معادله داده شده، معادله هذلولی نیست.

۲۶- گزینه «۲»

با توجه به مختصات کانون‌ها، هذلولی افقی است، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} FF' = 2c = 10 \Rightarrow c = 5 \\ e = \frac{c}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{5}{a} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 9 + b^2 \Rightarrow b^2 = 16$$

مرکز هذلولی (O') وسط دو کانون قرار دارد، پس داریم $O' = (3, 3)$ و معادله هذلولی عبارت است از:

$$\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$$

$$\xrightarrow{x=0} \frac{(y-3)^2}{16} = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ جواب}$$

هذلولی در یک نقطه بر محور y ها مماس است.

$$\xrightarrow{y=0} \frac{(x-3)^2}{9} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = \frac{225}{16} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{27}{4} \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{دو جواب}$$

هذلولی در دو نقطه، محور x ها را قطع می‌کند.

۱۹- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\epsilon \cos^{-1} \frac{1}{4})}{2 \sin(\epsilon \cos^{-1} \frac{1}{4})} \cdot \frac{\cos^{-1} \frac{1}{4} = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{4}}{2 \sin \alpha} & \rightarrow \frac{\sin \epsilon \alpha}{2 \sin \alpha} \\ = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \cos \alpha & = \frac{1}{4} \\ = 2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \left(\frac{1}{4}\right) & = \frac{1}{16} - \frac{2}{4} = \frac{-11}{16} \end{aligned}$$

۲۰- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \sin^{-1}(\cos(\epsilon x + \delta x)) &= \sin^{-1}(\cos 11x) \\ \xrightarrow{x = \frac{\pi}{\lambda}} \sin^{-1}(\cos \frac{11\pi}{\lambda}) &= \sin^{-1}(\cos \frac{8\pi + 3\pi}{\lambda}) \\ = \sin^{-1}(\cos(\pi + \frac{3\pi}{\lambda})) &= \sin^{-1}(-\cos \frac{3\pi}{\lambda}) \\ = -\sin^{-1}(\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{\lambda})) &= -\sin^{-1}(\sin \frac{\pi}{\lambda}) = -\frac{\pi}{\lambda} \end{aligned}$$

هندسه تحلیلی

۲۱- گزینه «۲»

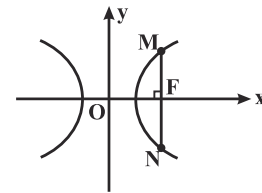
با دسته‌بندی جمله‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} -9x^2 + 16y^2 - 72x - 96y - 144 &= 0 \\ \Rightarrow -9(x^2 + 8x) + 16(y^2 - 6y) &= 144 \\ \Rightarrow -9[(x+4)^2 - 16] + 16[(y-3)^2 - 9] &= 144 \\ \Rightarrow -9(x+4)^2 + 16(y-3)^2 &= 144 \\ \xrightarrow{\text{معادله یک هذلولی قائم}} \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x+4)^2}{16} &= 1 \end{aligned}$$

پس در این هذلولی $a^2 = 9$ است و می‌دانیم کم‌ترین فاصله مرکز هذلولی تا نقاط روی محیط، برابر a است که در اینجا برابر ۳ می‌شود.

۲۲- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} &= 1 \\ \frac{c^2}{4} = a^2 + b^2 &= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} \\ \left. \begin{aligned} O_0 \Rightarrow x_F = 0 + \frac{\sqrt{4}}{2} &= \frac{\sqrt{4}}{2} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$



از آنجا که نقاط M و N ، روی هذلولی بوده و طولی برابر کانون هذلولی (F) دارند، داریم:

$$\begin{aligned} 12x^2 - 2y^2 = 3 \Rightarrow 12 \times \frac{y}{4} - 2y^2_M &= 3 \Rightarrow y^2_M = 9 \Rightarrow y_M = 3 \\ \Rightarrow MF = 3 \Rightarrow MN = 2MF &= 6 \end{aligned}$$

۲۳- گزینه «۱»

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{2}{0} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

پس زاویه مناسب برای دوران برابر $\frac{\pi}{4}$ است. با توجه به رابطه بین مختصات در دستگاه

قدیم و جدید، داریم:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$



گزینه «۳» - ۲۷

راه اول: بدون استفاده از دوران می توان گفت $1 - x^2 \geq 0$ پس $-1 \leq x \leq 1$. چون دامنه محدود است، پس هذلولی نیست و در ضمن نقطه و تهی نیز قطعاً نمی باشد.
راه دوم:

$$(y-x)^2 = 1 - x^2 \Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = 1 - x^2$$

$$2x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$$

$$B^2 - 4AC = 4 - 4 < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{بیضی} \\ \text{نقطه} \\ \text{تهی} \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ 2y - 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow (x=0, y=0) \text{ مرکز}$$

$$F(0,0) = -1 < 0 \Rightarrow \text{بیضی است}$$

گزینه «۲» - ۲۸

در واقع این رابطه همان $\frac{(x+2)(y-3)}{xy} = 10$ می باشد که همان $XY = 10$ است. زاویه دوران محورهای مختصات برای این که مقطع مخروطی مورد نظر، استاندارد شود، برابر 45° است و داریم:

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{2}}{2}x' - \frac{\sqrt{2}}{2}y' \\ Y = \frac{\sqrt{2}}{2}x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' \end{cases}$$

$$XY = 10 \Rightarrow \frac{1}{2}x'^2 - \frac{1}{2}y'^2 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{x'^2}{20} - \frac{y'^2}{20} = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 20 + 20 = 40$$

$$c = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \Rightarrow 2c = 4\sqrt{10}$$

گزینه «۱» - ۲۹

$2xy + 4y - 2x - 1 = 0$
در معادله چون عبارت XY وجود دارد محورهای مقطع مخروطی به موازات محورهای مختصات نیستند. محورهای مختصات را حول مبدأ O به زاویه α دوران می دهیم تا به موازات محورهای مقطع مخروطی درآیند و دستگاه مختصات جدید را $x'O'y'$ می نامیم.

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{b}{a-c} = \frac{2}{0-0} \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

دستور تعیین معادله جدید $\cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$(x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha, y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y'), y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')$$

$$(x' - y')(x' + y') + 2\sqrt{2}(x' + y') - \sqrt{2}(x' - y') - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x'^2 - y'^2 + \sqrt{2}x' + 3\sqrt{2}y' - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x'^2 + \sqrt{2}x') - (y'^2 - 3\sqrt{2}y') - 1 = 0$$

$$\Rightarrow [(x' + \frac{\sqrt{2}}{2})^2 - \frac{1}{2}] - [(y' - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 - \frac{9}{2}] - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x' + \frac{\sqrt{2}}{2})^2 - (y' - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 = -3$$

$$(y' - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 - (x' + \frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 3 \Rightarrow \frac{(y' - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2}{3} - \frac{(x' + \frac{\sqrt{2}}{2})^2}{3} = 1$$

$$a^2 = b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{6} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{6}$$

گزینه «۲» - ۳۰

$$\frac{1}{4}x^2 - y^2 + ax + by = 1 \Rightarrow \frac{1}{4}(x^2 + 4ax) - (y^2 - by) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}((x+2a)^2 - 4a^2) - \left((y-\frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2a)^2}{4} - (y-\frac{b}{2})^2 = 1 + a^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$\Rightarrow \text{مجاانب های هر هذلولی در مرکز آن متقاطعند، پس طبق فرض، نقطه } (-2, 1) \text{ مرکز این هذلولی است، پس:}$$

$$(*) \begin{cases} -2a = -2 \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{معادله هذلولی: } \frac{(x+2)^2}{4} - (y-1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \text{معادله مجانب ها: } \frac{(x+2)^2}{4} = (y-1)^2 \Rightarrow \frac{x+2}{\pm 2} = y-1$$

پس معادله مجانب با شیب مثبت این هذلولی به صورت $\frac{x+2}{2} = y-1$ است که برای به دست آوردن عرض از مبدأ، $x_0 = 0$ را در معادله این خط قرار می دهیم:

$$\frac{0+2}{2} = y_0 - 1 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = 2$$

ریاضیات گسسته

گزینه «۳» - ۳۱

$$\Delta a \equiv 4a - 2 \Rightarrow a \times 1^0 + \Delta \times 1^1 \equiv 4a - 2 \Rightarrow a + \Delta \equiv 4a - 2$$

$$\Rightarrow 3a \equiv \Delta \Rightarrow 3a \equiv 4 \Rightarrow 3a \equiv 12 \Rightarrow a \equiv 4 \xrightarrow{\text{رقم ۳}} a = 4$$

$$3a + b \equiv 4a - 2 \Rightarrow a \times 1^0 + 3 \times 1^1 + b \equiv 4a - 2$$

$$\Rightarrow a + 3 + b \equiv 4a - 2 \xrightarrow{a=4} 4 + 3 + b \equiv 16 - 2$$

$$\Rightarrow b \equiv -2 \Rightarrow 8 | b + 2 \Rightarrow b = 8k - 2$$

$$1 \leq 8k - 2 < 10 \Rightarrow 3 \leq 8k < 12$$

$$\Rightarrow 4 \leq k \leq 14 \Rightarrow k \text{ تعداد: } 14 - 4 + 1 = 11$$

گزینه «۴» - ۳۲

$$3^3 \equiv 1 \Rightarrow (3^3)^{2k} \equiv (1)^{2k} \Rightarrow 3^{6k} \equiv 1 \Rightarrow 3^{6k+3} \equiv 1 \times 3^3$$

$$\Rightarrow 3^{6k+3} \equiv 27 \equiv 1$$

$$4^3 \equiv -1 \Rightarrow (4^3)^k \equiv (-1)^k \Rightarrow 4^{3k} \times 4^3 \equiv (-1)^k \times (-1)$$

$$\Rightarrow 4^{3k+3} \equiv (-1)^k \times (-1) \equiv (-1)^{k+1}$$

$$\Rightarrow 3^{6k+3} + 4^{3k+3} \equiv 1 + (-1)^{k+1} = \begin{cases} 0: \text{زوج } k \\ 2: \text{فرد } k \end{cases}$$

گزینه «۴» - ۳۳

$$a^P = 10k + 7 \Rightarrow a^P - 7 = 10k \Rightarrow a^P \equiv 7^{10}$$

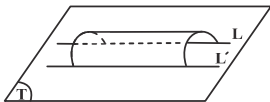
از این رابطه معلوم می شود که رقم یکان a^P مساوی ۷ است و برای پیدا کردن رقم یکان a^{P+4} باید باقی مانده $P+4$ را بر ۴ پیدا کنیم، چون باقی مانده $P+4$ بر ۴

$$a^{P+4} \equiv a^P \equiv 7 \text{ رقم یکان}$$

مساوی باقی مانده P بر ۴ است.

هندسه ۲

۴۱- گزینه «۴»

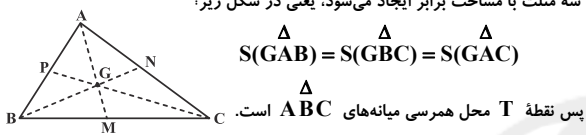


مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از دو صفحه موازی به یک فاصله باشند، یک صفحه موازی بین آن‌هاست

(دقیقاً در وسط). همچنین می‌دانیم مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از یک خط ثابت به فاصله d باشند، سطح جانبی یک استوانه نامتناهی به شعاع قاعده d است. محل برخورد این دو مکان می‌تواند دو خط موازی باشد. (مانند L و L' در شکل بالا)

۴۲- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر میانه‌های مثلث را رسم کنیم، شش مثلث با مساحت‌های یکسان تولید می‌شود. بنابراین اگر از نقطه هم‌مرسی میانه‌های هر مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث با مساحت برابر ایجاد می‌شود، یعنی در شکل زیر:



$$S(\triangle GAB) = S(\triangle GBC) = S(\triangle GAC)$$

پس نقطه T محل هم‌مرسی میانه‌های $\triangle ABC$ است.

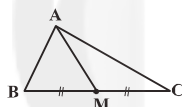
۴۳- گزینه «۲»

نکته (تمرین ۹ صفحه ۲۹ کتاب درسی): در مثلث ABC ، اگر AM ، میانه وارد بر ضلع BC باشد، آنگاه:

$$\frac{|AC - AB|}{2} < AM < \frac{AC + AB}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{|AC - 4|}{2} < 5 < \frac{AC + 4}{2}$$

$$\Rightarrow 6 < AC < 14$$



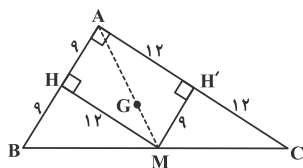
۴۴- گزینه «۱»

نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها در یک مثلث زمانی روی یکی از اضلاع قرار دارد که مثلث قائم‌الزاویه باشد که در این صورت محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها وسط وتر است.

مطابق شکل زیر، چهارضلعی $AH'MH$ مستطیل است و دو ضلع روبه‌روی آن با هم برابرند و چون MH و MH' عمودمنصف هستند، از وسط اضلاع AB و AC می‌گذرند. پس طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 3$$

چون میانه وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است و فاصله نقطه هم‌مرسی میانه‌ها تا وسط ضلع وارد بر آن یک سوم میانه وارد بر ضلع است، بنابراین داریم:

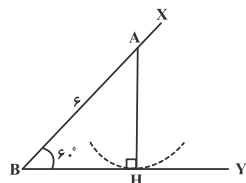


$$AM = \frac{BC}{2} = 1.5$$

$$\Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = 0.5$$

۴۵- گزینه «۲»

زاویه $\angle XBY = 60^\circ$ را رسم می‌کنیم، A را روی BX چنان اختیار می‌کنیم که $AB = 6$ ، به مرکز A شعاع $3\sqrt{3}$ سانتی‌متر کمای رسم می‌کنیم، محل تلاقی این کمان با BY ، مکان رأس C را مشخص می‌کند. فاصله A از نیم خط BY برابر است با:



$$AH = AB \cdot \sin 60^\circ = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3\sqrt{3}$$

بنابراین کمان رسم شده، در یک نقطه بر BY مماس است و مسأله یک جواب دارد.

۳۴- گزینه «۱»

نکته: اگر $x, y \in [a]_m$ ، آن‌گاه، $x \equiv y$. در این تست چون $|x - y| \leq m$ لذا $x \equiv y$ یعنی بیمانه $m = 7$ است.

$$x \equiv 39 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 7k + 4 \xrightarrow{k=13} x = 95$$

تذکر: با امتحان کردن گزینه‌ها نیز می‌توان جواب درست را پیدا کرد.

۳۵- گزینه «۴»

چون $b \equiv 2$ است لذا $b = 5n + 2$. چون b فرد است، لذا n نیز فرد است. پس

$$n = 2k + 1 \text{ و لذا } b = 5(2k + 1) + 2 = 10k + 7$$

$$a^{17} + b^{23} \equiv a + b^3 \equiv 3 + 7^3 \equiv 3 + 49 \times 7 \equiv 3 + 9 \times 7$$

$$\equiv 3 + 63 \equiv 66 \equiv 6$$

۳۶- گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} v^n + 42v^{n-1} - 1 \\ v^3 + 1 = 344 = 8 \times 43 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v^3 + 1 \mid v^n - 1$$

بنابراین n باید مضرب زوج از ۳ و البته کم‌تر از ۵۰ باشد.

$$n = 3 \times 2k \leq 50 \Rightarrow 1 \leq k \leq 8$$

۳۷- گزینه «۱»

$$72x \equiv 1 \Rightarrow 10x \equiv 1 - 30 \Rightarrow x \equiv -3$$

$$100 \leq 31k - 3 < 1000 \Rightarrow 103 \leq 31k < 1003 \Rightarrow 4 \leq k \leq 32$$

تعداد جواب‌ها: $32 - 4 + 1 = 29$

۳۸- گزینه «۱»

می‌دانیم شرط وجود جواب معادله سیالیه خطی $ax + by = c$ این است که

$$(a, b) \mid c \text{ پس } (2a - 1) \mid (2a - 1) \text{ و } (15, -12) \mid (2a - 1) \text{ یعنی } 3 \mid (2a - 1)$$

$$\Rightarrow 2a \equiv 1 \Rightarrow 2a \equiv 3 + 1 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2a \equiv 4 \\ (2, 2) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \equiv 2 \Rightarrow a = 3k + 2$$

۳۹- گزینه «۳»

$$150x + 250y = 3700 \Rightarrow 3x + 5y = 74$$

$$\begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \delta k \geq 0 \\ y = 13 - 3k \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \geq 0 \\ k \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq k \leq 4$$

تعداد جواب‌ها: $4 - 0 + 1 = 5$

۴۰- گزینه «۱»

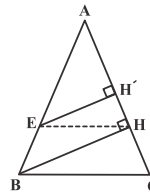
چون فقط یکی از متغیرها را می‌خواهیم بهتر است به معادله هم‌نهشتی تبدیل کنیم:

$$9x + 13y \equiv 7 \Rightarrow 13y \equiv 7 \Rightarrow 4y \equiv 7 \Rightarrow 4y \equiv 16$$

$$\Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y \in [4]_4$$



۴۶ - گزینه «۴»



با توجه به این که مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی EH تا ساقها برابر ارتفاع وارد بر ساق مثلث AEH است. داریم:

$$AH = 3x, AB = 5x \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} BH = 4x$$

$$\frac{EH'}{BH} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{EH'}{4x} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow EH' = \frac{12}{5}x = \frac{12}{25}(\Delta x) = \frac{12}{25}AC$$

۴۷ - گزینه «۳»

مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب برابر $180(n-2)$ است. پس مجموع زوایای داخلی مضربی از ۱۸۰ درجه است. چون کوچکترین مضرب ۱۸۰ که از ۸۴۰ بزرگتر باشد، ۹۰۰ است، مجموع زوایای داخلی n ضلعی موردنظر ۹۰۰ درجه است.

$$180(n-2) = 900 \Rightarrow n-2 = 5 \Rightarrow n = 7$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

۴۸ - گزینه «۴»

می‌دانیم از برخورد نیمسازهای خارجی مستطیلی به ابعاد a و b، مربعی به مساحت $\frac{(a+b)^2}{2}$ و از برخورد نیمسازهای داخلی آن مربعی به مساحت $\frac{(a-b)^2}{2}$ ایجاد می‌شود. فرض کنیم طول این مستطیل، k برابر عرض آن باشد ($k > 1$) یعنی $b = ka$. داریم:

$$\frac{(a+b)^2}{2} = 4 \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = 4 \Rightarrow \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = 4 \Rightarrow \left(\frac{a+ka}{a-ka}\right)^2 = 2^2$$

$$\xrightarrow{k>1} \frac{1+k}{1-k} = -2 \Rightarrow k = 3$$

۴۹ - گزینه «۲»

طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{\frac{1\Delta}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3AB \quad (1)$$

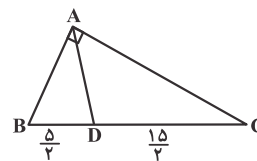
از طرفی ABC، یک مثلث قائم‌الزاویه است که در آن طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{(1)} AB^2 + (3AB)^2 = 100$$

$$10AB^2 = 100 \Rightarrow AB = \sqrt{10} \Rightarrow AC = 3\sqrt{10}$$

حال با داشتن اضلاع قائمه، مساحت را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times 3\sqrt{10}}{2} = 15$$



۵۰ - گزینه «۱»

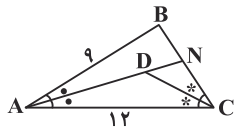
$$AD = 3DN \Rightarrow AD = 3k, DN = k$$

از B به D وصل می‌کنیم. می‌دانیم نیمسازهای داخلی هر مثلث هم‌سند، پس نیمساز B از نقطه تلاقی نیمسازهای A و C یعنی D می‌گذرد. پس BD نیمساز B است. حال:

$$BD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{BN} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow BN = 3$$

$$CD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AC}{CN} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow CN = 4$$

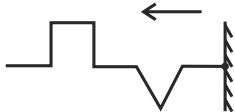
$$BC = BN + CN = 7$$



فیزیک پیش‌دانشگاهی

۵۱ - گزینه «۳»

چون انتهای طناب ثابت شده است، موج بازتاب π رادیان با موج فرودی اختلاف فاز دارد. به عبارت دیگر، در انتهای ثابت، برآمدگی (قله) به فرورفتگی (دره) و فرورفتگی به برآمدگی تبدیل می‌شود. در ضمن دقت کنید نقطه‌های جلوی موج در بازتاب تقدم دارند، یعنی زودتر بر می‌گردند.



۵۲ - گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از معادلات موج‌های داده شده و مقایسه آن‌ها با معادله تابع موج، مشخصات مربوط به هر موج را به دست می‌آوریم:

$$y = A \sin(\omega t - kx) \Rightarrow \begin{cases} \omega_A = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega_B = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \begin{cases} f_A = 20 \text{ Hz} \\ f_B = 50 \text{ Hz} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \lambda_A = 0.5 \text{ m} \\ \lambda_B = 0.2 \text{ m} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} K_A = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}} \\ K_B = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}} \end{cases} \xrightarrow{K = \frac{\omega}{v}} \begin{cases} v_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_B = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \quad (3)$$

اکنون با توجه به رابطه مقدار متوسط توان انتقال انرژی از هر نقطه طناب، داریم:

$$\bar{P} = 2\pi^2 A^2 f^2 \mu v \Rightarrow \frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \frac{A_A^2 f_A^2 \mu_A v_A}{A_B^2 f_B^2 \mu_B v_B}$$

$$\frac{(1)(2)(3)}{\mu_A = \mu_B} \rightarrow \frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \frac{0.5^2 \times 20^2 \times 10}{0.2^2 \times 50^2 \times 50} = \frac{1}{5}$$

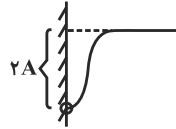
۵۳ - گزینه «۴»

هر دو نقطه دلخواه در طرفین یک گره در امواج ایستاده الزاماً دارای بسامد یکسان هستند ولی دامنه، سرعت پیشینه، شتاب پیشینه و ... این دو نقطه الزاماً یکسان نخواهد بود و راجع به رابطه بین فازهای آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.



۵۴- گزینه «۲»

انتهای طناب مانند چشمه موجی عمل می کند که در طناب تپی در جهت تپ تابشی ایجاد می کند که در خلاف جهت آن در طناب منتشر شده و بنابراین بیشینه جابه جایی حلقه، دو برابر جابه جایی دیگر نقاط است.



۵۵- گزینه «۳»

چون دو تپ هم دامنه و هم بسامد هستند و در جهت مخالف یکدیگر حرکت می کنند، با توجه به این که یکی از تپها به صورت قله و دیگری دره است، بنابراین برهم نهی ویرانگر خواهند داشت و در لحظه ای که به طور کامل بر هم منطبق می شوند، طناب به صورت خط مستقیم در می آید.

۵۶- گزینه «۴»

ابتدا بسامد هماهنگ پنجم را به دست می آوریم و سپس از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ سرعت انتشار موج در سیم را حساب می کنیم و در پایان از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ مساحت سطح مقطع را به دست می آوریم.

$$f_n = n f_1 \xrightarrow{n=5} f_5 = 5 \times 400 = 2000 \text{ Hz}$$

$$\lambda_5 = \frac{v}{f_5} \xrightarrow{\lambda_5 = 0.1 \text{ m}} 0.1 = \frac{v}{2000} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \rho \cdot A} v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$$

$$\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \xrightarrow{F=156 \text{ N}} 200 = \sqrt{\frac{156}{7800 \cdot A}}$$

$$\Rightarrow A = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \Rightarrow A = 0.5 \text{ mm}^2$$

۵۷- گزینه «۴»

می دانیم در یک طناب مرتعش با دو انتهای بسته که در آن امواج ایستاده تشکیل شده است، تعداد شکمها برابر با شماره هماهنگ بوده و تعداد گرهها همواره یکی بیشتر از

تعداد شکمها می باشد. از سوی دیگر بسامد هماهنگ شماره n از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ به دست می آید، لذا داریم:

حالت اول: $n = 3 \Rightarrow f_3 = \frac{3v_1}{2L} = 3 \text{ Hz}$

حالت دوم: $n' = 4 \Rightarrow f_4' = \frac{4v_2}{2L} = 4 \text{ Hz}$

با توجه به عدم تغییر بسامد منبع ارتعاشی، داریم:

$$f_3 = f_4' \xrightarrow{(1),(2)} \frac{3v_1}{2L} = \frac{4v_2}{2L} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$$

از سوی دیگر می دانیم سرعت انتشار موج در یک طناب یکنواخت با جذر نیروی کشش

طناب رابطه مستقیم دارد $(v = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$ ، داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{16}$$

درصد تغییرات نیروی کشش طناب $= \frac{\Delta F}{F_1} \times 100$

$$= \frac{9-16}{16} \times 100 = -43.75\%$$

۵۸- گزینه «۳»

ابتدا تغییر سرعت انتشار موج در تار مرتعش را حساب می کنیم، داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \xrightarrow{\frac{F_2}{F_1} = 4} \frac{v_2}{v_1} = 2 \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

$$f_n = n \frac{v_1}{2L} \xrightarrow{n=4} f_4 = 4 \frac{v_1}{2L} \xrightarrow{f_4 = 400 \text{ Hz}} 400 = 4 \frac{v_1}{2L}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{L} = 200 \Rightarrow v_1 = 200 \text{ L}$$

در حالت دوم داریم:

$$f_n' = n' \frac{v_2}{2L} \xrightarrow{n'=1} f_1' = 1 \times \frac{v_2}{2L} \xrightarrow{v_2 = 2v_1} f_1' = \frac{2 \times 200 \text{ L}}{2L}$$

$$\Rightarrow f_1' = 200 \text{ Hz}$$

۵۹- گزینه «۱»

برای به دست آوردن سرعت انتشار موج در طناب با توجه به رابطه $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ ، نیاز است که نیروی کشش طناب را به دست آوریم، همان طور که می دانیم در این مسئله نیروی کشش طناب دو برابر نیروی کشش نخ ماشین آژود است، داریم:

$$T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 2 \times 8}{2 + 8} \times 10 = 32 \text{ N} \Rightarrow T' = 2T = 64 \text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{T'L}{m}} = \sqrt{\frac{64 \times 0.4}{0.1}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای به دست آوردن بسامد اصلی داریم:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \xrightarrow{n=1, v=16 \frac{\text{m}}{\text{s}}, L=0.4 \text{ m}} f_1 = 1 \times \frac{16}{2 \times 0.4} \Rightarrow f_1 = 20 \text{ Hz}$$

۶۰- گزینه «۲»

برهم نهی ویرانگر باعث ایجاد گره می شود و همچنین می دانیم اختلاف راه موجهای رسیده از دو چشمه به یک گره، مضرب فردی از نصف طول موج است:

$$\delta = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{\delta = d_2 - d_1 = 40 \text{ cm}} 0.4 = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{0.4}{2n-1}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{\frac{0.4}{2n-1}} = 20(2n-1) \Rightarrow \begin{cases} n=1: f=20 \text{ Hz} \\ n=2: f=60 \text{ Hz} \\ n=3: f=100 \text{ Hz} \end{cases}$$

بنابراین بسامد این موج برابر با ۵۰ Hz نمی تواند باشد.



فیزیک ۳

گزینه ۲»

تعداد مولکول‌های هر گاز از حاصل ضرب تعداد مول‌های آن در عدد آووگادرو به دست می‌آید.

$$N = nN_0 \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = \frac{n_B}{n_A}$$

با توجه به معادله حالت گاز کامل، می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{P_B}{P_A} \times \frac{V_B}{V_A} \times \frac{T_A}{T_B} \quad \frac{P_A = P_B}{T_A = T_B}$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = 2$$

گزینه ۳»

می‌دانیم در فرایند آرمانی هم‌فشار، $W = -nR\Delta T$ و $\Delta U = nC_V\Delta T$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U}{|W|} = \frac{nC_V\Delta T}{nR\Delta T} \Rightarrow \frac{\Delta U}{|W|} = \frac{C_V}{R} \quad C_V = C_P - R$$

$$\frac{\Delta U}{|W|} = \frac{C_P - R}{R} \Rightarrow \frac{\Delta U}{|W|} = \frac{C_P}{R} - 1$$

گزینه ۱»

فرایند BC یک فرایند آرمانی هم‌دما می‌باشد، بنابراین داریم:

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow P_B V_B = 2 / 5 P_B \times 1 \Rightarrow V_B = 2 / 5 \text{ lit}$$

چون امتداد نمودار AB از مبدأ مختصات می‌گذرد، فرایند AB یک فرایند آرمانی

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow \frac{2/5}{1} = \frac{T_B}{250} \Rightarrow T_B = 625 \text{ K}$$

گرما می‌بادله شده طی فرایند آرمانی هم‌فشار AB برابر است با:

$$Q_{AB} = nC_P\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times (625 - 250) = 3750 \text{ J}$$

گزینه ۴»

با استفاده از معادله حالت گازهای کامل، داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2/5 V_1}{250} = \frac{5 V_2}{273 + 273}$$

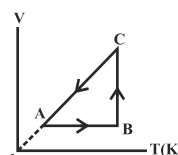
$$\Rightarrow V_1 = V_2$$

یعنی فرایند آرمانی که گاز کامل طی می‌کند، یک فرایند هم‌حجم است و بنابراین طی آن محیط کاری روی گاز انجام نمی‌دهد.

گزینه ۳»

چون چرخه T-V عکس چرخه T-P است، چرخه T-V پادساعت‌گرد می‌باشد. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست‌اند.

با توجه به شکل، فرایند AB هم‌حجم، BC هم‌دما و CA هم‌فشار است. بنابراین باید نمودار فرایند CA در دستگاه مختصات V-T به صورت خط راستی که امتداد آن از مبدأ مختصات می‌گذرد در جهت کاهش دما رسم شود. در نمودار هم‌دمای BC چون فشار گاز کاهش یافته است، حجم گاز باید افزایش یابد و در نمودار هم‌حجم AB، نمودار باید در جهت افزایش دما رسم شود. در نتیجه نمودار V-T آن مطابق نمودار گزینه (۳) است.



گزینه ۴»

برای محاسبه تغییر انرژی درونی در فرایند آرمانی BC باید از رابطه $\Delta U = nC_V\Delta T$ استفاده کنیم. بنابراین کافی است دمای نقطه‌های B و C را به دست آوریم:

چون فرایند AC هم‌دما است، $T_C = T_A = 400 \text{ K}$ می‌باشد. اکنون تعداد مول‌های گاز کامل و دمای T_B را حساب می‌کنیم و سپس ΔU را به دست می‌آوریم.

چون فرایند AB هم‌حجم است، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad \frac{2 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} = \frac{400 \text{ K}}{T_B} \Rightarrow T_B = 200 \text{ K}$$

$$P_A V_A = nRT_A \quad \frac{2 \times 10^5 \text{ Pa} \times 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{400 \text{ K}} = nR \Rightarrow n = 0.5 \text{ mol}$$

$$2 \times 10^5 \times 8 \times 10^{-3} = n \times 8 \times 400 \Rightarrow n = 0.5 \text{ mol}$$

$$\Delta U = nC_V(T_C - T_B) = \frac{5}{2} nR(T_C - T_B) = \frac{5}{2} \times 0.5 \times 8 \times (400 - 200) = 1200 \text{ J}$$

$$\Delta U = 0.5 \times \frac{5}{2} \times 8 \times (400 - 200) \Rightarrow \Delta U = 1200 \text{ J}$$

گزینه ۳»

هرچه نسبت تراکم در یک ماشین درون‌سوز بنزینی پیش‌تر باشد، بازده آن بالاتر است. با توجه به نمودار P-V این دو ماشین گرمایی، چون نسبت تراکم ماشین درون‌سوز

B $(r_B = \frac{V_2}{V_1})$ از نسبت تراکم ماشین درون‌سوز A $(r_A = \frac{V_3}{V_2})$ بیش‌تر است، بنابراین بازده ماشین درون‌سوز B بیش‌تر از بازده ماشین درون‌سوز A خواهد بود.

$$\eta_B > \eta_A$$

گزینه ۲»

فرایند BC بی‌دررو است و گرمایی طی آن مبادله نمی‌شود. در فرایند هم‌حجم CA، گاز گرما از دست می‌دهد و در فرایند هم‌فشار AB گرما می‌گیرد.

$$Q_H = Q_{CA} = nC_V\Delta T = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} V\Delta P$$

$$= \frac{3}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times (2 - 9) \times 10^5 = -4200 \text{ J} \Rightarrow Q_H = -4200 \text{ J}$$

در فرایند هم‌فشار AB گاز گرما می‌گیرد و بنابراین داریم:

$$Q_C = Q_{AB} = nC_P\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} P\Delta V$$

$$= \frac{5}{2} \times 2 \times 10^5 \times (10 - 4) \times 10^{-3} = 3000 \text{ J} \Rightarrow Q_C = 3000 \text{ J}$$

با استفاده از بیان قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک یخچال و تعریف ضریب عملکرد یخچال، داریم:

$$W = |Q_H| - Q_C = 4200 - 3000 = 1200 \text{ J}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{3000}{1200} = 2.5$$

گزینه ۲»

چون یخچال فرضی چرخه کارنو را طی می‌کند، داریم:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{273 + 3}{306 - 276} = 9/2$$

$$|Q_H| = Q_C + W \quad Q_C = KW \Rightarrow |Q_H| = (K + 1)W$$

$$\frac{W = Pt}{|Q_H|} \Rightarrow |Q_H| = (K + 1)Pt \Rightarrow P = \frac{|Q_H|}{(K + 1)t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{15300}{(9/2 + 1) \times 10} = 150 \text{ W}$$



۷۰- گزینه ۲»

با توجه به قانون دوم ترمودینامیک، در ماشین‌های گرمایی باید $Q_C \neq 0$ باشد اما در یخچال‌ها الزاماً باید $W \neq 0$ باشد و لزومی بر $Q_C \neq 0$ نیست.
در صورت وقوع گزینه (۲)، گرما از منبع سرد خود به خود به منبع گرم منتقل شده است و بنابراین قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.
بازده ماشین گرمایی فرضی کارنو از بازده ماشین گرمایی که منبع گرم و سرد آن با ماشین فرضی کارنو یکسان باشد، بیشتر است.
ارتباط خاصی میان دو قانون اول و دوم ترمودینامیک وجود ندارد.

فیزیک ۱ و ۲

۷۱- گزینه ۲»

چون مساحت سایه بیش‌تر شده، پس جسم به منبع نقطه‌ای نور نزدیک‌تر شده است.

$$\frac{S'_1}{S} = \left(\frac{d}{x}\right)^2$$

$$\frac{S'_2}{S} = \left(\frac{d}{x-3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S'_2}{S'_1} = 4 \Rightarrow \left(\frac{x}{x-3}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{x}{x-3} = 2$$

$$\Rightarrow x = 6m$$

۷۲- گزینه ۳»

با توجه به شکل مقابل در طی دوران میله، هنگامی که امتداد پرتوهای عمود باشد، طول سایه بیشینه است که عبارت است از:

$$X_{max} = \frac{L}{\sin \alpha}$$

که در آن $\hat{\alpha}$ زاویه پرتوهای نور با امتداد افق است. پس داریم:

$$\frac{(X_{max})_A}{(X_{max})_B} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \alpha_A} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4}{3}$$

۷۳- گزینه ۱»

حداکثر ارتفاع قرص از کف اتاق برای آن که سایه آن به‌طور کامل در کف اتاق جا بگیرد، مربوط به وقتی است که قطر سایه حداکثر مقدار خود و برابر با $3m$ باشد.
با توجه به شکل، اگر فاصله قرص از کف اتاق را d بگیریم، داریم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OC'}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{0.5} = \frac{2/4}{2/4-d} \Rightarrow d = 2m$$

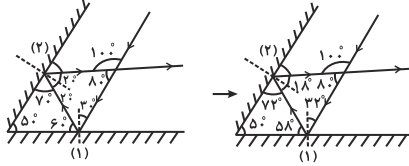
۷۴- گزینه ۳»

مطابق شکل مقابل، اگر پرتوی تابش ثابت بماند و آینه تخت حول محوری عمود بر صفحه که از نقطه تابش می‌گذرد به اندازه $\hat{\alpha}$ درجه دوران کند، پرتو بازتاب به اندازه $2\hat{\alpha}$ درجه در همان جهت دوران می‌کند.
اگر پرتوی تابش به اندازه $\frac{\hat{\alpha}}{2}$ حول همان محور دوران کند، پرتوی بازتاب نیز به همان اندازه در جهت مخالف دوران می‌کند.

$$2\hat{\alpha} - \frac{\hat{\alpha}}{2} = \frac{3}{2}\hat{\alpha}$$

بنابراین داریم:

۷۵- گزینه ۳»



مطابق شکل فوق مشخص است با افزایش زاویه تابش در آینه اول، زاویه تابش در آینه دوم، 2 درجه کم می‌شود، اما زاویه انحراف عوض نمی‌شود. دقت کنید زاویه انحراف مستقل از زاویه تابش است.

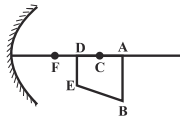
۷۶- گزینه ۴»

برای پاسخ به این سؤال دانستن دو نکته لازم است. ۱- جسم با هر سرعتی حرکت کند، تصویر آن در آینه تخت با همان سرعت در خلاف جهت حرکت جسم، جابه‌جا می‌شود.
۲- آینه تخت با هر سرعتی حرکتی کند، تصویر جسم، با دو برابر سرعت آینه در همان جهت حرکت آینه، جابه‌جا می‌شود.

وقتی جسم با سرعت $3 \frac{cm}{s}$ به‌طرف راست می‌رود، تصویر با سرعت $3 \frac{cm}{s}$ به‌طرف چپ جابه‌جا خواهد شد. هم‌چنین وقتی آینه با سرعت $3 \frac{cm}{s}$ به‌طرف راست می‌رود، تصویر آن با سرعت $6 \frac{cm}{s}$ در همان جهت حرکت آینه، یعنی به‌طرف راست خواهد رفت. بنابراین تصویر در مجموع با سرعت $3 \frac{cm}{s} + 6 \frac{cm}{s} = 9 \frac{cm}{s}$ به طرف راست جابه‌جا خواهد شد.

۷۷- گزینه ۲»

تصویر ضلع AB که بین F و C آینه است، دورتر از C ، بزرگ‌تر و وارونه تشکیل می‌شود. تصویر ضلع ED که دورتر از C ، قرار دارد، بین F و C ، کوچک‌تر و وارونه تشکیل می‌شود. بنابراین شکل آن به‌صورت مقابل تشکیل می‌گردد.



۷۸- گزینه ۴»

با استفاده از رابطه آینه‌های کروی داریم:

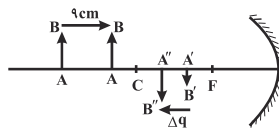
$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{q_2} - \frac{1}{q_1}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1 p_2} = -\frac{q_2 - q_1}{q_1 q_2} \Rightarrow \Delta q = -\frac{q_1 q_2}{p_1 p_2} \Delta p \Rightarrow \Delta q = -m_1 m_2 \Delta p \quad (1)$$

$$m_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q_1}{p_1} = \frac{1}{3}$$

$$m_2 = \frac{A''B''}{AB} = \frac{q_2}{p_2} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{(1)} \Delta q = -\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times (-9) \Rightarrow \Delta q = 1/5 cm$$





۷۹- گزینه «۳»

در آینه تخت، فاصله جسم تا آینه برابر با فاصله تصویر تا آینه می‌باشد. بنابراین در این سؤال فاصله تصویر تا آینه تخت برابر با ۳۰cm بوده است و در نتیجه در آینه محدب فاصله تصویر تا آینه برابر با $12\text{cm} = 30 \times \frac{1}{4}$ می‌شود. حال با استفاده از رابطه آینه‌های کروی داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \text{تصویر در آینه محدب مجازی است.} \rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{12} = -\frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{2-5}{60} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = 20\text{cm} \Rightarrow r = 2f = 40\text{cm}$$

۸۰- گزینه «۲»

از آن‌جا که میان سه آینه تخت، مقعر و محدب، آینه محدب وسیع‌ترین میدان دید را دارد، بنابراین آینه محدب را در پیچ جاده‌ها نصب می‌کنند تا رانندگان قسمت بیش‌تری از جاده‌ای را که در دید مستقیم آنها نیست، به کمک آینه ببینند. همچنین در دندان پزشکی از آینه مقعر برای دیدن دندان استفاده می‌شود تا دندان پزشکی تصویر بزرگتری از دندان را مشاهده کند.

شیمی پیش دانشگاهی

۸۱- گزینه «۲»

قدرت اسیدی تری کلرو اتانویک اسید بیش‌تر از فلئور و اتانویک اسید است. آنیون مربوط به اسید ضعیف‌تر (فلئورواتانوات) در آب بیش‌تر آبکافت می‌شود و در نتیجه آن OH^- بیش‌تری تولید کرده و pH محلول بالاتر می‌رود. با توجه به این‌که بازمزدوج مربوط به اسید قوی‌تر پایدارتر است و غلظت بیش‌تری دارد، غلظت آنیون حاصل از انحلال در محلول B کم‌تر خواهد بود.

۸۲- گزینه «۴»

هالوژن‌ها الکترون‌گیرنده هستند و قدرت اسیدی را زیاد می‌کنند. پس هرچه تعداد هالوژن‌ها بیش‌تر باشد قدرت اسیدی بیش‌تر می‌شود. هرچه هالوژن به عامل کربوکسیل نزدیک‌تر باشد تأثیر الکترون‌گیرندگی آن بیش‌تر شده و قدرت اسیدی را بیش‌تر می‌کند. گروه‌های آلکیلی (زنجره هیدروکربنی) الکترون‌دهنده هستند و قدرت اسیدی را به دلیل افزایش تراکم ابرالکترونی بر روی اتم اکسیژن کاهش می‌دهد. گروه‌های الکترون‌گیرنده باعث کشیده شدن ابرالکترونی اتم اکسیژن به سمت خود می‌شوند و این عامل موجب می‌شود که اکسیژن با کمبود الکترون مواجه شود و با میل بیش‌تری الکترون پیوندی با هیدروژن را به سمت خود بکشد، بنابراین احتمال آزادشدن یون H^+ بیش‌تر شده و قدرت اسیدی افزایش می‌یابد.

۸۳- گزینه «۲»

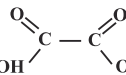
با توجه به آبکافت نمک‌های حل شده در آب خالص، محلول شماره (۱) خنثی، شماره (۲) اسیدی و شماره (۳) بازی خواهد بود. بر اساس این اطلاعات، گزینه (۱) نادرست است. فنول فتالین در محلول اسیدی بی‌رنگ است و در محلول بازی، ارغوانی است (یعنی گزینه (۲) صحیح و (۳) نادرست است). متیل سرخ نیز در محلول اسیدی، سرخ و در بازی، زردرنگ است (یعنی گزینه (۴) نادرست است).

۸۴- گزینه «۴»

یک نمونه صابون جامد دارای فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_6\text{COONa}$ است که به هنگام انحلال، دو جزء تولید می‌کند. جزء آلی آن $(\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COO}^-)$ دچار آبکافت شده و با جذب یون هیدروژن، یون‌های هیدروکسید در آب تولید و محیط را بازی می‌کند. یون سدیم نیز به شکل آبپوشیده باقی می‌ماند. از آن‌جایی که محیط بازی است، در حضور متیل سرخ، زردرنگ خواهد شد.

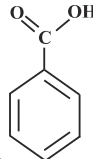
۸۵- گزینه «۲»

بررسی موارد:
مورد (الف) درست است:



اگزالیک اسید (اتان دی‌اویک اسید): $\text{OH}-\text{C}(=\text{O})-\text{C}(=\text{O})-\text{OH}$ اسید دو عاملی است و با دو مول NaOH (که باز یک عاملی است) واکنش می‌دهد.

$$(M \times V = \text{mol} \rightarrow 0.1 \times 20 = 2\text{mol})$$



مورد (ب) غلط است. بنزویک اسید:

مورد (پ) غلط است. دی‌اتیل آمین باز قوی‌تری از دی‌متیل آمین است. (جدول صفحه ۸۰)

مورد (ت) درست است. (با توجه به جدول صفحه ۸۳)

۸۶- گزینه «۱»

pH محلول $\text{Ba}(\text{OH})_2$ ، برای ما مشخص است. با استفاده از آن می‌توانیم، غلظت مولی محلول را مشخص کنیم. $\text{Ba}(\text{OH})_2$ ، یک باز قوی دو ظرفیتی است، بنابراین $n=2$ و $\alpha=1$ است.

$$\text{pH} + \text{pOH} = 14 \Rightarrow 13.5 + \text{pOH} = 14 \Rightarrow \text{pOH} = 0.5$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-0.5} = 10^{-1+0.5} = 10^{-1} \times 10^{0.5}$$

$$= 10^{-1} \times 3 = 0.3 \text{mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M \times n \times \alpha \Rightarrow 0.3 = M \times 2 \times 1$$

$$\Rightarrow M = \frac{0.3}{2} = 0.15 \text{mol.L}^{-1}$$

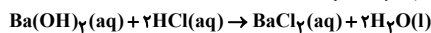
برای این‌که پس از مخلوط شدن دو محلول، pH محلول نهایی، برابر ۷ شود، باید دو محلول یک‌دیگر را به‌طور کامل خنثی کنند، بنابراین می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$[M_1 \times V_1 \times n_1] \text{Ba}(\text{OH})_2 = [M_2 \times V_2 \times n_2] \text{HCl}$$

$$\text{Ba}(\text{OH})_2 \Rightarrow n_1 = 2, \text{HCl} \Rightarrow n_2 = 1$$

$$\Rightarrow 0.15 \times V_1 \times 2 = 0.2 \times 300 \times 1 \Rightarrow V_1 = 200 \text{mL Ba}(\text{OH})_2 \text{ محلول}$$

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



با استفاده از تعداد مول HCl ، می‌توانیم تعداد مول نمک تولید شده، یعنی BaCl_2 را به‌دست آوریم.

$$? \text{mol BaCl}_2 = 300 \text{mL HCl} \times \frac{0.2 \text{mol HCl}}{1000 \text{mL HCl}} \times \frac{1 \text{mol BaCl}_2}{2 \text{mol HCl}}$$

$$= 0.03 \text{mol BaCl}_2$$

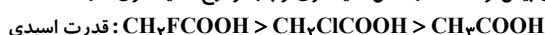
$$\text{حجم محلول نهایی} = V_1 + V_2 = 200 + 300 = 500 \text{mL} = 0.5 \text{L}$$

$$\text{تعداد مول BaCl}_2 = \frac{\text{حجم محلول نهایی}}{\text{مولاریته BaCl}_2}$$

$$= \frac{0.03 \text{mol}}{0.5 \text{L}} = 0.06 \text{mol.L}^{-1}$$

۸۷- گزینه «۲»

هر سه اسید تعداد کربن برابر دارند. اسید هالوژن‌دار از اسید بدون هالوژن هم کربن قوی‌تر است و هر چه الکترونگاتیوی هالوژن بیش‌تر باشد، قدرت اسیدی بیش‌تر است. در ضمن اسید قوی‌تر باز مزدوج ضعیف‌تری دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر چه هالوژن موجود در اسید آلی فعال‌تر باشد، قدرت اسیدی اسید مورد نظر بیش‌تر است.





۹۳- گزینه «۳»

عناصر گروه ۱۲ (IIB) دارای ظرفیت ۲ می‌باشند. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{0.05 \text{ mol}} = \frac{1 \times (96 + M)}{10 / 42 \text{ g}} \Rightarrow 4 / 80 + 0.05M = 10 / 42$$

$$\Rightarrow 0.05M = 5 / 62 \Rightarrow M = \frac{562}{5} = 112 / 4 \text{ g.mol}^{-1}$$

۹۴- گزینه «۱»

با توجه به این که جرم اتمی عنصر A، ۱/۵ برابر جرم اتمی عنصر B است ($M_A = 1/5 M_B$)

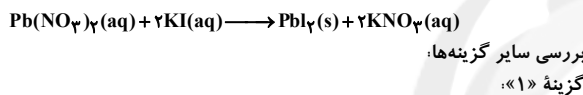
$$A: \frac{60}{M_A} \text{ mol} = \frac{60}{1/5 M_B} \text{ mol} = \frac{40}{M_B} \text{ mol} \rightarrow$$

$$B: \frac{40}{M_B} \text{ mol} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{فرمول تجربی} = AB$$

۹۵- گزینه «۲»

واکنش محلول پتاسیم یدید با محلول سرب (II) نیترات به صورت زیر است که فرآورده‌ای نامحلول دارد.



مولکول $\frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$ اتم $\frac{6}{98} \text{ mol H}_3\text{PO}_4$ اتم $\frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$ اتم $\frac{1 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}$ اتم $\frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$ اتم $\frac{1 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}$ اتم

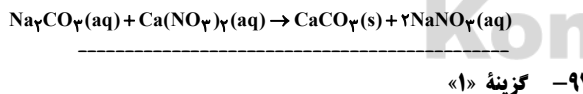
$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 251 / 42 \text{ g CO}_2$$

گزینه «۳»:

اتم $\frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}}}{1} = 9 / 0.33 \times 10^{21}$
گزینه «۴»: متانول به عنوان یک حلال و واکنش‌دهنده مناسب برای تولید بسیاری از مواد شیمیایی در صنعت شناخته می‌شود. به تازگی نیز در برخی کشورها به عنوان سوخت تمیز برای خودروها کاربرد یافته است. متانول را می‌توان از واکنش کربن مونوکسید با هیدروژن تهیه کرد.

۹۶- گزینه «۴»

این واکنش از نوع جابه‌جایی دو گانه است و منجر به تشکیل رسوب کلسیم کربنات ($CaCO_3$) می‌گردد. به معادله‌ی موازنه شده دقت کنید.



H موازنه $a = 8$
N موازنه $b = 2$
O موازنه $A = NO$

۹۸- گزینه «۳»

جرم مولی پروپان (C_3H_8) برابر 44 g.mol^{-1} و جرم مولی هیدروژن (H_2) برابر 2 g.mol^{-1} است. پس اگر یک حجم پروپان ۴۴g جرم داشته باشد، یک حجم هیدروژن ۲g و ده حجم هیدروژن ۲۰g جرم خواهد داشت.

گزینه «۱»: درست نیست. $\frac{2 \text{ g نمونه ۲}}{1 \text{ g نمونه ۱}} = \frac{20 \text{ g}}{44 \text{ g}} \neq 0.4$
گزینه «۲»: درست نیست. $\frac{\text{شمار مولکولها در نمونه ۱}}{\text{شمار مولکولها در نمونه ۲}} = \frac{1 \text{ mol}}{10 \text{ mol}} \neq 0.25$
گزینه «۳»: درست است. $\frac{\text{شمار اتمها در نمونه ۱}}{\text{شمار اتمها در نمونه ۲}} = \frac{1 \text{ mol} \times 11}{10 \text{ mol} \times 2} = 0.55$
گزینه «۴»: درست نیست. $\frac{\text{شمار مولها در نمونه ۲}}{\text{شمار مولها در نمونه ۱}} = \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \neq 8 / 5$

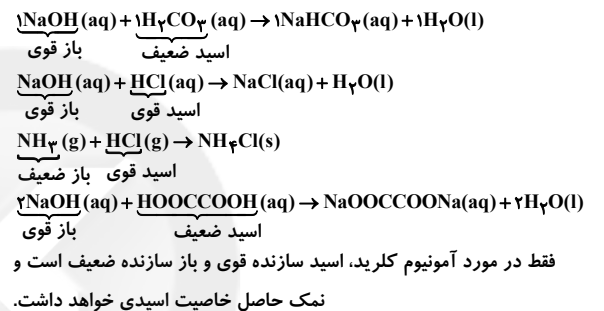
گزینه «۳»: آنیون پایدار، آنیونی است که باز ضعیفی بوده و اسید مزدوج قوی دارد. $CHCl_3COOH > CH_2FCOOH > CH_3COOH$ قدرت اسیدی

$CHCl_3COO^- < CH_2FCOO^- < CH_3COO^-$ قدرت بازی
 ترتیب پایداری: $CHCl_3COO^- > CH_2FCOO^- > CH_3COO^-$
 گزینه «۴»: باز ضعیف اسید مزدوج قوی تری دارد.

قدرت بازی: $(CH_3)_3NH > CH_3CH_2NH_2 > CH_3NH_2 > NH_3$
 قدرت اسیدی: $(CH_3)_3NH^+ < CH_3CH_2NH_3^+ < CH_3NH_3^+ < NH_4^+$

۸۸- گزینه «۳»

گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ آبی (و در خاک بازی به رنگ صورتی) می‌رود. برای این که نمک خاصیت اسیدی داشته باشد، باید جزء تشکیل‌دهنده اسیدی آن مربوط به یک اسید قوی و بخش بازی آن مربوط به یک باز ضعیف باشد.



۸۹- گزینه «۱»

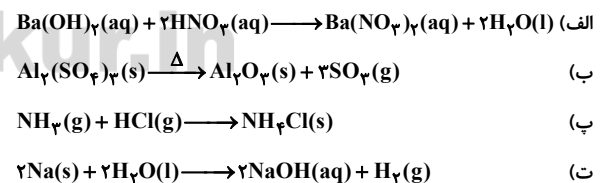
فقط مورد «ب» نادرست است. گلی‌سین بر خلاف بوتیل‌آمین، در اتانول نامحلول است.

۹۰- گزینه «۱»

گلی‌سین، آمینواسیدی جامد با نقطه‌ی ذوب بالا است.

شیمی ۳

۹۱- گزینه «۴»



۹۲- گزینه «۱»

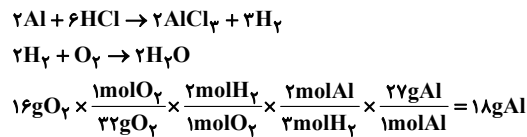
فقط عبارت «ت» صحیح است. بررسی سایر عبارت‌ها:
 الف) MnO_4^{2-} یون منگنات است.
 ب) یک معادله شیمیایی اطلاعاتی مانند چگونگی و ترتیب مخلوط کردن واکنش‌دهنده‌ها را در بر ندارد.
 پ) $2Al(s) + 3CuSO_4(aq) \rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq) + 3Cu(s)$ (جابه‌جایی یگانه)
 ت) $FeCl_3(aq) + 3NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_3(s) + 3NaCl(aq)$ (جابه‌جایی دوگانه)
 ت) از واکنش محلول سدیم سیانید و محلول نقره‌نیترات، رسوب نقره سیانید تشکیل می‌شود.



۹۹- گزینه ۳»

نام دیگر اتیلن گلیکول و گلیسرین به ترتیب ۱، ۲- اتان دی‌آل و ۱، ۲، ۳- پروپان تری‌آل است.

۱۰۰- گزینه ۴»



شیمی ۲

۱۰۱- گزینه ۳»

این بند از نظریه اتمی دالتون که بیان می‌دارد «همه اتم‌های یک عنصر مشابه یکدیگرند» به وسیله مفهوم ایزوتوپ رد شد و تامسون نقشی در آن نداشت.

۱۰۲- گزینه ۲»

$$M_1 \left\{ \begin{matrix} m_1 \\ 3 \end{matrix} \right. \quad M_2 \left\{ \begin{matrix} m_1 + 2 \\ 1 \end{matrix} \right. \quad 35/5 = \frac{2m_1 + 1(m_1 + 2)}{4}$$

$$\Rightarrow 35/5 = \frac{2(2m_1 + 1)}{4}$$

$$\Rightarrow 2m_1 + 1 = 71 \Rightarrow m_1 = 35$$

$$m_1 = 0$$

$$\begin{cases} N + Z = 35 \\ N - Z = 1 \end{cases} \Rightarrow Z = \frac{35-1}{2} = 17 \Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 \Rightarrow 10e$$

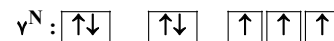
۱۰۳- گزینه ۴»

برم تنها نافلز مایع است و جزء هالوژن‌هاست (گروه ۱۷ یا VIIA) و از طرفی در کنار گاز نجیب ^{36}Kr می‌باشد. چون ^{35}Br به ^{36}Kr ختم می‌شود پس ^{35}Br به ^{36}Kr ختم خواهد شد.

۱۰۴- گزینه ۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:
گزینه ۲: طیف نشری خطی اتم هیدروژن قبل از بور توسط انگستروم شناسایی شده بود.

گزینه ۳: در آرایش الکترونی اتم خنثی، الزامی نیست که شمار الکترون‌های با عدد کوانتومی مغناطیسی اسپین $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ با یکدیگر برابر باشد.



گزینه ۴: الکترون‌های با عددهای کوانتومی $m_l = -3$ و $l = 3$ و $n = 4$ علاوه بر لاتانیدها، در عنصرهای بعد از لاتانیدها نیز وجود دارد

۱۰۵- گزینه ۴»

برای الکترون نشر نور مناسب‌ترین راه برای از دست دادن انرژی است. تشریح سایر گزینه‌ها:
(۱) شکل مربوط به مدل اتمی بور است نه رادرفورد.
(۲) برای تولید یون مثبت باید انرژی به الکترون داده شود نه از آن گرفته شود.
(۳) انتقال از $n = 5$ به $n = 2$ دارای رنگ آبی است نه بنفش.

۱۰۶- گزینه ۱»

بررسی موارد:
مورد اول (نادرست): ^{15}X از گروه اصلی ۵ است پس نخستین جهش بزرگ آن بین IE_5 و IE_6 اتفاق می‌افتد.
مورد دوم (نادرست): شماره بزرگ‌ترین جهش هر عنصر یک واحد کم‌تر از عدد اتمی آن است. پس عدد اتمی عنصر مورد نظر برابر ۱۳ است.
مورد سوم (نادرست):
 $^{19}Y: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 4s^1$
دومین جهش در IE_{10} اتفاق می‌افتد.
مورد چهارم (درست):
چون تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت هر دو عنصر برابر است پس شماره نخستین جهش در آن‌ها نیز یکسان است.
 $^{15}Y: 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^3$
 $^{15}X: 1s^2, 2s^2, 2p^3$

۱۰۷- گزینه ۴»

$CCl_4 \begin{cases} 12 + 4 \times 35 = 152 \\ 12 + 4 \times 37 = 164 \end{cases}$
تفاوت جرم مولکولی سبک‌ترین و سنگین‌ترین مولکول کربن تتراکلرید برابر ۹amu است.

۱۰۸- گزینه ۲»

گزینه ۱: اتم عنصر گروه ۶ در دوره چهارم یعنی ^{24}Cr دارای شش الکترون ظرفیتی با $m_s = +\frac{1}{2}$ است اما اتم عنصر گروه ۵ یعنی ^{23}V دارای چهار الکترون ظرفیتی با $m_s = +\frac{1}{2}$ است.
گزینه ۳: بور بر اساس مدل اتمی پیشنهادی خود فقط توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند.
گزینه ۴: انرژی الکترون در اتم با فاصله آن از هسته رابطه مستقیم دارد. در واقع هر چه از هسته دورتر می‌شود انرژی آن افزایش می‌یابد.

۱۰۹- گزینه ۳»

میلیکان مقدار بار الکتریکی الکترون را اندازه‌گیری کرد و این تامسون بود که نسبت بار به جرم را برای الکترون به دست آورد.
گزینه ۱: طول موج پرتوی فرابنفش بیش‌تر از پرتوی X و آن نیز بیش‌تر از پرتوی گاما است. بنابراین ترتیب انرژی آن‌ها به صورت پرتوی گاما < پرتوی X < پرتوی فرابنفش می‌باشد.
گزینه ۲: تخلیه الکتریکی هنگامی رخ می‌دهد که بدون اتصال مستقیم بین دو جسم، الکترون‌ها از یکی به دیگری منتقل شوند شرط این جابه‌جایی، اختلاف پتانسیل بالا است.
گزینه ۴: در صورت ضخیم‌تر بودن ورقه نسبت ذره‌های آلفای منحرف‌شده افزایش می‌یافت.

۱۱۰- گزینه ۲»

ابتدا تعداد ترکیب‌های یونی غیر تکراری را می‌نویسیم (برای ^{24}Mg):
 $^{24}Mg - ^{35}Cl$
 $^{24}Mg - ^{37}Cl$
 $^{24}Mg - ^{37}Cl$
همانطور که ملاحظه می‌کنید، سه ترکیب غیر تکراری برای ^{24}Mg به دست آمد. توجه داشته باشید که $^{24}Mg - ^{35}Cl$ مشابه مورد دوم بوده و یک مورد مجزا محسوب نمی‌شود.
حال دو ایزوتوپ دیگر Mg هم هر کدام سه ترکیب یونی خواهند داشت. در نتیجه در مجموع ۹ ترکیب یونی مجزا خواهیم داشت.
 $MgCl_4 = 24 + (2 \times 35) = 94$ جرم مولی سبک‌ترین
 $MgCl_4 = 26 + (2 \times 37) = 100$ جرم مولی سنگین‌ترین
در نتیجه تفاضل سبک‌ترین و سنگین‌ترین ترکیب یونی $MgCl_4$ برابر ۶ است.