



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۹ اسفند ۹۸
(مباحث ۲۳ اسفند ۹۸)

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار و صفحه آرا	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۷۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲

مشق

صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۰

حسابان ۲

۱- به ازای کدام مقدار مثبت a ، مماس‌های رسم شده در نقاط به طول‌های ۱ و ۳- واقع بر نمودار

تابع $y = ax^2 - x - 1$ ، بر هم عمودند؟

(۱) $\frac{1+\sqrt{7}}{6}$ (۲) $\frac{1+\sqrt{7}}{3}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ (۴) $1+\sqrt{7}$

۲- مساحت ناحیه محصور بین خط مماس بر منحنی $y = \frac{x}{x+4}$ در $x=1$ و محورهای مختصات کدام است؟

(۱) 0.001 (۲) 0.01 (۳) 0.05 (۴) 0.005

۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ x^3 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $f'_+(1) = 2$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 2$ (۳) $f'_-(1) = 3$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 3$

۴- دامنه کدام تابع با دامنه تابع مشتق آن یکسان است؟

(۱) $f(x) = |x^2 - 1|$ (۲) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ (۳) $h(x) = \frac{1}{|x|}$ (۴) $k(x) = \sqrt[3]{x}$

۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & ; x \neq 0 \\ -2 & ; x = 0 \end{cases}$ و $g(x) = x\sqrt[3]{x}$ باشد، مقدار مشتق تابع $\frac{g}{f}$ در $x=0$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) مشتق در این نقطه موجود نیست.

۶- مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 + \tan^2 x}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷- اگر $f(x) = \frac{3x+1}{2x+1}$ و $g(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{(2x+1)^2}$ باشد، مقدار $\frac{g'(x)f'(x) - g(x)f''(x)}{(f'(x))^2}$ به ازای $x=9$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{7}{6}$

۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{6 - 2x} = 3$ باشد، مقدار مشتق $f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)$ به ازای $x=4$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۹- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $f'(a) = f''(a)$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۰- در تابعی با ضابطه $f(t) = t - \sqrt{t}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $t=4$ چقدر از آهنگ متوسط تغییر آن از $t=1$ تا

$t=4$ ، بیشتر است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{12}$



ریاضی پایه

ریاضی پایه

حد و پیوستگی

صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

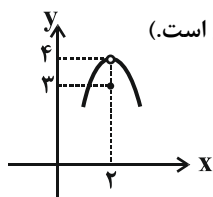
۱۱- اگر بازه $\left(2x-1, \frac{x+5}{x+1}\right)$ یک همسایگی $\frac{1}{4}$ باشد، حدود x کدام است؟

$$(1) \mathbb{R} - (-8, -1) \quad (2) (-\infty, -9) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$$

$$(3) \mathbb{R} - (-9, -1) \quad (4) (-\infty, -8) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$$

۱۲- حاصل حد‌های $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos x} \right]$ و $\lim_{x \rightarrow 0} [3 \sin x]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۳ و صفر (۲) ۲ و صفر (۳) ۳ و حد ندارد. (۴) هیچ کدام حد ندارد.

۱۳- نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$(1) 1 \quad (2) 2$$

$$(3) 3 \quad (4) 4$$

۱۴- اگر تابع f در $x=2$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-f(x)}{x^2+f(x)} = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-f(x)}{x^2+f(x)}$ کدام است؟

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) \frac{3}{2} \quad (3) \frac{5}{3} \quad (4) \frac{3}{5}$$

۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 10}$ کدام است؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - 3\sqrt{x} + 1}{x^2 - 1} = L$ باشد، مقدار $a - 4L$ کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) -1 \quad (4) \text{ صفر}$$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos 2x - 1}{2 \sin^2 x + \sin x - 1}$ کدام است؟

$$(1) -\frac{2}{3} \quad (2) \frac{2}{3} \quad (3) \frac{4}{3} \quad (4) -\frac{4}{3}$$

۱۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$ کدام است؟

$$(1) \frac{\pi}{2} \quad (2) \frac{2}{\pi} \quad (3) \pi \quad (4) \frac{1}{\pi}$$

۱۹- تابع $f(x) = [\sin x] - [\cos x]$ در $x = \pi$ از نظر پیوستگی چگونه است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) پیوسته (۲) فقط از راست پیوسته (۳) فقط از چپ پیوسته (۴) از راست و چپ ناپیوسته

۲۰- اگر $g(x) = \begin{cases} ax - [x] + 3 & ; x \geq 1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} - [x] & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، مقدار a چقدر باشد تا تابع g در $x=1$ پیوسته باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$(1) -1 \quad (2) \text{ صفر} \quad (3) 1 \quad (4) 2$$

هندسه ۳

هندسه ۳

آشنایی با مقاطع مخروطی

صفحه‌های ۴۷ تا ۵۹

۲۱- چند نقطه روی سهمی $y^2 - 2y - 8x + 17 = 0$ وجود دارد که از نقاط $A(6, 1)$ و $B(-2, 1)$ به یک فاصله باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۲- اگر $S(3, 0)$ رأس یک سهمی و $M(7, 12)$ و $N(7, -12)$ دو نقطه روی این سهمی باشند، طول کانون این سهمی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۳- دو خط موازی $y = x + 2$ و $y = x + 1$ ، سهمی $y = x^2 + 2x$ را به ترتیب در نقاط A و B و A' و B' قطع می‌کنند. وسط پاره‌های AB و $A'B'$ را به ترتیب M و M' می‌نامیم. معادله خطی که از M و M' می‌گذرد کدام است؟

- (۱) $x = -1$ (۲) $x = -\frac{1}{2}$ (۳) $x = -\frac{1}{3}$ (۴) $x = 2$

۲۴- کانون سهمی به معادله $x^2 - 4x = 2my + n$ روی محور x ها قرار دارد و این سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد. مقدار m کدام است؟ ($m > 0$)

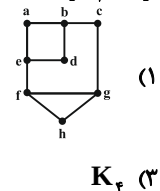
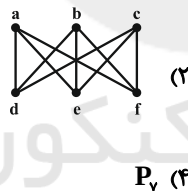
- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۵- هر پرتو نوری که از نقطه $(3, -2)$ بر سهمی به معادله $y^2 + 4y - 4x + m = 0$ می‌تابد، موازی محور تقارن سهمی بازتاب می‌یابد. اگر بازتاب یک پرتو منطبق بر خط $y = -3$ باشد، پرتو تابش از کدام یک از نقاط زیر عبور کرده است؟

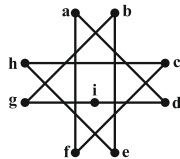
- (۱) $(8, 2)$ (۲) $(6, 2)$ (۳) $(8, 3)$ (۴) $(6, 3)$

ریاضیات گسسته

۲۶- در کدام گراف، مجموعه احاطه گر مینیمم یکتا است؟



۲۷- گراف مقابل چند γ -مجموعه دارد؟



۲۸- اگر G گرافی از مرتبه p باشد به طوری که $p \geq 6$ و $\delta = 2$ ، آنگاه عدد احاطه‌گری گراف $\bar{G}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲ یا ۳ (۴) ۱ یا ۲

۲۹- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰۰ با مجموع ارقام ۹ وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۶۵ (۴) ۱۲۶

۳۰- معادله $x_1 + x_2 = \frac{15}{x_3 + x_4 + x_5}$ ، چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

ریاضیات گسسته

گراف و مدل‌سازی، ترکیبات

(شمارش)

صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱

ریاضی ۱:

شمارش بدون شمردن

صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

هندسه ۲

هندسه ۲

روابط طولی مثلث

صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

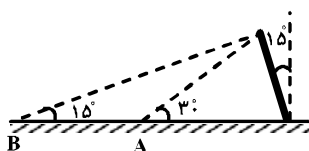
۳۱- در یک مثلث قائم‌الزاویه، نیمساز وارد بر وتر، آن را به دو پاره‌خط به طول‌های $\frac{2}{5}$ و $\frac{7}{5}$ تقسیم

می‌کند. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۳۲- یک تیر چراغ برق به طول ۵ متر مطابق شکل در اثر طوفان، 15° از راستای قائم منحرف شده است. دو ناظر A و B به نوک

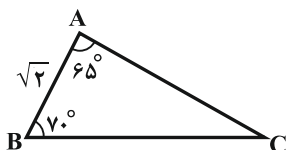
تیر خیره شده‌اند و زاویه دید آنها با سطح افق به ترتیب 30° و 15° درجه است. فاصله دو ناظر چند متر است؟



$$(\sin 75^\circ \approx 0.95)$$

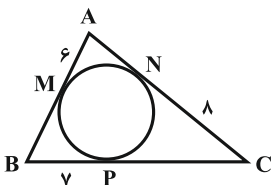
- (۱) $\frac{9}{5}$ (۲) ۱۰ (۳) $\frac{14}{5}$ (۴) ۱۹

۳۳- در شکل مقابل، مجموع فاصله‌های نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های مثلث از سه رأس آن کدام است؟



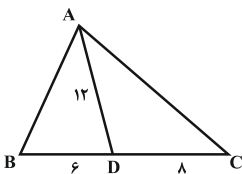
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- در شکل مقابل، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟



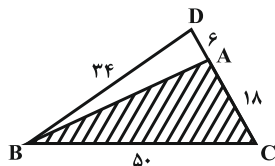
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۵- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه داخلی A است. اندازه محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴) ۴۶

۳۶- در شکل مقابل، اندازه مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۷۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۸۰

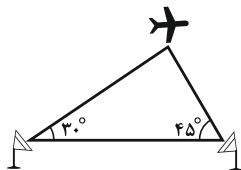
۳۷- در مثلث ABC، به اضلاع ۱۳، ۲۰ و ۲۱، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۱۳ و ۲۱ به ترتیب به فاصله ۹ و ۵ است. فاصله این

نقطه از ضلع به طول ۲۰، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

۳۸- مطابق شکل دو ایستگاه رادار، هواپیمایی را با زاویه‌های 30° و 45° درجه رصد کرده‌اند. اگر مجموع فاصله‌های هواپیما از دو ایستگاه برابر

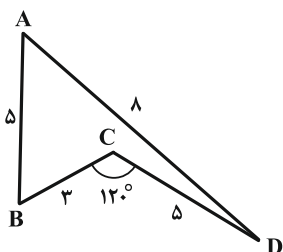
$$\sqrt{3} - 1 \text{ کیلومتر باشد، آنگاه فاصله این دو ایستگاه از یکدیگر چند کیلومتر است؟} \left(\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right)$$



(۱) ۲

(۳) $\sqrt{2}$

۳۹- در شکل مقابل با توجه به اندازه‌های داده شده، مساحت چهارضلعی ABCD چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) ۶

(۲) $6/25$

(۳) $6/5$

(۴) $6/75$

۴۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸ واحد، نقطه D روی ضلع BC به فاصله ۷ واحد از رأس A قرار دارد. فاصله نقطه D

از ضلع AB، چند برابر فاصله آن از ضلع AC است؟ ($BD < CD$)

(۴) $0/8$

(۳) $0/6$

(۲) $0/4$

(۱) $0/3$

آمار و احتمال

آمار استنباطی

صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۷

آمار و احتمال

۴۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) با افزایش اندازه نمونه، برآوردها به میانگین نزدیک‌تر می‌شود.

(۲) با افزایش اندازه نمونه، انحراف معیار برآورد میانگین کاهش می‌یابد.

(۳) با کاهش اندازه نمونه، خطای کم‌تری برای برآورد میانگین جامعه داریم.

(۴) هرچه انحراف معیار برآورد میانگین کم‌تر باشد، برآورد بهتر است.

۴۲- انحراف معیار یک جامعه برابر ۱۲ است. حداقل اندازه نمونه انتخابی از این جامعه چقدر باشد تا انحراف معیار برآورد میانگین از ۳ بیش‌تر نشود؟

(۴) ۱۴۴

(۳) ۶۴

(۲) ۳۶

(۱) ۱۶

۴۳- در جامعه‌ای شامل ۱۰ خانواده، تعداد فرزندان خانواده به صورت ۱، ۳، ۴، ۲، ۴، ۵، ۱، ۲، ۳، ۲ است. اختلاف بین کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار برآورد

نقطه‌ای میانگین بر اساس نمونه‌هایی با اندازه ۴ کدام است؟

(۴) $1/5$

(۳) ۲

(۲) $2/5$

(۱) ۳

۴۴- در فضای نمونه‌ای شامل اعداد طبیعی یک رقمی، با کدام احتمال برآورد نقطه‌ای میانگین توسط یک نمونه دو عضوی بزرگ‌تر از ۶ است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{9}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۴۵- اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۵ تایی از یک جامعه برابر $1/8$ باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۲۲۵ تایی از این

جامعه کدام است؟

(۴) $0/9$

(۳) $0/6$

(۲) $0/3$

(۱) $0/2$



- ۴۶- درآمد ماهیانه یک جامعه شامل ۶ خانواده برحسب میلیون تومان به صورت $\{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ است. اگر برای برآورد میانگین درآمد ماهیانه در این جامعه، نمونه $\{2, 6\}$ انتخاب شود، کدام گزینه صحیح نیست؟
 (۱) آماره نمونه برابر ۴ است.
 (۲) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه برابر ۴ است.
 (۳) پارامتر جامعه برابر ۴ است.
 (۴) نمونه انتخاب شده، میانگین جامعه را به طور دقیق برآورد نمی‌کند.
- ۴۷- ۱۲ عدد از میان اعداد ۰ تا N به تصادف انتخاب شده است. اگر اعداد انتخابی به صورت $2, 4, 5, 7, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 25$ باشد، برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانه کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

- ۴۸- از اعداد صحیح ۰ تا N ، شش عدد ۲، ۳، ۵، ۷، ۸ و ۱۱ به تصادف انتخاب شده است. برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟
 (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

- ۴۹- در یک جامعه ۴ عضوی، میانگین توسط نمونه‌هایی ۳ عضوی به ترتیب $\frac{20}{3}$ ، ۸، $\frac{25}{3}$ و ۹ برآورد شده است. میانگین این جامعه کدام است؟

(۱) ۸ (۲) $8/25$ (۳) $8/5$ (۴) ۹

- ۵۰- در انتخاب یک نمونه دوتایی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$ ، با کدام احتمال میانگین نمونه و جامعه یکسان است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{49}$ (۴) $\frac{1}{50}$

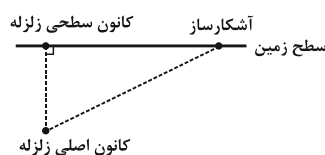
فیزیک ۳

فیزیک ۳
نوسان و موج، برهم‌کنش‌های
موج
صفحه‌های ۷۴ تا ۱۱۴

- ۵۱- در یک لحظه خاص، میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا افقی و در جهت غرب است. اگر میدان مغناطیسی مربوط به آن افقی و به طرف شمال باشد، جهت انتشار آن در کدام سو است؟

(۱) بالا (۲) پایین (۳) جنوب (۴) شرق

- ۵۲- به هنگام رخ دادن زلزله ۲ نوع موج سطحی و درونی از کانون سطحی و کانون اصلی زلزله منتشر می‌شود. امواج درونی و سطحی هر کدام خود از دو نوع طولی و عرضی تشکیل شده‌اند. امواج سطحی روی سطح زمین و امواج درونی در درون زمین انتشار می‌یابند. اگر اختلاف زمانی رسیدن اولین موج طولی و عرضی درونی به یک آشکارساز ۰/۵ دقیقه و اختلاف زمانی رسیدن اولین موج طولی و عرضی سطحی به همان آشکارساز ۱۸۵ باشد، کانون اصلی زلزله در چند کیلومتری سطح زمین قرار



دارد؟ (سرعت امواج طولی $= 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ و سرعت امواج عرضی $= 4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$)

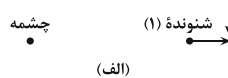
(۱) ۳۸۴ (۲) ۹۶

(۳) ۱۹۲ (۴) ۲۴۰

- ۵۳- تراز شدت صوتی در یک نقطه مشخص به اندازه β_1 دسی‌بل است. اگر ۴ چشمه صوتی دیگر مشابه چشمه صوتی اول در کنار چشمه اول قرار گیرند، تراز شدت صوت در همان نقطه چند دسی‌بل بیش‌تر می‌شود؟ ($\log 5 = 0.7$) ، $\log 2 = 0.3$ ، $\log 3 = 0.5$ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۸

- ۵۴- شکل‌های زیر، جهت حرکت چشمه صوتی یا شنونده را در دو وضعیت مختلف نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد بسامد صوتی که شنونده در دو حالت می‌شنود، درست می‌باشد؟ (بسامد چشمه صوت و تندی v در هر دو حالت یکسان است.)



(۱) هر دو شنونده، بسامد بیشتری از بسامد چشمه می‌شنوند.

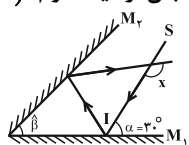
(۲) هر دو شنونده، بسامد کمتری از بسامد چشمه می‌شنوند.

(۳) شنونده (۱) بسامد بیشتر از بسامد چشمه و شنونده (۲) بسامد کمتری از بسامد چشمه می‌شنود.

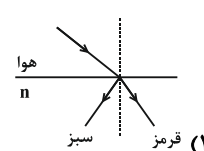
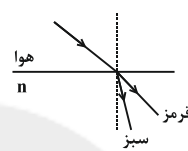
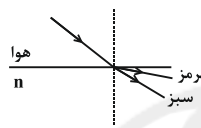
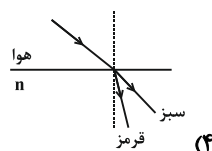
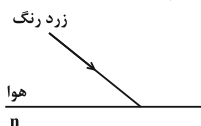
(۴) شنونده (۲) بسامد بیشتر از بسامد چشمه و شنونده (۱) بسامد کمتری از بسامد چشمه می‌شنود.



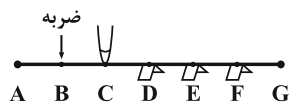
- ۵۵- مطابق شکل زیر، پرتو SI با زاویه $\hat{\alpha}$ نسبت به سطح افق به سطح آینه تخت M_1 می تابد و پس از بازتاب از آینه تخت M_2 ، از مجموعه خارج می شود. اگر $\hat{\alpha}$ را 10° نسبت به افق کم کنیم، زاویه بین پرتوی تابش به آینه اول و بازتابش از آینه دوم ($\hat{x}$) کدام است؟

(۲) 2β (۱) β (۴) $\beta - 20^\circ$ (۳) $\beta - 10^\circ$

- ۵۶- مطابق شکل، پرتو فرودی زرد رنگ که ترکیب دو نور قرمز و سبز است، در سطح مشترک دو ماده شکست پیدا کرده است. کدام شکل، شکستی را نشان می دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



- ۵۷- تار بین دو نقطه A و G ثابت شده است. نقطه C از تار را با یکی از انگشتان گرفته و به نقطه B ضربه ای می زنیم (شکل را ببینید). کدام یک از گزینه های زیر وضعیت کاغذها را در بسامدهای تشدید این حالت به درستی توصیف می کند؟ (فاصله بین هر دو نقطه مجاور یکسان است).



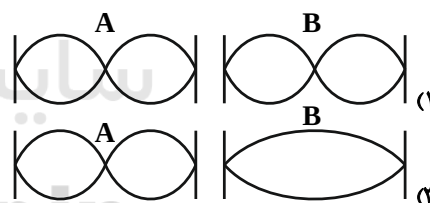
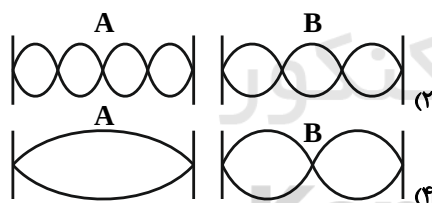
(۲) کاغذهای F و D می افتند.

(۱) کاغذهای F و E ساکن می مانند.

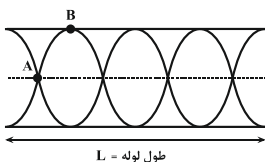
(۴) فقط کاغذ F می افتد.

(۳) فقط کاغذ D ساکن می ماند.

- ۵۸- ریسمان های هم جنس A و B طول یکسانی دارند، ولی جرم ریسمان B دو برابر جرم ریسمان A و نیروی کشش آن نصف نیروی کشش ریسمان A می باشد. گزینه های زیر نقش های موج ایستاده در دو ریسمان را نشان می دهند. در کدام وضعیت، ریسمان های A و B در بسامد تشدید یکسانی نوسان می کنند؟



- ۵۹- در شکل زیر یکی از مدهای ایجاد شده در لوله دو انتها باز نشان داده شده است. چند عبارت درباره آن درست بیان شده است؟
- (الف) موج ایجاد شده درون لوله از نوع عرضی است.
 (ب) مد نشان داده شده مد سوم است.
 (پ) طول لوله دو برابر فاصله دو گره متوالی است.
 (ت) دامنه نوسان نقاط A و B یکسان است.



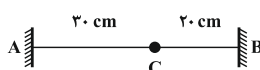
(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

- ۶۰- مطابق شکل، سیمی به طول ۵۰ cm بین دو نقطه A و B از دیوار محکم شده است. این سیم با حداقل چه بسامدی بر حسب هرتز به ارتعاش در آید تا در نقطه C گره تشکیل شود؟ (تندی انتشار موج در سیم برابر $20 \frac{m}{s}$ است).



(۲) ۱۰۰

(۱) ۵۰

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۵۰



فیزیک ۲

مغناطیس

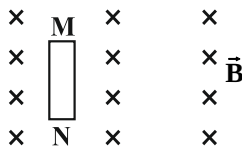
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

فیزیک ۲

۶۱- مطابق شکل زیر، تکه سیم MN در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $\vec{B}$ در حال سکون

قرار دارد. اگر سیم MN به سمت راست شروع به حرکت کند، در مورد پتانسیل الکتریکی نقاط

M و N کدام گزینه درست است؟



(۱) پتانسیل الکتریکی نقطه M بیش‌تر است.

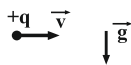
(۲) پتانسیل الکتریکی نقطه N بیش‌تر است.

(۳) پتانسیل الکتریکی نقاط M و N یکسان هستند.

(۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

۶۲- مطابق شکل زیر، ذره باردار به جرم m و بار +q با تندی افقی v که به سمت راست می‌باشد، وارد میدان مغناطیسی افقی و

یکنواختی می‌شود که خط‌های آن بر راستای حرکت بار عمود است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی مطابق با کدام گزینه باشد

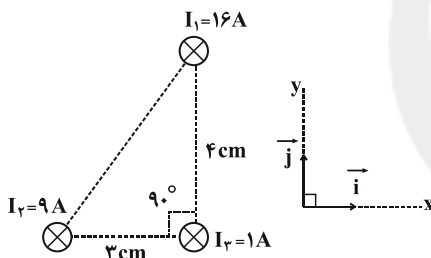


تا شتاب ذره در لحظه ورود به میدان برابر با $2g$ و به سمت پایین باشد؟

(۱) $\frac{mg}{qv}$ ، درون سو (۲) $\frac{2mg}{qv}$ ، برون سو (۳) $\frac{mg}{qv}$ ، برون سو (۴) $\frac{2mg}{qv}$ ، درون سو

۶۳- سه سیم راست و موازی حامل جریان مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. میدان‌های مغناطیسی سیم‌های (۱) و (۲) در مکان سیم

(۳) به ترتیب $8 \times 10^{-5} T$ و $6 \times 10^{-5} T$ است. برآیند نیروهای وارد بر $2m$ از سیم (۳) در SI کدام است؟



(۱) $-2/56 \times 10^{-4} \vec{i} + 1/08 \times 10^{-4} \vec{j}$

(۲) $2/56 \times 10^{-4} \vec{i} - 1/08 \times 10^{-4} \vec{j}$

(۳) $-1/2 \times 10^{-5} \vec{i} + 1/6 \times 10^{-5} \vec{j}$

(۴) $1/2 \times 10^{-5} \vec{i} - 1/6 \times 10^{-5} \vec{j}$

۶۴- مطابق شکل زیر، از دو حلقه هم‌مرکز جریان‌های I_1 و I_2 عبور می‌کند و میدان مغناطیسی در مرکز مشترک حلقه‌ها برابر با

صفر است. اگر شعاع حلقه بزرگ‌تر سه برابر شعاع حلقه کوچک‌تر باشد و بدون تغییر جهت، به جریان هر دو حلقه $2A$ اضافه

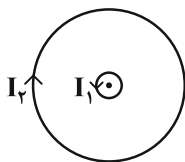
شود، جهت میدان مغناطیسی برآیند در مرکز حلقه‌ها چگونه خواهد بود؟

(۱) برون سو

(۲) درون سو

(۳) میدان برآیند صفر است.

(۴) هر سه گزینه ممکن است.



۶۵- از سیم روکش‌داری سیم‌لوله‌ای آرمانی می‌سازیم که حلقه‌های آن به یکدیگر چسبیده‌اند. اگر جریان $2A$ از این سیم‌لوله عبور

کند، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت داخل آن برابر با $2\pi \times 10^{-7} T$ می‌شود. قطر سیمی که سیم‌لوله از آن ساخته شده

است برابر با چند میلی‌متر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ و $\pi = 3/14$)

۴۰ (۴)

۰/۴ (۳)

۴ (۲)

4×10^{-3} (۱)



فیزیک ۱

دما و گرما

صفحه‌های ۹۱ تا ۱۴۰

فیزیک ۱

۶۶- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

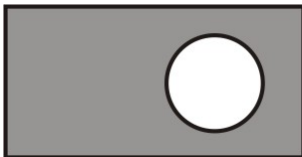
- (۱) مقدار گرمایی که به یک مول از ماده می‌دهیم تا در شرایط فیزیکی تعیین شده، دمای آن 1K افزایش یابد، گرمای ویژه مولی آن ماده است.
- (۲) گذار از فاز جامد به فاز مایع، ذوب نامیده می‌شود.
- (۳) تبدیل حالت مستقیم جامد به گاز را چگالش می‌نامیم.
- (۴) با افزایش سطح مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

۶۷- جعبه یخدانی از جنس پلی‌استیرن، با مساحت کل دیواره‌های $1/\text{m}^2$ و ضخامت دیواره 2cm در اختیار داریم. اگر اختلافدمای سطح داخلی و خارجی این یخدان برابر با 15°C باشد، آهنگ ذوب شدن یخ داخل یخدان چند گرم بر ثانیه است؟

$$(k = 0.01 \frac{\text{W}}{\text{m.K}} \text{ و } L_F = 330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

- (۱) 0.25 (۲) $2/5 \times 10^{-5}$ (۳) 0.4 (۴) 4×10^{-5}

۶۸- در شکل زیر، صفحه‌ای فلزی و نازک با حفره‌ای در آن نشان داده شده است. اگر ضریب انبساط طولی فلز برابر

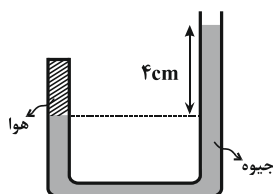
با $12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ باشد، با افزایش دمای صفحه به اندازه 20°C ، مساحت حفره چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) 0.24 ، افزایش می‌یابد.
- (۲) 0.24 ، کاهش می‌یابد.
- (۳) 0.48 ، افزایش می‌یابد.
- (۴) 0.48 ، کاهش می‌یابد.

۶۹- داخل دو ظرف استوانه‌ای مایعی به ضریب انبساط حجمی $\beta = 0.8 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$ ریخته‌ایم و فشار ناشی از مایع در کف ظرف‌هایکسان است. اگر دمای مایع در ظرف‌ها به ترتیب برابر با $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ و $\theta_2 = 70^\circ\text{C}$ باشد، نسبت ارتفاع مایع در ظرف‌ها

$$\left(\frac{h_2}{h_1} \right) \text{ برابر کدام است؟}$$

- (۱) 0.96 (۲) $1/0.4$ (۳) $10/4$ (۴) $9/6$

۷۰- در شکل زیر، جیوه در حال تعادل و دمای هوای محبوس در شاخه سمت چپ برابر با 47°C است. اگر دمای هوای محبوس را 80°C افزایش دهیم، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله 8cm خواهد شد. طول ستون هوای محبوس در سمت چپ لولهپس از این افزایش دما، چند سانتی‌متر خواهد شد؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 76\text{cmHg} \text{ و قطر لوله در دو طرف یکسان})$ 

است و هوا را گاز آرمانی فرض کنید.)

- (۱) $10/5$ (۲) 21 (۳) $12/5$ (۴) 23

شیمی ۳

شیمی ۳

شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر
صفحه‌های ۶۵ تا ۱۰۰

۷۱- کدام گزینه در مورد سدیم کلرید نادرست می‌باشد؟

- (۱) یک ترکیب یونی می‌باشد و به علت این که در گستره دمایی زیادی به صورت مایع می‌باشد در فناوری تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی به کار می‌رود.
(۲) نیروهای جاذبه و دافعه از همه جهت‌ها بر کاتیون‌ها و آنیون‌ها وارد می‌شود و عدد کوئوردیناسیون هر یک از یون‌های شبکه بلور آن برابر ۶ است.

(۳) شعاع اتم سدیم بزرگتر از اتم کلر است اما پس از انتقال الکترون، شعاع یون کلرید بزرگتر از یون سدیم می‌باشد.

(۴) معادله فروپاشی شبکه آن به صورت $\text{NaCl(s)} + 787\text{kJ} \rightarrow \text{Na(g)} + \text{Cl(g)}$ است.

۷۲- فلزهای دسته d و فلزهای دسته‌های s و p در ویژگی‌هایی مانند مشابه‌اند اما در ویژگی‌هایی مانند تفاوت دارند.

(۱) شکل‌پذیری و رسانایی الکتریکی - تنوع عدد اکسایش و رسانایی گرمایی

(۲) رسانایی گرمایی و شکل‌پذیری - چکش‌خواری و نقطه ذوب

(۳) چکش‌خواری و رسانایی الکتریکی - تنوع عدد اکسایش و نقطه ذوب

(۴) جلا و سختی - نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش

۷۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر می‌توانند مفهوم جمله زیر را به درستی تکمیل کنند؟

«برای هر یون کمیتی است که می‌تواند برای مقایسه به کار رود.»

الف) چگالی بار - میزان برهم‌کنش میان یون‌ها (ب) نسبت بار به حجم - نقطه ذوب

پ) نسبت بار به شعاع - استحکام شبکه بلور (ت) چگالی بار - آنتالپی فروپاشی

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۴- کدام یک از گزینه‌های زیر مفهوم جمله داده شده را به درستی تکمیل می‌کند؟

«در واکنش تشکیل سدیم کلرید از عنصرهای سازنده‌اش،»

(۱) سدیم و کلر به آرایش گاز نجیب یکسان می‌رسند.

(۲) سطح انرژی فراورده نسبت به واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(۳) اتم سدیم اکسیده و اتم کلر کاهش یافته است.

(۴) یک جامد یونی سفید رنگ با شبکه بلوری سه بعدی و منظم از مولکول‌ها به وجود می‌آید.

۷۵- کدام گزینه درست است؟

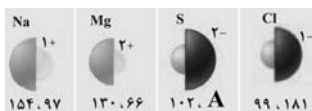
(۱) در ساختار یخ مانند گرافن یک آرایش منظم و سه بعدی با حلقه‌های شش گوشه وجود دارد.

(۲) در بلور یخ هر اتم هیدروژن با یک اتم اکسیژن پیوند اشتراکی و با ۲ اتم اکسیژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

(۳) در یک ترکیب مولکولی آنتالپی تبخیر و نقطه جوش آن به پیوندهای اشتراکی درون مولکول‌های آن وابسته است.

(۴) اغلب ترکیب‌های آلی جزو ترکیب‌های مولکولی هستند که در ساختار آنها در حالت جامد میان شمار معینی از اتم‌ها پیوندهای اشتراکی وجود دارد.

۷۶- با توجه به شکل مقابل که اندازه شعاع برخی یون‌های متداول را در مقایسه با اندازه اتم سازنده آنها برحسب pm نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) نسبت بار به شعاع برای Mg^{2+} به تقریب برابر $3/0.3 \times 10^{-2}$ است.

(۲) اگر نسبت بار به شعاع S^{2-} برابر $1/0.9 \times 10^{-2}$ باشد، A برابر ۱۵۰ pm خواهد بود.

(۳) مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه به صورت $\text{MgS} > \text{MgCl}_2 > \text{Na}_2\text{S} > \text{NaCl}$ به درستی انجام شده است.

(۴) آنتالپی فروپاشی با بار الکتریکی کاتیون و آنیون نسبت مستقیم و با شعاع آنها رابطه وارونه دارد.

۷۷- اگر آرایش الکترونی اتم‌های A، B، C و D به ترتیب به زیر لایه‌های $2p^2$ ، $2p^3$ ، $2p^4$ و $2p^5$ ختم شود، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) گشتاور دوقطبی مولکول BD بزرگ‌تر از صفر است.

(۲) گشتاور دوقطبی AD همانند BC است.

(۳) مولکول‌های C_2 و B_2 بیشترین حجم هواکره را اشغال می‌کنند.

(۴) مولکول AC مولکولی خطی و ناقطبی است.



شیمی ۲
در پی غذای سالم
پوشاک، نیازی پایان ناپذیر
صفحه‌های ۴۹ تا ۷۷

- ۷۸- از بین ترکیب‌های زیر، نسبت تعداد ترکیب‌های مولکولی به تعداد جامدهای کووالانسی کدام است؟
الماس - $N_2(g)$ - $KF(s)$ - $Br_2(l)$ - $PbI_2(s)$ - $SiC(s)$ - $Sn(s)$ - $C_6H_4(l)$ - $C_6H_5OH(l)$ - گرافن - کوارتز
(۱) ۲ (۲) ۵/۰ (۳) ۱ (۴) ۳۳/۱

- ۷۹- چند مورد از مطالب زیر درباره فلزی که در شکل روبه‌رو به کار رفته است، درست است؟
(الف) این فلز با تشکیل آلیاژ با یکی از فلزهای هم دوره خود در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.
(ب) یکی از اکسیدهای این فلز رنگ‌دانه معدنی سفید رنگ است.
(پ) همانند فولاد در برابر سایش مقاومت کرده و برخلاف آن با ذره‌های موجود در آب دریا به میزان ناچیزی واکنش می‌دهد.
(ت) رسانایی گرمایی، رسانایی الکتریکی و شکل‌پذیری از ویژگی‌های فیزیکی آن است.
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) علت دیده شدن اجسام با رنگ مشخص، طول موج‌های جذب شده توسط آن جسم است.
(۲) اگر رنگ دانه آهن (II) اکسید را به یک جسم اضافه کنیم، رنگ قرمز از آن جسم بازتاب می‌شود.
(۳) TiO_2 همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.
(۴) مواد رنگی بخشی از نور سفید تابیده شده را جذب و باقی‌مانده آن را فقط بازتاب می‌کنند.

شیمی ۲

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز هیدروژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.
(۲) رادیکال، گونه‌ای فعال و ناپایدار است که در ساختار خود، الکترون جفت نشده دارد.
(۳) شیب نمودار مول - زمان برای هر یک از شرکت‌کننده‌ها در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها است.
(۴) اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها در واکنش یکسان نباشد، سرعت متوسط تولید یا مصرف آنها متفاوت خواهد بود.

۸۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پلی آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش دی‌آمین‌ها با دی‌اسیدها تولید می‌کنند.
(۲) کولار، یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدها است که از فولاد هم حجم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.
(۳) شیمی‌دان‌ها بر اساس یافته‌های تجربی دریافته‌اند که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب یا کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب به آرامی به مونومرهای سازنده (گلوکز) تجزیه می‌شوند و مزه شیرین ایجاد می‌کنند.
(۴) گوارش نشاسته شامل واکنش شیمیایی تجزیه آن است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

- ۸۳- مقداری پتاسیم کلرات را مطابق واکنش موازنه نشده $KClO_3 \longrightarrow KCl + O_2$ گرم می‌کنیم. اگر شمار مول‌های KCl در لحظه $t = 10s$ برابر 0.4 مول و شمار مول‌های $KClO_3$ و O_2 در لحظه $t = 20s$ به ترتیب برابر 0.6 و 0.75 مول باشد، سرعت متوسط واکنش در ۱۰ ثانیه دوم بر حسب مول بر ثانیه و شمار مول‌های اولیه پتاسیم کلرات به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۱) $0.3 - 1/1$ (۲) $0.05 - 1/1$ (۳) $0.3 - 0.55$ (۴) $0.05 - 0.55$

۸۴- فرمول ساختاری مربوط به استری با نام است که از واکنش با تولید می‌شود.

- (۱) $CH_3CH_2COOCH_3$ ، متیل پروپانوات، پروپانواتیک اسید، اتانول
(۲) $CH_3CH_2CH_2COOCH_3$ ، اتیل پروپانوات، پروپانواتیک اسید، اتانول
(۳) $CH_3COOCH_2CH_3$ ، اتیل اتانوات، اتانواتیک اسید، اتانول
(۴) $CH_3CH_2COOCH_2CH_3$ ، متیل پروپانوات، پروپانواتیک اسید، متانول

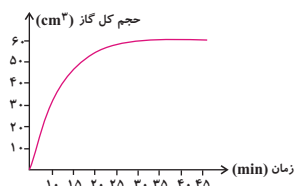
۸۵- چه تعداد از موارد زیر نادرست هستند؟

- ریزمغذی‌ها، ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها پیوند دوگانه یافت نمی‌شود.
- تمامی ریزمغذی‌ها، به عنوان بازدارنده، از انجام واکنش‌های نامطلوب و ناخواسته جلوگیری می‌کنند.
- رادیکال‌ها، گونه‌هایی پرانرژی و ناپایدار هستند.
- رادیکال‌ها محتوی یون‌هایی هستند که به آرایش هشت‌تایی نرسیده‌اند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



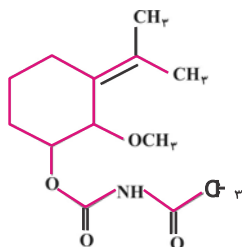
- ۸۶- در یک ظرف شیشه‌ای دارای ۱۰۰ mL محلول ۰/۰۶ مولار هیدروکلریک اسید که دهانه آن به یک سرنگ استوانه‌ای به قطر ۲ cm متصل است، مقدار کافی نوار منیزیم انداخته می‌شود. برای انجام نیمی از واکنش $\text{Mg(s)} + 2\text{HCl(aq)} \rightarrow \text{MgCl}_2\text{(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$ محل اولیه خود جابه‌جا می‌شود؟ (حجم مولی گاز در شرایط آزمایش برابر $20 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ و $\pi = 3$ فرض شود).



- (۱) ۱۰،۶۰۰
(۲) ۲۰،۶۰۰
(۳) ۲۰،۶۰
(۴) ۱۰،۶۰

- ۸۷- در مولکول‌های پلی‌اتن با ساختار واحدهای سازنده به خوبی کنار هم قرار بگیرند و این نوع ساختار نسبت به ساختار دیگر دارای چگالی است.

- (۱) بدون شاخه - می‌توانند - کمتر
(۲) بدون شاخه - نمی‌توانند - بیشتر
(۳) شاخه‌دار - می‌توانند - بیشتر
(۴) شاخه‌دار - نمی‌توانند - کمتر



- ۸۸- کدام گزینه درباره ترکیبی با فرمول روبه‌رو، درست است؟

- (۱) فرمول مولکولی آن $\text{C}_{13}\text{H}_{21}\text{NO}_4$ است.
(۲) یک گروه عاملی آمین و دو گروه عاملی اتری دارد.
(۳) یک گروه عاملی کتونی و یک گروه عاملی آلدهیدی دارد.
(۴) همه اتم‌های کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده‌اند.

- ۸۹- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (الف) تفلون، در برابر گرما مقاوم است و از نظر شیمیایی بی‌اثر است.
(ب) هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند دوگانه کربن - کربن در زنجیر کربنی داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.
(پ) الیاف ساختگی الیافی هستند که در طبیعت یافت نمی‌شوند.
(ت) پلی‌اتن سبک نسبت به پلی‌اتن سنگین دارای چگالی و شفافیت کمتری است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۹۰- اگر جرم نمونه‌ای از یک پلی‌سیانواتن 106 kg باشد، این نمونه دارای چند واحد تکرار شونده است؟ ($\text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{H} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $12/04 \times 10^{26}$ (۲) $1/204 \times 10^{26}$ (۳) $3/01 \times 10^{25}$ (۴) $3/01 \times 10^{27}$

شیمی ۱

ردپای گازها در زندگی

آب، آهنگ زندگی

صفحه‌های ۴۸ تا ۷۷

شیمی ۱

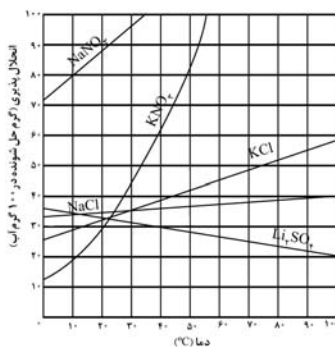
- ۹۱- عبارت کدام گزینه درست است؟

- (۱) امروزه در صنعت از گاز نیتروژن به دلیل واکنش‌پذیری زیادی که دارد، مواد گوناگونی تهیه می‌کنند.
(۲) دما و فشار بهینه برای واکنش هابر به ترتیب 25°C و 1 atm می‌باشد.
(۳) تعداد پیوندهای کووالانسی هیچ‌یک از مولکول‌های شرکت کننده در واکنش هابر با هم برابر نیست.
(۴) فریتس هابر در سال ۱۹۱۸ میلادی به دلیل تهیه آمونیاک از گازهای H_2 و N_2 ، برنده جایزه نوبل شیمی شد.

- ۹۲- محلولی با درصد جرمی ۲۰ درصد و چگالی $1/3 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ از KNO_3 تهیه کردیم. ۱۰۰ میلی‌لیتر از این محلول در دمای 30°C

..... است و اگر آن را تا دمای 10°C سرد کنیم

- (۱) سیر نشده - $5/2$ گرم KNO_3 رسوب می‌کند.
(۲) سیر نشده - 6 گرم KNO_3 رسوب می‌کند.
(۳) فراسیر شده - $5/2$ گرم KNO_3 رسوب می‌کند.
(۴) فراسیر شده - 6 گرم KNO_3 رسوب می‌کند.





۹۳- شمار اتم‌های اکسیژن در ۰/۲۸ لیتر گاز اوزون در شرایط STP، برابر شمار مولکول‌ها در چند گرم NO_2 است؟

$$(\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1})$$

(۱) ۱/۷۲۵ (۲) ۰/۸۶۲ (۳) ۳/۴۵۳ (۴) ۲/۵۸۶

۹۴- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

(آ) استون به هر نسبتی در آب حل شده و حلال چربی است.

(ب) در غلظت و دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول NaCl بیشتر از محلول HF است.

(پ) در ساختار یخ، برخلاف آب حلقه‌های شش ضلعی وجود دارد.

(ت) اضافه کردن محلول سدیم فسفات به آب آشامیدنی و تشکیل رسوب سفید رنگ، نشان از وجود یون کلسیم در آب است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۹۵- یک صافی تصفیه آب آشامیدنی، ظرفیت جذب حداکثر ۳ مول یون نیترات را دارد. با استفاده از این صافی حداکثر می‌توان چند

لیتر آب شهری دارای ۱۰۰ ppm یون نیترات را به‌طور کامل تصفیه کرد؟ ($d_{\text{H}_2\text{O}} \approx 1 \text{ g.mL}^{-1}$) ($\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱۸۶۰ (۲) ۸۶۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۴۰۰

۹۶- از حل کردن کدام یک از ترکیب‌های زیر به‌صورت جداگانه در یک کیلوگرم آب غلظت یون کلر، به تقریب ۳۰ ppm می‌شود؟

$$(\text{K} = 39, \text{Ca} = 40, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35.5, \text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1})$$

(۱) ۰/۰۵ g آهن (III) کلرید (۲) ۰/۱ g پتاسیم کلرید (۳) ۰/۰۵ g کلسیم کلرید (۴) ۰/۰۵ g سدیم کلرید

۹۷- به تقریب چند درصد اکسیژن تنفس شده توسط یک فرد در یک شبانه‌روز برای سوزاندن ۹۰ گرم گلوکز مورد استفاده قرار

می‌گیرد؟ (فرض کنید این فرد به‌طور میانگین ۱۰ بار در دقیقه و هر بار حدود ۲۰۰ میلی‌لیتر هوا وارد ریه‌هایش می‌کند و حجم

مولی گازها را ۲۲/۴ لیتر در نظر بگیرید.) ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱/۷ (۳) ۷/۶۶ (۴) ۱۲/۲۵

۹۸- کدام عبارت درباره HF ، H_2O ، NH_3 و CH_4 نادرست است؟

(۱) بالا بودن نقطه جوش H_2O نسبت به NH_3 به‌دلیل بیشتر بودن جرم مولکولی H_2O است.

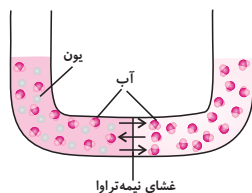
(۲) H_2O در مقایسه با سه ترکیب دیگر، بیشترین تعداد پیوند هیدروژنی را تشکیل می‌دهد.

(۳) مقایسه نقطه جوش در این ترکیب‌ها به‌صورت $\text{CH}_4 > \text{NH}_3 > \text{H}_2\text{O} > \text{HF}$ است.

(۴) به دلیل ناتوانی مولکول CH_4 در تشکیل پیوند هیدروژنی، متان پایین‌ترین دمای جوش را بین این ترکیب‌ها دارد.

۹۹- با توجه به شکل زیر که حجم‌های برابری از آب دریا و آب مقطر به‌وسیله یک غشای نیمه‌تراوا که یون‌های سدیم و کلرید توانایی

عبور از آن را ندارند، از یکدیگر جدا شده‌اند، کدام گزینه درست است؟



(۱) با گذشت زمان، غلظت محلول موجود در دو سمت غشاء برابر می‌شود.

(۲) در ابتدای فرایند، سرعت عبور مولکول‌های آب از لوله سمت راست به سمت چپ بیشتر است.

(۳) اختلاف ارتفاع مایع در دو ستون به غلظت آب دریا بستگی ندارد.

(۴) به کمک این روش (اسمز) می‌توان از آب دریا، آب شیرین تهیه کرد.

۱۰۰- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) یکی از مهم‌ترین یون‌ها در الکترولیت‌های بدن، یون پتاسیم است که برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است.

(۲) سدیم کلرید در حالت جامد نارسا است، اما در حالت مذاب رسانای جریان برق می‌باشد.

(۳) استفاده از صافی کربن یکی از روش‌های مناسب تصفیه آب جهت از بین بردن میکروب‌ها است.

(۴) در فرایند اسمز معکوس برخلاف اسمز، مولکول‌های آب از محیط غلیظ به رقیق جابه‌جا می‌شوند.

حسابان ۲

گزینه ۱»

$$f'(x) = 2ax - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1: m_1 = 2a(1) - 1 = 2a - 1 \\ x = -3: m_2 = 2a(-3) - 1 = -6a - 1 \end{cases}$$

زاویه بین دو مماس 90° است، پس $m_1 m_2 = -1$.

$$\Rightarrow (2a - 1)(-6a - 1) = -1$$

$$\Rightarrow -12a^2 - 2a + 6a + 1 = -1 \Rightarrow -12a^2 + 4a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 6a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(6)(-1) = 4 + 24 = 28$$

$$a = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{6} \text{ یا } \frac{1 - \sqrt{7}}{6}$$

گزینه ۲»

در ابتدا معادله خط مماس بر منحنی را در $x = 1$ به دست می آوریم:

$$y = \frac{x}{x+4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

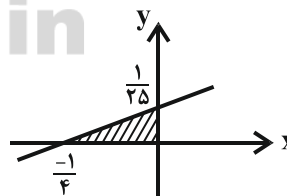
$$\Rightarrow y' = \frac{4}{(x+4)^2}$$

$$\Rightarrow x = 1: m = y'(1) = \frac{4}{25}$$

$$\text{معادله خط مماس: } y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$x_0 = 1, y_0 = \frac{1}{5} \Rightarrow y - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{4}{25}x + \frac{1}{25}$$

ناحیه مورد نظر، مثلث هاشورخورده شکل زیر است:



$$\text{مساحت مثلث هاشورخورده} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{250} = 0.004$$

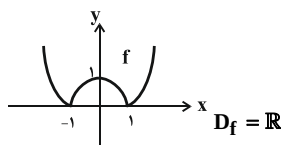
گزینه ۳»

تابع f در $x = 1$ پیوستگی چپ و در نتیجه مشتق چپ ندارد. بنابراین عبارت

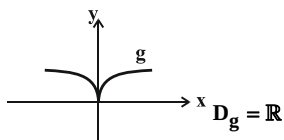
$$f'_-(1) = 3 \text{ نادرست است.}$$

گزینه ۳»

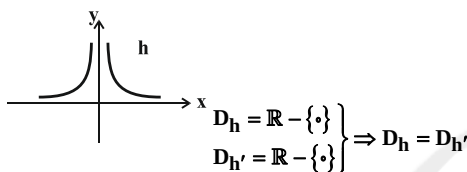
با توجه به شکل توابع داریم:



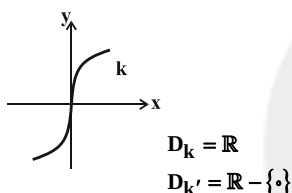
$$D_{f'} = \mathbb{R} - \{0\}$$



$$D_{g'} = \mathbb{R} - \{0\}$$



$$D_{h'} = \mathbb{R} - \{0\} \Rightarrow D_h = D_{h'}$$



$$D_{k'} = \mathbb{R} - \{0\}$$

گزینه ۱»

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sqrt{x}}{\sin x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

حال با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{g}{f}\right)(x) - \left(\frac{g}{f}\right)(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2 \sqrt{x}}{\sin x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sqrt{x}}{\sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sqrt{x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 1 \times 0 = 0$$

گزینه ۴»

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= (\sin x \cos x)^2 = \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin^2 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{4} \times 2 \times (\cos 2x) (\sin 2x) = \frac{1}{2} \sin 4x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin \pi = 0$$

۷- گزینه «۲»

$$\Rightarrow \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$$

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۲»

باید $\frac{1}{2} \in \left(2x-1, \frac{x+5}{x+1}\right)$ باشد. یعنی:

$$2x-1 < \frac{1}{2} < \frac{x+5}{x+1}$$

$$2x-1 < \frac{1}{2} \Rightarrow x < \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} < \frac{x+5}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{x+5}{x+1} - \frac{1}{2} = \frac{x+9}{2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2(x+1)} + \frac{-9}{2} < 0 \Rightarrow (-\infty, -9) \cup (-1, +\infty) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} x \in (-\infty, -9) \cup \left(-1, \frac{3}{4}\right)$$

۱۲- گزینه «۳»

در همسایگی $x=0$ ، $\cos x \leq 1$ است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{3}{\cos x} \right] = \left[\frac{3}{1^-} \right] = [3^+] = 3$$

از طرفی در همسایگی راست $x=0$ ، $\sin x > 0$ و در همسایگی چپ آن $\sin x < 0$ است و داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} [3 \sin x] = [0^+] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} [3 \sin x] = [0^-] = -1 \end{cases}$$

یعنی $[3 \sin x]$ در $x=0$ حد ندارد.

۱۳- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \Rightarrow \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = [4] = 4$$

از طرف دیگر، در یک همسایگی $x=2$ مقادیر تابع f در بازه $[3, 4]$ قرار دارند. پس در این همسایگی $[f(x)] = 3$ است و در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = 3$$

$$\Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = 2 \times 3 - 4 = 2$$

۱۴- گزینه «۳»

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{6 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{-2(x-2)}$$

$$= -\frac{1}{2} f'(2) = 2 \Rightarrow f'(2) = -6$$

$$y = f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \Rightarrow y' = \left(\frac{2x+1}{x-1}\right)' f'\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} f'\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)$$

$$\xrightarrow{x=4} y'(4) = -\frac{2}{9} \times f'(2) = -\frac{1}{9} \times (-6) = \frac{2}{3}$$

۸- گزینه «۳»

$$\frac{g'(x)f'(x) - g(x)f''(x)}{(f'(x))^2} = \left(\frac{g}{f'}\right)'(x)$$

بنابراین کافی است ابتدا ضابطه تابع $\frac{g}{f'}$ را مشخص کنیم. سپس از آن مشتق بگیریم:

$$f'(x) = \frac{1}{(2x+1)^2} \Rightarrow \left(\frac{g}{f'}\right)(x) = \frac{(x+\sqrt{x})^2}{1} = x + \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{g}{f'}\right)'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \left(\frac{g}{f'}\right)'(9) = 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

۹- گزینه «۳»

$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} = 3(x+1)^{-2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 3(-2) \times (x+1)^{-3} = -6(x+1)^{-3}$$

$$f'(a) = f''(a) \Rightarrow \frac{3}{(a+1)^2} = \frac{-6}{(a+1)^3} \xrightarrow{a \neq -1} 3 = \frac{-6}{a+1}$$

$$\Rightarrow 3a + 3 = -6 \Rightarrow a = -3$$

۱۰- گزینه «۴»

ابتدا آنگاه لحظه‌ای تغییر تابع f را در $t=4$ به دست می‌آوریم که همان $f'(4)$ است.

$$f(t) = t - \sqrt{t} \Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{t}} \Rightarrow f'(4) = \frac{3}{4}$$

از طرفی برای آنگاه متوسط تغییر نیز داریم:

$$[1, 4] \text{ آنگاه متوسط تغییر تابع در بازه } = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{2 - 0}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin\left(\pi\left(1 - \frac{1}{x}\right)\right)}{\pi\left(1 - \frac{1}{x}\right)} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi}{1 + \frac{1}{x}} \\ &\xrightarrow{\pi\left(1 - \frac{1}{x}\right) = t} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi}{1 + \frac{1}{x}} = 1 \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

۱۹- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) &= [\sin \pi^+] - [\cos \pi^+] = -1 - (-1) = 0 \\ f(\pi) &= [\sin \pi] - [\cos \pi] = 0 - (-1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) &= [\sin \pi^-] - [\cos \pi^-] = 0 - (-1) = 1 \end{aligned}$$

پس تابع تنها پیوستگی چپ دارد.

۲۰- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} g(x) &= \begin{cases} ax - [x] + 3 & ; x \geq 1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} - [x] & ; x < 1 \end{cases} \\ g(1) &= a(1) - [1] + 3 = a + 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax - [x] + 3) = a - [1^+] + 3 = a + 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2 - [x]) = 3 - [1^-] = 3 \\ \Rightarrow a + 2 &= 3 \Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

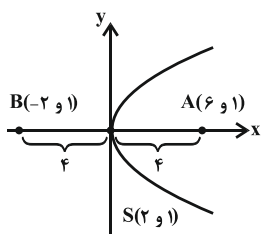
هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

$$y^2 - 2y - 8x + 17 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 8x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 = 8(x - 2)$$

سهی افقی است و دهانه آن به سمت راست است. همچنین $S(2, 1)$ رأس و $a = 2$ فاصله کانونی سهی است.



نقاط مورد نظر روی عمودمنصف نقاط A و B واقع اند که مطابق شکل عمودمنصف پاره خط AB بر سهی در رأس آن مماس است و در نتیجه یک نقطه مشترک با سهی دارد.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - f(x)}{x + f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = \frac{2 - L}{2 + L} = 3$$

$$\Rightarrow 2 - L = 6 + 3L \Rightarrow 4L = -4 \Rightarrow L = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - f(x)}{x^2 + f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = \frac{4 - (-1)}{4 + (-1)} = \frac{5}{3}$$

۱۵- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2(x - 2) + 3(x - 2)}{(x - 2)(3x + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x^2 + 3)(x - 2)}{(x - 2)(3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3}{3x + 5} = \frac{11}{11} = 1 \end{aligned}$$

۱۶- گزینه «۱»

چون حد مخرج کسر صفر و حاصل متناهی است، پس حد صورت کسر هم صفر است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (ax - 3\sqrt{x} + 1) = 0 \Rightarrow a - 3 + 1 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1)} = \frac{1}{4} = L$$

$$\Rightarrow a - 4L = 2 - 4\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

۱۷- گزینه «۴»

از اتحاد $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ استفاده می کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\cos 2x - 1}{2\sin^2 x + \sin x - 1} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2(1 - 2\sin^2 x) - 1}{2\sin^2 x + \sin x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 4\sin^2 x}{2\sin^2 x + \sin x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{(1 - 2\sin x)(1 + 2\sin x)}{(\sin x + 1)(2\sin x - 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{-(1 + 2\sin x)}{\sin x + 1} = \frac{-\left(1 + \frac{2}{2}\right)}{\frac{1}{2} + 1} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

۱۸- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{x}\right)}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \text{ غ.ق.}$$

گزینه ۲۵ - «۲»

$$y^2 + 4y - 4x + m = 0 \Rightarrow y^2 + 4y = 4x - m$$

$$\Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 4x - m + 4 \Rightarrow (y+2)^2 = 4\left(x - \frac{m-4}{4}\right)$$

نقطه $(3, -2)$ قطعاً کانون این سهمی است، در نتیجه با توجه به اینکه سهمی افقی است و دهانه آن رو به راست باز می‌شود، داریم:

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{کانون } F\left(\frac{m-4}{4} + 1, -2\right) = (3, -2) \Rightarrow \frac{m-4}{4} + 1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{m-4}{4} = 2$$

$$\text{معادله سهمی: } (y+2)^2 = 4(x-2) \xrightarrow{y=-3} 1 = 4(x-2)$$

$$\Rightarrow x-2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

بنابراین پرتو تابش از نقاط $A\left(\frac{9}{4}, -3\right)$ و $F(3, -2)$ عبور کرده است. در نتیجه داریم:

$$m_{AF} = \frac{-2 - (-3)}{3 - \frac{9}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{معادله خط } AF: y - (-2) = \frac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow 3(y+2) = 4(x-3)$$

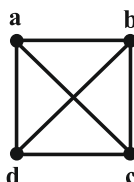
$$\Rightarrow 4x - 3y = 18$$

در بین گزینه‌ها تنها مختصات نقطه $(6, 2)$ در این خط صدق می‌کند.

گزینه

گزینه ۲۶ - «۱»

در گراف گزینه «۱»، مجموعه $\{b, f\}$ تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم است. در گراف گزینه «۲»، با انتخاب یک رأس از رئوس بالایی و یک رأس از رئوس پایینی، تمام رأس‌های گراف احاطه می‌شوند، بنابراین هر یک از مجموعه‌های $\{a, d\}$ ، $\{a, e\}$ و ... می‌توانند مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشند. در گزینه «۳»، هر یک از مجموعه‌های $\{a\}$ ، $\{b\}$ ، $\{c\}$ و $\{d\}$ ، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم هستند.



گزینه ۲۲ - «۴»

با توجه به مختصات نقاط M و N ، سهمی افقی است و دهانه آن رو به راست باز می‌شود. داریم:

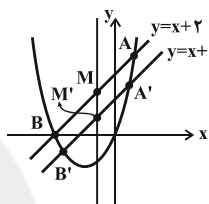
$$(y-0)^2 = 4a(x-3) \xrightarrow{M(7,2)} 12^2 = 4a(7-3)$$

$$\Rightarrow 144 = 16a \Rightarrow a = 9$$

$$\text{کانون سهمی: } F(3+9, 0) = (12, 0)$$

گزینه ۲۳ - «۲»

طبق تمرین ۱۵ صفحه ۵۹، می‌دانیم خطی که از M و M' می‌گذرد، موازی محور تقارن سهمی یا به عبارت دیگر موازی محور y ها است. کافی است طول نقطه M را محاسبه کنیم.



طول نقاط A و B از برابر قرار دادن معادله سهمی با معادله خط $y = x + 2$ حاصل می‌شود. داریم:

$$x^2 + 2x = x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_A + x_B = \frac{-1}{1} = -1$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله خط } MM': x = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲۴ - «۳»

$$(0, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0^2 - 4 \times 0 = 2 \times m \times 0 + n \Rightarrow n = 0$$

$$\text{معادله سهمی: } x^2 - 4x = 2my \Rightarrow (x-2)^2 = 2my + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 2m\left(y + \frac{2}{m}\right) \quad (1)$$

اگر فاصله کانونی سهمی برابر a باشد، معادله متعارف سهمی عبارت است از:

$$(x-h)^2 = 4a(y-k) \quad (2)$$

از مقایسه معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 2m = 4a \Rightarrow a = \frac{m}{2} \\ k = -\frac{2}{m} \end{cases} \quad (m > 0)$$

با توجه به اینکه F روی محور x واقع است، عرض آن برابر صفر است و در نتیجه داریم:

$$a + k = 0 \Rightarrow \frac{m}{2} - \frac{2}{m} = 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 4}{2m} = 0 \Rightarrow m^2 - 4 = 0$$

$$(II) \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{5-1}{2-1} = \binom{4}{1} = 4 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 3 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{3-1}{3-1} = \binom{2}{2} = 1 \\ x_i \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$(I), (II) \rightarrow \text{تعداد کل جوابها} = 2 \times 6 + 4 \times 1 = 16$$

هندسه ۲

۳۱- گزینه «۱»

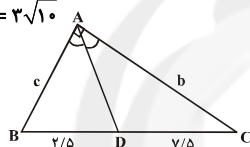
با توجه به شکل و فرض مسئله داریم:

$$AD: \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{2/5}{7/5} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 3c \quad (1)$$

$$\Delta ABC: AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 100$$

$$(1) \rightarrow 9c^2 + c^2 = 100 \Rightarrow c = \sqrt{10}, b = 3\sqrt{10}$$

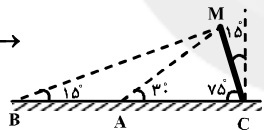
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB = \frac{b \cdot c}{2} = 15$$



۳۲- گزینه «۱»

از رابطه سینوسها در مثلث AMC استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\sin 75^\circ}{AM} = \frac{\sin 30^\circ}{MC} \Rightarrow \frac{\sin 75^\circ}{MC=5} = \frac{\sin 30^\circ}{AM} \Rightarrow \frac{0.96}{5} = \frac{0.5}{AM} \Rightarrow AM = 9/5$$



از طرفی زاویه MAC، زاویه خارجی برای مثلث AMB است، بنابراین داریم:

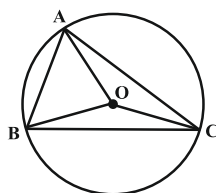
$$\hat{MAC} = \hat{B} + \hat{BMA} \Rightarrow \hat{BMA} = 15^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{BMA} \xrightarrow{\text{متساوی الساقین است}} \Delta AMB \rightarrow AB = AM = 9/5$$

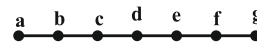
۳۳- گزینه «۳»

مطابق شکل $\hat{C} = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$ است. با استفاده از قضیه سینوسها، اندازه شعاع دایره محیطی مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R \Rightarrow 2 = 2R \Rightarrow R = 1$$

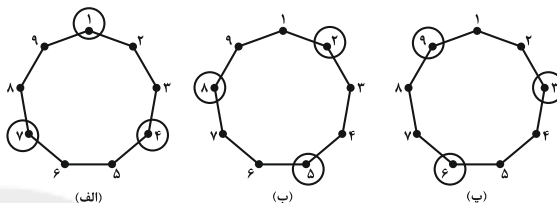


در گزینه «۴»، می‌توان به مجموعه‌های $\{a, c, f\}$ و $\{b, d, g\}$ به عنوان نمونه‌هایی از مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم اشاره کرد.



۲۷- گزینه «۱»

این گراف همان گراف C_9 است. تعداد 7 -مجموعه‌های C_9 نیز برابر با ۳ است.



۲۸- گزینه «۳»

$$\delta(G) = 2 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = p - 1 - 2 = p - 3$$

بنابراین رأس درجه Δ در گراف $\bar{G}$ ، $p - 2$ رأس گراف (شامل خود آن رأس و $p - 3$ رأس مجاور با آن) را احاطه می‌کند. حال اگر رأسی در گراف وجود داشته باشد که دو رأس باقی‌مانده را احاطه کند، $\gamma(\bar{G})$ برابر ۲ و در غیر این صورت برابر ۳ است.

۲۹- گزینه «۲»

عدد $abcd$ را در نظر می‌گیریم. اگر به a اجازه دهیم که صفر را اختیار کند، آنگاه اعداد یک رقمی، دو رقمی و سه رقمی را نیز در کنار چهاررقمی‌ها با هم می‌شماریم:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 9 \\ a, b, c, d \leq 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{9+4-1}{4-1} = \binom{12}{3} = 220$$

۳۰- گزینه «۳»

$$(x_1 + x_2)(x_3 + x_4 + x_5) = 15$$

$$(I) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{3-1}{2-1} = \binom{2}{1} = 2 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6 \\ x_i \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{360} = \frac{18}{24} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 270$$

۳۷- گزینه «۱»

مساحت مثلث ABC را با استفاده از قضیه هرون به دست می آوریم:

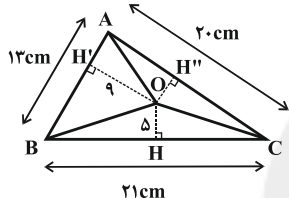
$$P = \frac{13+20+21}{2} = 27$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{27(27-13)(27-20)(27-21)} = 126$$

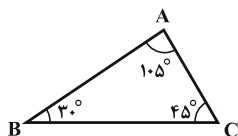
از طرفی داریم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BCO} + S_{\triangle ACO}$$

$$\Rightarrow 126 = \frac{9 \times 13}{2} + \frac{5 \times 21}{2} + \frac{OH'' \times 20}{2} \Rightarrow OH'' = 1/5$$



۳۸- گزینه «۴»



با توجه به شکل و نوشتن قضیه سینوس ها داریم:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AB = \sqrt{2}AC$$

با توجه به فرض مسئله $AB + AC = \sqrt{3} - 1$ است، پس:

$$AB + AC = \sqrt{2}AC + AC = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{2} - 1)$$

حال با نوشتن دوباره قضیه سینوس ها داریم:

$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 105^\circ}$$

$$\frac{\sin 75^\circ = \sin 105^\circ}{\sin 75^\circ \text{ و } 105^\circ \text{ مکمل اند}} \rightarrow \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1)}{\frac{1}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1)(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$$

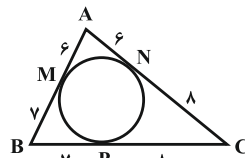
$$= \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2}-1) = 2 - \sqrt{2}$$

از طرفی می دانیم نقطه همرسی عمود منصف های هر مثلث، مرکز دایره محیطی آن مثلث است، پس هدف مسئله به دست آوردن سه برابر شعاع دایره است. داریم:

$$OA + OB + OC = 3R = 3$$

۳۴- گزینه «۲»

می دانیم طول دو مماس رسم شده از هر نقطه خارج دایره بر آن، با هم برابر است، پس مطابق شکل داریم:



یعنی طول اضلاع مثلث ABC برابر ۱۳، ۱۴ و ۱۵ است.

با معلوم بودن طول سه ضلع مثلث، ابتدا مساحت را با قاعده هرون به دست آورده و سپس شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{13+14+15}{2} = 21 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \\ = \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} = 84 \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{84}{21} = 4$$

۳۵- گزینه «۲»

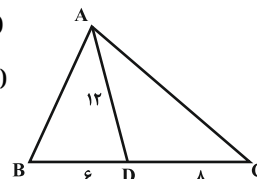
از روابط نیمساز زاویه داخلی در مثلث ABC استفاده می کنیم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow 144 = AB \times AC - 6 \times 8$$

$$\Rightarrow AB \times AC = 192 \quad (1)$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

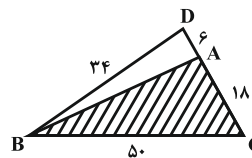
$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} AB = 12 \\ AC = 16 \end{cases}$$



پس محیط مثلث ABC برابر است با:

$$AB + AC + BC = 12 + 16 + 14 = 42$$

۳۶- گزینه «۲»



ابتدا با کمک قاعده هرون اندازه مساحت مثلث BCD را به دست می آوریم:

$$P = \frac{24+34+50}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BCD} = \sqrt{54(54-24)(54-34)(54-50)} = 360$$

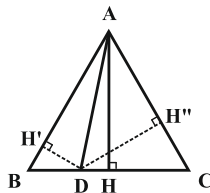
ارتفاع رسم شده از رأس B در مثلث های ABC و BCD مشترک است، پس داریم:

۳۹- گزینه «۲»

حال با نوشتن نسبت مساحت در مثلث های ABD و ACD داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \times AH}{\frac{1}{2}CD \times AH} = \frac{\frac{1}{2}DH' \times AB}{\frac{1}{2}DH'' \times AC}$$

$$\Rightarrow \frac{DH'}{DH''} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{5} = 0.6$$



آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۳»

با افزایش اندازه نمونه، انحراف معیار برآورد کاهش می یابد و در نتیجه برآورد دقیق تر یا خطای کمتری برای برآورد میانگین جامعه داریم. در صورت کاهش اندازه نمونه، خطای برآورد میانگین جامعه افزایش می یابد.

۴۲- گزینه «۱»

انحراف معیار برآورد میانگین برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است، بنابراین داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} \leq 3 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 3 \xrightarrow{\sigma=12} \frac{12}{\sqrt{n}} \leq 3 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 4 \Rightarrow n \geq 16$$

۴۳- گزینه «۲»

اگر داده ها را به صورت مرتب شده درآوریم، داریم: ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵

$$\text{کمترین برآورد نقطه ای میانگین} = \frac{1+1+2+2}{4} = 1.5$$

$$\text{بیشترین برآورد نقطه ای میانگین} = \frac{2+3+4+5}{4} = 3.5$$

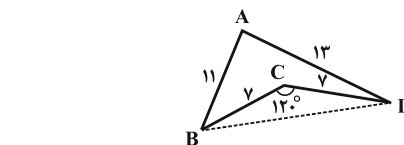
بنابراین اختلاف بین کمترین و بیشترین مقدار برآورد نقطه ای میانگین در نمونه هایی با اندازه ۴، برابر $3.5 - 1.5 = 2$ است.

۴۴- گزینه «۴»

تعداد اعضای فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$n(S) = \binom{9}{2} = 36$$

اگر A پیشامدی تعریف شود که میانگین یک نمونه دو عضوی بزرگتر از ۶ باشد، آنگاه داریم:



کافی است از B به D وصل کنیم و سپس قضیه کسینوس ها را در مثلث BCD به کار ببریم:

$$\triangle BCD : DB^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos 120^\circ$$

$$= 7^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 7 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \times 7^2 \Rightarrow BD = 7\sqrt{3}$$

اکنون قضیه کسینوس ها را در مثلث ABD به کار می بریم:

$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 147 = 11^2 + 13^2 - 2 \times 11 \times 13 \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

حال مساحت چهارضلعی ABCD را به دست می آوریم:

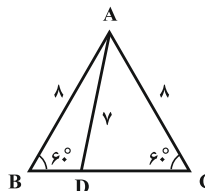
$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD}$$

$$= \frac{1}{2}AB \times AD \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2}BC \times CD \times \sin \hat{C}$$

$$= \frac{1}{2} \times 11 \times 13 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \sin 120^\circ = \frac{47\sqrt{3}}{2} = 23.5\sqrt{3}$$

۴۰- گزینه «۳»

طبق فرض سؤال، ضلع AB به نقطه D نزدیک تر است. با توجه به قضیه کسینوس ها اندازه پاره خط های BD و CD مشخص می شود.



$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 49 = 64 + BD^2 - 2 \times 8 \times BD \times \frac{1}{2} \Rightarrow BD^2 - 8BD + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (BD - 3)(BD - 5) = 0 \xrightarrow{BD < CD} \begin{cases} BD = 3 \\ CD = 5 \end{cases}$$

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

میانگین نمونه انتخابی برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{2+3+5+7+8+11}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

در نتیجه داریم:

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 6 \Rightarrow N = 12$$

۴۹- گزینه «۱»

فرض کنید این جامعه ۴ عضوی به صورت $\{a, b, c, d\}$ باشد. در این صورت

داریم:

$$\bar{x}_1 = \frac{a+b+c}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow a+b+c = 20$$

$$\bar{x}_2 = \frac{a+b+d}{3} = 8 \Rightarrow a+b+d = 24$$

$$\bar{x}_3 = \frac{a+c+d}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow a+c+d = 25$$

$$\bar{x}_4 = \frac{b+c+d}{3} = 9 \Rightarrow b+c+d = 27$$

با جمع کردن طرفین چهار رابطه فوق داریم:

$$2(a+b+c+d) = 96 \Rightarrow a+b+c+d = 48$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{a+b+c+d}{4} = 12$$

۵۰- گزینه «۳»

میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{1+2+3+\dots+49}{49} = \frac{\frac{49 \times 50}{2}}{49} = 25$$

نمونه‌های دوتایی که میانگین را برابر ۲۵ برآورد می‌کنند، عبارت‌اند از:

$$\{1, 49\}, \{2, 48\}, \{3, 47\}, \dots, \{24, 26\}$$

یعنی تعداد این نمونه‌ها برابر ۲۴ است. در نتیجه احتمال آن که میانگین جامعه و

نمونه برابر باشد، برابر است با:

$$A = \{\{4, 9\}, \{5, 8\}, \{6, 7\}, \{6, 8\}, \{6, 9\}, \{7, 8\}, \{7, 9\}, \{8, 9\}\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

۴۵- گزینه «۳»

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر

جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر $n_1 = 25$ و $n_2 = 225$ فرض شود، آنگاه

$$\sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow 1/8 = \frac{\sigma}{\sqrt{25}} \Rightarrow \sigma = 1/8 \times 5 = 9$$

$$\sigma_{\bar{x}_2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} = \frac{9}{\sqrt{225}} = \frac{9}{15} = 0.6$$

۴۶- گزینه «۳»

پارامتر جامعه، میانگین درآمد ماهیانه ۶ خانواده است. داریم:

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+6+7+8}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

بنابراین پارامتر جامعه برابر ۵ است. اما آماره نمونه (میانگین نمونه دو عضوی)

برابر $\frac{2+6}{2} = 4$ است، یعنی برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه برابر ۴ است و

در نتیجه نمونه انتخاب شده، میانگین جامعه را به‌طور دقیق برآورد نمی‌کند.

۴۷- گزینه «۲»

میانۀ اعداد ۰ تا N ، همواره برابر $\frac{N}{2}$ است، زیرا در صورتی که N زوج

باشد، تعداد اعداد یعنی $N+1$ فرد است و داده $\frac{N}{2}$ دقیقاً وسط داده‌ها قرار

می‌گیرد، پس میانه است و در صورتی که N فرد باشد، تعداد اعداد زوج است

و در نتیجه میانه برابر میانگین دو داده وسط یعنی $\frac{N-1}{2}$ و $\frac{N+1}{2}$ است که

برابر $\frac{N}{2}$ می‌باشد. با توجه به این که تعداد اعداد انتخابی برابر ۱۲ است، پس

میانه داده‌ها برابر میانگین داده‌های ششم و هفتم است و در نتیجه داریم:

$$\text{میانه} = \frac{13+15}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{28}{2} \Rightarrow N = 28$$

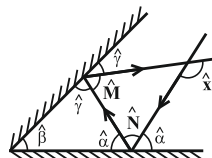
۴۸- گزینه «۴»



در شکل (ب) چشمه صوت به شنونده ساکن نزدیک می‌شود، بنابراین طول موج کوتاه‌تر و بسامد صوت دریافتی شنونده بیشتر از بسامد چشمه است.

۵۵- گزینه «۲»

مطابق شکل زیر و با استفاده از قانون بازتاب عمومی امواج، داریم:



$$\gamma\hat{\alpha} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} = 180^\circ - \gamma\hat{\alpha} \quad (1)$$

$$\gamma\hat{\gamma} + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - \gamma\hat{\gamma} \quad (2)$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 180^\circ - (\hat{\alpha} + \hat{\gamma}) \quad (3)$$

با توجه به این که در مثلث، زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور است، داریم:

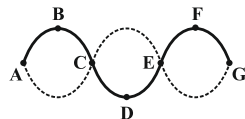
$$\begin{aligned} \hat{x} &= \hat{N} + \hat{M} \xrightarrow{(1),(2)} \hat{x} = 180^\circ - \gamma\hat{\alpha} + 180^\circ - \gamma\hat{\gamma} \\ &= 2(180^\circ - (\hat{\alpha} + \hat{\gamma})) \xrightarrow{(3)} \hat{x} = 2\hat{\beta} \end{aligned}$$

۵۶- گزینه «۲»

با ورود نور زرد از هوا به محیطی با ضریب شکست n ، پرتو شکست به خط عمود نزدیک می‌شود، پس گزینه‌های «۱» و «۳» از نظر فیزیکی امکان ندارد. از طرفی می‌دانیم که هرچه بسامد نور بیشتر باشد، انحراف بیشتری نیز دارد، پس نور سبز نسبت به نور قرمز بیشتر منحرف شده و به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. پس فقط گزینه «۲» از نظر فیزیکی امکان‌پذیر است.

۵۷- گزینه «۲»

در نقاط A، C و G گره تشکیل شده است. چون فاصله نقاط مجاور از هم یکسان است و گره‌ها در فواصل مشخص از هم هستند، پس در نقطه E هم گره تشکیل می‌شود. یعنی کاغذ نقطه E ساکن می‌ماند. چون نقطه B وسط دو گره A و C است، پس در نقاط B، D و F شکم تشکیل شده و کاغذهای این نقاط تکان خورده و می‌افتند، که تنها گزینه «۲» درست است.



۵۸- گزینه «۴»

ابتدا نسبت تندی موج را در دو ریسمان به دست می‌آوریم:

$$\mu = \frac{m}{L} \Rightarrow \frac{\mu_B}{\mu_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{L_A}{L_B}$$

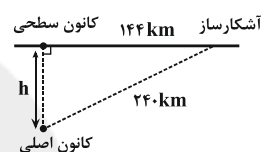
$$P = \frac{24}{\binom{49}{2}} = \frac{24}{\frac{49 \times 48}{2}} = \frac{24}{49 \times 24} = \frac{1}{49}$$

فیزیک ۳

۵۱- گزینه «۲»

می‌دانیم که برای حل این سؤال نیاز به یک تجسم سه بُعدی داریم، بنابراین روبه‌روی خود را شمال فرض می‌کنیم. حال اگر چهار انگشت دست راست را به طرف غرب (به سمت چپ خود) بگیریم به گونه‌ای که کف دست به سمت شمال (روبه‌رو) باشد انگشت شست رو به پایین خواهد بود که این همان جهت انتشار موج الکترومغناطیسی حاصل است.

۵۲- گزینه «۳»



مشابه مثال (۸-۳) حل‌شده کتاب درسی اختلاف زمانی رسیدن دو موج را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{(v_p - v_s) \Delta x}{v_s v_p} \\ \begin{cases} 30 = \frac{(8 - 4) \times \Delta x_1}{8 \times 4} \Rightarrow \Delta x_1 = 240 \text{ km} \\ 18 = \frac{(8 - 4) \times \Delta x_2}{8 \times 4} \Rightarrow \Delta x_2 = 144 \text{ km} \end{cases} \\ h &= \sqrt{240^2 - 144^2} = 48 \times \sqrt{5^2 - 3^2} = 48 \times 4 = 192 \text{ km} \end{aligned}$$

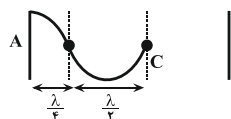
۵۳- گزینه «۳»

در حالت اول با توجه به رابطه تراز شدت صوت، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 10 \log \frac{I}{I_0} \\ \text{اگر ۴ چشمه صوتی مشابه با چشمه صوتی اول در آن نقطه اضافه کنیم، شدت صوت ایجاد شده ۵ برابر می‌شود چون که در مجموع ۵ منبع خواهیم داشت.} \\ \beta_2 &= 10 \log \frac{\Delta I}{I_0} = 10 \log \frac{I}{I_0} + 10 \log 5 \Rightarrow \beta_2 = \beta_1 + 10 \times (0.7) \\ &\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 7 \text{ dB} \end{aligned}$$

۵۴- گزینه «۴»

در شکل (الف) شنونده از چشمه صوت دور می‌شود، بنابراین در مقایسه با ناظر ساکن، در مدت زمان یکسان با جبهه‌های موج کمتری برخورد می‌کند که این منجر به کاهش بسامد صوت دریافتی می‌شود.



که این قابل قبول نیست، چرا که سمت چپ (محل برخورد موج با نقطه A) گره تشکیل نشده است.

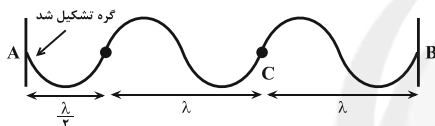
حال فرض می‌کنیم بین نقطه C و دیوار (نقطه B) گره تشکیل شود.



حال بر این اساس داریم:

$$AC = 30\text{cm} = 20 + 10 = \lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4}$$

یعنی باید چنین طرحی در طرف چپ باشد:



بنابراین برای این که با حداقل بسامد f ارتعاشی در سیم ایجاد کنیم، باید سمت راست نقطه C یک گره تشکیل شود که مطابق با استدلال اخیر داریم:

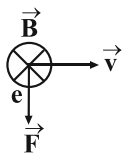
$$\lambda = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f_{\min} = \frac{20}{0.2} = 100\text{Hz}$$

فیزیک ۲

۶۱- گزینه «۱»

اگر حرکت یک الکترون از سیم را در نظر بگیریم خواهیم داشت:



همان‌طور که مشاهده می‌شود در حین حرکت، الکترون‌ها به سمت پایین رانده می‌شوند. بنابراین در حین حرکت وضعیت توزیع بارهای الکتریکی به صورت مقابل خواهد بود:

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه M از پتانسیل الکتریکی نقطه N بیش‌تر است.

$$\frac{m_B = 2m_A}{L_A = L_B} \Rightarrow \frac{\mu_B}{\mu_A} = 2$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B} \times \frac{\mu_B}{\mu_A}} \xrightarrow{F_B = \frac{1}{2}F_A} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2} = 2$$

حال با استفاده از رابطه بسامدهای تشدید تار، داریم:

$$f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{v_A}{v_B} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\xrightarrow{f_A = f_B, v_A = 2v_B, L_A = L_B} 1 = \frac{n_A}{n_B} \times 2 \times 1 \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = 2$$

یعنی تعداد شکم‌ها در ریسمان B دو برابر تعداد شکم‌ها در ریسمان A

است. پس گزینه «۴» درست است.

۵۹- گزینه «۴»

موج ایستاده تشکیل شده در لوله از نوع طولی است.

تعداد گره‌ها در لوله صوتی با دو انتهای باز، تعیین‌کننده شماره مد است که در شکل نشان داده شده برابر با ۴ می‌باشد.

طول لوله ۴ برابر فاصله دو گره متوالی است.

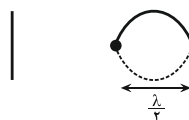
دامنه نوسان نقطه A برابر با صفر (گره) و دامنه نوسان نقطه B برابر با بیشینه مقدار ممکن (شکم) می‌باشد.

۶۰- گزینه «۲»

هرچه بسامد موج تشکیل شده در سیم بیشتر باشد، طول موج آن کمتر و در

نتیجه تعداد گره‌های تشکیل شده در سیم نیز بیشتر است. پس برای این‌که بسامد حداقل باشد، باید تعداد گره‌ها کمینه شود. اولین حالت این است که از

نقطه C تا دیوار سمت راست، گره‌ای وجود نداشته باشد.



$$\frac{\lambda}{4} = 20 \Rightarrow \lambda = 80\text{cm}$$

حال بر این اساس داریم:

$$AC = 30\text{cm} = 20 + 10 = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

یعنی باید چنین طرحی در طرف چپ باشد:

۶۲- گزینه «۳»

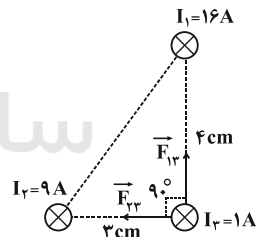
بر ذره نیروی وزن به طرف پایین وارد می شود که این نیرو باعث ایجاد شتاب g خواهد شد. برای اینکه شتاب ذره در لحظه ورود به میدان برابر با $2g$ باشد، باید شتاب حاصل از نیروی مغناطیسی برابر با g و به سمت پایین باشد. بنابراین جهت نیروی مغناطیسی باید به طرف پایین باشد و طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی باید برون سو شود. داریم:



$$F = |q|vB \sin \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} mg = |q|vB \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|v}$$

۶۳- گزینه «۳»

می دانیم اگر جریان الکتریکی دو سیم موازی و هم جهت باشند، نیروی بینشان ربابشی و اگر در دو سوی مخالف هم باشند، نیروی بین آنها رانشی است. بنابراین، با توجه به جهت جریان ها، سیم های (۱) و (۲) بر سیم (۳) نیروی ربابشی وارد می کنند که اندازه هر یک از رابطه $F = I\ell B \sin \alpha$ به دست می آید.



در این حالت ابتدا، F_{13} و F_{23} را حساب می کنیم و با توجه به جهشان، آنها را برحسب بردار یک می نویسیم. دقت کنید، میدان های مغناطیسی $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ در مکان سیم (۳) با این سیم زاویه $\theta = 90^\circ$ می سازند.

$$F_{13} = I_3 \ell_3 B_1 \sin 90^\circ \xrightarrow{\ell_3 = 0.02m, I_3 = 9A} \xrightarrow{B_1 = 8 \times 10^{-5} T}$$

$$F_{13} = 1 \times 0.02 \times 8 \times 10^{-5} \times 1 \Rightarrow F_{13} = 1.6 \times 10^{-5} N$$

$$\xrightarrow{+y \text{ در جهت } \vec{F}_{13}} \vec{F}_{13} = 1.6 \times 10^{-5} \vec{j} (N)$$

$$F_{23} = I_3 \ell_3 B_2 \sin 90^\circ \xrightarrow{B_2 = 6 \times 10^{-5} T}$$

$$F_{23} = 1 \times 0.02 \times 6 \times 10^{-5} \times 1 \Rightarrow F_{23} = 1.2 \times 10^{-5} N$$

$$\xrightarrow{-x \text{ در جهت } \vec{F}_{23}} \vec{F}_{23} = -1.2 \times 10^{-5} \vec{i} (N)$$

بنابراین، برابند نیروها برابر است با:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow \vec{F}_t = -1.2 \times 10^{-5} \vec{i} + 1.6 \times 10^{-5} \vec{j} (N)$$

۶۴- گزینه «۱»

طبق قاعده دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از جریان حلقه (۱) در مرکز مشترک حلقه ها برون سو و میدان مغناطیسی ناشی از جریان حلقه (۲) درون سو است. با توجه به صفر بودن میدان مغناطیسی برابند، داریم:

$$B_T = 0 \Rightarrow B_1 = B_2$$

$$\xrightarrow{B = \frac{\mu_0 I}{2R}} \frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2} \xrightarrow{R_2 = 3R_1} I_2 = 3I_1$$

با افزایش ۲ آمپری جریان عبوری از حلقه ها، میدان آنها B'_1 و B'_2 خواهد شد. داریم:

$$B'_1 = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1 + 2}{R_1} \right) = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1}{R_1} + \frac{2}{R_1} \right)$$

$$B'_2 = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_2 + 2}{R_2} \right) = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_2}{R_2} + \frac{2}{R_2} \right) = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{3I_1}{3R_1} + \frac{2}{3R_1} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I_1}{R_1} + \frac{1}{3} \frac{2}{R_1} \right)$$

بنابراین $B'_1 > B'_2$ خواهد بود و جهت میدان مغناطیسی برابند در حالت جدید هم جهت با جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان حلقه (۱) یعنی برون سو خواهد بود.

۶۵- گزینه «۲»

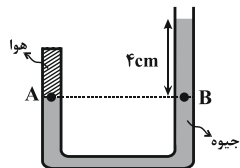
وقتی در یک سیملوله آرمانی، حلقه های آن به یکدیگر چسبیده باشند، طول سیملوله برابر با حاصل ضرب تعداد حلقه های آن در قطر سیمی است که سیملوله از آن ساخته شده است. $(\ell = Nd)$. بنابراین طبق رابطه بزرگی میدان مغناطیسی آرمانی، می توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \xrightarrow{\ell = Nd} B = \frac{\mu_0 N I}{Nd} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{d}$$

$$\Rightarrow 2\pi \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2}{d}}{d} \Rightarrow d = 4 \times 10^{-3} m = 4 mm$$

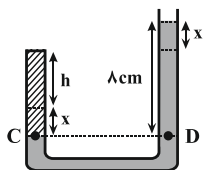
۷۰- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از برابری فشار در نقاط هم تراز از یک مایع ساکن، فشار هوای محبوس در طرف چپ لوله (P_1) را محاسبه می کنیم. داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = 4 + 76 = 80 \text{ cmHg}$$

طول ستون هوا را h در نظر می گیریم. با افزایش دما، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف 8 cm می شود. اگر جیوه در طرف چپ به اندازه x پایین بیاید، در طرف راست به اندازه x بالا می رود که مطابق شکل $x = 2 \text{ cm}$ است. (زیرا، $4 + 2x = 8 \text{ cm}$) حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز C و D ، برای به دست آوردن فشار هوای محبوس در حالت دوم (P_2) داریم:



$$P_C = P_D$$

$$\Rightarrow P_2 = 8 + 76 = 84 \text{ cmHg}$$

با استفاده از قانون گازهای آرمانی می توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 h A}{T_1} = \frac{P_2 (h+x) A}{T_2} \Rightarrow \frac{80 \cdot h}{320} = \frac{84 (h+2)}{400}$$

$$\Rightarrow h = 10 / 5 \text{ cm}$$

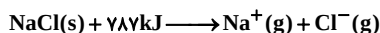
بنابراین طول ستون هوای محبوس بعد از افزایش دما برابر است با:

$$h + x = 12 / 5 \text{ cm}$$

شیمی ۳

۷۱- گزینه «۴»

آنتالپی فروپاشی، گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یونهای گازی سازنده است.



فیزیک ۱

۶۶- گزینه «۳»

تبدیل حالت (فاز) مستقیم جامد به بخار را تصعید می گویند.

۶۷- گزینه «۱»

گرمایی که از طریق رسانش دیواره ها به یخ می رسد از رابطه $Q = kA \frac{\Delta T}{L} t$ به دست می آید. این گرما باعث ذوب شدن یخ داخل یخدان می شود. پس می توان نوشت:

$$m L_F = kA \frac{\Delta T}{L} t \Rightarrow \frac{m}{t} = \frac{kA \Delta T}{L_F \times L}$$

$$= \frac{0.01 \times 1 / 1 \times 15}{330 \times 2 \times 10^{-2}} = 0.025 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

۶۸- گزینه «۳»

با افزایش دمای صفحه و انبساط صفحه، مساحت حفره نیز افزایش می یابد. با استفاده از رابطه تغییرات مساحت برحسب دما و توجه به این نکته که ضریب انبساط سطحی فلزات، دو برابر ضریب انبساط طولی آنها است، می توان نوشت:

$$\Delta A = A_1 (\alpha \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 200 \alpha \Delta \theta = 200 \times 12 \times 10^{-6} \times 200 = 0.48 \%$$

۶۹- گزینه «۲»

چون فشار مایع در کف ظرفها یکسان است، می توان نوشت:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (1)$$

ولی چون دمای مایع در ظرفها یکسان نیست، پس چگالی آنها با هم متفاوت است. با توجه به رابطه چگالی با تغییر دما داریم:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta T} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 + \beta \Delta T \quad (2)$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{h_2}{h_1} = 1 + \beta \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 1 + 0.8 \times 10^{-3} \times 50 = 1 + 0.04 = 1.04$$



۷۲- گزینه «۳»

فلزهای دسته d و فلزهای دسته های s و p در ویژگی‌هایی مانند شکل پذیری (چکش‌خواری) و رسانایی الکتریکی مشابه‌اند اما در ویژگی‌هایی مانند تنوع عدد اکسایش و نقطه ذوب تفاوت دارند.

(شیمی ۳، صفحه ۱۸۵)

۷۳- گزینه «۱»

در مورد ترکیب‌های یونی برای هر یون در داخل شبکه، چگالی بار هم ارز با نسبت بار به حجم یا نسبت ساده‌تر بار به شعاع آن یون است که برای مقایسه میزان برهم‌کنش میان یون‌ها به کار می‌رود. هرچه جاذبه میان یون‌ها قوی‌تر باشد، نیروی جاذبه میان یون‌ها قوی‌تر شده و استحکام شبکه بلور بیشتر و نقطه ذوب آن نیز بالاتر بوده و برای فروپاشی آن یا جدا کردن کامل یون‌ها از یکدیگر به انرژی بیشتری نیاز است.

۷۴- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: سدیم به آرایش $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ و کلر به آرایش $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ می‌رسد.

گزینه «۳»: اتم سدیم اکسایش می‌یابد و کاهنده است و اتم کلر کاهش یافته و اکسنده است.

گزینه «۴»: سدیم کلرید یک جامد یونی سفید رنگ بوده و دارای ساختار سه بعدی منظم از یون‌های ناهمنام است و مولکول مجزا ندارد.

۷۵- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: گرافن دو بعدی ولی یخ سه بعدی است.

گزینه «۲»: در بلور یخ هر اتم هیدروژن با یک اتم اکسیژن پیوند اشتراکی و با یک اتم اکسیژن از مولکول آب مجاور خود پیوند هیدروژنی تشکیل داده است.

گزینه «۳»: در یک ترکیب مولکولی، آنتالپی تبخیر و نقطه جوش به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است و به قدرت پیوند کووالانسی بین اتم‌ها بستگی ندارد.

۷۶- گزینه «۲»

گزینه «۱»: $10^{-2} \times 0.3 \times 3 = \frac{2}{66}$ = نسبت بار به شعاع

گزینه «۲»: $10^{-2} \times 0.9 \times 1 = \frac{2}{A} \Rightarrow A \approx 184 \text{ pm}$ = نسبت بار به شعاع

گزینه‌های «۳» و «۴»:

آنتالپی فروپاشی با بار الکتریکی کاتیون و آنیون نسبت مستقیم و با شعاع آنها رابطه وارونه دارد. شعاع Mg^{2+} کوچکتر از Na^+ و شعاع Cl^- کوچکتر از S^{2-} است به همین دلیل آنتالپی فروپاشی شبکه MgCl_2 بیشتر از Na_2S است.

۷۷- گزینه «۲»

اتم‌های A, B, C و D به ترتیب C, N, O و F هستند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: BD_3 همان NF_3 است که قطبی بوده و گشتاور دو قطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.

گزینه «۲»: AD_3 همان CF_4 است که ناقطبی بوده و گشتاور دو قطبی آن صفر است در حالی که $(\text{NO}_2)\text{BC}_3$ گشتاور دو قطبی بزرگ‌تر از صفر دارد.

گزینه «۳»: N_2 و O_2 بیش‌ترین حجم هواکره را اشغال می‌کنند.

گزینه «۴»: AC_3 همان CO_2 است که خطی و ناقطبی می‌باشد.

۷۸- گزینه «۳»

الماس - SiC (سیلیسیم کاربید) - گرافن و کوآرتز، جامد کووالانسی هستند.

$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ و $\text{C}_6\text{H}_{14} - \text{Br} - \text{N}_2$ ، مواد مولکولی هستند.

PbI_2 و KF جامد یونی هستند و Sn(s) جامد فلزی است.

$$\frac{\text{تعداد ترکیب‌های مولکولی}}{\text{تعداد ترکیب‌های کووالانسی}} = \frac{4}{4} = 1$$

۷۹- گزینه «۱»

همه عبارت‌ها درست هستند.

شکل نشان داده شده نمایی از موتور جت است که از تیتانیوم برای ساخت آن استفاده می‌شود.

الف) نیتینول آلیاژ تیتانیم و نیکل بوده که هر دو در دوره چهارم جدول دوره‌ای

عنصرها قرار دارند و در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.

ب) TiO_2 رنگ‌دانه سفید معدنی است.

پ) تیتانیم همانند فولاد در برابر سایش مقاومت می‌کند و بر خلاف فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا به میزان ناچیزی واکنش می‌دهد.

ت) فلزها ویژگی‌های فیزیکی همانند داشتن جلا، رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و شکل‌پذیری دارند.

$$t_{0-10} = 0/4 \text{ mol KCl} \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{2 \text{ mol KCl}} = 0/4 \text{ mol KClO}_3$$

$$\Rightarrow \text{مول KClO}_3 \text{ باقی‌مانده} = 1/1 - 0/4 = 0/7 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{KClO}_3} = -\frac{0/6 - 0/7}{10} = 0/01 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{KClO}_3}}{\text{ضریب}} = \frac{0/01}{2} = 0/005 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

۸۴- گزینه «۳»

فرمول ساختاری $\text{CH}_3\text{COOCH}_2\text{CH}_3$ مربوط به استری با نام اتیل اتانوات است که از واکنش اتانویک اسید با اتانول تولید می‌شود.

۸۵- گزینه «۳»

فقط مورد سوم به درستی بیان شده است.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: ریزمغذی‌ها ترکیب‌های سیر نشده‌اند، بنابراین در ساختار خود پیوند ۲ یا ۳ گانه دارند.

مورد دوم: برخی از ریزمغذی‌ها به عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند.

مورد چهارم: رادیکال، گونه پر انرژی و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون جفت نشده دارد، در واقع محتوی اتم‌هایی است که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

۸۶- گزینه «۱»

طبق نمودار، واکنش هنگامی که حجم گاز به 60 cm^3 می‌رسد، متوقف می‌شود. پس هنگامی که حجم گاز به 30 cm^3 می‌رسد نیمی از واکنش انجام شده است که به تقریب در مدت زمان $t = 10 \text{ min}$ رخ می‌دهد.

$$10 \text{ min} = 60 \times 10 = 600 \text{ s}$$

از طرفی با توجه به این که گاز تولید شده پیستون بالای ظرف را به عقب می‌راند پس تمامی 30 cm^3 گاز تولیدی در پیستون جمع می‌شود.

۸۰- گزینه «۳»

گزینه «۱»: چشم ما مواد رنگی را با طول موج‌های عبوری یا بازتاب شده از آنها می‌بیند.

گزینه «۲»: آهن (III) اکسید رنگ قرمز ایجاد می‌کند.

گزینه «۳»: زیرا TiO_2 رنگ‌دانه سفید است و رنگ سفید همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.

گزینه «۴»: مواد رنگی بخشی از نور سفید را جذب و باقی‌مانده آن را عبور می‌دهند یا بازتاب می‌کنند.

شیمی ۲

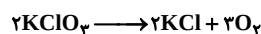
۸۱- گزینه «۱»

محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

۸۲- گزینه «۲»

کولار، یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدها است که از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.

۸۳- گزینه «۲»



$$t_{0-20} = 0/75 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0/5 \text{ mol KClO}_3$$

شیمی ۱

۹۱- گزینه «۴»

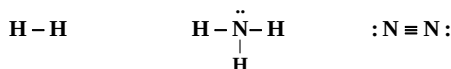
بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: گاز نیتروژن واکنش پذیری ناچیزی دارد.

گزینه «۲»: واکنش هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

گزینه «۳»: در مولکول‌های $N_2(g)$ و $NH_3(g)$ بر خلاف $H_2(g)$ سه

پیوند کووالانسی وجود دارد:



۹۲- گزینه «۱»

$$\text{جرم محلول} = 100 \text{ mL} \times \frac{1/3 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 13 \text{ g}$$

$$100 \times \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{130} = 20 \Rightarrow \text{جرم حل‌شونده} = \frac{20}{100} \times \text{جرم محلول} = \text{درصد جرمی}$$

$$104 \text{ g} = 130 - 26 \Rightarrow \text{جرم حلال} = 26 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم حل‌شونده} \Rightarrow$$

انحلال پذیری KNO_3 در دمای $30^\circ C$ به تقریب 45 g گرم در 100 g آب است. پس این محلول سیر نشده است.

$$10^\circ C: \frac{20}{100} = \frac{x}{104} \Rightarrow x = 20/8 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم رسوب} = 26 - 20/8 = 5/2 \text{ g}$$

۹۳- گزینه «۱»

$$\frac{1 \text{ mol } O_3(g)}{22/4 \text{ LO}_3(g)} \times 28 \text{ LO}_3(g) = \text{تعداد اتم‌های اکسیژن}$$

$$\frac{3 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol } O_3} = 0.375 N_A \text{ اتم}$$

$$\frac{x}{46} N_A = \frac{3 \text{ اتم}}{46 \text{ g } NO_2} \times \frac{1 \text{ mol } NO_2}{x \text{ g } NO_2} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol } NO_2} \Rightarrow x = 1/725 \text{ g}$$

$$\frac{x}{46} N_A = 0.375 N_A \Rightarrow x = 1/725 \text{ g}$$

۹۴- گزینه «۴»

همه موارد درست هستند.

$$30 \text{ cm}^3 = (\pi \times (\frac{2}{3})^2) \times 1 = (3 \times 1) \times 1 \Rightarrow 1 = 10 \text{ cm}$$

۸۷- گزینه «۴»

با توجه به شکل صفحه ۱۰۷ کتاب درسی، وقتی ساختار پلی‌اتن بدون شاخه باشد واحدهای سازنده می‌توانند به‌طور منظم کنار هم قرار گیرند اما در صورت وجود شاخه، واحدهای سازنده نمی‌توانند به خوبی کنار هم قرار گیرند (رد گزینه‌های ۲ و ۳). چگالی ساختار بدون شاخه از ساختار شاخه‌دار بیشتر است چون مولکول‌ها به هم نزدیک‌تر و فشرده‌ترند و حجم کمتری را نسبت به ساختار شاخه‌دار اشغال می‌کنند.

۸۸- گزینه «۱»

فرمول مولکولی این ترکیب $C_{13}H_{21}NO_4$ است.

در این ترکیب، گروه عاملی آمینی، آلدهیدی و کتونی وجود ندارد و یک گروه عاملی اتر، یک استر و یک آمید وجود دارد. پس گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست است.

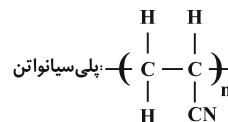
۴ اتم کربن در این ترکیب، به سه اتم دیگر متصل شده‌اند. (اتم‌های کربن متصل به پیوند دوگانه)

۸۹- گزینه «۱»

فقط عبارت «ت» نادرست است.

پلی اتن سبک شفاف است ولی پلی اتن سنگین کدر می‌باشد.

۹۰- گزینه «۱»



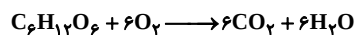
جرم هر واحد تکرار شونده 53 g است. بنابراین داریم:

$$\text{تعداد واحدهای تکرار شونده} = \frac{106 \times 10^3 \text{ g}}{53 \text{ g}} \times 6/02 \times 10^{23}$$

$$= 12/04 \times 10^{26}$$

$$\text{ppmCl}^- = \frac{0.30}{1000} \times 10^6 = 30 \text{ ppm}$$

۹۷- گزینه «۲»



با توجه به این که اکسیژن، ۲۰ درصد حجم هوا را تشکیل می‌دهد، مقدار اکسیژن ورودی به بدن برابر است با:

$$\text{درصد O}_2 \text{ مقدار هوا دفعه دقیقه ساعت}$$

$$? \text{LO}_2 = 24 \times 60 \times 10 \times \frac{0.2}{2} \times \frac{0.2}{2} = 576 \text{LO}_2$$

مقدار O_2 مورد نیاز برای سوزاندن گلوکز:

$$90 \text{g گلوکز} \times \frac{1 \text{mol گلوکز}}{180 \text{g گلوکز}} \times \frac{6 \text{mol O}_2}{1 \text{mol گلوکز}} \times \frac{22.4 \text{LO}_2}{1 \text{mol O}_2} = 67.2 \text{LO}_2$$

درصد اکسیژن مورد نیاز برای سوزاندن این مقدار گلوکز در شبانه‌روز برابر است با:

$$\frac{67.2}{576} \times 100 \approx 11.7\%$$

۹۸- گزینه «۱»

دلیل بالاتر بودن نقطه جوش H_2O نسبت به NH_3 ، تعداد بیش‌تر پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب و نیز قوی‌تر بودن پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب است. هر مولکول H_2O حداکثر می‌تواند با ۴ مولکول H_2O دیگر پیوند هیدروژنی برقرار کند، در حالی که هر مولکول NH_3 حداکثر با دو مولکول NH_3 دیگر پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

۹۹- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌های نادرست:

گزینه «۱»: با گذشت زمان، غلظت آب دریا کاهش می‌یابد ولی در لوله سمّت راست همچنان آب خالص وجود دارد. زیرا یون‌های Na^+ و Cl^- از غشای نیمه تراوا عبور نمی‌کنند.

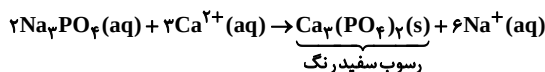
گزینه «۳»: اختلاف ارتفاع مایع در دو ستون به غلظت آب دریا بستگی دارد. گزینه «۴»: به کمک روش اسمز معکوس می‌توان از آب دریا، آب شیرین تهیه کرد.

۱۰۰- گزینه «۳»

در هیچ‌یک از روش‌های صافی کربن، تقطیر و اسمز معکوس، میکروب‌ها از بین نمی‌روند.

بررسی مورد «ب»: NaCl الکترولیت قوی و HF الکترولیت ضعیف است. پس در غلظت و دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول NaCl از محلول HF بیشتر است.

بررسی مورد «ت»: برای شناسایی یون کلسیم محلول در آب می‌توان از محلول بی رنگ سدیم فسفات استفاده نمود.



۹۵- گزینه «۱»

$$\text{ppm} = \frac{\text{g حل شونده}}{\text{g محلول}} \times 10^6$$

$$? \text{g NO}_3^- = 3 \text{mol NO}_3^- \times \frac{62 \text{g NO}_3^-}{1 \text{mol NO}_3^-} = 186 \text{g NO}_3^-$$

$$100 = \frac{186 \text{g}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = \text{جرم آب} \rightarrow \text{جرم محلول} = 186 \times 10^4 \text{g} \xrightarrow{\text{در محلول‌های رقیق}}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 186 \times 10^4 \text{g} \times \frac{1 \text{mL}}{1 \text{g}} \times \frac{1 \text{L}}{1000 \text{mL}} = 1860 \text{L}$$

۹۶- گزینه «۴»

$$? \text{gCl}^- = 0.05 \text{gFeCl}_3 \times \frac{1 \text{mol}}{162.5 \text{g}} \times \frac{3 \text{molCl}^-}{1 \text{molFeCl}_3} \quad (1)$$

$$\times \frac{35.5 \text{g}}{1 \text{mol}} = 0.0327 \text{gCl}^-$$

$$\text{ppmCl}^- = \frac{\text{جرم یون Cl}^-}{\text{جرم کل محلول}} \times 10^6 = \frac{0.0327}{1000} \times 10^6 = 32.7 \text{ ppm} \quad (2)$$

$$? \text{gCl}^- = 0.1 \text{gKCl} \times \frac{1 \text{mol}}{74.5 \text{g}} \times \frac{1 \text{molCl}^-}{1 \text{molKCl}} \quad (3)$$

$$\times \frac{35.5 \text{g}}{1 \text{mol}} = 0.0476 \text{gCl}^-$$

$$\text{ppmCl}^- = \frac{0.0476}{1000} \times 10^6 = 47.6 \text{ ppm} \quad (4)$$

$$? \text{gCl}^- = 0.05 \text{gCaCl}_2 \times \frac{1 \text{mol}}{111 \text{g}} \times \frac{2 \text{molCl}^-}{1 \text{molCaCl}_2} \quad (5)$$

$$\times \frac{35.5 \text{g}}{1 \text{mol}} \approx 0.032 \text{gCl}^-$$

$$\text{ppmCl}^- = \frac{0.032}{1000} \times 10^6 = 32 \text{ ppm}$$

$$? \text{gCl}^- = 0.05 \text{gNaCl} \times \frac{1 \text{mol}}{58.5 \text{g}} \times \frac{1 \text{molCl}^-}{1 \text{molNaCl}} \quad (6)$$

$$\times \frac{35.5 \text{g}}{1 \text{mol}} = 0.03 \text{gCl}^-$$