



آزمون غیر حضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۹ اسفند ۱۳۹۸

(مباحث ۲۳ اسفند ۹۸)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
فریده هاشمی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: ریحانه براتی	حروف نگار و صفحه آرا
ندا اشرفی	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

بنیاد علمی آموزشی قلم چی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

دیفرانسیل

دیفرانسیل

مشق و کاربرد آن

(آهنگ تغییر و خط مماس، مشتق تابع، آهنگ تغییر، تابع مشتق، توابع اولیه مشتق پذیری، مشتق توابع مثلثاتی، مشتق‌های مرتبه‌های بالاتر، قاعده زنجیری، مشتق‌گیری ضمنی، مشتق تابع وارون، مشتق توابع نمایی و لگاریتمی، مقادیر اکسترم و بهینه‌سازی)

صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۸۰

حسابان

فصل ۵: مشتق توابع

صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۸۳

۱- اگر هزینه تولید x واحد کالا $C(x) = 3000 + 50x + \frac{2x^2}{1000}$ تومان و درآمد حاصل از فروش

$R(x) = 75x + \frac{x^2}{1000}$ تومان باشد، سود نهایی ۱۰۰۱ آمین عدد کالا چقدر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۵

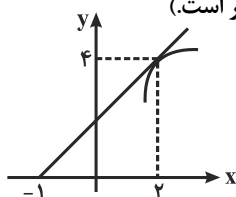
۲- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 17}$ نسبت به متغیر x ، از $x=1$ تا $x=1+h$ برابر $\frac{1}{3}$ است. h کدام است؟ ($h > 0$)

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۳- زاویه بین مماس‌های رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3} & ; x \leq 1 \\ -\frac{1}{6}x^2 & ; x > 1 \end{cases}$ در $x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۴- نمودار مقابل تابع $y = g(x)$ است. اگر $f(x) = \frac{3x}{g(x)}$ باشد، آن‌گاه $f'(2)$ کدام است؟ (g همواره مشتق پذیر است.)



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) -1

۵- مشتق نهم تابع $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) 2^9 (۲) -2^9 (۳) -1 (۴) صفر

۶- تابع $y = e^{ax} \sin x$ در معادله دیفرانسیل $y'' = 2ay' - 2y$ صدق می‌کند. مقدار a کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) $\pm \frac{1}{2}$ (۴) $\pm \frac{1}{4}$

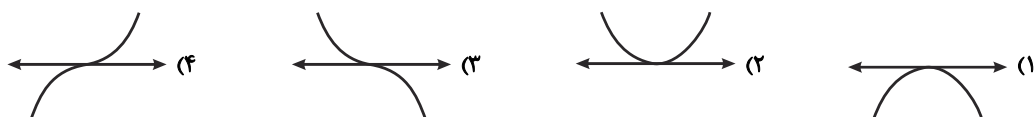
۷- مشتق تابع وارون تابع $f(x) = x + \frac{4}{\pi} \tan^{-1} x$ در نقطه $A(2, 1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi + 2}{\pi}$ (۲) $\frac{-\pi}{\pi + 2}$ (۳) $\frac{\pi}{\pi + 2}$ (۴) $\frac{5\pi + 4}{5\pi}$

۸- تابع $y = xe^{-x}$ در نقطه بحرانی خود چه وضعیتی دارد و مقدار تابع در آن نقطه، کدام است؟

- (۱) ماکزیمم و $\frac{1}{e}$ (۲) می‌نیمم و $\frac{1}{e}$ (۳) ماکزیمم و e (۴) می‌نیمم و e

۹- نمودار تابع $f(x) = \sin^2 x \sin 2x$ در همسایگی $x = \frac{\pi}{3}$ چگونه است؟



۱۰- قدر مطلق تفاضل ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع $y = x\sqrt{4-x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

ریاضی پایه

ریاضی ۲

فصل ۱: «الگو و دنباله»،
 ریشه گیری و توان رسانی»
 فصل ۴: «توابع نمایی و
 لگاریتمی»
 صفحه های ۱ تا ۲۴ و ۸۵ تا ۱۱۹

حسابان

فصل ۱: «محاسبات جبری،
 معادلات و نامعادلات»
 (مجموع جملات دنباله های
 حسابی و هندسی،
 تقسیم چند جمله ای ها
 و بخش پذیری، بسط دو جمله ای،
 ب.م.م و ک.م.م چند جمله ای ها،
 معادلات، ماکسیمم
 و مینیمم توابع درجه دوم)
 صفحه های ۱ تا ۲۴

۱۱- در دنباله تقریبات اعشاری کسر $\frac{7}{11}$ ، مجموع ارقام جلوی ممیز در جمله بیستم چقدر است؟

- (۱) ۹۰
 (۲) ۱۸۰
 (۳) ۸۷
 (۴) ۸۴

۱۲- در یک دنباله حسابی متناهی که ۱۰۰ جمله دارد، جمله اول برابر $20-$ و جمله آخر برابر ۱۳ است. این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- (۱) ۳۹
 (۲) ۳۸
 (۳) ۲۷
 (۴) ۲۳

۱۳- حد مجموع تمام جملات دنباله نامتناهی $a_n = \frac{\cos(n\pi)}{2^n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $-\frac{1}{3}$

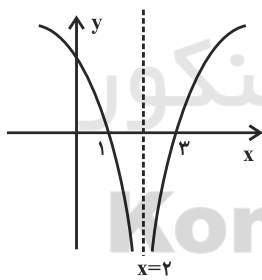
۱۴- فاصله نقطه برخورد تابع $f(x) = 4^x + 2$ با محور y ها، تا نقطه برخورد معکوس این تابع با محور x ها کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $2\sqrt{2}$
 (۳) $3\sqrt{2}$
 (۴) $4\sqrt{2}$

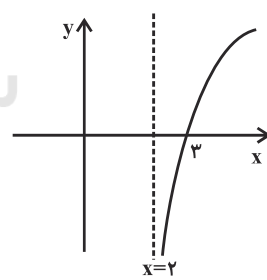
۱۵- اگر $\log_3 4 = a$ باشد، آنگاه $\log_{12} 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{a+1}$
 (۲) $\frac{a}{2a+2}$
 (۳) $\frac{a}{2a+1}$
 (۴) $\frac{a}{a+2}$

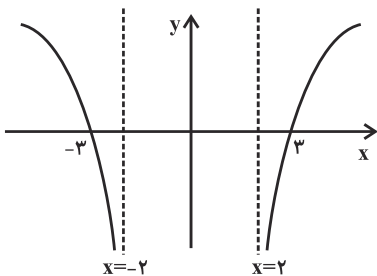
۱۶- کدام گزینه نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{2} \log(x^2 - 4x + 4)$ را نشان می دهد؟



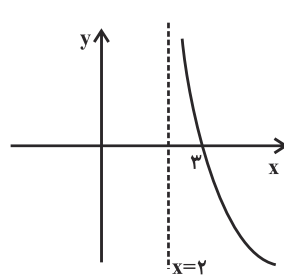
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۷- هرگاه $2^{x+2} + 4^{x+2} = 72$ مفروض باشد، آن $\log_4 \sqrt{x+7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

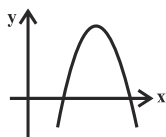


۱۸- جواب‌های معادله $x = 15 \binom{4}{0} x^4 + \binom{4}{1} x^3 + \binom{4}{2} x^2 + \binom{4}{3} x$ کدام است؟

- (۱) ۱ و -۳ (۲) -۱ و ۳ (۳) -۳ و ۱ (۴) ۱ و ۳

۱۹- به هر یک از جواب‌های معادله $x^2 + 2x - 5 = 0$ دو واحد اضافه می‌کنیم، به حاصل ضرب آنها چند واحد اضافه می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) مقداری اضافه نمی‌شود.



۲۰- اگر نمودار تابع $y = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه کدام یک از گزاره‌های زیر قطعاً درست خواهد بود؟

- (۱) $a > 2$ (۲) $a < -2$ (۳) $b > 2$ (۴) $b < -2$

هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

مقاطع مخروطی
ماتریس و دترمینان
صفحه‌های ۷۰ تا ۱۲۹

۲۱- در کدام یک از نقاط هذلولی $x^2 - 2y^2 = 6$ ، خط واصل بین آن نقطه و کانون‌ها بر هم عمودند؟

- (۱) $(4, \sqrt{5})$ (۲) $(\sqrt{7}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ (۳) $(\sqrt{8}, 1)$ (۴) $(\sqrt{10}, \sqrt{2})$

۲۲- اگر A و B دو ماتریس مربعی 2×2 باشند و $AB = \begin{bmatrix} -1 & \alpha - 1 \\ 0 & \beta + 1 \end{bmatrix}$ باشد و حاصل عبارت $A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} B + A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} B$

برابر $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، (α, β) کدام است؟

- (۱) $(1, -2)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-1, -2)$ (۴) $(1, 2)$

۲۳- محورهای مختصات را به اندازه مناسب در جهت مثلثاتی دوران می‌دهیم تا مقطع مخروطی به معادله $5x^2 - 2\sqrt{3}xy + 7y^2 = 1$ به

شکل استاندارد نوشته شود، مقدار x بر حسب مختصات در دستگاه دوران یافته کدام است؟

- (۱) $x = \frac{1}{2}(x' - \sqrt{3}y')$ (۲) $x = \frac{1}{2}(x' + \sqrt{3}y')$ (۳) $x = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x' + y')$ (۴) $x = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y')$

۲۴- در ماتریس مربعی A از مرتبه ۳، رابطه $(I + A)(I + A^t) = \begin{bmatrix} 2 & m-1 & m \\ 5-2m & 5 & m+n \\ n+1 & 2m-1 & 7 \end{bmatrix}$ برقرار است، حاصل $m+n$ کدام

است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ناحیه درون و روی دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ را به ناحیه درون و روی یک بیضی تبدیل می‌کند. خروج از

مرکز این بیضی کدام است؟



$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

۲۶- مساحت چهارضلعی حاصل از اثر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ روی مربع با دو رأس متقابل $(1, 1)$ و $(-1, -1)$ کدام است؟

12 (۴) 9 (۳) 8 (۲) 6 (۱)

۲۷- اگر ماتریس $A_{3 \times 3}$ متقارن و $M_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ یک کهاد آن و $A_{11} = 4$ یک همساز آن باشد؛ ستون دوم ماتریس A چگونه است؟

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱)

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = A \cdot A^t$ ، آنگاه به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، حاصل دترمینان B عددی منفی است؟

R (۴) $\{a : a > 1\}$ (۳) $\{a : a < 1\}$ (۲) \emptyset (۱)

۲۹- اگر به تمام درایه‌های واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ ، یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ۶ واحد اضافه می‌شود. a کدام است؟

4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) -1 (۱)

۳۰- در ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+x & a & a \\ b & b+x & b \\ c & c & c+x \end{bmatrix}$ ، اگر مجموع تمام درایه‌ها برابر ۶ و مقدار $|A| = 8$ باشد، x کدام است؟

± 3 (۴) ± 2 (۳) ± 1 (۲) 0 (۱)

ریاضیات گسسته

۳۱- به ازای چند عدد طبیعی n از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰، $3^n - 8^n$ بر ۹ بخش پذیر است؟

9 (۱) 18 (۲)

8 (۳) 16 (۴)

۳۲- معادله سیال $a^2 + 1 = 5x + 10y$ ، به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی a ، دارای جواب است؟

12 (۱) 36 (۲)

24 (۳) 18 (۴)

۳۳- اگر A مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد و $\{2k+1 : k \in A\}$ ، آن‌گاه مجموعه $A^2 - B^2$ چند زیر

مجموعه دارد؟

2^7 (۱) 2^8 (۲) 2^9 (۳) 2^{12} (۴)

۳۴- تعداد افزایندهای مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ که شامل فقط یک مجموعه دو عضوی باشد، کدام است؟

30 (۱) 45 (۲) 60 (۳) 90 (۴)

ریاضیات گسسته

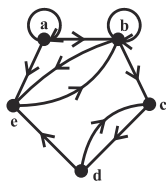
نظریه اعداد
(همنهستی) / ترکیبات
صفحه‌های ۴۸ تا ۷۳

جبر و احتمال

صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸



۳۵- اگر گراف روبه‌رو متناظر با رابطه R باشد، رابطه RoR ، چند عضو دارد؟



- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۷
- (۴) ۱۸

۳۶- روی مجموعه $\{x, y, z, t\}$ ، چند رابطه بازتابی می‌توان نوشت به طوری که شامل زوج (x, y) و فاقد زوج (z, t) باشد؟

- (۱) 2^9
- (۲) 2^{12}
- (۳) 2^{11}
- (۴) 2^{10}

۳۷- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ چند جواب صحیح با شرط $x_1 \geq 1$ و $x_2 \geq 2$ و $x_3 \geq 3$ دارد؟

- (۱) ۲۸
- (۲) ۴۵
- (۳) ۹۱
- (۴) $\binom{12}{6}$

۳۸- تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی B به یک مجموعه ۳ عضوی A ، کدام است؟

- (۱) ۸۱
- (۲) ۶۴
- (۳) ۳۶
- (۴) ۴۵

۳۹- چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 240\}$ نسبت به ۶۰ اول هستند؟

- (۱) ۶۴
- (۲) ۲۴
- (۳) ۴۸
- (۴) ۱۶

۴۰- معادله $x + y + z = 10$ ، در مجموعه اعداد صحیح نامنفی با شرایط $x \leq 4$ و $y \leq 5$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۵۰

هندسه ۲

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۷

۴۱- تصویر خط L با معادله $x + 2y = 2$ ، تحت انتقال با کدام‌یک از بردارهای زیر، بیشترین فاصله را از

خط L دارد؟

- (۱) $U_1 = (1, 4)$
- (۲) $U_2 = (2, 3)$
- (۳) $U_3 = (3, 2)$
- (۴) $U_4 = (4, 1)$

۴۲- تحت یک تجانس با نسبت ۲، خط به معادله $y = x + 2$ ، روی خط به معادله $y = x + 4$ تصویر شده است، مرکز این تجانس لزوماً:

- (۱) واقع بر خط $y = x$ است.
- (۲) واقع بر خط $y = x + 1$ است.
- (۳) واقع بر خط $y = x + 2$ است
- (۴) مبدأ مختصات است.

۴۳- تحت دوران حول نقطه A ، نقطه $(2, 0)$ روی $(0, 2)$ و نقطه $(0, 2)$ روی نقطه $(-4, 0)$ نگاشته شده است. مجموع طول و عرض A

کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) $-2\sqrt{2}$
- (۳) -۳
- (۴) $-3\sqrt{2}$

۴۴- دوران یافته نقطه $A(2, 1)$ ، نسبت به مبدأ مختصات، تحت دوران‌های 90° و 270° ، به ترتیب نقاط A' و A'' است. مساحت مثلث

$AA'A''$ کدام است؟

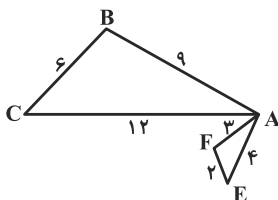
- (۱) $\frac{5}{2}$
- (۲) ۵
- (۳) ۱۰
- (۴) ۲۰



۴۵- تبدیل $T(x, y) = (-y - 3, -x - 3)$ ، یک بازتاب نسبت به خط است. فاصله نقطه‌ای به عرض ۵، واقع بر محور این بازتاب، از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{۸۶}$ (۲) $\sqrt{۸۷}$
(۳) $\sqrt{۸۸}$ (۴) $\sqrt{۸۹}$

۴۶- با توجه به شکل زیر، با کدام تبدیل می‌توان مثلث AEF را متجانس مثلث ABC نمود؟



(۱) بازتاب محوری با محور AC

(۲) دوران حول مرکز A و به زاویه \widehat{FAC}

(۳) دوران حول مرکز A و به زاویه \widehat{FAB}

(۴) بازتاب نسبت به نقطه هم‌مرسی میانه‌های مثلث ABC

۴۷- خط $l: x - 2y = 7$ ، با تبدیل $T(x, y) = (1 - y, 2 + x)$ به خط l' تبدیل می‌شود. نقطه تلاقی l و l' در کدام ناحیه است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۴۸- در یک تجانس به مرکز مبدأ، مساحت تصویر مثلث ABC، سه برابر مساحت این مثلث است. اگر معادله ضلع AB به صورت

$2x + 3y - 2 = 0$ باشد، تحت این تجانس، معادله تصویر ضلع AB چگونه است؟

- (۱) $2x + 3y = 0$ (۲) $2x + 3y - \frac{2}{3} = 0$
(۳) $2x + 3y - 2\sqrt{3} = 0$ (۴) $2x + 3y - 6 = 0$

۴۹- اگر تبدیل $T(x, y) = (ax + ay, ax - ay)$ ایزومتری باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۵۰- دو نقطه O و O_1 معلوم‌اند. A_1 بازتاب نقطه A نسبت به O و A_2 بازتاب نقطه A_1 نسبت به O_1 است. اگر A_2 تبدیل یافته A

باشد، در کدام حالت نوع تبدیل کاملاً مشخص است؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) دوران (۴) بازتاب محوری

فیزیک پیش‌دانشگاهی

فیزیک پیش‌دانشگاهی

موج‌های الکترومغناطیسی

صفحه‌های ۱۶۶ تا ۱۸۲

Konkur.in

۵۱- کدام گزینه زیر در مورد موج‌های الکترومغناطیسی درست نیست؟

(۱) بسامد نوسان‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با هم برابرند.

(۲) راستای نوسان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند.

(۳) در طیف امواج الکترومغناطیسی، وقتی از امواج رادیویی به طرف پرتو گاما می‌رویم، طول موج افزایش می‌یابد.

(۴) چگونگی آشکارسازی بخش‌های مختلف طیف امواج الکترومغناطیسی، متفاوت است.

۵۲- در یک آزمایش یانگ، فاصله دو شکاف نورانی از هم 2.8 cm / ۰ و فاصله پرده از صفحه دو شکاف برابر با $1 / 2 \text{ m}$ است. فاصله چهارمین

نوار تاریک تا نوار روشن مرکزی، چند برابر طول موج نور به کار رفته در آزمایش است؟

- (۱) ۳۰۰۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۳۰

۵۳- در آزمایش یانگ به منظور افزایش عرض نوارهای تداخلی می‌توان ...

(۱) فاصله پرده از صفحه شکاف‌ها را کاهش داد.

(۲) فاصله دو شکاف را افزایش داد.

(۳) از نوری با طول موج کمتر استفاده کرد.

(۴) فاصله دو شکاف را کم کرد.



۵۴- آزمایش یانگ را یک بار در هوا و بار دیگر در مایعی شفاف به ضریب شکست $\frac{8}{5}$ در شرایط یکسان انجام می‌دهیم. چندمین نوار تاریک در

هوا بر چهارمین نوار روشن در مایع شفاف، منطبق می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۵- در آزمایش یانگ، اختلاف راه دو پرتو نوری که از محل دو شکاف به محل نوار سوم روشن می‌رسند، 15000 آنگستروم است. اختلاف

زمانی دو پرتو نوری که از این دو شکاف به محل نوار دوم تاریک می‌رسند، چند ثانیه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

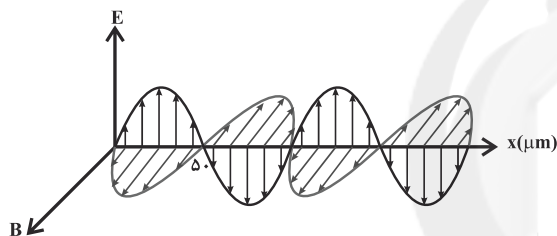
- (۱) $7/5 \times 10^{-15}$ (۲) $2/5 \times 10^{-15}$ (۳) $1/5 \times 10^{-15}$ (۴) 3×10^{-15}

۵۶- سرعت یک موج الکترومغناطیسی در محیطی به ضریب شکست n برابر با v است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) $v = \frac{1}{n\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ (۲) $v = \frac{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}{n}$ (۳) $v = n\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ (۴) $v = \frac{n}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$

۵۷- در شکل زیر، نمودار میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر حسب مکان، برای یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، نشان

داده شده است. این موج در محدوده امواج... قرار دارد و دوره تناوب آن برابر با... است. ($\pi = 3, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)



- (۱) فرو سرخ، $\frac{1}{3}$ پیکو ثانیه
(۲) رادیویی، ۲ میکروثانیه
(۳) فرسرخ، ۲ پیکو ثانیه
(۴) رادیویی، $\frac{1}{3}$ میکروثانیه

۵۸- در آزمایش یانگ، اختلاف فاز دو موج نوری که در یک مکان روی پرده به هم می‌رسند، برابر با 5π رادیان شده است. در این مکان روی پرده نوار چندم تشکیل شده است؟

- (۱) روشن پنجم (۲) تاریک پنجم (۳) روشن سوم (۴) تاریک سوم

۵۹- اگر در آزمایش یانگ به جای نور سبز از نور بنفش استفاده کنیم، چه تغییری در پهنای نوارهای روشن و تاریک ایجاد می‌شود؟

- (۱) پهنای نوارها کم می‌شود.
(۲) پهنای نوارها زیاد می‌شود.
(۳) پهنای نوارهای روشن زیاد و تاریک کم می‌شود.
(۴) پهنای نوارهای روشن کم و تاریک زیاد می‌شود.

۶۰- در آزمایش یانگ، طول موج نور مورد آزمایش 3×10^{-4} برابر فاصله دو شکاف است. اگر فاصله پرده از صفحه شکافها $2m$ باشد، فاصله

سومین نوار تاریک یک طرف نوار روشن مرکزی از پنجمین نوار روشن طرف دیگر نوار روشن مرکزی چند میلی‌متر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۳ (۳) $4/5$ (۴) ۶

فیزیک ۳

۶۱- کدام گزینه درباره مفهوم سرعت سوق صحیح است؟

- (۱) جهت سرعت سوق که باعث برقراری جریان الکتریکی در رسانا می‌گردد، در جهت میدان الکتریکی اعمالی است.
(۲) در یک رسانا که در تعادل الکترواستاتیکی است، حرکت الکترون‌های آزاد با سرعت سوق و به صورت کاتوره‌ای رخ می‌دهد.
(۳) اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی معمولاً بسیار اندک و به کندی سرعت حرکت یک حلزون است.
(۴) همه گزینه‌ها صحیح هستند.

فیزیک ۳

جریان الکتریکی

صفحه‌های ۸۲ تا ۱۱۴

فیزیک ۱

الکتریسته

صفحه‌های ۵۷ تا ۷۶



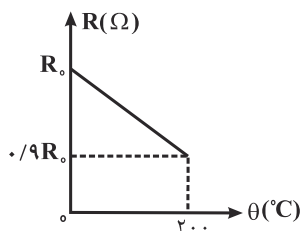
۶۲- دو سر سیمی به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است و در بازه زمانی معینی از هر مقطع آن تعداد n_1 الکترون عبور می کند. اگر دو سر سیم

دیگری با همین طول و جنس اما قطری دو برابر قطر سیم اول را به همان اختلاف پتانسیل ثابت وصل کنیم، در همان بازه زمانی، تعداد n_2

الکترون از هر مقطع سیم عبور می کند. حاصل $\frac{n_1}{n_2}$ کدام است؟ (دما ثابت و برای دو حالت یکسان فرض می شود).

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۶۳- در شکل زیر، نمودار مقاومت الکتریکی یک جسم بر حسب دمای آن رسم شده است. ضریب دمایی مقاومت این جسم چند (K^{-1}) است؟



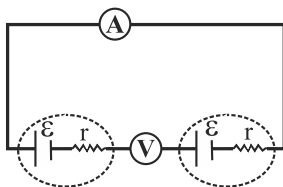
(۱) 45×10^{-5}

(۲) 5×10^{-4}

(۳) -5×10^{-4}

(۴) -45×10^{-5}

۶۴- در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده آل و ولتسنج ایده آل، به ترتیب از راست به چپ چه عددی را نشان می دهند؟



(۱) صفر - صفر

(۲) صفر - ۲ε

(۳) $\frac{\epsilon}{r}$ - صفر

(۴) $\frac{\epsilon}{r}$ - ۲ε

۶۵- چند عبارت از عبارتهای زیر درباره انواع مقاومت های الکتریکی صحیح است؟

(الف) در دماسنج های مقاومتی از برنج استفاده می شود زیرا دچار خوردگی نمی شود و نقطه ذوب بالایی دارد.

(ب) در ساختمان مقاومت های ترکیبی فقط از فلزات (فیلم های نازک آنها) استفاده می شود که داخل پوششی پلاستیکی قرار می گیرند.

(پ) مقاومت های پیچهای از قدیمی ترین نوع مقاومت ها هستند و برای تولید مقاومت های پائین بسیار دقیق ساخته می شوند.

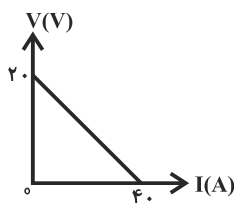
(ت) در استانداردهای مهندسی، سیمها را بر حسب طول و مساحت مقطع آنها، نمره بندی می کنند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۶- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولدی بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر دو سر این مولد را به دو سر یک

مقاومت $\frac{4}{5}$ اهمی وصل کنیم، به ترتیب از راست به چپ، جریان عبوری از مقاومت چند آمپر و اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت

خواهد شد؟



(۱) ۴، ۲۰

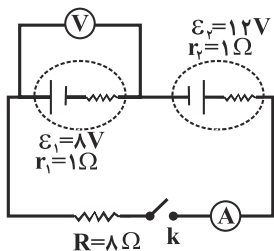
(۲) ۲۰، ۴

(۳) ۱۸، ۴

(۴) ۴، ۱۸



۶۷- در مدار شکل زیر، با بستن کلید k ، اعدادی که آمپرسنج ایده آل و ولتسنج ایده آل نشان می دهند، به ترتیب از راست به چپ بر حسب



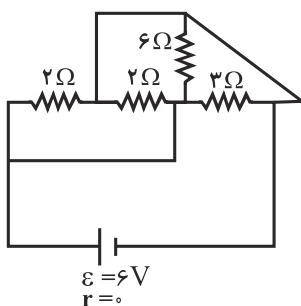
واحدهای SI کدام است؟

- (۱) ۸/۴ ، ۰/۴
- (۲) ۷/۶ ، ۰/۴
- (۳) ۱۰ ، ۰/۲
- (۴) ۶ ، ۰/۲

۶۸- در خطوط انتقال برق، انرژی الکتریکی را چگونه منتقل می کنند تا اتلاف انرژی کم تری داشته باشد؟

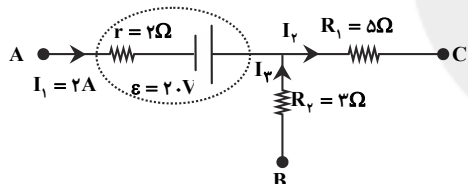
- (۱) با ولتاژ بالا و جریان پایین
- (۲) با ولتاژ پایین و جریان بالا
- (۳) با ولتاژ و جریان بالا
- (۴) با ولتاژ و جریان پایین

۶۹- در مدار شکل زیر، توان تولیدی مولد چند وات است؟



- (۱) ۳۶
- (۲) ۱۸
- (۳) ۵۴
- (۴) ۲۴

۷۰- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می دهد. اگر $V_A - V_C = 14V$ باشد، $V_A - V_B$ چند ولت است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۱۰
- (۳) -۲۸
- (۴) ۲

فیزیک ۱ و ۲

فیزیک ۱ و ۲
ویژگی های ماده
صفحه های ۹۵ تا ۱۱۷

۷۱- چند مورد از عبارت های زیر صحیح است؟

- فاصله مولکول ها از هم در حالت جامد بسیار کم تر از حالت مایع است.
 - پدیده پخش تنها در گازها مشاهده می شود.
 - شیشه یک جامد بی شکل است که مولکول ها در شبکه منظمی کنار هم قرار ندارند.
 - نیروی چسبندگی سطحی باعث می شود تا مولکول های تشکیل دهنده یک قطره مایع از هم جدا نشوند.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۷۲- درون مکعبی فلزی به چگالی $10 \frac{g}{cm^3}$ که هر ضلع آن $10cm$ است، حفره ای وجود دارد که درون آن از ماده ای به چگالی $8 \frac{g}{cm^3}$ پر شده است. اگر جرم مکعب و ماده درونش برابر با $9/5 kg$ باشد، حجم حفره چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱) ۷۵۰
- (۲) ۵۰۰
- (۳) ۲۵۰
- (۴) ۱۰۰

۷۳- وقتی که مقداری آب روی سطح شیشه ای چرب ریخته شود، ...

- (۱) آب روی سطح شیشه پخش می شود و آن را تر می کند.
- (۲) آب روی شیشه به صورت گلوله گلوله در می آید.
- (۳) الزاماً همه آب در یک جا جمع می شود.
- (۴) بسته به دمای محیط، هر سه گزینه می توانند درست باشند.



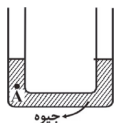
۷۴- فشار کل در عمق ۷ متری سطح آب تقریباً چند برابر فشار کل در عمق ۱۷ متری سطح آب است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۳

۷۵- در شکل زیر، جیوه در دو طرف لوله U شکل با سطح مقطع یکسان در حالت تعادل قرار دارد. اگر در شاخه سمت راست مایعی به چگالی $10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به اندازه‌ای بریزیم که ارتفاع آن 136 cm شود، فشار در نقطه A چند سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد؟

$$(\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$



- (۱) ۵۰ (۲) ۷۰ (۳) ۶۸ (۴) ۱۰۰

۷۶- در شکل زیر، سطح مقطع قسمت پایین ظرف، 600 cm^2 و قسمت بالای آن 400 cm^2 است. اگر ۸ lit از یک مایع به چگالی 0.5 g/cm^3 در ظرف بریزیم، نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از مایع، چند نیوتون می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و فرض کنید مایع از ظرف سرریز نمی‌شود).



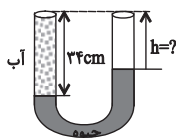
- (۱) ۴۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۴۰ (۴) ۰/۴

۷۷- مخروط ناقصی مطابق شکل روی سطح افقی قرار دارد و شعاع قاعده بزرگ آن ۲ برابر شعاع قاعده کوچک آن است. اگر آن را روی قاعده بزرگ بگذاریم و بخواهیم فشار وارد بر سطح افقی تغییری نکند، وزنه‌ای چند برابر وزن مخروط را باید روی آن قرار دهیم؟



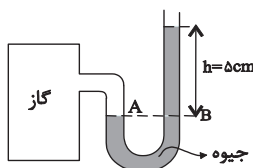
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۸- در شکل زیر، اگر مجموعه در حال تعادل باشد، h چند سانتی‌متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



- (۱) ۲۷/۵ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱/۵

۷۹- در شکل زیر، اگر مجموعه در حال تعادل باشد، فشار پیمانهای گاز درون ظرف چند پاسکال است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



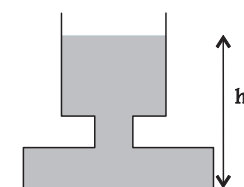
سایت کنکور
Konkur.in

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- (۱) ۵ (۲) ۸۱ (۳) ۶۸۰۰ (۴) ۱۰۶۸۰۰

۸۰- در شکل زیر ظرف تا ارتفاع h از آب پر شده و سطح مقطع قسمت‌های مختلف استوانه‌ای شکل آن از بالا به پایین به ترتیب

0.04 m^2 ، 0.01 m^2 و 0.08 m^2 است. اگر ۲ لیتر آب بر آب ظرف اضافه کنیم، فشار ستون مایع در کف ظرف چند پاسکال افزایش



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۵۰۰



شیمی پیش دانشگاهی

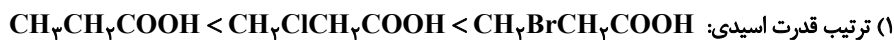
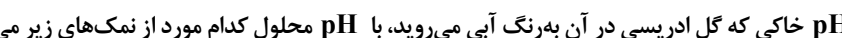
شیمی پیش دانشگاهی

اسیدها و بازها +

الکتروشیمی

صفحه‌های ۷۶ تا ۱۰۴

۸۱- گونه‌های موجود در کدام گزینه به درستی مقایسه شده‌اند؟

۸۲- در صورتی که بدانیم پس از آبکافت محلول ۰/۱ مولار KCN، غلظت یون CN^- در محلول برابر ۰/۰۶ مولار است. مقدار pH محلولموردنظر برابر ... بوده و محلول در حضور شناساگر ... به رنگ ... در می‌آید. $(\log 6 \approx 0.8, \log 4 \approx 0.6)$ 

۸۳- pH خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ آبی می‌روید، با pH محلول کدام مورد از نمک‌های زیر می‌تواند یکسان باشد؟

آ سدیم هیدروژن کربنات

ب سدیم کلرید

پ آمونیوم کلرید

ت سدیم اگزالات

۴ آ و ت

۳ پ

۲ ب و پ

۱ آ

۸۴- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

الف) آمینواسیدها هم خاصیت اسیدی و هم خاصیت بازی دارند.

ب) گلی‌سین مانند بوتیل آمین، انحلال پذیری زیادی در اتانول دارد.

ج) اگر گروه R در فرمول همگانی آلفا آمینواسید، C_6H_5 باشد، فرمول مولکولی آن آمینواسید، $\text{C}_8\text{H}_9\text{NO}_2$ خواهد بود.

د) نقطه ذوب گلی‌سین بیش تر از پروپانویک اسید است.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۸۵- کدام بیان نادرست است؟

(۱) گلی‌سین، آمینو اسیدی مایع است.

(۲) کربوکسیلیک اسیدها، اسیدهای ضعیفی‌اند.

(۳) فرمول مولکولی اگزالیک اسید $\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$ است.

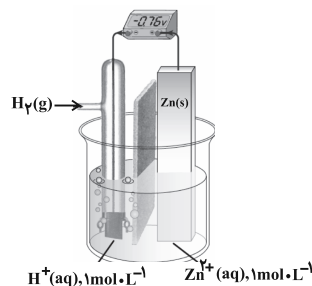
(۴) محلول بافر شامل یک اسید ضعیف و نمک آن یا برعکس، به نسبت مولی معین است.

۸۶- با توجه به واکنش موازنه نشده روبه‌رو تمام گزینه‌ها درست هستند به جز: $\text{MnO}_4^- + \text{H}^+ + \text{NO}_2^- \rightleftharpoons \text{Mn}^{2+} + \text{NO}_3^- + \text{H}_2\text{O}$ (۱) این واکنش از نوع اکسایش و کاهش بوده و تعداد e^- های مبادله شده در آن برابر ۱۰ می‌باشد.

(۲) در این واکنش یون پرمنگنات نقش اکسنده و یون نیتريت نقش کاهنده را دارد.

(۳) پس از موازنه مجموع ضرایب فرآورده‌ها ۳ واحد کم‌تر از مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها است.

(۴) تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده در این واکنش برابر عدد اکسایش کربن گروه عاملی کربوکسیل، در کربوکسیلیک اسیدها است.

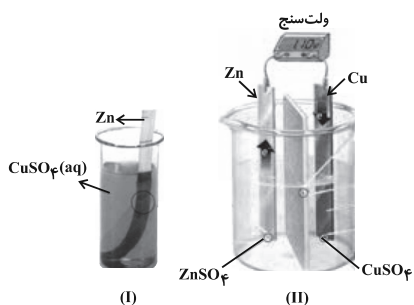
۸۷- اگر در شرایط استاندارد در شکل زیر از آند $1.0 \times 10^{22} \times 0.22 / 6$ الکترون خارج شده باشد، چند لیتر گاز هیدروژن تولید شده است؟

۱۱۲ (۱)

۱/۱۲ (۲)

۲۲۴ (۳)

۲/۲۴ (۴)

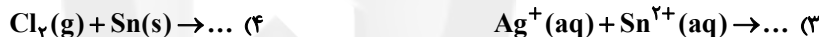
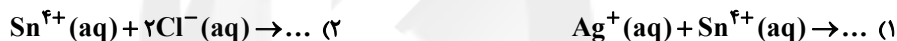


۸۸- با توجه به شکل های I و II کدام یک از عبارات آ تا ت نادرست است؟
 (آ) در هر دو شکل مبادله الکترون انجام می شود و جریان برق تولید می شود.
 (ب) در شکل I تعدادی از اتم های تیغه روی، الکترون های لایه ظرفیت خود را در سطح تیغه گذاشته و به صورت Zn^{2+} وارد محلول می شوند.
 (پ) در هر دو شکل یک واکنش جابه جایی یگانه در شرایط کاملاً کنترل شده انجام می شود.
 (ت) در شکل II جرم تیغه روی که قطب منفی سلول الکتروشیمیایی است، به مرور کاهش می یابد.

(۱) آ - ب (۲) آ - پ (۳) ب - ت (۴) آ - ب - پ

۸۹- با توجه به جدول زیر، کدام واکنش انجام پذیر بوده و بیشترین سلول E° را دارد؟

$E^\circ(V)$	نیم واکنش
۰ / ۱۵	$Sn^{4+}(aq) + 2e \rightleftharpoons Sn^{2+}(aq)$
۰ / ۸	$Ag^+(aq) + e \rightleftharpoons Ag(s)$
-۰ / ۱۴	$Sn^{2+}(aq) + 2e \rightleftharpoons Sn(s)$
۱ / ۳۶	$Cl_2(g) + 2e \rightleftharpoons 2Cl^-(aq)$



۹۰- کدام مطلب در مورد سلول الکتروشیمیایی (Pt - SHE) درست است؟ $E^\circ_{(Pt^{2+}(aq)/Pt(s))} = +1/20V$ ، $(Pt = 195g.mol^{-1})$

- (۱) اگر الکتروود هیدروژن به پایانه مثبت ولت سنج متصل شود، عدد $+1/20V$ بر روی آن نمایش داده می شود.
 (۲) E° برای SHE فقط در دمای اتاق ($25^\circ C$) برابر صفر در نظر گرفته می شود.
 (۳) جنس الکتروود در هر دو نیم سلول یکسان است.
 (۴) با مصرف $6/72$ لیتر گاز هیدروژن (در شرایط STP) در آند، $55/8$ گرم بر جرم کاتد افزوده می شود.

شیمی ۲ و ۳

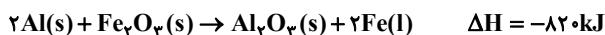
۹۱- گرمای ویژه طلا $0.132J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ است. اگر به نمونه ای از طلا به جرم m گرم، 150 ژول گرما بدهیم،

دمای آن از $21/5^\circ C$ به $34/2^\circ C$ می رسد. m تقریباً کدام است؟

- (۱) $89/5$ (۲) $98/2$
 (۳) 102 (۴) $108/4$

۹۲- مطابق واکنش ترمیت، گرمای حاصل از واکنش 108 گرم آلومینیم با مقدار کافی فریک اکسید چند کیلوگرم یخ ($H_2O(s)$) را می تواند

تصعید کند؟ $(Al = 27, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1})$



- (۱) 0.5904 (۲) 0.2952 (۳) 0.67 (۴) 0.335

شیمی ۳
 ترمودینامیک شیمیایی
 صفحه های ۳۹ تا ۵۸

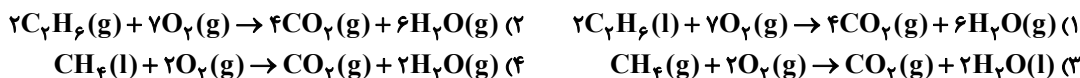
شیمی ۲
 ترکیب های کووالانسی
 صفحه های ۶۵ تا ۸۲



۹۳- آنتالپی سوختن و دمای شعله آلکان‌های سبک به ترتیب ... و ... از آلکان‌های هم کرین آن‌ها می‌باشد.

(۱) کم‌تر - بیش‌تر (۲) بیش‌تر - کم‌تر (۳) کم‌تر - کم‌تر (۴) بیش‌تر - کم‌تر

۹۴- ΔH سوختن کدام یک از واکنش‌های زیر منفی‌تر است؟ (جرم مولی C_7H_6 برابر 30 g.mol^{-1} و جرم مولی CH_4 برابر 16 g.mol^{-1} است.)



۹۵- کدام عبارت زیر نادرست است؟

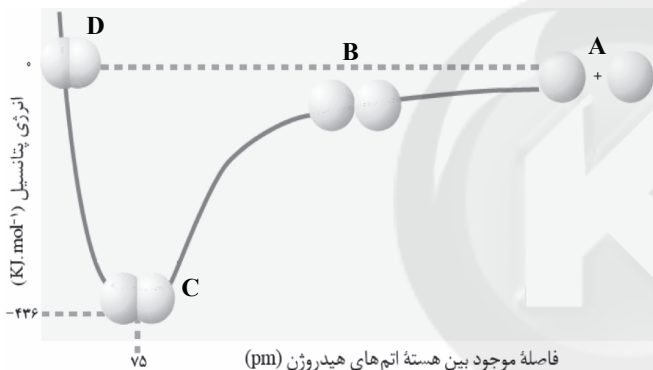
(۱) آنتالپی یک واکنش، کمیتی مقداری است.

(۲) آنتالپی استاندارد تشکیل الماس بزرگ‌تر از صفر است.

(۳) وقتی سامانه روی محیط کار انجام دهد علامت w مثبت است.

(۴) در واکنش سوختن متان، گرمای آزاد شده با انرژی درونی برابر است.

۹۶- با توجه به شکل زیر، می‌توان دریافت که:



(۱) انرژی پیوند برابر با -436 kJ.mol^{-1} است.

(۲) انرژی لازم برای نزدیک کردن دو اتم هیدروژن همواره

کم‌تر از انرژی لازم برای جدا کردن آن‌هاست.

(۳) در وضعیت D جایگاه اتم‌ها در فاصله تعادلی نشان

داده شده است.

(۴) در وضعیت B، نیروهای جاذبه بر نیروهای دافعه غلبه

دارند.

۹۷- کدام گزینه درست است؟

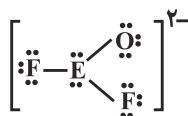
(۱) تعداد قلمرو الکترونی اتم مرکزی در دو مولکول SO_3 و SO_2 با هم متفاوت است.

(۲) الکترون‌گاتیوی اکسیژن $3/5$ و الکترون‌گاتیوی سیلیسیم $1/7$ می‌باشد و پیوند بین این دو اتم، در آستانه پیوند یونی است.

(۳) در دو مولکول CS_2 و N_2O شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی با جفت الکترون‌های پیوندی برابر نیست.

(۴) زاویه‌ای که سه اتم متصل به هم با یکدیگر می‌سازند، حداکثر می‌تواند 180° درجه باشد.

۹۸- با توجه به ساختار لوویس زیر، E کدام عنصر می‌تواند باشد؟



Cl (۲)

P (۴)

Si (۱)

S (۳)

۹۹- کدام گزینه در مورد مولکول اوزون نادرست بیان شده است؟

(۱) اوزون مولکولی خمیده است.

(۲) دارای دو ساختار رزونانسی است که هر دو از قاعده هشتایی تبعیت می‌کنند.

(۳) یک پیوند آن داتیو است و دیگری دوگانه با طول پیوند کوتاه‌تر می‌باشد.

(۴) طول پیوندهای اکسیژن - اکسیژن یکسان و میانگین طول پیوندهای یگانه و دوگانه است.

۱۰۰- فرمول تجربی یک ترکیب آلی به صورت CH_4BrO می‌باشد. اگر جرم مولی این ترکیب 220 g.mol^{-1} باشد، فرمول مولکولی این

ترکیب کدام است؟ ($C = 12, H = 1, Br = 80, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

$C_4H_8Br_2O_2$ (۲)

$C_4H_8Br_4O_4$ (۴)

$C_4H_4Br_2O_2$ (۱)

$C_4H_4Br_4O_4$ (۳)



پاسخ نامه

آزمون غیر حضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

Konkur.in

۱۳۹۸ اسفند ۹

(مباحث ۲۳ اسفند ۹۸)

$$g'(y) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-0}{2-(-1)} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} g(y) = 4 \\ g'(y) = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(y) = \frac{f(y) - f(\frac{4}{3})}{(y) - \frac{4}{3}} = \frac{12-8}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

۵- گزینه «۲»

ابتدا تابع را کمی ساده می‌کنیم:

$$f(x) = (\cos^y x - \sin^y x)(\cos^y x + \sin^y x) = \cos^y x$$

مشتق نهم تابع f به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$f^{(9)}(x) = y^9(-\sin^y x) \Rightarrow f^{(9)}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -y^9 \sin^y \frac{\pi}{4} = -y^9$$

۶- گزینه «۱»

مشتق دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$y = e^{ax} \sin x \Rightarrow y' = ae^{ax} \sin x + e^{ax} \cos x$$

$$y'' = a^2 e^{ax} \sin x + ae^{ax} \cos x + ae^{ax} \cos x - e^{ax} \sin x$$

$$y'' = (a^2 - 1)e^{ax} \sin x + 2ae^{ax} \cos x$$

$$\Rightarrow y'' = 2ay' - 2y \Rightarrow (a^2 - 1)e^{ax} \sin x + 2ae^{ax} \cos x$$

$$= 2a^2 e^{ax} \sin x + 2ae^{ax} \cos x - 2e^{ax} \sin x$$

$$\Rightarrow (a^2 - 1 - 2a^2 + 2)e^{ax} \sin x = 0 \Rightarrow 1 - a^2 = 0 \Rightarrow a = \pm 1$$

۷- گزینه «۳»

مشتق تابع f را در نقطه A'(1, 2) محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 1 + \frac{f}{\pi} \times \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow f'(1) = 1 + \frac{f}{\pi} \times \frac{1}{2}$$

$$f'(1) = 1 + \frac{2}{\pi} \Rightarrow f'(1) = \frac{\pi+2}{\pi}$$

می‌دانیم اگر $f(a) = b$ آن‌گاه $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$ پس داریم:

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{\pi}{\pi+2}$$

۸- گزینه «۱»

$$y = xe^{-x} \Rightarrow y' = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = e^{-1}$$

پس نقطه $(1, e^{-1})$ تنها نقطه بحرانی تابع است.

x	1
y	e^{-1}
y'	+

پس نقطه $(1, e^{-1})$ ماکزیمم تابع است.

۹- گزینه «۱»

$$f(x) = \sin^y x (y \sin x \cos x) \Rightarrow f(x) = y \sin^y x \cos x$$

$$f'(x) = y \sin^y x \cos^2 x - y \sin^y x = y \sin^y x (y \cos^2 x - \sin^y x)$$

$$= y \sin^y x (y \cos^2 x - (1 - \cos^y x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = y \sin^y x (y \cos^y x - 1) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$

دیفرانسیل

۱- گزینه «۳»

هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = 75x + \frac{x^2}{1000} - 3000 - 50x - \frac{2x^2}{1000}$$

$$= -3000 + 25x - \frac{x^2}{1000}$$

$$P'(x) = 25 - \frac{x}{500} \Rightarrow P'(1000) = 25 - 2 = 23$$

۲- گزینه «۳»

$$\text{مشتق متوسط} = \frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1}$$

$$= \frac{\sqrt{(1+h)^2} - \sqrt{1^2} + 17 - \sqrt{16}}{h} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{h^2 + 2h + 1} - 2 + 17 - 4}{h} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{h^2 + 2h + 1} = \frac{h}{3} + 4$$

$$\Rightarrow h^2 + 2h + 1 = \left(\frac{h+12}{3}\right)^2 \Rightarrow h^2 + 2h + 1 = \frac{h^2 + 144 + 24h}{9}$$

$$9h^2 + 144 = h^2 + 144 + 24h \Rightarrow 8h^2 = 24h \Rightarrow h = 3$$

۳- گزینه «۲»

مشتق تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & ; x < 1 \\ -\frac{1}{3}x & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow m_1 = f'_-(1) = \frac{1}{2}, m_2 = f'_+(1) = -\frac{1}{3}$$

بنابراین داریم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)}{1 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)} \right| = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

۴- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{3x}{g(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{3g(x) - 3xg'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow f'(y) = \frac{3g(y) - 3y g'(y)}{g^2(y)} = \frac{3g(y) - 6g'(y)}{g^2(y)}$$

می‌دانیم $g(y)$ مقدار تابع در نقطه $x = y$ می‌باشد پس: $g(y) = 4$ (با توجه به شکل ضماً

$g'(y)$ همان شیب خط مماس وارد بر منحنی $g(x)$ در نقطه $x = y$ است.



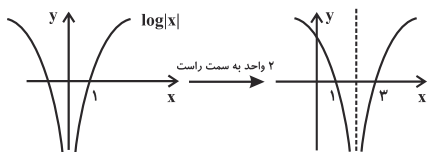
۱۵- گزینه «۲»

$$\log_3 4 = a \Rightarrow 2 \log_3 2 = a \Rightarrow \log_3 2 = \frac{a}{2} \Rightarrow \log_3 3 = \frac{2}{a}$$

$$\log_{1/2} 2 = \frac{1}{\log_2 1/2} = \frac{1}{-\log_2 2} = \frac{1}{-1} = -1 = \frac{a}{2a+2}$$

۱۶- گزینه «۲»

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(x^2 - 4x + 4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(x-2)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (2) \log|x-2|$$



۱۷- گزینه «۳»

$$2^{x+2} + 4^{x+2} = 72 \Rightarrow 2^{x+2} + (2^2)^{x+2} = 72 \Rightarrow 2^{x+2} + 2^{2x+4} = 72$$

فرض می‌کنیم $2^{x+2} = t$ و $t > 0$ باشد، بنابراین:

$$t + t^2 = 72 \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t+9)(t-8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -9 & \text{غیر قابل قبول} \\ t = 8 & \text{قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow 2^{x+2} = 8 = 2^3 \Rightarrow x+2 = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\log_6 \sqrt{x+7}, x=1 \Rightarrow \log_6 \sqrt{8} = \log_6 2\sqrt{2} = \log_6 2 + \log_6 \sqrt{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

۱۸- گزینه «۱»

می‌دانیم که

$$(x+1)^6 = \binom{6}{0}x^6 + \binom{6}{1}x^5 + \binom{6}{2}x^4 + \binom{6}{3}x^3 + \binom{6}{4}x^2 + \binom{6}{5}x + \binom{6}{6}$$

$$\Rightarrow (x+1)^6 = 15 + 1 = 16 \Rightarrow (x+1)^6 = 16$$

$$\Rightarrow x+1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

۱۹- گزینه «۴»

فرض می‌کنیم α و β جواب‌های معادله باشند. حال به هر کدام ۲ واحد اضافه می‌کنیم و بعد آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\alpha+2)(\beta+2) = \alpha\beta + 2(\alpha+\beta) + 4 = \alpha\beta + 2(-2) + 4 = \alpha\beta$$

پس به حاصل ضرب جواب‌ها مقداری اضافه نمی‌شود.

۲۰- گزینه «۳»

یادآوری: تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ وقتی دو ریشه مثبت دارد که داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

هم‌چنین جهت تقعر نمودار سهمی فوق در حالت $a < 0$ رو به پایین و در حالت $a > 0$ رو به بالاست.

مطابق نمودار داده شده، جهت تقعر به طرف پایین بوده لذا $a < 0$ است و از طرفی تابع دو ریشه مثبت دارد. پس:

x	$(\frac{\pi}{3})^-$	$\frac{\pi}{3}$	$(\frac{\pi}{3})^+$
$f \cos^2 x - 1$	+	0	-
f'	+	0	-
f	↗		↘

دقت کنید چون $\cos^2 x$ در ناحیه اول نزولی است، پس علامت $f \cos^2 x - 1$ و در نتیجه علامت f' در $x = \frac{\pi}{3}$ از مثبت به منفی تغییر می‌کند. پس $x = \frac{\pi}{3}$ ماکزیمم است.

۱۰- گزینه «۴»

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_y = [-2, 2]$$

$$y' = \sqrt{4-x^2} + \frac{-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow y' = \frac{4-x^2 + (-x^2)}{\sqrt{4-x^2}} = 0$$

$$2x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

قدر مطلق تفاضل بیشترین و کمترین مقدار $|2 - (-2)| = 4$

ریاضی پایه

۱- گزینه «۱»

دنباله تقریبات اعشاری $\frac{y}{11}$ را به کمک تقسیم به دست می‌آوریم:

۰/۶, ۰/۶۳, ۰/۶۳۶, ۰/۶۳۶۳, ...

در جمله بیستم ۱۰ تا رقم ۳ و ۱۰ تا رقم ۶ وجود دارد، که مجموع آن‌ها ۹۰ خواهد بود.

۱۲- گزینه «۱»

$$a_1 \dots = a_1 + 99d \Rightarrow 13 = -20 + 99d \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

$$a_n = \frac{n-1}{3} - 20 \Rightarrow 0 < \frac{n-1}{3} - 20 \leq 13 \Rightarrow 62 \leq n \leq 100$$

در این بازه، n شامل ۳۹ مقدار است پس دنباله ۳۹ جمله مثبت دارد.

۱۳- گزینه «۴»

جملات دنباله به شکل زیر هستند:

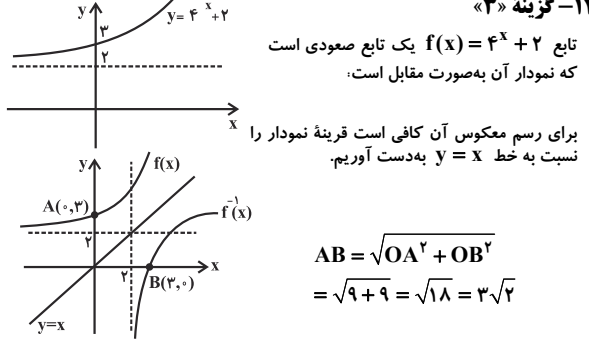
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \dots$$

بنابراین حد مجموع جملات دنباله هندسی با جمله اول $\frac{1}{2}$ و قدرنسبت $\frac{1}{2}$ مد نظر

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

است.

۱۴- گزینه «۳»





۲۴- گزینه «۱»

$$(I + A)(I + A^t) = I + A + A^t + AA^t$$

از طرفی می‌دانیم ماتریس‌های I ، $A + A^t$ و AA^t هر سه متقارن هستند پس ماتریس فوق نیز متقارن است در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} m-1 = \delta - \gamma m \Rightarrow \gamma m = \delta \Rightarrow m = \gamma \\ m = n+1 \Rightarrow n=1 \Rightarrow m+n=3 \\ n+m = \gamma m - 1 \xrightarrow{m=2, n=1} 3 = 3 \end{cases}$$

صدق می‌کند.

۲۵- گزینه «۴»

نقطه $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ را تبدیل یافته نقطه $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ تحت تأثیر ماتریس A در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x = x' \\ 3y = y' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = \frac{1}{3}y' \end{cases}$$

تبدیل یافته دایره $x^2 + y^2 = 4$ تحت اثر ماتریس A به صورت زیر بدست می‌آید:

$$(-x')^2 + (\frac{1}{3}y')^2 = 4 \Rightarrow \frac{x'^2}{4} + \frac{y'^2}{36} = 1$$

معادله اخیر مربوط به یک بیضی قائم با مشخصات مقابل است:

$$\begin{cases} a^2 = 36 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 32 \\ b^2 = 4 \end{cases}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{32}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

خروج از مرکز

۲۶- گزینه «۴»

تکنه، اگر در یک صفحه، شکل (۱)، تحت اثر یک ماتریس، به شکل (۲) تبدیل شود، مساحت شکل دوم برابر است با مساحت شکل اول ضرب در قدر مطلق دترمینان ماتریس تبدیل.

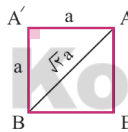
$$S_2 = |M| \cdot S_1$$



نقاط $A(1, 1)$ و $B(-1, -1)$ دو رأس متقابل یک مربع هستند، پس پاره خط AB قطر مربع و طول آن $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع مربع است.

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2} = \sqrt{2}a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow S_1 = (2)^2 = 4$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ماتریس تبدیل

$$\Rightarrow |M| = 1 \times 2 - (-1) \times 1 = 3$$

$$\Rightarrow S_2 = |M| \cdot S_1 = 3 \times 4 = 12$$

۲۷- گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & r \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{کهاد}]{M_{12}} \begin{bmatrix} a & b & c \\ 1 & e & 2 \\ 3 & h & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مقارن } A}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 3 \\ 1 & e & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{A_{11}=4} \begin{pmatrix} e & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 4$$

$$\Rightarrow 4e - 4 = 4 \Rightarrow e = 2 \xrightarrow[\text{دوم}]{\text{ستون}}$$

هندسه تحلیلی

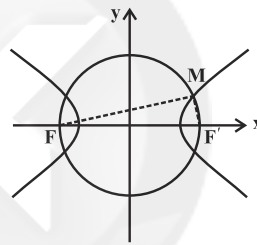
۲۱- گزینه «۳»

استاندارد شده معادله هذلولی به صورت $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ است. پس مرکز آن $(0, 0)$ و کانون‌ها به صورت $(3, 0)$ و $(-3, 0)$ است. نقاط مطلوب، نقاط تقاطع این هذلولی با دایره‌ای به مرکز $(0, 0)$ و قطر FF' است.

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 6 \Rightarrow 3y^2 = 3 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

نقاط تقاطع این دایره و هذلولی عبارتند از:

$$(\sqrt{8}, -1), (-\sqrt{8}, -1), (\sqrt{8}, 1), (-\sqrt{8}, 1)$$



۲۲- گزینه «۴»

$$A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} B + A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \right) B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow AIB = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & \alpha-1 \\ 0 & \beta+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha-1=0 \Rightarrow \alpha=1 \\ \beta+1=3 \Rightarrow \beta=2 \end{cases} \Rightarrow (\alpha, \beta) = (1, 2)$$

۲۳- گزینه «۴»

در مقطع مخروطی به معادله

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

اگر θ زاویه مناسب دوران باشد، از رابطه $\tan 2\theta = \frac{b}{a-c}$ محاسبه می‌شود.

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{-2\sqrt{3}}{5-7} = \sqrt{3} \Rightarrow 2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = x' \cos\theta - y' \sin\theta = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y')$$

۲۸- گزینه ۱

$$B = AA^t = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & a \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 3a \\ 3a & a^2 + 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |B| = 14a^2 + 70 - 9a^2 = 5a^2 + 70$$

عبارت $5a^2 + 70$ همواره بزرگتر یا مساوی ۷۰ بوده و نمی تواند منفی باشد.

۲۹- گزینه ۳

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4+1 & -2+1 & 7+1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 6$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 6 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 6 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 6$$

$$6 + 6 = 12 \Rightarrow 6(3-a) + 6(3-2) = 12 \Rightarrow a = 3$$

۳۰- گزینه ۳

$$A = \begin{bmatrix} a+x & a & a \\ b & b+x & b \\ c & c & c+x \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$3(a+b+c+x) = 6 \Rightarrow a+b+c+x = 2$$

ابتدا سطرهای دوم و سوم را با سطر اول جمع می کنیم:

$$A = \begin{vmatrix} a+x & a & a & a+b+c+x & a+b+c+x & a+b+c+x \\ b & b+x & b & b & b+x & b \\ c & c & c+x & c & c & c+x \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & b+x & b \\ c & c & c+x \end{vmatrix}$$

در دترمینان اخیر ستون سوم را از ستون اول کم می کنیم:

$$= (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b+x & b \\ -x & c & c+x \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c+x)(-1)^{1+3}(-x) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+x & b \end{vmatrix}$$

$$= \frac{(a+b+c+x)x^2}{2} = 2x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2$$

ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه ۴

$$8^n - 3^n \equiv 0 \Rightarrow 8^n \equiv 3^n \Rightarrow 2^n \equiv 1$$

کمترین مقدار طبیعی n در این رابطه همنهشتی $n = 6$ است و از آنجا n های مورد نظر عبارتند از ۶, ۱۲, ..., ۹۶ که تعداد آن ها ۱۶ است.

۳۲- گزینه ۲

$$(5, 10) | a^2 + 1 \Rightarrow 5 | a^2 + 1 \Rightarrow a^2 \equiv -1 \equiv 4$$

$$\Rightarrow a = 5k + 2 \text{ یا } a = 5k + 3$$

اعداد دو رقمی a عبارتند از:

$$12, 17, \dots, 97$$

$$13, 18, \dots, 98$$

$$\text{که تعداد آن ها } 36 = \left(\frac{97-12}{5} + 1\right) + \left(\frac{98-13}{5} + 1\right) \text{ است.}$$

۳۳- گزینه ۴

در آغاز باید توجه کنیم که:

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{5, 7, 11\}$$

حال از جبر مجموعه ها می توانیم به سادگی ثابت کنیم که

$$|A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2$$

$$|A^2 - B^2| = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\Rightarrow |A^2 - B^2| = 12 = 2! |A^2 - B^2| = 2! \times 6$$

۳۴- گزینه ۴

افزایندهایی که فقط شامل یک مجموعه دو عضوی باشند عبارتند از:

$$15 = \frac{6!}{2!4!} \leftarrow \text{یک مجموعه دو عضوی و یک مجموعه چهار عضوی}$$

۲) یک مجموعه دو عضوی و یک مجموعه سه عضوی و یک مجموعه یک عضوی

$$6 = \frac{6!}{2!3!} \leftarrow$$

$$15 = \frac{6!}{2!4!} \leftarrow \text{یک مجموعه دو عضوی و چهار مجموعه تک عضوی}$$

و در نهایت جواب آخر برابر است با:

$$15 + 6 + 15 = 36$$

۳۵- گزینه ۱

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ a & 1 & 1 & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 & 1 & 1 \\ c & 0 & 0 & 1 & 0 \\ d & 0 & 0 & 1 & 1 \\ e & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین رابطه $R \circ R$ دارای ۱۵ عضو است.

۳۶- گزینه ۴

۱- در ماتریس مجاورت خانه های روی قطر اصلی به دلیل ویژگی بازتابی، تک انتخابی (عدد ۱) است.

۲- خانه مربوط به سطر X و ستون Y ، فقط حق انتخاب ۱ را دارد.

۳- خانه مربوط به سطر Z و ستون t ، فقط حق انتخاب ۰ را دارد.

$$4 - \text{مابقی خانه ها دو انتخابی اند؛ بدین صورت داریم: } 16 - 4 - 2 = 10$$

۳۷- گزینه ۱

$$\begin{cases} x_1 - 1 \geq 0 \\ x_2 - 2 \geq 0 \\ x_3 - 3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x_1 - 1 \\ y_2 = x_2 - 2 \\ y_3 = x_3 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = y_1 + 1 \\ x_2 = y_2 + 2 \\ x_3 = y_3 + 3 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 6$$

$$\binom{6+3-1}{6} = \binom{8}{6} = 28$$

$$\frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!2!} = 28$$



۳۸- گزینه «۳»

$$B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\} \quad A = \{a_1, a_2, a_3\}$$

$$|S| = 3^4 = 81$$

اگر S تمام توابع باشد.

$$A_i = \{f \in S : a_i \notin f(B)\} \quad i = 1, 2, 3$$

$$|A_i| = |A_j| = |A_k| = 2^4 = 16$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = \text{تعداد تابع پوشا}$$

$$= 81 - (2^4 + 2^4 + 2^4 - (1+1+1) + 0) = 81 - 45 = 36$$

۳۹- گزینه «۱»

عوامل اول ۲۴۰ و ۶۰ یکسان هستند و برابر ۲ و ۳ و ۵ می‌باشند. پس تعداد اعدادی که در این مجموعه نسبت به ۶۰ اول هستند برابر $\phi(240)$ است.

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

$$\phi(240) = 240 \cdot (1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{5}) = 64$$

۴۰- گزینه «۲»

اگر A مجموعه کلیه جواب‌های معادله مفروض باشد، آن‌گاه:

$$\left. \begin{aligned} A & \text{ جواب‌هایی از } S \text{ که } x \geq 5 \text{ است.} \\ B & \text{ جواب‌هایی از } S \text{ که } y \geq 6 \text{ است.} \end{aligned} \right\}$$

در این صورت جواب‌های معادله با فرض خواسته شده به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} |A \cup B| &= |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| \\ &= \binom{12}{2} - \binom{7}{2} - \binom{6}{2} + 0 = 66 - 21 - 15 = 30. \end{aligned}$$

هندسه ۲

۴۱- گزینه «۱»

فرض کنیم خط $L: x + 2y = 2$ با بردار $U = (h, k)$ منتقل شود و خط L' به دست آید.

$$T(x, y) = \begin{cases} x = X - h \\ y = Y - k \end{cases} \text{ ضابطه انتقال}$$

$$\Rightarrow L': (X - h) + 2(Y - k) = 2 \Rightarrow L': X + 2Y = 2 + h + 2k$$

$$d = \frac{|(2 + h + 2k) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|h + 2k|}{\sqrt{5}}$$

در بین گزینه‌ها با ازای $h = 1$ و $k = 4$ مقدار d بیشترین مقدار خود را دارد.

۴۲- گزینه «۱»

ضابطه تجانس به مرکز $\omega(\alpha, \beta)$ و نسبت K به صورت

$$D(x, y) = (Kx + (1 - K)\alpha, Ky + (1 - K)\beta)$$

است. فرض کنید خط به معادله $y = x + 2$ تحت این تجانس تصویر شده است:

$$X = 2x - \alpha \Rightarrow x = \frac{X + \alpha}{2}$$

$$Y = 2y - \beta \Rightarrow y = \frac{Y + \beta}{2}$$

$$L: y = x + 2 \xrightarrow{D} L': \frac{Y + \beta}{2} = \frac{X + \alpha}{2} + 2$$

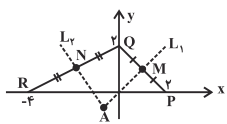
$$\Rightarrow L': Y = X + (\alpha - \beta + 4)$$

با مقایسه معادله L' با $L: y = x + 4$ داریم:

$$\alpha - \beta + 4 = 4 \Rightarrow \alpha - \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$$

یعنی $\omega(\alpha, \beta)$ روی خط $y = x$ واقع است.

۴۳- گزینه «۱»



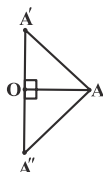
نکته: اگر P و Q دوران یافته هم حول نقطه A باشند، آن‌گاه عمود منصف PQ از A می‌گذرد. مطابق شکل نقطه A محل برخورد عمود منصف‌های PQ و QR است.

$$m_{PQ} = -1 \Rightarrow m_1 = 1, M(1, 1) \in L_1 \Rightarrow L_1: y = x$$

$$m_{QR} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_2 = -2, N(-2, 1) \in L_2 \Rightarrow L_2: y - 1 = -2(x + 2)$$

$$\begin{aligned} L_1: & \begin{cases} y = x \\ y = -2x - 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} A(-1, -1) \Rightarrow x_A + y_A = -2 \\ L_2: & \end{aligned}$$

۴۴- گزینه «۲»



مطابق شکل OA' و OA'' هر دو بر OA عمود هستند و $A'A''$ از نقطه O می‌گذرد. از آن‌جا که دوران یک تبدیل ایزومتري است، پس $OA' = OA'' = OA$ و در نتیجه $A'A'' = 2OA$ است. داریم:

$$OA = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$S_{AA'A''} = \frac{1}{2} OA \cdot A'A'' = OA^2 = 5$$

۴۵- گزینه «۴»

محور یک بازتاب، مکان هندسی نقاطی است که تصویرشان تحت بازتاب، خودشان است.

$$T(x, y) = (x, y) \Rightarrow (-y - 3, -x - 3) = (x, y)$$

پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} -y - 3 = x \\ -x - 3 = y \end{cases} \Rightarrow y = -x - 3$$

پس محور بازتاب، خط $y = -x - 3$ است و نقطه‌ای به عرض ۵ واقع بر آن، $A(-8, 5)$ است و

$$OA = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$$

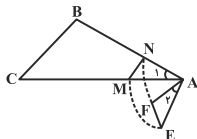
داریم:

۴۶- گزینه «۳»

دو مثلث متشابه‌اند، زیرا $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$. بنابراین $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و

$\hat{C}_1\hat{A}_1\hat{E} = \hat{B}_1\hat{A}_1\hat{F} = \alpha$. به این ترتیب، اگر دو نقطه E و F را حول مرکز A به زاویه ثابت α دوران دهیم، دو نقطه M و N به ترتیب منطبق بر دو ضلع AC و AB به دست می‌آید که مثلث AMN تصویر مثلث AEF در این دوران است. از طرفی دیگر همین مثلث، تصویر مثلث ABC در یک تجانس به مرکز A و به نسبت

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \text{ نیز هست.}$$



۴۷- گزینه «۴»

$$x - 2y = 7 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \\ -1 \end{vmatrix}$$

دو نقطه از خط I را در نظر می‌گیریم:

$$\xrightarrow{T} A' \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 9 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \\ -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{معادله خط}} I': y = -2x + 11$$

محل تلاقی دو خط I و I' به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ y = -2x + 11 \end{cases} \Rightarrow x - 2(-2x + 11) = 7 \Rightarrow 5x - 22 = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{29}{5} = 5.8$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله دوم}} y = -2(5.8) + 11 = -0.6$$

پس $x > 0$ و $y < 0$ و در ربع چهارم است.



۴۸- گزینه ۳

در هر تجانس با نسبت k ، طول تصویر یک پاره خط، k برابر طول پاره خط و مساحت تصویر یک شکل، k^2 برابر مساحت آن شکل می شود. همچنین، معادله هر خط به صورت $ax + by + c = 0$ توسط این تجانس، به معادله $ax + by + ck = 0$ تبدیل می شود.

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow 3 = k^2, k = \sqrt{3}$$

زیرا، اگر $A = (x, y)$ نقطه خط AB و $A' = (x', y')$ تصویر این نقطه باشد،

$$(x', y') = (kx, ky) \Rightarrow (x' = kx, y' = ky) \Rightarrow (x = \frac{x'}{k}, y = \frac{y'}{k})$$

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow a \cdot \frac{x'}{k} + b \cdot \frac{y'}{k} + c = 0 \Rightarrow ax' + by' + ck = 0$$

۴۹- گزینه ۳

پاره خط AB با دو سر $A(0, 0)$ و $B(1, 0)$ را در نظر بگیریم:

$$A' = T(0, 0) = (0, 0) \quad B' = T(1, 0) = (a, a)$$

$$A'B' = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} |a|$$

$$A'B' = AB \Rightarrow \sqrt{2} |a| = 1 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۰- گزینه ۱

در مثلث AA_1A_2 ، پاره خط OO_1 ، نقاط وسط دو ضلع را به هم وصل کرده است، پس:

$$OO_1 \parallel AA_2, OO_1 = \frac{AA_2}{2}$$

اما، OO_1 پاره خط ثابتی است، لذا، $|\overline{AA_2}| = 2|\overline{OO_1}|$

یعنی، نقطه A در یک انتقال به بردار معلوم $\overline{AA_2} = \vec{u}$ به نقطه A_2 تبدیل می شود.

فیزیک پیش دانشگاهی

۵۱- گزینه ۳

اگر از امواج رادیویی به طرف پرتو گاما حرکت کنیم، طول موج کاهش و بسامد افزایش می یابد.

۵۲- گزینه ۳

با استفاده از رابطه فاصله مرکز نوارهای تاریک تا مرکز نوار روشن مرکزی، می توان نوشت:

$$x = \frac{(2m-1)\lambda D}{2a} \Rightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{(2m-1)D}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{(2 \times 4 - 1) \times 1 / 2}{2 \times 28 \times 10^{-4}} = 1500$$

۵۳- گزینه ۴

عرض نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ از رابطه $I = \frac{\lambda D}{2a}$ به دست می آید. بنابراین با کاهش فاصله دو شکاف یعنی a ، می توان عرض نوارها را افزایش داد.

۵۴- گزینه ۲

شرط انطباق دو نوار این است که فاصله مرکز هر دو نوار تا مرکز نوار روشن مرکزی با هم برابر باشد. فرض می کنیم m امین نوار تاریک در هوا بر چهارمین نوار روشن در مایع منطبق باشد. طول موج نور مورد آزمایش در هر محیط با ضریب شکست آن محیط رابطه عکس دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{n'}{n} = \frac{\Delta}{1} = \frac{\lambda}{\Delta} \Rightarrow \lambda' = \frac{\Delta}{\lambda} \lambda$$

$$x_m = x'_m \Rightarrow \frac{(2m-1)\lambda D}{2a} = \frac{4\lambda' D}{a} \Rightarrow \frac{2m-1}{2} = \frac{4\lambda'}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{2m-1}{2} = 4 \times \frac{\Delta}{\lambda} \Rightarrow m = 3$$

یعنی سومین نوار تاریک در هوا بر چهارمین نوار روشن در مایع شفاف منطبق می شود.

۵۵- گزینه ۲

ابتدا طول موج نور مورد آزمایش را به صورت زیر به دست می آوریم. برای نوارهای روشن، اختلاف راه دو پرتو نوری که به محل نوار m ام روشن می رسند برابر با $\delta = n\lambda$ است. بنابراین داریم:

$$\delta = n\lambda = \frac{\delta = 15000 \text{ \AA}}{n=3} \Rightarrow 15000 = 3\lambda \Rightarrow \lambda = 5000 \text{ \AA} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

اکنون دوره پرتو نور را به دست می آوریم و سپس اختلاف زمانی رسیدن دو پرتو از محل شکاف ها به نوار تاریک دوم را حساب می کنیم.

$$\lambda = cT = \frac{c=3 \times 10^8 \text{ m/s}}{\lambda=5 \times 10^{-7} \text{ m}} \Rightarrow 5 \times 10^{-7} = 3 \times 10^8 T \Rightarrow T = \frac{5}{3} \times 10^{-15} \text{ s}$$

برای نوارهای تاریک داریم:

$$\Delta t = (2m-1) \frac{T}{2} = \frac{m=2}{T=\frac{5}{3} \times 10^{-15} \text{ s}} \Rightarrow \Delta t = (2 \times 2 - 1) \times \frac{3}{2} \times 10^{-15}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 2 / 5 \times 10^{-15} \text{ s}$$

۵۶- گزینه ۱

سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلأ از رابطه $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ به دست می آید. از طرفی ضریب شکست هر محیط شفاف نسبت به خلأ از رابطه $n = \frac{c}{v}$ به دست می آید که در آن v سرعت انتشار نور در آن محیط است.

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{1}{n \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

۵۷- گزینه ۱

با توجه به شکل، بیش روی هر یک از محورهای الکتریکی و مغناطیسی به ازای تغییر فاز π برابر با $50 \mu\text{m}$ است؛ لذا برای محاسبه طول موج الکترومغناطیسی داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 50 \Rightarrow \lambda = 100 \mu\text{m} = 10^{-4} \text{ m}$$

با توجه به این که در طیف امواج الکترومغناطیسی، گستره امواج فرسوخ در محدوده 10^{-2} m تا 10^{-6} m است، لذا این موج در محدوده فرسوخ قرار دارد. برای محاسبه دوره تناوب این موج الکترومغناطیسی می توان نوشت:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{f=c}{\lambda} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{\lambda=10^{-4} \text{ m}}{c=3 \times 10^8 \text{ m/s}} \Rightarrow T = \frac{10^{-4}}{3 \times 10^8}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{3} \times 10^{-12} \text{ s} = \frac{1}{3} \text{ ps}$$

۵۸- گزینه «۴»

چون اختلاف فاز مضرب فرد π رادیان است، بنابراین نوار تشکیل شده تاریک است.
 $\Delta\phi = (2n-1)\pi \Rightarrow \Delta\pi = (2n-1)\pi \Rightarrow n = 3$

۵۹- گزینه «۱»

چون پهنای نوارهای روشن و تاریک با هم برابر است، گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند. طبق رابطه $W = \frac{D\lambda}{2a}$ ، پهنای نوارها با طول موج رابطه مستقیم دارد. بنابراین، چون طول موج نور بنفش کم‌تر از طول موج نور سبز است، لذا پهنای نوارها کم می‌شود.

۶۰- گزینه «۳»

ابتدا فاصله سومین نوار تاریک و پنجمین نوار روشن از نوار روشن مرکزی را به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم. دقت کنید چون نوارهای مورد نظر در دو طرف نوار روشن مرکزی‌اند، فاصله آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم. بدیهی است، اگر در یک طرف نوار روشن مرکزی بودند، فاصله آن‌ها را از هم کم می‌کردیم.

$$x_1 = \frac{(2m-1)D\lambda}{2a} \quad m=3, \lambda=3 \times 10^{-7} \text{ a} \quad D=2 \text{ m}$$

$$x_1 = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 10^{-7} \text{ a}}{2 \times a} = 1/5 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow x_1 = 1/5 \text{ mm}$$

$$x_2 = \frac{nD\lambda}{a} \quad n=5, \lambda=3 \times 10^{-7} \text{ a} \quad D=2 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 10^{-7} \text{ a}}{a} = 3 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow x_2 = 3 \text{ mm}$$

$$x = x_1 + x_2 = 1/5 + 3 \Rightarrow x = 4/5 \text{ mm}$$

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۳»

جهت سرعت سوق در خلاف جهت میدان الکتریکی اعمالی است. در رسانایی که در تعادل الکترواستاتیکی است، حرکت کاتوره‌های الکترون‌های آزاد با سرعت بسیار زیاد و از مرتبه $10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی معمولاً کم‌تر از $1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ و به کندی سرعت حرکت یک حلزون است.

۶۲- گزینه «۴»

در دمای ثابت، مقاومت یک سیم فقط به ویژگی‌های فیزیکی آن وابسته است. با توجه به این‌که تنها قطر سیم تغییر کرده است، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \quad D_2 = 2D_1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4}$$

حال با استفاده از قانون اهم و در نظر گرفتن این نکته که ولتاژ ثابت است، می‌توان نوشت:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{4}$$

بنابراین تعداد الکترون‌های عبوری از هر مقطع سیم در بازه‌های زمانی یکسان، برابر است با:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4}$$

۶۳- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، مشخص است که با افزایش دما، مقاومت جسم کاهش یافته است. این نشان می‌دهد ضریب دمایی مقاومت ویژه این جسم که می‌تواند نیرسانا باشد، یک عدد منفی است. بنابراین با استفاده از رابطه مقاومت با دما، می‌توان نوشت:

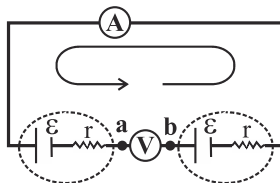
$$R_T = R_0(1 + \alpha\Delta\theta) \quad \frac{\Delta\theta = 20 - 0 = 20^\circ \text{ C}}{R_1 = R_0, R_T = 1/9 R_0}$$

$$1/9 R_0 = R_0(1 + \alpha \times 20) \Rightarrow 1/9 = 1 + 20 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = -5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

۶۴- گزینه «۲»

ولت‌سنج ایده‌آل به عنوان مقاومت بی‌نهایت، مانع عبور جریان می‌شود. بنابراین آمپرسنج ایده‌آل عدد صفر را نشان می‌دهد. برای تعیین عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد مدار را مطابق شکل می‌پیماییم تا اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b را بیابیم. داریم:

$$V_b - \varepsilon - \varepsilon = V_a \Rightarrow V_b - V_a = 2\varepsilon$$



۶۵- گزینه «۱»

در دماسنج‌های مقاومتی، از پلاتین استفاده می‌شود. در مقاومت‌های ترکیبی از کربن، نیرساناها و فیلم‌های نازک فلزات استفاده می‌شود. در استانداردهای مهندسی، سیم‌ها را برحسب قطر و مساحت مقطع آن‌ها نمره‌بندی می‌کنند.

۶۶- گزینه «۳»

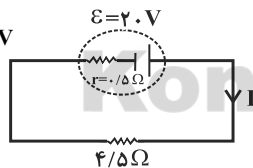
ابتدا نیروی محرکه مولد و مقاومت درونی آن را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} 20 = \varepsilon - (r \times 0) \\ 0 = \varepsilon - (r \times 40) \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = 20 \text{ V}, r = 0.5 \Omega$$

حال با استفاده از رابطه جریان در مدار تک حلقه، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{20}{4/5 + 0.5} \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

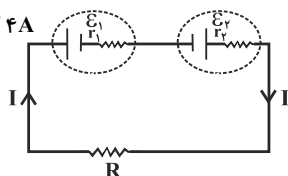
$$V = \varepsilon - Ir = IR = 4 \times 4/5 \Rightarrow V = 18 \text{ V}$$



۶۷- گزینه «۱»

چون $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، جهت جریان را مولد ε_2 تعیین می‌کند. بنابراین با بستن کلید k، جریانی ساعت‌گرد در مدار برقرار می‌شود. آمپرسنج ایده‌آل در شاخه اصلی مدار قرار دارد و بنابراین جریان اصلی مدار را نشان می‌دهد. داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{12 - 8}{\lambda + 1 + 1} = 0.4 \text{ A}$$



با توجه به جهت جریان مدار، مولد ε_1 ضدمحرکه است و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V = \varepsilon_1 + Ir_1 = 8 + 0.4(1) = 8.4 \text{ V}$$

۶۸- گزینه «۱»

می‌دانیم توان مصرفی در سیم‌های انتقال برقی برابر با $P = RI^2$ مصرفی است. در دمای ثابت چون مقاومت سیم‌های انتقال ثابت‌اند، اگر جریان بالا باشد، توان مصرفی در سیم‌ها نیز بالا می‌رود. بنابراین نباید از جریان بالا استفاده کرد. از طرف دیگر اگر در رابطه $P = RI^2$ ، به جای I از رابطه $P = VI$ قرار دهیم، به رابطه $P = R \frac{P^2}{V^2}$ می‌رسیم. این رابطه نشان می‌دهد اگر ولتاژ در نیروگاه بالا باشد، توان مصرفی در سیم‌های انتقال انرژی کاهش می‌یابد. در نتیجه اتلاف انرژی الکتریکی در هنگام انتقال برق کم‌تر می‌شود. دقت کنید در نیروگاه‌ها به وسیله مبدل (ترانسفورماتور) افزایش ولتاژ را افزایش می‌دهند و در محل مصرف، به وسیله مبدل کاهشدهنده، ولتاژ را پایین می‌آورند.

۶۹- گزینه «۳»

با توجه به شکل و با در نظر گرفتن نقاط هم‌پتانسیل، چهار مقاومت با یک‌دیگر موازیند. مقاومت معادل را به دست می‌آوریم و سپس با به دست آوردن جریان مدار، توان تولیدی مولد را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{6}{\frac{2}{3}} = 9A$$

$$P = \varepsilon I \Rightarrow P = 6 \times 9 = 54W$$

۷۰- گزینه «۳»

با استفاده از قانون اختلاف پتانسیل‌ها، ابتدا جریان I_p را به دست می‌آوریم:

$$V_A - I_1 r + \varepsilon - I_2 R_1 = V_C \Rightarrow V_A - V_C = I_1 r - \varepsilon + I_2 R_1$$

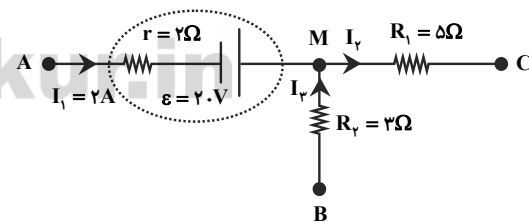
$$\Rightarrow 14 = 2 \times 2 - 20 + I_2 \times 5 \Rightarrow I_2 = 6A$$

با استفاده از قانون شدت جریان‌ها در گره M، جریان I_3 محاسبه می‌گردد:

$$I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow 2 + I_3 = 6 \Rightarrow I_3 = 4A$$

$$V_A - I_1 r + \varepsilon + I_3 R_2 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - 2 \times 2 + 20 + 4 \times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -28V$$



فیزیک ۱ و ۲

۷۱- گزینه «۳»

فاصله مولکول‌ها در حالت جامد تقریباً مانند فاصله آن‌ها در حالت مایع است. پدیده پخش در مایعات نیز وجود دارد برای مثال وقتی یک جوهر را داخل آب می‌ریزیم، به دلیل پدیده پخش، مولکول‌های جوهر در سراسر آب پخش می‌شوند. شیشه یک جامد بی‌شکل است که مولکول‌های آن در شبکه منظمی کنار هم قرار ندارند. نیرویی که مولکول‌های یک مایع را در یک قطره کنار هم متصل نگه می‌دارد، نیروی چسبندگی است. نیروی چسبندگی سطحی در سطح دو ماده مختلف با یکدیگر به وجود می‌آید.

۷۲- گزینه «۳»

با استفاده از تعریف چگالی داریم:

$$V_1 + V_2 = 100 \cdot cm^3 \quad (1)$$

$$m_1 + m_2 = 950 \cdot m = \rho V \Rightarrow 1 \cdot V_1 + 8V_2 = 950 \cdot (2)$$

با حل همزمان معادله‌های (۱) و (۲)، داریم:

$$V_1 = 75 \cdot cm^3 \text{ و } V_2 = 25 \cdot cm^3$$

۷۳- گزینه «۲»

آب روی یک سطح شیشه‌ای تمیز پخش می‌شود و آن را تر می‌کند زیرا نیروی چسبندگی سطحی (بین مولکول‌های آب و شیشه) بیشتر از نیروی چسبندگی (بین مولکول‌های آب) است. اما اگر شیشه چرب باشد، قضیه برعکس می‌شود و آب روی شیشه پخش نمی‌شود و به صورت گلوله گلوله در می‌آید.

۷۴- گزینه «۱»

با توجه به رابطه فشار در عمق h متری از سطح مایع، داریم:

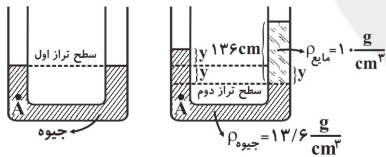
$$P = \rho gh + P_0$$

$$P_1 = 10^3 \times 10 \times 7 + 10^5 = 1/7 \times 10^5 Pa$$

$$P_2 = 10^3 \times 10 \times 17 + 10^5 = 2/7 \times 10^5 Pa$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1/7}{2/7} = 0.5$$

۷۵- گزینه «۱»



با ریختن مایع در شاخه سمت راست لوله، جیوه به اندازه y در شاخه سمت راست پایین و به اندازه y در شاخه سمت چپ بالا می‌رود. لذا به اندازه y سانتی‌متر جیوه فشار نقطه A افزایش می‌یابد. با برابری فشار در یک تراز داریم:

$$P_0 + \rho_{مایع} gh = P_0 + \rho_{جویوه} g(2y)$$

$$\rho_{مایع} = 10^3 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow 10^3 \times 136 = 136/6 \times 2y$$

$$\rho_{جویوه} = 136/6 \frac{g}{cm^3}, h = 136cm$$

$$\Rightarrow y = 5 \cdot cm \Rightarrow \Delta P_A = 5 \cdot cmHg$$

۷۶- گزینه «۱»

$$V_1 = A_1 h_1 = 600 \times 10 = 6000 \cdot cm^3 = 6lit$$

بنابراین اگر $8lit = 8000 \cdot cm^3$ مایع درون ظرف بریزیم، $2000 \cdot cm^3$ آن در قسمت بالای ظرف قرار می‌گیرد، پس:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 2000 = 400 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 5cm$$

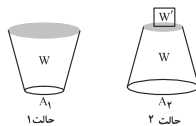
$$F = P \cdot A = \rho g(h_1 + h_2)A$$

$$= 10^3 \times 5 \times 10^3 \times (10 + 5) \times 10^{-2} \times 600 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 45N$$



۷۷- گزینه «۲»

اگر مخروط را از قاعده بزرگ روی سطح قرار دهیم، در اثر افزایش سطح مقطع، فشار مخروط بر سطح کاهش می‌یابد.
برای آن که فشار تغییر نکند وزنه W' را در حالت (۲) روی مخروط قرار می‌دهیم. با یکسان گرفتن فشار در دو حالت داریم:



$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{W}{A_1} = \frac{W + W'}{A_2} \xrightarrow{A = \pi R^2} \frac{W}{\pi R_1^2} = \frac{W + W'}{\pi R_2^2}$$

$$\xrightarrow{R_2 = 2R_1} \frac{W}{R_1^2} = \frac{W + W'}{4R_1^2} \Rightarrow W' = 3W$$

۷۸- گزینه «۴»

با توجه به شکل و یکسان بودن فشار نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$\rho h = \rho h \xrightarrow{\rho = 1 \frac{g}{cm^3}, h = 34 cm} \rho h = \rho h$$

$$\rho h = \rho h \xrightarrow{\rho = 13/6 \frac{g}{cm^3}} \rho h = \rho h$$

$$1 \times 34 = 13/6 \times (34 - h) \Rightarrow h = 31 / \Delta cm$$

۷۹- گزینه «۳»

نقاط هم‌تراز در یک مایع در حال تعادل، هم‌فشارند:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{مخزن} = \rho gh + P_0$$

$$\Delta P = P - P_0 = \rho gh \xrightarrow{\rho = 1360 \frac{kg}{m^3}, h = 5 \times 10^{-2} m, g = 10 \frac{N}{kg}}$$

$$\Delta P = 1360 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 6800 Pa$$

۸۰- گزینه «۴»

با توجه به حجم آب اضافه شده بر روی سطح مقطع A_1 ، افزایش ارتفاع (h') را محاسبه می‌نماییم:

$$V = A_1 h' \xrightarrow{V = \text{lit} = 2 \times 10^{-3} m^3, A_1 = 0.4 m^2} 2 \times 10^{-3} = 0.4 \times h'$$

$$\Rightarrow h' = 5 \times 10^{-2} m$$

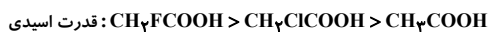
با توجه به اصل پاسکال، افزایش فشار در نقطه M با افزایش فشار در همه نقاط (مثلاً نقطه N در کف ظرف) برابر است. بنابراین:

$$\Delta P = \rho gh' \xrightarrow{\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}, h' = 5 \times 10^{-2} m} \Delta P = 1000 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 500 Pa$$

شیمی پیش دانشگاهی

۸۱- گزینه «۲»

هر سه اسید تعداد کربن برابری دارند. اسید هالوژن‌دار از اسید بدون هالوژن هم‌کربن قوی‌تر است و هر چه الکترونگاتیوی هالوژن بیش‌تر باشد، قدرت اسیدی بیش‌تر است. در ضمن اسید قوی‌تر باز مزدوج ضعیف‌تری دارد.

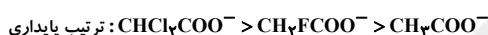
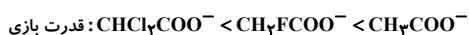
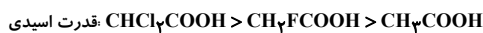


بررسی سایر گزینه‌ها:

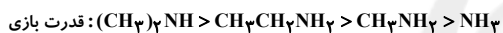
گزینه «۱»: هرچه هالوژن موجود در اسید آلی فعال‌تر باشد، قدرت اسیدی اسید مورد نظر بیش‌تر است.



گزینه «۳»: آنیون پایدار، آنیونی است که باز ضعیفی بوده و اسید مزدوج قوی دارد.

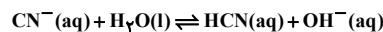


گزینه «۴»: باز ضعیف اسید مزدوج قوی‌تری دارد.



۸۲- گزینه «۱»

در محلول KCN کاتیون K^+ آبکافت نمی‌شود و تنها CN^- آبکافت می‌شود و از آبکافت آن مطابق معادله زیر یون هیدروکسید تولید می‌شود.



غلظت CN^- در نمک KCN برابر ۰/۱ M بوده و پس از آبکافت ۰/۰۶ مولار می‌شود

یعنی ۰/۰۴ مولار آن با جذب H^+ از آب به HCN تبدیل می‌شود، در این صورت غلظت

HCN و OH^- برابر ۰/۰۴ مولار است. بنابراین:

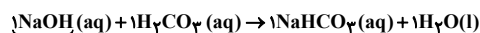
$[OH^-] = 0.04 M \Rightarrow pOH = -\log 4 - \log 10^{-2} = -0.6 + 2 = 1.4$

$pH = 14 - 1.4 = 12.6$

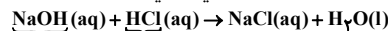
محلول مورد نظر بازی بوده و در حضور متیل سرخ به رنگ زرد درمی‌آید.

۸۳- گزینه «۳»

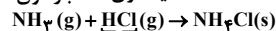
گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ آبی (و در خاک بازی به رنگ صورتی) می‌رود. برای این که نمک خاصیت اسیدی داشته باشد، باید جزء تشکیل‌دهنده اسیدی آن مربوط به یک اسید قوی و بخش بازی آن مربوط به یک باز ضعیف باشد.



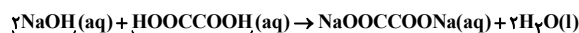
اسید ضعیف باز قوی



اسید قوی باز قوی



اسید قوی باز ضعیف



اسید ضعیف باز قوی

فقط در مورد آمونیوم کلرید، اسید سازنده قوی و باز سازنده ضعیف است و نمک حاصل خاصیت اسیدی خواهد داشت.

۸۴- گزینه «۱»

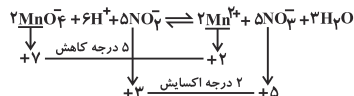
قطر مورد «ب» نادرست است. گلی سین بر خلاف بوتیل آمین، در اتانول نامحلول است.

۸۵- گزینه «۱»

گلی سین، آمینواسیدی جامد با نقطه ذوب بالا است.

۸۶- گزینه «۴»

ابتدا با محاسبه تغییر عدد اکسایش گونه‌ها، واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

تغییر عدد اکسایش \times ضریب \times زیروند = تعداد الکترون‌های مبادله شده

$$5 \times 2 = 10$$

بنابراین تعداد e^- های مبادله شده برابر است با:

گزینه «۲»: در این واکنش، عدد اکسایش منگنز در یون پرمنگنات ۵ واحد کاهش یافته و در نتیجه نقش اکسندار دارد. همچنین عدد اکسایش نیتروژن در یون نیتريت ۲ واحد افزایش یافته و در نتیجه نقش کاهشنده دارد.

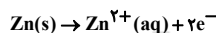
گزینه «۳»: مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر ۱۳ و مجموع ضرایب فرآورده‌ها برابر ۱۰ می‌باشد.

گزینه «۴»: گونه کاهشنده یون نیتريت است ($\text{NO}_2^- \rightleftharpoons \text{NO}_3^-$) که تغییر عدد اکسایش آن برابر ۲ است.

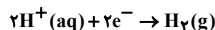
اما به جز متانتونیک اسید در تمام کربوکسیلیک اسیدها، عدد اکسایش کربن گروه عاملی کربوکسیل برابر ۳ است.

۸۷- گزینه «۲»

در آند، فلز روی براساس نیم‌واکنش زیر الکترون از دست می‌دهد:



در کاتد، یون‌های $\text{H}^+(\text{aq})$ با جذب الکترون و براساس نیم‌واکنش زیر، گاز هیدروژن تولید می‌کنند:



پس در این نیم‌واکنش‌ها، با داد و ستد ۲ مول الکترون مواجه هستیم:

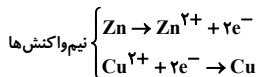
$$? \text{LH}_2 = 6 / 0.22 \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6 / 0.22 \times 10^{22} e^-} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{22 / 4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 1 / 12 \text{ LH}_2$$

۸۸- گزینه «۲»

شکل I مربوط به قرار گرفتن تیغه روی در محلول مس (II) سولفات است که Zn به Cu، الکترون داده و اکسایش می‌یابد ولی الکترون‌های آزاد شده به‌طور مستقیم وارد محلول شده و از این الکترون‌ها برای تولید الکتروسیته نمی‌توان استفاده کرد. واکنش I در شرایط کاملاً کنترل شده انجام نمی‌شود و واکنش I از نوع جابه‌جایی یگانه می‌باشد. شکل II مربوط به سلول الکتروشیمیایی روی - مس است که در آن Zn نقش آند و Cu نقش کاتد را دارد.

در واکنش II مبادله الکترون از طریق سیم انجام می‌شود. یعنی در شرایط کنترل شده می‌توان از آن‌ها برای تولید الکتروسیته استفاده کرد. در ضمن این واکنش از نوع جابه‌جایی یگانه است.

در واکنش شکل II آند (Zn) کاهش جرم داشته و کاتد (Cu) افزایش جرم دارد.



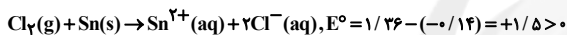
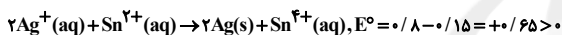
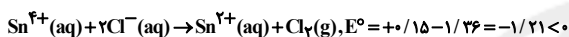
Zn \leftarrow قطب (-) و Cu \leftarrow قطب (+)

بنابراین عبارات آ و ب نادرست می‌باشد.

۸۹- گزینه «۴»

واکنش موجود در گزینه «۱» انجام نمی‌شود. زیرا هر دو واکنش‌دهنده، نقش کاتد را ایفا می‌کنند و تمایل به گرفتن الکترون دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۹۰- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: چون در این سلول الکتروکود هیدروژن آند و الکتروکود پلاتین کاتد است، پس الکتروکود هیدروژن قطب منفی و الکتروکود پلاتین قطب مثبت سلول است. پس اگر الکتروکود هیدروژن به پایانه مثبت متصل شود، ولت‌سنج عدد $-1/2V$ را نمایش می‌دهد.

گزینه «۲»: با توجه به صفحه ۱۰۲ کتاب درسی، E° برای SHE در هر دمایی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$? \text{gPt} = 6 / 22 \text{ LH}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22 / 4 \text{ LH}_2} \times \frac{1 \text{ mol Pt}}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{195 \text{ gPt}}{1 \text{ mol Pt}} = 58 / 5 \text{ gPt}$$

شیمی ۳ و ۲

۹۱- گزینه «۱»

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 34 / 2 - 21 / 5 = 12 / 7^\circ\text{C}$$

$$q = mc\Delta T \Rightarrow 150 = m \times 0.122 \times 12 / 7 \Rightarrow m = 89 / 5 \text{ g}$$

۹۲- گزینه «۱»

ابتدا باید حساب کنیم از واکنش ۱۰۸ گرم Al مطابق واکنش ترمیت چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود. $82 \text{ kJ} = 164 \text{ kJ} = 10.8 \text{ g} \times \frac{82 \text{ kJ}}{54 \text{ g}}$ گرمای حاصل از ۱۰۸ گرم آلومینیم با توجه به واکنش‌های اول و دوم معلوم می‌شود که برای تصعید یک مول یخ ($\text{H}_2\text{O}(\text{s})$) ۵۰ کج گرما لازم است، بنابراین:

$$? \text{kg H}_2\text{O}(\text{s}) = 164 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol}}{50 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 0.00328 \text{ kg H}_2\text{O}(\text{s})$$



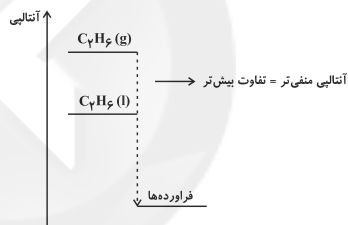
۹۳- گزینه «۴»

در صورت یکسان بودن تعداد کربن، هر چه تعداد هیدروژن پیش‌تر باشد، آنتالپی سوختن بیشتر می‌شود. بنابراین در صورت یکسان بودن تعداد کربن، در آلکان‌ها به دلیل پیش‌تر بودن تعداد هیدروژن آنتالپی سوختن پیش‌تر می‌باشد.

درباره دمای شعله، در صورت یکسان بودن تعداد کربن، به دلیل این‌که در آلکان‌ها در اثر سوختن، تعداد مول مواد گازی فرآورده پیش‌تر می‌باشد، بنابراین دمای شعله حاصل از سوختن آلکان‌ها کم‌تر خواهد بود.

۹۴- گزینه «۲»

در بین چند هیدروکربن هم‌خانواده، هر چه جرم یک هیدروکربن پیش‌تر باشد گرمای حاصل از سوختن آن بیشتر است پس گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند. از طرفی می‌دانیم سطح آنتالپی یک ماده در حالت گازی پیش‌تر از سطح آنتالپی یک ماده در حالت مایع است.



۹۵- گزینه «۳»

وقتی سامانه روی محیط کار انجام دهد، علامت w منفی است. $\Delta V > 0 \Rightarrow w < 0$

۹۶- گزینه «۴»

در وضعیت B نیروهای جاذبه بر نیروهای دافعه غالب‌اند. در وضعیت C این نیروها با هم برابرند و در وضعیت D نیروهای دافعه بر نیروهای جاذبه برتری دارند.

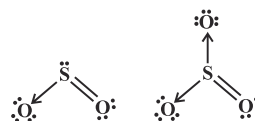
۹۷- گزینه «۴»

به زاویه‌ای که سه اتم متصل به هم با یکدیگر

می‌سازند، زاویه پیوندی می‌گویند. این زاویه

حداکثر ۱۸۰ درجه است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه «۱»: با توجه به ساختار دو مولکول، تعداد قلمرو الکترونی اتم مرکزی هر دو ترکیب برابر ۳ می‌باشد.

گزینه «۲»: الکترونگاتیوی اکسیژن ۳/۵ و الکترونگاتیوی سیلیسیم ۱/۸ و تفاوت آن‌ها ۱/۷ است.

گزینه «۳»: شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در دو مولکول برابر چهار می‌باشد.



۹۸- گزینه «۳»

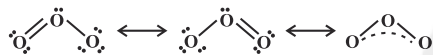
بار الکتریکی - مجموع الکترون‌های ظرفیتی = مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی

$$\Rightarrow 28 = x + 2(7) + 6 - (-2) \Rightarrow x = 6$$

عنصر E دارای ۶ الکترون ظرفیتی است و مربوط به گروه ۱۶ می‌باشد.

۹۹- گزینه «۳»

مولکول اوزون (O_3) دارای ساختار خمیده است که برای آن دو ساختار رزونانسی در نظر می‌گیرند که هر دو ساختار احتمال برابری دارند و طول پیوندهای آن برابر است:



۱۰۰- گزینه «۱»

ابتدا جرم فرمول تجربی را به دست می‌آوریم:

$$12 + 2 \times 1 + 8 \times 1 + 16 = 110 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم فرمول مولکولی}}{\text{جرم فرمول تجربی}} = x \Rightarrow \frac{220}{110} = 2$$

