



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۲۳ اسفند ۹۸

(مباحث ۷ فروردین ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مدیر تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
میلاذ سیاوشی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلم چی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

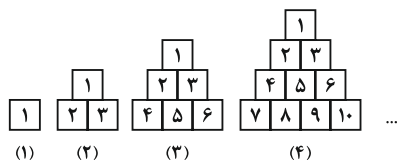


ریاضی پایه

ریاضی ۱
صفحه‌های ۱ تا ۱۱۷
حسابان ۱
کل کتاب

ریاضی پایه

۱- با توجه به الگوی زیر، بزرگ‌ترین عدد در شکل پانزدهم کدام می‌تواند باشد؟



- ۱۰۵ (۱)
- ۱۱۰ (۲)
- ۱۱۵ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

۲- اگر $\sin\left(\theta - \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- $\frac{2}{3}$ (۲)
- ۱ (۳)
- $-\frac{2}{3}$ (۴)

۳- اگر $\frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{4}$ باشد ($x > 0$)، حاصل عبارت $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- ۳ $\sqrt{6}$ (۱)
- $\sqrt{6}$ (۲)
- ۶ $\sqrt{6}$ (۳)
- ۲ $\sqrt{6}$ (۴)

۴- نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax - 2$ در بازه $(b, +\infty) \cup (-\infty, -2)$ از نمودار تابع $g(x) = 2x + 4$ بالاتر است. کدام $a + b$ است؟

- ۳ (۱)
- ۱ (۲)
- ۴ (۳)
- ۲ (۴)

۵- اگر برد تابع $g(x)$ اعداد حقیقی نامثبت باشد، برد تابع $f(x) = \frac{2g(x)}{g(x)-2}$ کدام است؟

- $[0, 2)$ (۱)
- $[0, 1)$ (۲)
- $[-1, 1)$ (۳)
- $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (۴)

۶- اعداد طبیعی را به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که اولین جمله هر دسته مربع کامل باشد:

$\dots, (15, 10, \dots, 9), (4, 5, 6, 7, 8), (1, 2, 3)$ مجموع جملات دسته دوازدهم کدام است؟

- ۳۸۰۰ (۱)
- ۳۸۵۰ (۲)
- ۳۹۰۰ (۳)
- ۳۹۵۰ (۴)

۷- معادله $|x| + 2|\sin x| = 1$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

۸- با توجه به دستگاه معادلات $\begin{cases} y^{\log x} = 100 \\ \log \sqrt{\frac{xy}{10}} = 1 \end{cases}$ حاصل $\log_y x$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- $\frac{1}{3}$ (۳)
- $\frac{1}{4}$ (۴)

۹- ساده شده عبارت $A = \frac{\cos 55^\circ + \sqrt{3} \cos 35^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۱)
- ۲ (۲)
- $\sqrt{2} \tan 5^\circ$ (۳)
- $\sqrt{2} \cot 5^\circ$ (۴)

۱۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \left[x + \frac{1}{2}\right] + 2b & ; x < 0 \\ 3a + 1 & ; x = 0 \\ \frac{\sqrt{2} \sin 4x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} & ; x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، $a + b$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

هندسه ۱

هندسه ۱

کل کتاب

صفحه‌های ۹ تا ۹۶

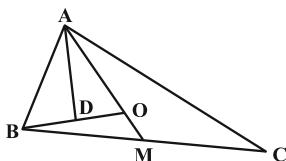
۱۱- در مثلث ABC ، $\hat{A} = \hat{C} = 80^\circ$ و نقطه D داخل مثلث و روی عمود منصف ضلع AB ، طوری واقع شده است که $\hat{ADB} = 110^\circ$. زاویه حاده بین نیمساز داخلی زاویه C با پاره خط AD ، چند درجه است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۵ (۳) ۶۰ (۴) ۶۵

۱۲- درون مثلث ABC ، نقطه M از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. اگر زاویه‌های AMB ، AMC و BMC با اعداد ۷، ۸ و ۹ متناسب باشند، آن گاه نقطه همرسی ارتفاع‌های این مثلث در کجا واقع است؟

- (۱) داخل مثلث (۲) خارج مثلث (۳) وسط یک ضلع مثلث (۴) روی یک رأس مثلث

۱۳- در شکل مقابل، M نقطه‌ای دلخواه روی BC است. اگر $AO = 3OM$ و نقطه D وسط BO باشد، آنگاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث BOM کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 6$ و $AC = 8$ است. اگر M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و AC و K پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، آنگاه مساحت مثلث MNK کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۱۲

۱۵- دوزنقه $ABCD$ به طول قاعده‌های ۴ و ۱۲ مفروض است. از محل تقاطع قطرهای این دوزنقه خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا ساق‌ها را در نقاط E و F قطع کند. اندازه EF کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۶- قطرهای یک دوزنقه بر هم عمودند. وسط‌های اضلاع مجاور آن را به هم وصل می‌کنیم تا یک چهارضلعی به محیط ۲۸ تشکیل شود. اگر مساحت دوزنقه برابر ۹۶ باشد، آنگاه طول پاره خطی که وسط‌های ساق‌های دوزنقه را به هم وصل می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۱۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم ۳ و ۴، فاصله نقطه همرسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{6}{5}$

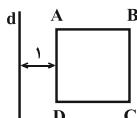
۱۸- یک کایت شبکه‌ای که اندازه قطرهای آن ۴ و ۵ هستند، مفروض است. اگر تعداد نقاط شبکه‌ای درون این کایت برابر ۸ باشد، آن گاه تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر محیط این کایت کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۷ (۴) ۲۶

۱۹- در یک منشور سه پهلو به ترتیب چند جفت خط متمایز دو به دو موازی و چند جفت خط متمایز دو به دو متنافر وجود دارد؟

- (۱) ۳ - ۶ (۲) ۲ - ۹ (۳) ۶ - ۹ (۴) ۶ - ۱۲

۲۰- در شکل زیر مربع $ABCD$ را حول خط d دوران می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع صفحه گذرا بر خط d با شکل حاصل برابر ۱۸ باشد، آن گاه مساحت سطح مقطع صفحه عمود بر خط d با شکل حاصل کدام است؟ (این صفحه از شکل حاصل می‌گذرد.)



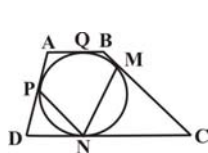
- (۱) 8π (۲) 9π (۳) 15π (۴) 16π

هندسه ۲

هندسه ۲

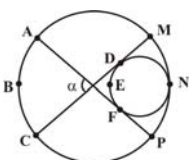
کل کتاب
صفحه‌های ۹ تا ۹۶

۲۱- مطابق شکل، اضلاع دوزنقه ABCD بر دایره در نقاط M، N، P و Q مماس شده است.



اگر $\hat{A} = 112^\circ$ و $\hat{B} = 138^\circ$ باشد، زاویه \widehat{MNP} چند درجه است؟

- ۴۶ (۱)
- ۵۵ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۵۸ (۴)



۲۲- در شکل مقابل، اگر $\widehat{MNP} = 93^\circ$ و $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ باشد، زاویه α چند درجه است؟

- ۸۳ (۱)
- ۹۱ (۳)
- ۸۷ (۲)
- ۹۴ (۴)

۲۳- مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ مفروض است. اندازه مماس مشترک خارجی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایره محاطی این مثلث کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۵ (۲)
- ۷ (۳)
- ۹ (۴)

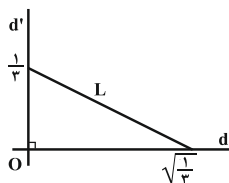
۲۴- اندازه شعاع دایره محاطی یک دوزنقه قائم‌الزاویه محیطی به طول قاعده‌های ۳ و ۶ کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۲۵- دایره $C(O, a+2)$ را در دوران به مرکز A و زاویه 90° درجه بر دایره $C'(O', 4-a)$ تصویر می‌کنیم. اگر $OA = 6$ باشد، آن‌گاه طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

- ۳ (۱)
- $3\sqrt{2}$ (۲)
- ۶ (۳)
- $6\sqrt{2}$ (۴)

۲۶- در شکل مقابل خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت $\sqrt{3}+1$ بر خط L' تصویر می‌کنیم. مساحت محصور بین خط L و خطوط d و d' کدام است؟



- $\frac{1}{3}$ (۱)
- $\frac{1}{6}$ (۲)
- $\frac{1}{12}$ (۴)
- $\frac{1}{9}$ (۳)

۲۷- نقطه P روی ضلع AB از مربع ABCD به گونه‌ای قرار دارد که $AP = 5$ و $BP = 7$ است. از بین مثلث‌هایی که دو رأس آن P و B و رأس دیگر آن روی قطر AC باشد، حداقل محیط ممکن کدام است؟

- ۱۶ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۲ (۴)

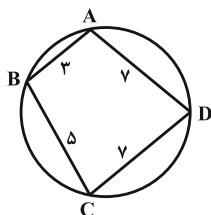
۲۸- در مثلث ABC، ضلع $BC = 4$ و میانه $AM = 6$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه \widehat{AMB} و \widehat{AMC} ، دو ضلع AB و AC را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه مقدار $MP^2 + MQ^2$ کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۱۸ (۴)

۲۹- در مثلث ABC، نقطه I مرکز دایره محاطی داخلی مثلث است. اگر $S_{\triangle IAB} = 7$ ، $S_{\triangle IAC} = 15$ و $S_{\triangle IBC} = 20$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

- ۱۴ (۱)
- ۲۱ (۲)
- ۲۸ (۳)
- ۴۲ (۴)

۳۰- در شکل مقابل اندازه شعاع دایره محیطی چهارضلعی ABCD کدام است؟



- $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۱)
- $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (۲)
- $\frac{12\sqrt{3}}{3}$ (۳)
- $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (۴)



آمار و احتمال و ریاضی ۱

آمار و احتمال

کل کتاب
صفحه‌های ۱ تا ۱۲۷
ریاضی ۱
آمار و احتمال
صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۷۰

۳۱- اگر A, B و C سه مجموعه دلخواه باشند، حاصل $(A - B') \cup (A - C') \cup [A - (B \cup C)]$ همواره برابر کدام است؟

- (۱) A
(۲) $A \cap B$
(۳) $A \cap (B \cap C)$
(۴) $A \cap (B \cup C)$

۳۲- نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر به درستی بیان نشده است؟

- (۱) گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.» - نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.»
(۲) گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.» - نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.»
(۳) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.» - نقیض گزاره: «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن بیش‌تر از 360° است.»

(۴) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 180° نیست.»
۳۳- در کیسه‌ای ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز موجود است. اگر ۳ مهره از کیسه خارج کنیم، با کدام احتمال حداکثر ۲ مهره از مهره‌های خارج شده هم‌رنگ هستند؟

- (۱) $\frac{17}{22}$
(۲) $\frac{19}{22}$
(۳) $\frac{39}{44}$
(۴) $\frac{41}{44}$

۳۴- در جعبه‌ای ۸ لامپ موجود است که ۳ تای آنها معیوب‌اند. لامپ‌ها را یکی پس از دیگری و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم تا دومین لامپ سالم خارج شود. با کدام احتمال حداکثر پس از خارج کردن سومین لامپ به این منظور می‌رسیم؟

- (۱) $\frac{5}{14}$
(۲) $\frac{9}{14}$
(۳) $\frac{4}{7}$
(۴) $\frac{5}{7}$

۳۵- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(A|B) = \frac{1}{4}$ و $P(B|A') = \frac{1}{2}$ باشد، $P(B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{4}$

۳۶- در یک جعبه، ۵ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه موجود است. دو مهره به‌طور متوالی و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. اگر مهره دوم سفید باشد، با کدام احتمال اولین مهره نیز سفید است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$
(۲) $\frac{5}{14}$
(۳) $\frac{3}{7}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۳۷- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۹، ۳۱، ۲۵، ۱۸، ۳۲، ۴۱، ۴۳، ۱۶، ۲۷، ۱۴، ۲۳، ۱۵، ۱۰، ۱۲، نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{7}{8}$
(۲) $\frac{7}{9}$
(۳) $\frac{9}{8}$
(۴) $\frac{5}{4}$

۳۸- با توجه به جدول زیر، اگر X متغیری کمی باشد، ضریب تغییرات داده‌های X_i کدام است؟

x_i	-۱۲	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	$\frac{1}{12}$
f_i		۱	۳	۱	۳	۶	۲	$\frac{1}{6}$
								$\frac{1}{4}$

۳۹- مهم‌ترین مزیت نمونه‌گیری خوشه‌ای در مقایسه با نمونه‌گیری تصادفی ساده کدام است؟

- (۱) از بین بردن آریبی
(۲) افزایش دقت نمونه‌گیری
(۳) صرفه‌جویی در هزینه و زمان
(۴) یکسان شدن احتمال انتخاب همه واحدهای آماری در نمونه
۴۰- در جامعه‌ای شامل ۶ خانواده، تعداد فرزندان خانواده‌ها به ترتیب ۲، ۵، ۳، ۰، ۱ و ۴ است. از این جامعه یک نمونه ۲ تایی انتخاب شده که تعداد فرزندان آنها ۲ و ۴ می‌باشد. اگر در این جامعه میانگین تعداد فرزندان پارامتر باشد، آنگاه:
(۱) پارامتر جامعه برابر ۳ می‌باشد.
(۲) آماره نمونه برابر $2/5$ می‌باشد.
(۳) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه ۳ می‌باشد.
(۴) برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه $2/5$ می‌باشد.

فیزیک ۲

فیزیک ۲

کل کتاب
صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰

۴۱- در شکل زیر، $q_1 = q_2$ است و نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 از طرف دو بار الکتریکی

نقطه‌ای q_2 و q_3 برابرند. اگر بار q_3 را حذف کنیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1

چند برابر می‌شود؟



- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۲- ذره‌ای با بار الکتریکی $6 \mu C$ به صورت خود به خود از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $80V$ تا نقطه B با پتانسیل الکتریکی

$200V$ - جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی جنبشی ذره در نقطه A برابر با $4 mJ$ باشد، انرژی جنبشی آن در نقطه B چند

میلی ژول می‌شود؟ (از نیروی وزن و تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)

- (۱) 0.72 (۲) 1.12 (۳) 1.68 (۴) 2.08

۴۳- خازن تختی را که بین صفحات آن با دی الکتریکی با ثابت $K=4$ به طور کامل پُر شده است، با ولتاژ V شارژ کرده و سپس از

مولد جدا می‌کنیم. اگر در این حالت مساحت مشترک صفحات خازن را نصف کنیم و دی الکتریک را از بین صفحات آن خارج

کنیم، به ترتیب از راست به چپ، ظرفیت خازن، بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه آن و انرژی ذخیره شده در آن چند برابر

می‌شود؟

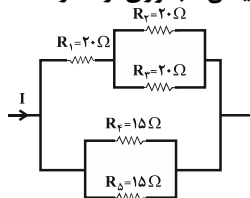
- (۱) $8, 8, 8$ (۲) $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}$ (۳) $8, 8, \frac{1}{8}$ (۴) $8, \frac{1}{8}, 8$

۴۴- دو سر یک سیم رسانا به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است. دمای رسانا را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا توان

الکتریکی مصرفی آن ۲۰ درصد کاهش یابد؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه رسانا $K^{-1} \frac{1}{300}$ است.)

- (۱) $37/5$ (۲) 75 (۳) 150 (۴) 375

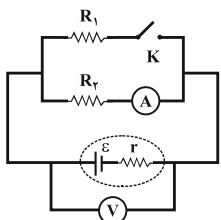
۴۵- در شکل مقابل که قسمتی از یک مدار است، اگر جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر با $2A$ باشد، جریان عبوری از مقاومت



R_5 چند آمپر است؟

- (۱) 2 (۲) 8 (۳) 4 (۴) 16

۴۶- در مدار شکل زیر، مقاومت‌های R_1 و R_2 مشابه‌اند. با بستن کلید K، اعدادی که ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل نشان



می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر خواهند کرد؟

- (۱) افزایش، کاهش (۲) کاهش، کاهش
(۳) افزایش، افزایش (۴) کاهش، افزایش



۴۷- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم ۲ گرم و بار -2mC با سرعت $10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به‌طور افقی وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و

درون سویی به بزرگی $0/1$ تسلا می‌شود. اندازه میدان الکتریکی چند $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ و جهت آن به کدام طرف باشد تا ذره از مسیر خود



منحرف نشود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) ۱۱۰، بالا (۲) ۱۰۰، پایین

(۳) ۱۰۰، بالا (۴) ۱۱۰، پایین

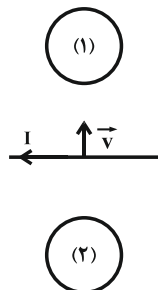
۴۸- سیملوله‌ای آرمانی شامل ۵۰۰ حلقه چسبیده به هم، از سیمی به قطر ۲mm ساخته شده است. اگر جریان عبوری از سیملوله

40mA باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای روی محور سیملوله و دور از لبه‌های آن چند گاوس است؟

$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \right)$$

(۱) $2/4 \times 10^{-5}$ (۲) 24×10^{-5} (۳) $0/24$ (۴) $2/4$

۴۹- در شکل زیر، اگر سیم دراز حامل جریان I را به‌طرف بالا حرکت دهیم، جهت جریان القایی در حلقه‌ها چگونه است؟



(۱) حلقه (۱) ساعتگرد، حلقه (۲) پادساعتگرد

(۲) حلقه (۱) پادساعتگرد، حلقه (۲) ساعتگرد

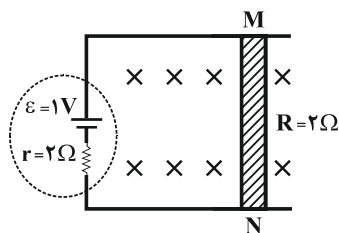
(۳) هر دو حلقه ساعتگرد

(۴) هر دو حلقه پادساعتگرد

۵۰- مطابق شکل زیر، سیم MN به طول ۴ متر و مقاومت الکتریکی 2Ω را در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی به اندازه

5T ، با سرعت ثابت و عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی به حرکت در می‌آوریم. جهت حرکت سیم کدام طرف و سرعت آن

چند سانتی‌متر بر ثانیه باشد تا در حالتی که جریان عبوری از مدار صفر نیست، توان خروجی مولد صفر شود؟



(۱) ← و ۱۰

(۲) → و ۱۰

(۳) ← و ۵

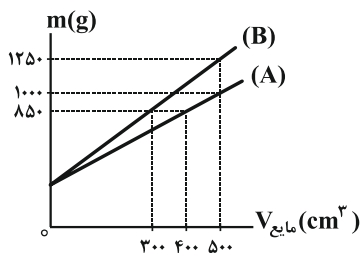
(۴) → و ۵



فیزیک ۱
کل کتاب
صفحه‌های ۱ تا ۱۷۲

فیزیک ۱

۵۱- در ظرفی به جرم m به طور مجزا یک بار مایع A و بار دیگر مایع B می‌ریزیم و نمودار جرم کل مجموعه بر حسب حجم هر کدام از مایع‌ها به صورت شکل زیر است. جرم ظرف، بر حسب گرم و نسبت چگالی مایع A به چگالی مایع B به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (دما ثابت و یکسان است).



و یکسان است.

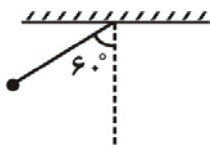
(۱) ۰/۸ ، ۵۰۰

(۲) ۰/۷۵ ، ۵۰۰

(۳) ۰/۸ ، ۲۵۰

(۴) ۰/۷۵ ، ۲۵۰

۵۲- مطابق شکل زیر، آونگی به جرم m و طول l را از راستای قائم به اندازه 60° منحرف کرده و از حال سکون رها می‌کنیم. اندازه سرعت آونگ هنگامی که از وضعیت قائم می‌گذرد کدام است؟ (g شتاب گرانشی در محل آزمایش است و از جرم نخ و اتلاف انرژی صرف نظر شود).



انرژی صرف نظر شود.

(۲) \sqrt{gl}

(۱) $\sqrt{\frac{gl}{2}}$

(۴) $2\sqrt{gl}$

(۳) $\sqrt{2gl}$

۵۳- بازده یک دستگاه بالابر برابر با ۷۰ درصد است. اگر بتوانیم اتلاف انرژی در این دستگاه را ۱۰ درصد کاهش دهیم، بازده آن چند درصد می‌شود؟

(۴) ۷۸

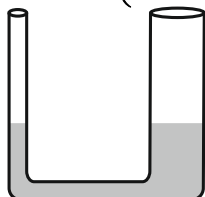
(۳) ۷۵

(۲) ۷۳

(۱) ۸۰

۵۴- در لوله U شکل زیر که در آن قطر شاخه سمت راست، سه برابر قطر شاخه سمت چپ است، مقداری جیوه در حالت تعادل قرار دارد. اگر به ارتفاع $3/4$ cm آب به جیوه موجود در شاخه سمت چپ اضافه کنیم، بعد از ایجاد تعادل، افزایش ارتفاع جیوه در

شاخه سمت راست نسبت به حالت اولیه آن چند سانتی‌متر خواهد بود؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



(۱) ۰/۲۵

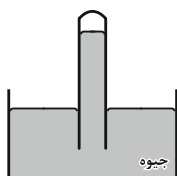
(۲) ۰/۰۵

(۳) ۰/۰۲۵

(۴) ۰/۰۰۵



۵۵- فشارسنج شکل زیر را در مکانی که فشار هوا 72 cmHg است قرار می‌دهیم. اگر روی سطح جیوه درون ظرف، جریان شدید



افقی هوا ایجاد شود، ارتفاع جیوه درون لوله فشارسنج چند سانتی‌متر می‌شود؟

(۱) ۷۲

(۲) کم‌تر از ۷۲

(۳) بیشتر از ۷۲

(۴) بسته به شرایط و تندی باد، هر یک از سه گزینه می‌تواند درست باشد.

۵۶- ضریب انبساط طولی یک میله فلزی برابر با $1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ می‌باشد. اگر طول میله در دمای 20°C برابر با 60 cm باشد، در

چه دمایی بر حسب درجه فارنهایت، 36 mm بر طول میله افزوده می‌شود؟

(۱) ۱۵۸

(۲) ۷۰

(۳) ۱۲۲

(۴) ۱۵۸

۵۷- درون یک کتری برقی با توان $3/6$ کیلووات، 400 g آب 40°C موجود است. پس از چند ثانیه 100 g آب درون ظرف باقی

می‌ماند؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}, L_V = 2256 \frac{\text{J}}{\text{g}})$

(۱) ۲۷۸

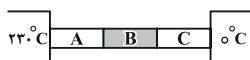
(۲) ۱۵۱

(۳) ۲۱۶

(۴) ۲۸۷

۵۸- مطابق شکل زیر سه میله هم‌طول A ، B و C با سطح مقطع یکسان بین دو منبع گرمایی قرار گرفته‌اند. اگر رسانندگی

گرمایی میله‌های A ، B و C به ترتیب k_A ، $k_B = 3k_A$ و $k_C = \frac{5}{3}k_B$ باشد و آهنگ رسانش گرمایی در میله‌ها یکسان



باشد، دمای سطح مشترک بین میله‌های B و C چند درجه سلسیوس است؟

(۱) ۴۰

(۲) ۲۰

(۳) ۱۵

(۴) ۳۰

۵۹- $5/0$ مول گاز کامل تک‌اتمی با دمای 200 K را طی دو فرایند ترمودینامیکی مجزا، یک بار طی فرایندی هم‌دما و یک بار طی

فرایندی بی‌دررو تا حجم معینی متراکم می‌کنیم. اگر در فرایند بی‌دررو دمای مطلق گاز به 300 K برسد، فشار نهایی گاز در

فرایند بی‌دررو چند برابر فشار نهایی گاز در فرایند هم‌دما خواهد شد؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۶۰- مطابق شکل زیر، کار مورد نیاز برای عملکرد صحیح یک یخچال با ضریب عملکرد ۵ توسط یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵

درصد تأمین می‌شود. در این حالت مقدار گرمایی که یخچال به محیط بیرون می‌دهد، چند برابر مقدار گرمایی است که ماشین



گرمایی از چشمه با دمای بالا دریافت می‌کند؟

(۱) $\frac{5}{4}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{3}{2}$



شیمی ۲

شیمی ۲
کل کتاب

۶۱- با توجه به جدول زیر در رابطه با کدام عنصر ۳ ویژگی نادرست ذکر شده است؟

نماد عنصر	رسانایی الکتریکی	تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون	سطح صیقلی	چکش خواری
S	دارد	دارد	ندارد	ندارد
Al	دارد	ندارد	دارد	دارد
C	ندارد	دارد	ندارد	ندارد
Si	ندارد	دارد	ندارد	دارد

(۱) کربن (۲) سیلیسیم (۳) گوگرد (۴) آلومینیم

۶۲- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) تفاوت شعاع اتمی Al و Si بیش تر از Al و Mg است.

(۲) کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می دهد.

(۳) ترتیب واکنش پذیری به صورت $K > Fe > Ti > Cu$ به درستی بیان شده است.

(۴) یکی از روش های مقرون به صرفه در بیرون کشیدن طلا از لابه لای خاک استفاده از گیاهان است.

۶۳- مخلوطی از براده آهن و زنگ آهن (Fe_3O_4) به جرم $200g$ را ابتدا در مقداری محلول هیدروکلریک اسید کافی حل می کنیم.طی این واکنش در شرایط STP، $33/6L$ گاز هیدروژن تولید می شود. سپس به محلول به دست آمده به مقدار کافیNaOH می افزاییم تا هیچ کدام از یون های Fe^{2+} و Fe^{3+} در ظرف به حالت محلول باقی نمانند. به ترتیب از راست به چپ

چند درصد از مخلوط اولیه را آهن خالص تشکیل داده است و مقدار کل NaOH افزوده شده در مرحله دوم چند گرم است؟

 $(Fe = 56, O = 16, Na = 23, H = 1 : g.mol^{-1})$

۵۹۲ - ۴۲ (۴)

۵۹۲ - ۲۱ (۳)

۲۹۴ - ۴۲ (۲)

۲۹۴ - ۲۱ (۱)

۶۴- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) چسبندگی، گرانروی و نقطه جوش گریس کمتر از وازلین است.

(۲) نام گذاری درست ۲- اتیل بوتان به صورت ۳- متیل پنتان است.

(۳) با آب برم می توان هگزان را از ۱- هگزن شناسایی کرد.

(۴) نام ترکیب  ۳،۴،۶-تری متیل هپتان می باشد.۶۵- ظرفیت گرمایی $200mL$ روغن با چگالی $0.8g/mL$ برابر با $336 \frac{J}{K}$ است. اگر به $10g$ از این روغن با دمای اولیه 20 درجهسلسیوس $105J$ گرما دهیم، دمای آن به چند کلوین می رسد؟

۳۷۷ (۴)

۷۰ (۳)

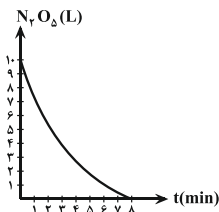
۱۰۰ (۲)

۳۴۳ (۱)



۶۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) همه مواد پیرامون ما در دما و فشار اتاق، آنتالپی معینی دارند.
 (۲) آنتالپی واکنش $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ مثبت است.
 (۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول گرافیت بیشتر از الماس بوده و پایداری الماس از گرافیت بیشتر است.
 (۴) واکنش فوتوسنتز گرماگیر بوده و سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها بیشتر است.
- ۶۷- واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ در یک محفظه در بسته انجام می‌شود. با توجه به نمودار مقابل، هنگامی که حجم مخلوط واکنش برابر ۱۶ لیتر باشد، سرعت متوسط واکنش بر حسب $\frac{L}{min}$ کدام است؟ (حجم مولی گازها را برابر $22/4$ لیتر در نظر بگیرید.)



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

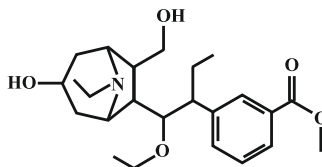
۶۸- مخلوطی شامل متان و متانول داریم که ۳۰ درصد جرمی آن را متان تشکیل می‌دهد. اگر 6525 کیلوژول انرژی گرمایی به وسیله سوزاندن کامل 200 گرم از این مخلوط به دست آید، ΔH سوختن متان تقریباً چند کیلوژول بر مول است؟ (ΔH)

سوختن مولی متانول را تقریباً $0/8$ برابر ΔH سوختن مولی متان فرض کنید و ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- (۱) -875 (۲) 900 (۳) 875 (۴) -900

۶۹- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) نسبت شمار اتم‌های H به C در ساده‌ترین کتون و اتیل بوتانوات با هم یکسان است.
 (۲) عدد اکسایش کربن در ساده‌ترین آمین با عدد اکسایش O در CO متفاوت است.
 (۳) پلی‌اتن سنگین نسبت به پلی‌اتن سبک، چگالی بیشتر و شفافیت کمتری دارد.
 (۴) پلاستیک‌های تهیه شده از پلی‌لاکتیک اسید امکان تبدیل شدن به کود را داشته و ردپای کوچک‌تری در محیط‌زیست به جای می‌گذارند.
- ۷۰- چند مورد از عبارتهای زیر درباره ترکیبی با فرمول ساختاری داده شده درست است؟ ($C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)



* بین اتم‌های کربن در آن ۲۵ پیوند اشتراکی وجود دارد.

* گروه عاملی موجود در کولار، در ساختار این ترکیب نیز مشاهده می‌شود.

* برای تولید 264 گرم گاز کربن دی‌اکسید از سوختن کامل آن به بیش از $0/3$ مول از این مولکول

نیاز داریم.

* الکل سازنده بخش استری این مولکول، از آبکافت استر تولید کننده بوی آناناس نیز به دست می‌آید.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شیمی ۱

شیمی ۱
کل کتاب

۷۱- عبارت «حداکثر تعداد در یک برابر است.» با چه تعداد از موارد زیر

به درستی تکمیل می شود؟

الف) زیرلایه ها، لایه الکترونی، $n-1$ آن لایهب) الکترون ها، زیرلایه الکترونی، $4l+2$ پ) الکترون ها، لایه الکترونی، $2n$

ت) زیرلایه های اشغال شده از الکترون، اتم عنصر از ردیف چهارم جدول دوره ای، هفت

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۲- با توجه به جدول داده شده جرم مولی ترکیب XYA_p چند amu است؟ (جرم مولی را برابر با جرم اتمی در نظر بگیرید.)

۱) ۱۵۹/۷

۲) ۱۶۱/۵

۳) ۱۶۰/۵

۴) ۱۵۸/۷

^{16}A	^{32}Y	^{34}Y	^{63}X	^{65}X	ایزوتوپ
۱۰۰	۹۵	۵	۷۰	۳۰	درصد فراوانی

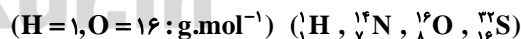
۷۳- اختلاف جمع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های ظرفیت اتم عنصر ^{54}Cr با تعداد الکترون های ظرفیت اتم عنصری که عدد اتمی آن ۵۰ می باشد، کدام گزینه است؟

۱) ۲۶ ۲) ۲۵ ۳) ۲۴ ۴) ۲۳

۷۴- در کدام گزینه پاسخ درست پرسش های «الف» و «ب» و پاسخ نادرست پرسش های «پ» و «ت» در رابطه با واکنش



Konkur.in

الف) در عنصر تولید شده، تعداد الکترون های با $n = 3$ چند برابر تعداد الکترون های با $l = 0$ است؟

ب) نسبت مجموع ضرایب فراورده ها در واکنش موازنه شده به مجموع ضرایب واکنش دهنده ها چند است؟

پ) اختلاف تعداد الکترون های لایه ظرفیت در عنصرهای سازنده نیتروژن مونوکسید (NO)، برابر با شماره گروه کدام عنصر در جدول

دوره ای می باشد؟

ت) حجم گاز مصرف شده برای تولید ۶۰ گرم مایع خالص در طی انجام این واکنش (در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۴ لیتر است.) چند

لیتر است؟

۱) $\frac{6}{5}, \frac{3}{2}$ ۲) $\frac{9}{5}, 1$ ۳) $\frac{9}{5}, \frac{3}{2}$ ۴) $\frac{9}{5}, 1$



۷۵- با توجه به واکنش سوختن کامل اتانول، کدام گزینه صحیح است؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

- (۱) در معادله موازنه شده آن، مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر ۶ می‌باشد.
- (۲) بر اثر سوختن ۹/۲ گرم از آن مقدار ۰/۸ مول کربن دی‌اکسید وارد هواکره می‌شود.
- (۳) با مصرف ۶۰ لیتر گاز اکسیژن در دما و فشار ثابت، ۳۰ لیتر گاز کربن دی‌اکسید حاصل می‌شود.
- (۴) نسبت تعداد جفت الکترون‌های پیوندی به تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در فراورده‌های حاصل از سوختن آن با هم برابر است.

۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اختلاف تعداد الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس فسفرتری کلرید و HCN برابر ۲ است.
 - (۲) تعداد الکترون‌های ناپیوندی گوگرد دی‌اکسید، ۶ برابر تعداد جفت الکترون‌های پیوندی کربن مونوکسید است.
 - (۳) نسبت تعداد کاتیون به آنیون در ترکیب مس (II) سولفید، برابر نسبت تعداد آنیون به کاتیون در آلومینیم نیتريد است.
 - (۴) نام ترکیب‌های $CaBr_2$ و FeS به ترتیب کلسیم برمید و آهن (II) سولفید است.
- ۷۷- غلظت مولی تمام یون‌های موجود در یک نمونه ۲/۲۸ کیلوگرمی از نمک Na_3P برابر با ۰/۰۱۶ مول بر لیتر می‌باشد. غلظت یون فسفید به تقریب چند ppm است؟ (چگالی نمونه را $1/14 \frac{g}{mL}$ در نظر بگیرید و $(Na = ۲۳, P = ۳۱ : g.mol^{-1})$)

(۱) ۱۰۸/۸ (۲) ۵۴۴ (۳) ۵۴/۴ (۴) ۲۷۲

۷۸- با توجه به معادله انحلال پذیری $S = 0/۸\theta + ۷۲$ که مربوط به سدیم نیترات است، تعیین کنید که در دمای $60^\circ C$ با ۱۵۰ گرم

از این نمک، چند میلی‌لیتر محلول سیرشده با چگالی $1/14 g.mL^{-1}$ می‌توان تهیه کرد؟ (θ بر حسب درجه سلسیوس

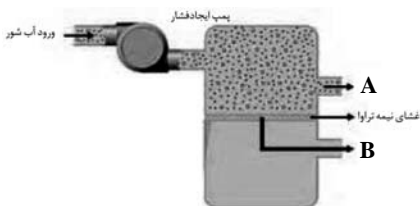
است.) ($Na = ۲۳, N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۵۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۳۳۰

۷۹- کدام گزینه درست است؟

- (۱) ترکیب‌های NO_2 ، CO_2 و H_2O در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
- (۲) اتانول، سیلیسیم تتراکلرید و گوگرد تری‌اکسید ترکیب‌هایی ناقطبی هستند.
- (۳) نقطه جوش CO به دلیل قطبی بودن، از N_2 بیشتر است.
- (۴) متان همانند آمونیاک، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۸۰- با توجه به شکل داده شده که چگونگی تولید آب شیرین از آب شور را نشان می‌دهد، کدامیک از موارد زیر درست است؟



(الف) غلظت املاح موجود در آب ورودی از A کمتر و از B بیشتر است.

(ب) آب از مخزن بالا به مخزن پایین منتقل می‌شود.

(پ) این دستگاه بر اساس فرایند اسمز عمل می‌کند.

(ت) در این روش میکروب‌ها جداسازی می‌شوند.

(۱) الف (۲) الف و ب (۳) پ و ت (۴) الف و پ

ریاضی پایه

گزینه «۴»

بزرگترین عدد در هر شکل را در جدول زیر مشخص کرده ایم:

شماره	شکل ۱	شکل ۲	...	شکل n
بزرگترین عدد	۱	۱+۲=۳	...	۱+۲+...+n = $\frac{n(n+1)}{2}$

بنابراین بزرگترین عدد در شکل ۱۵ ام، عدد $15 \times 16 / 2 = 15 \times 8 = 120$ است.

گزینه «۲»

با ساده سازی عبارت داده شده داریم:

$$\begin{aligned} \sin\left(\theta - \frac{\Delta\pi}{2}\right) &= \sin\left(-\left(\frac{\Delta\pi}{2} - \theta\right)\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow -\sin\left(\frac{\Delta\pi}{2} - \theta\right) &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow -\cos\theta &= \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1) \end{aligned}$$

سپس با ساده سازی عبارت A داریم:

$$\begin{aligned} A &= \sin^2\theta - \cos^2\theta + \frac{1}{1 + \tan^2\theta} \\ \Rightarrow A &= \underbrace{(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}_1 (\sin^2\theta - \cos^2\theta) + \frac{1}{\cos^2\theta} \\ \Rightarrow A &= \sin^2\theta - \cos^2\theta + \cos^2\theta \\ \Rightarrow A &= \sin^2\theta \\ \Rightarrow A &= 1 - \cos^2\theta \xrightarrow{(1)} A = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{4} &\Rightarrow \frac{x^2+1}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 4 \\ \xrightarrow{\text{مربع کامل می کنیم}} &\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4 \xrightarrow{x>0} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{6} \\ \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳}} &\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{6})^3 \Rightarrow x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \\ &= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 3\sqrt{6} = (\sqrt{6})^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) &= (\sqrt{6})^2 - 3 = \sqrt{6} \left((\sqrt{6})^2 - 3 \right) \\ \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) &= 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

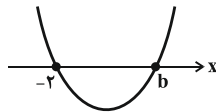
گزینه «۳»

نمودار تابع f(x) از نمودار تابع g(x) بالاتر است، یعنی:

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x^2 + ax - 2 > 2x + 4 \Rightarrow x^2 + (a-2)x - 6 > 0$$

حال می توان گفت جواب نامعادله $x^2 + (a-2)x - 6 > 0$ به صورت $(-\infty, -2) \cup (b, +\infty)$ می باشد.

بنابراین با توجه به رسم نمودار $y = x^2 + (a-2)x - 6$ به کمک بازه داده شده می توان نتیجه گرفت، جواب های معادله $x^2 + (a-2)x - 6 = 0$ ، b و -2 می باشند.



$$(-2)^2 + (a-2)(-2) - 6 = 0 \Rightarrow -2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow \text{معادله } x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

جواب دیگر معادله $b = 3$ است.

$$\Rightarrow a + b = 1 + 3 = 4$$

گزینه «۱»

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2g(x)}{g(x)-2} = \frac{2g(x)-4+4}{g(x)-2} = \frac{2(g(x)-2)}{g(x)-2} + \frac{4}{g(x)-2} \\ &= 2 + \frac{4}{g(x)-2} \end{aligned}$$

می دانیم $g(x) \leq 0$ است. پس:

$$g(x) \leq 0 \Rightarrow g(x) - 2 \leq -2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{g(x)-2} < 0$$

$$\xrightarrow{\times 4} -2 \leq \frac{4}{g(x)-2} < 0 \xrightarrow{+2} 0 \leq \frac{4}{g(x)-2} + 2 < 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq f(x) < 2 \Rightarrow R_f = [0, 2)$$



۶- گزینه «۳»

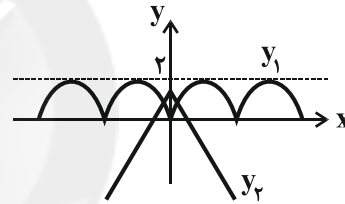
هر دسته با مربع شماره آن دسته شروع و به $(1 - (\text{شماره دسته})^2)$ ختم می‌شود. مثلاً دسته سوم با 3^2 شروع و به $(1 - 4^2)$ ختم می‌شود. در نتیجه دسته دوازدهم با 12^2 شروع و به $1 - 13^2$ ختم می‌شود.

$$\Rightarrow S = 144 + 144 + \dots + 168 = \frac{25}{2}(144 + 168) = 3900$$

۷- گزینه «۳»

$$|x| + 2|\sin x| = 1 \Rightarrow 2|\sin x| = 1 - |x|$$

تعداد جواب‌های معادله مذکور، تعداد نقاط تقاطع نمودارهای $y_1 = 2|\sin x|$ و $y_2 = 1 - |x|$ است.



بنابراین معادله دو جواب دارد.

۸- گزینه «۲»

$$y^{\log x} = 100 \Rightarrow \log y^{\log x} = \log 100 \Rightarrow \log x \log y = 2 \quad (1)$$

$$\log \sqrt{\frac{xy}{10}} = 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{xy}{10}} = 10 \Rightarrow \frac{xy}{10} = 100 \Rightarrow xy = 1000$$

$$\Rightarrow \log(xy) = 3 \Rightarrow \log x + \log y = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} \log x \log y = 2 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

بنابراین $\log x$ و $\log y$ جواب‌های معادله $t^2 - 3t + 2 = 0$ هستند، یعنی: $t = 1, 2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log y = 2 \end{cases} \Rightarrow \log y x = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} \log x = 2 \\ \log y = 1 \end{cases} \Rightarrow \log y x = 2$$

۹- گزینه «۱»

$$\cos 55^\circ + \sqrt{3} \cos 35^\circ = \sin 35^\circ + \sqrt{3} \cos 35^\circ$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} \sin 35^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 35^\circ \right) = 2 \sin(35^\circ + 60^\circ)$$

$$= 2 \sin 95^\circ$$

از طرفی با توجه به اتحاد $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ داریم:

$$\cos 40^\circ + \sin 40^\circ = \sqrt{2} \sin(40^\circ + 45^\circ) = \sqrt{2} \sin 85^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{2 \sin 95^\circ}{\sqrt{2} \sin 85^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

دقت کنید که دو زاویه 85° و 95° مکمل‌اند، پس سینوس‌هایشان با هم برابر است.

۱۰- گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\left[x + \frac{1}{2} \right] + 2b \right) = 2b$$

$$f(0) = 3a + 1$$

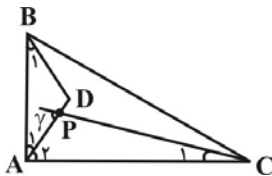
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin 4x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin 4x}{\sqrt{2} |\sin x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin 2x \cos 2x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin x \cos x \cos 2x}{\sin x} = 4$$

$$\text{شرط پیوستگی: } 3a + 1 = 2b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

هندسه ۱

۱۱- گزینه «۴»



$$\hat{A} = \hat{C} = 80^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 80^\circ \\ \hat{C} = 40^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 60^\circ$$

چون نقطه D روی عمود منصف AB واقع است، پس $AD = DB$ و

مثلث ABD متساوی‌الساقین است و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ، بنابراین:



۱۳- گزینه «۱»

دو مثلث BOM و BAM در ارتفاع رسم شده از رأس B مشترک هستند، پس:

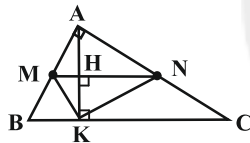
$$\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAM}} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\Delta BOM} = \frac{S_{\Delta BAM}}{4} \quad (1)$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABO} = \frac{3S_{\Delta BAM}}{4}$$

دو مثلث ABO و ABD در ارتفاع رسم شده از رأس A مشترک هستند، پس:

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ABO}} = \frac{BD}{BO} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABD} = \frac{S_{\Delta ABO}}{2} = \frac{3S_{\Delta BAM}}{8} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BOM}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$



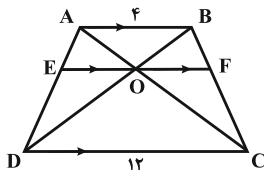
اگر نقطه برخورد MN با ارتفاع AK را H بنامیم، با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می شود که MN موازی BC و در نتیجه بر ارتفاع AK عمود است و همچنین $MN = \frac{1}{2}BC$ و $KH = \frac{1}{2}AK$. پس:

$$S_{\Delta MNK} = \frac{1}{2}KH.MN = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}AK)(\frac{1}{2}BC) = \frac{1}{4}(\frac{1}{2}AK.BC) = \frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$$

از طرفی: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

$$S_{\Delta MNK} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

۱۵- گزینه «۲»



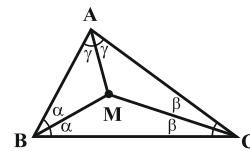
$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{ADB}}{2} = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_\gamma = \hat{A} - \hat{A}_1 = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$$

$$\hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه خارجی } \gamma = \hat{A}_\gamma + \hat{C}_1 = 45^\circ + 20^\circ = 65^\circ$$

۱۲- گزینه «۴»



نقطه همرسی نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، بنابراین با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \widehat{AMB} = \gamma k \\ \widehat{AMC} = \alpha k \Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{AMC} + \widehat{BMC} = 2\gamma k = 360^\circ \\ \widehat{BMC} = \beta k \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMB} = 105^\circ \\ \widehat{AMC} = 120^\circ \\ \widehat{BMC} = 135^\circ \end{cases}$$

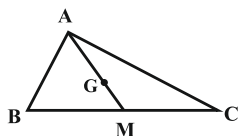
از طرفی مجموع زاویه های داخلی هر مثلث برابر ۱۸۰ درجه است، پس:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ \\ \widehat{MBC} + \widehat{MCA} + \widehat{MAB} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 135^\circ + \beta = 180^\circ \\ \Rightarrow \gamma = 45^\circ \end{cases}$$

به روش مشابه $\alpha = 30^\circ$ و $\beta = 15^\circ$ به دست می آید.

پس اندازه زاویه های مثلث ABC، برابر $\hat{A} = 2\gamma = 90^\circ$ ، $\hat{B} = 2\alpha = 60^\circ$ و $\hat{C} = 2\beta = 30^\circ$ است.

این مثلث قائم الزاویه است و در هر مثلث قائم الزاویه، نقطه همرسی ارتفاعها روی رأس قائمه است.



$$\Delta ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{\frac{AB=3}{AC=4}} BC=5$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

با توجه به این که میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند،

داریم:

$$AG = 2GM \Rightarrow \frac{GM}{AG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$

۱۸- گزینه «۱»

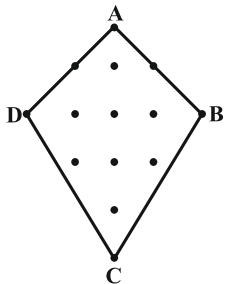
در هر کایت قطرها بر هم عمود هستند و در هر چهارضلعی که قطرها بر هم عمود باشند، اندازه مساحت برابر نصف حاصل ضرب طول دو قطر است. پس مساحت کایت ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

حال طبق رابطه بیک اگر تعداد نقاط شبکه‌ای واقع در درون یک چندضلعی شبکه‌ای (نقاط درونی) برابر i و تعداد نقاط شبکه‌ای واقع بر روی رئوس و اضلاع چندضلعی (نقاط مرزی) برابر b باشد، اندازه مساحت برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 10 = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{i=8} \frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$$

پس ۶ نقطه روی محیط کایت واقع است. شکل زیر یکی از حالت‌های کایت مفروض را نمایش می‌دهد:



با توجه به قضیه تالس در دو مثلث ACD و BCD داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta ACD: OE \parallel CD &\Rightarrow \frac{OE}{CD} = \frac{AE}{AD} \\ \Delta BCD: OF \parallel CD &\Rightarrow \frac{OF}{CD} = \frac{BF}{BC} \end{aligned} \right\} \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} \rightarrow OE = OF$$

پس طول EF دو برابر طول OE است ($EF = OE + OF = 2OE$)

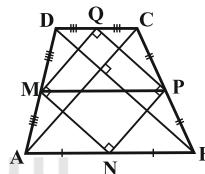
حال با نوشتن دوباره قضیه تالس در دو مثلث ABD و ACD داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta ABD: OE \parallel AB &\Rightarrow \frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} \xrightarrow{(+)} OE + \frac{OE}{CD} = \frac{DE}{AD} + \frac{AE}{AD} \\ \Delta ACD: OE \parallel CD &\Rightarrow \frac{OE}{CD} = \frac{AE}{AD} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{OE}{4} + \frac{OE}{12} = 1 \Rightarrow OE = 3 \Rightarrow EF = 2OE = 6$$

۱۶- گزینه «۳»

می‌دانیم اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، چهارضلعی حاصل یک متوازی‌الاضلاع است که مساحت آن نصف چهارضلعی اولیه است. چون قطرهای دوزنقه ABCD بر هم عمودند، پس چهارضلعی MNPQ مستطیل است. با توجه به شکل داریم:



$$\left\{ \begin{aligned} S_{ABCD} = 96 &\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{96}{2} = 48 \\ \text{محیط}(MNPQ) = 28 &\Rightarrow 2(MN + NP) = 28 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \times NP = 48 \\ MN + NP = 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN = 8 \\ NP = 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} MP^2 = MN^2 + NP^2 = 8^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow MP = 10$$

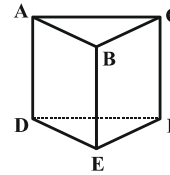
۱۷- گزینه «۲»

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین با توجه به شکل داریم:



۱۹- گزینه «۴»

منشور سه پهلو، منشوری است که قاعده آن مثلث است. با توجه به شکل تعداد جفت خط‌های متمایز دوجه دو موازی و متناظر مشخص می‌شود.



جفت خطوط دوجه دو موازی: $(DF, CA), (EF, BC), (DE, AB)$

۶ جفت $\Rightarrow (CF, AD), (CF, BE), (BE, AD)$

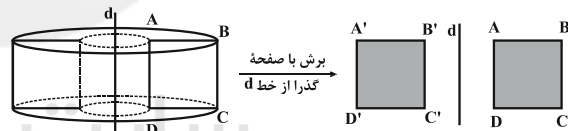
جفت خطوط دو به دو متناظر: $(DF, AB), (EF, AB), (CF, AB)$

$(DF, BC), (DE, BC), (AD, BC), (EF, CA), (DE, CA)$

۱۲ جفت $\Rightarrow (BE, CA), (CF, DE), (AD, EF), (BE, DF)$

۲۰- گزینه «۳»

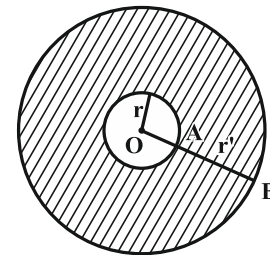
اگر مربع ABCD را حول خط d دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه است که از داخل آن یک استوانه خالی شده است. اگر این استوانه را با صفحه d گذرا بر خط d برش دهیم، سطح مقطع حاصل، دو مربع می‌شود.



مساحت سطح مقطع حاصل، دو برابر مساحت مربع ABCD است، پس:

$$S = 2S_{ABCD} = 18 \Rightarrow 2AB^2 = 18 \Rightarrow AB = 3$$

حال اگر شکل حاصل را با صفحه‌ای عمود بر خط d برش دهیم، شکل زیر حاصل می‌شود:



$$OA = 1, AB = 3 \Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ r' = 4 \end{cases}$$

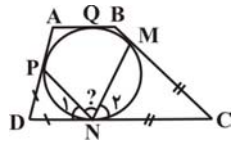
$$S_{\text{هاشورخورده}} = \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(4)^2 - \pi(1)^2 = 15\pi$$

هندسه ۲

۲۱- گزینه «۲»

چون ABCD دوزنقه است، پس:

$$\hat{D} = 118^\circ - \hat{A} = 68^\circ, \hat{C} = 118^\circ - \hat{B} = 42^\circ$$



می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \hat{N}_1 = \frac{118^\circ - \hat{D}}{2} = \frac{112^\circ}{2} = 56^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \hat{N}_2 = \frac{118^\circ - \hat{C}}{2} = \frac{124^\circ}{2} = 62^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MNP} = 118^\circ - (\hat{N}_1 + \hat{N}_2) = 118^\circ - 122^\circ = 55^\circ$$

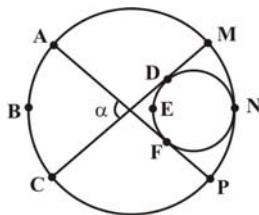
۲۲- گزینه «۳»

با توجه به این که $\hat{MNP} = 93^\circ$ و با فرض $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = x$ ، مطابق شکل داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{MNP}}{2} \Rightarrow 2\alpha = x + 93^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\widehat{DNF} - \widehat{DEF}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{(260^\circ - x) - x}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 118^\circ - x \quad (2)$$



با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

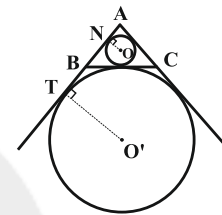
$$2\alpha + \alpha = (x + 93^\circ) + (118^\circ - x) \Rightarrow 3\alpha = 211^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ$$



۲۳- گزینه «۳»

در هر مثلث کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی، دایرهٔ محاطی داخلی مثلث $\left(r = \frac{S}{P}\right)$ و بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر بزرگ‌ترین ضلع مثلث است. $\left(r_a = \frac{S}{P-a}\right)$

با توجه به تمرین ۶ صفحه ۳۰ کتاب درسی، طول پاره‌خط‌های AN و AT از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:



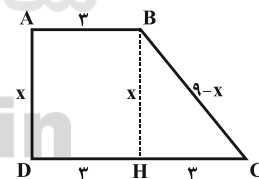
$AN = P - a$ و $AT = P$

با فرض $BC = 7$ ، بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی خارجی مثلث ABC، نظیر این ضلع می‌باشد و در نتیجه خواستهٔ سوال، محاسبهٔ طول پاره‌خط NT است. داریم:

$NT = AT - AN = P - (P - a) = a = 7$

۲۴- گزینه «۱»

اگر چهارضلعی ABCD محیطی باشد، آن گاه رابطه $AB + CD = AD + BC$ بین اضلاع آن برقرار است.

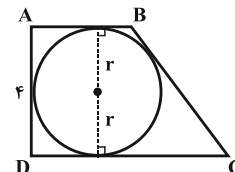


بنابراین با رسم ارتفاع BH داریم:

$\frac{AB}{3} + \frac{CD}{9} = AD + BC \xrightarrow{AD=3} BC = 9 - x$

$\Delta BHC : BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow (9-x)^2 = x^2 + 3^2$

$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow AD = 4$



حال با توجه به این که طول AD برابر با طول قطر دایره است، پس داریم:

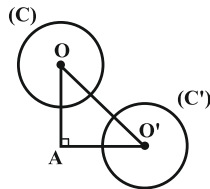
$AD = 2r = 4 \Rightarrow r = 2$

۲۵- گزینه «۳»

چون دوران تبدیلی طولیاست، پس طول شعاع‌های دو دایره با هم برابر است. داریم:

$R = R' \Rightarrow a + r = 4 - a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow R = R' = 3$

مطابق شکل دایرهٔ C' تصویر دایرهٔ C در دوران به مرکز A و با زاویهٔ 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.



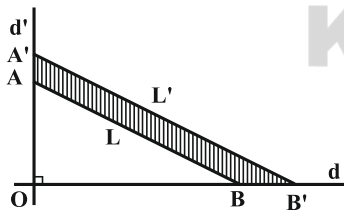
$OA = AO' \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} OO' = 6\sqrt{2}$

طول مماس مشترک داخلی دو دایره $TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$

$= \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (3 + 3)^2} = \sqrt{72 - 36} = 6$

۲۶- گزینه «۲»

اگر مساحت مثلث OAB برابر S باشد، مساحت مثلث OA'B' برابر $k^2 S$ است. (دو شکل متجانس، همواره متشابه‌اند).



$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{18}$

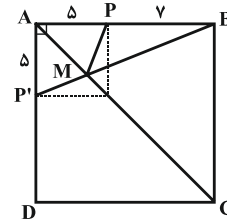
$S_{AA'B'B} = S_{\Delta AA'B'} - S_{\Delta OAB} = k^2 S - S = (k^2 - 1) S$

$\frac{k = \sqrt{\sqrt{3} + 1}}{S = \frac{\sqrt{3}}{18}} \rightarrow S_{AA'B'B} = (\sqrt{3} + 1 - 1) \frac{\sqrt{3}}{18} = \frac{1}{6}$



۲۷- گزینه «۳»

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطه M به طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کمترین مقدار $PM + BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB = 7$ مشخص است.) برای این کار از روش هرون کمک می‌گیریم. نقطه P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می‌نامیم. نقطه M محل برخورد $P'B$ با AC است.



با توجه به شکل داریم:

$$PM + BM = P'M + BM = P'B$$

$$\Delta BAP' : P'B^2 = \frac{AP'^2}{5} + \frac{AB^2}{12} \Rightarrow P'B = 13$$

$$PBM \text{ محیط مثلث } = \frac{PM + BM}{13} + \frac{PB}{7} = 20$$

۲۸- گزینه «۲»

با توجه به قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AMB : \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{6}{2} = 3 \\ \Delta AMC : \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{CM} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP + BP} = \frac{AM}{AM + BM} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{3}{4} BC = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

حال با توجه به این که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 + \hat{M}_4 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{M}_1 = \hat{M}_2, \hat{M}_3 = \hat{M}_4}$$

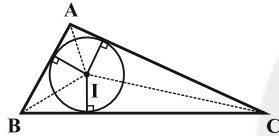
$$\Rightarrow \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 90^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم‌الزاویه است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$MP^2 + MQ^2 = PQ^2 = 3^2 = 9$$

۲۹- گزینه «۴»

فرض می‌کنیم r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث باشد. با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} S_{\Delta IAB} = \frac{rc}{2} = \gamma \Rightarrow c = \frac{14}{r} \\ S_{\Delta IAC} = \frac{rb}{2} = 15 \Rightarrow b = \frac{30}{r} \\ S_{\Delta IBC} = \frac{ra}{2} = 20 \Rightarrow a = \frac{40}{r} \end{cases}$$

از طرفی مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\Delta IAB} + S_{\Delta IAC} + S_{\Delta IBC} = \gamma + 15 + 20 = 42$$

اکنون با توجه به قضیه هرون داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\frac{14}{r} + \frac{30}{r} + \frac{40}{r}}{2} = \frac{42}{r}$$

$$S = \sqrt{\frac{42}{r} \left(\frac{42}{r} - \frac{14}{r} \right) \left(\frac{42}{r} - \frac{30}{r} \right) \left(\frac{42}{r} - \frac{40}{r} \right)}$$

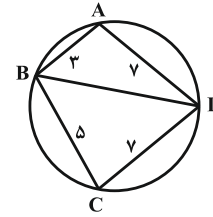
$$\Rightarrow 42 = \frac{168}{r^2} \Rightarrow r = 2$$

$$\Rightarrow P = \frac{42}{2} = 21$$

بنابراین اندازه نصف محیط مثلث برابر ۲۱ و اندازه محیط مثلث برابر ۴۲ است.

۳۰- گزینه «۲»

قطر BD را رسم می‌کنیم.



چهارضلعی ABCD محاطی است، پس هر دو زاویه روبه روی آن مکمل یکدیگرند و کسینوس آنها قرینه یکدیگر است. در نتیجه:

$$\cos \hat{A} = -\cos \hat{C}$$

حال با توجه به قضیه کسینوسها در دو مثلث ABD و BCD داریم:

$$\begin{cases} \Delta ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \hat{A} \\ \Delta BCD : BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos \hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BD^2 = 9 + 49 - 2 \times 3 \times 7 \times \cos \hat{A} \\ BD^2 = 25 + 49 - 2 \times 5 \times 7 \times \cos \hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 58 - 42 \cos \hat{A} = 74 - 70 \cos \hat{C} \xrightarrow{\cos \hat{A} = -\cos \hat{C}}$$

$$112 \cos \hat{A} = -16 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{7} \Rightarrow BD = 8$$

$$\cos \hat{A} = -\frac{1}{7} \Rightarrow \sin \hat{A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{7}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

حال با توجه به قضیه سینوسها، اندازه شعاع دایره محیطی را به دست می آوریم:

$$rR = \frac{BD}{\sin \hat{A}} \Rightarrow R = \frac{BD}{2 \sin \hat{A}} = \frac{8}{2 \times \frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} &(A - B') \cup (A - C') \cup [A - (B \cup C)] \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup [A \cap (B \cup C)'] \end{aligned}$$

$$= [A \cap (B \cup C)] \cup [A \cap (B \cup C)']$$

$$= A \cap [(B \cup C) \cup (B \cup C)'] = A \cap U = A$$

۳۲- گزینه «۳»

نقیض گزاره «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.» به صورت «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن برابر 360° نیست.» می باشد.

۳۳- گزینه «۴»

فضای نمونه ای شامل تمام حالت های انتخاب ۳ مهره از میان ۱۲ مهره است. داریم:

$$n(S) = \binom{12}{3} = 220$$

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، آنگاه A' (متمم پیشامد A) آن است که سه مهره خارج شده هم رنگ باشند، داریم:

$$n(A') = \binom{5}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 10 + 4 + 1 = 15$$

\downarrow مهره سفید \downarrow مهره سیاه \downarrow مهره قرمز

$$P(A') = \frac{15}{220} = \frac{3}{44} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{44} = \frac{41}{44}$$

۳۴- گزینه «۴»

در جعبه، ۵ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب وجود دارد.

$$P(\text{اولی و دومی سالم}) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{10}{28}$$

$$P(\text{اولی معیوب و دومی و سومی سالم}) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{5}{28}$$

$$P(\text{اولی سالم، دومی معیوب و سومی سالم}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{5}{28}$$

اگر پیشامد مورد نظر سؤال را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{5}{28} + \frac{5}{28} + \frac{10}{28} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$$

۳۵- گزینه «۱»

$$P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(B|A') = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P(B \cap A')}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{22-23}{23-15} = \frac{9}{8} \quad \text{یا} \quad \frac{23-15}{22-23} = \frac{8}{9}$$

۳۸- گزینه «۲»

از داده‌ها ۱۲ واحد کم شده است پس برای به دست آوردن میانگین، باید میانگین جدول را محاسبه و سپس به آن ۱۲ واحد اضافه کنیم.

$$\bar{x} = \frac{1 \times (-3) + 3 \times (-2) + 1 \times (-1) + 3 \times (0) + 6 \times (1) + 2 \times (2)}{1 + 3 + 1 + 3 + 6 + 2}$$

$$= \frac{-3 - 6 - 1 + 0 + 6 + 4}{16}$$

$$\bar{x} = 0 \Rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}} = 0 + 12 = 12$$

واریانس و انحراف معیار داده‌ها در صورت اضافه یا کم کردن مقداری ثابت به تمام داده‌ها تغییر نمی‌کنند، پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{1 \times (-3-0)^2 + 3 \times (-2-0)^2 + 1 \times (-1-0)^2}{16}$$

$$\frac{+3 \times (0-0)^2 + 6 \times (1-0)^2 + 2 \times (2-0)^2}{16} = \frac{26}{16} = \frac{13}{8}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{13}{8}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{12} = \frac{\sqrt{13}}{24}$$

۳۹- گزینه «۳»

مزیت استفاده از نمونه‌گیری خوشه‌ای به جای نمونه‌گیری تصادفی ساده، کاهش هزینه نمونه‌گیری است.

۴۰- گزینه «۳»

پارامتر جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{4+1+0+3+5+2}{6} = \frac{15}{6} = 2.5$$

آماره نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

مقدار آماره نمونه برابر است با برآورد نقطه‌ای از پارامتر جامعه، پس برآورد ما از پارامتر جامعه ۳ می‌باشد.

$$\Rightarrow P(B \cap A') = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A'|B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{P(B)} = \frac{3}{4} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{9}$$

۳۶- گزینه «۱»

روش اول:

اگر پیشامد سفید بودن مهره دوم را با A و پیشامدهای سفید بودن و سیاه بودن مهره اول را به ترتیب با B₁ و B₂ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

مهره اول سفید	مهره دوم سفید	۵	۴
		۱۵	۱۴
مهره اول سیاه	مهره دوم سفید	۱۰	۵
		۱۵	۱۴

$$P(A) = \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} + \frac{10}{15} \times \frac{5}{14} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{5}{15} \times \frac{4}{14}}{\frac{70}{210}} = \frac{20}{70} = \frac{2}{7}$$

روش دوم:

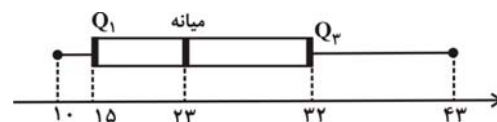
احتمال مورد نظر سؤال، معادل احتمال پیشامدی است که در صورتی که مهره اول خارج شده از جعبه، سفید باشد، آن‌گاه مهره دوم نیز سفید خارج گردد. واضح است که بعد از خروج یک مهره سفید، ۴ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه در جعبه باقی می‌ماند و احتمال خروج مهره سفید دوم در این حالت، برابر است.

$$\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

۳۷- گزینه «۳»

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم تا میانه و چارک‌ها مشخص شوند.

$$10, 12, 14, 15, 16, 18, 19, 23, 25, 27, 31, 32, 34, 41, 43$$



بنابراین در نمودار جعبه‌ای نسبت طول دو بخش مورد نظر برابر است با:



فیزیک ۲

گزینه ۱

چون نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف دو بار q_2 و q_3 برابرند، بنابراین بارهای q_2 و q_3 هم نامند. از طرف دیگر چون $q_1 = q_2$ ، بنابراین هر سه بار هم نام هستند. داریم:

$$F_{r1} = F_{r2} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{q_2}{10^2} = \frac{q_3}{15^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_3} = \frac{9}{4}$$

در ابتدا اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر برابر است با:

$$F_{\Sigma} = F_{r2} - F_{r3} = k \frac{|q_2||q_2|}{r_{22}^2} - k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{q_2^2}{(0.5)^2} - \frac{kq_2^2}{(0.1)^2}$$

$$\Rightarrow F_{\Sigma} = 80 \cdot kq_2^2$$

بعد از حذف بار q_3 ، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 ناشی از بار q_1 است. داریم:

$$F'_{\Sigma} = F_{r2} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{q_2^2}{(0.1)^2} \Rightarrow F'_{\Sigma} = 100 \cdot kq_2^2$$

$$\frac{F'_{\Sigma}}{F_{\Sigma}} = \frac{100 \cdot kq_2^2}{80 \cdot kq_2^2} \Rightarrow \frac{F'_{\Sigma}}{F_{\Sigma}} = \frac{5}{4}$$

در نتیجه:

گزینه ۲

چون ذره به صورت خودبه خود در میدان الکتریکی جابه جا شده است، انرژی جنبشی آن افزایش می یابد. با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta K = -q\Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta K = -6 \times 10^{-6} \times (-200 - (-80))$$

$$\Rightarrow K_B - 0 / 4 \times 10^{-3} = 0 / 72 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow K_B = 1 / 12 \times 10^{-3} \text{ J} = 1 / 12 \text{ mJ}$$

گزینه ۳

هرگاه خازنی را شارژ کرده و سپس از مولد جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می ماند. از طرفی طبق رابطه ظرفیت یک خازن تخت داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{8}$$

برای بررسی تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن، داریم:

$$E = \frac{V}{d} \quad V = \frac{Q}{C} \Rightarrow E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} = 4 \times 2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 8$$

و در نهایت برای بررسی تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن، داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 8$$

گزینه ۴

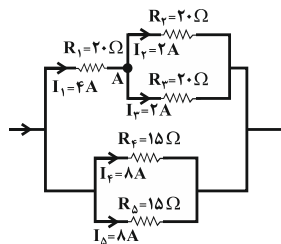
ابتدا تغییرات مقاومت الکتریکی رسانا را محاسبه می کنیم. چون اختلاف پتانسیل دو سر سیم رسانا ثابت است، داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow 0.8 = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1.25$$

حال با استفاده از رابطه تغییرات مقاومت الکتریکی یک رسانا بر حسب تغییرات دما، داریم:

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha \Delta T] \Rightarrow 1.25 = 1 + \frac{1}{300} \Delta T \Rightarrow \Delta T = 75^\circ \text{C}$$

گزینه ۵



چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های موازی یکسان است، جریان در آن ها به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود. بنابراین:

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_3}{I_2} \Rightarrow \frac{20}{20} = \frac{I_3}{2} \Rightarrow I_3 = 2A$$



الکتریکی رو به بالا باشد تا برآیند نیروی وزن و نیروی مغناطیسی را خنثی کند. از طرفی چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، بنابراین باید جهت میدان الکتریکی رو به پایین باشد.

$$F_E = F_B + mg \quad \begin{matrix} F_E = E|q| \\ F_B = |q|vB \sin 90^\circ \end{matrix}$$

$$E|q| = |q|vB + mg \quad \begin{matrix} |q| = 2 \times 10^{-3} \text{ C}, \quad v = 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ B = 10^{-1} \text{ T}, \quad m = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} \end{matrix}$$

$$E \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 0.1 + 2 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 100 + 10 \Rightarrow E = 110 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۴۸- گزینه «۴»

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت داخل سیمولوله داریم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \quad \ell = Nd \Rightarrow B = \mu_0 \frac{I}{d} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{400 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow B = 24 \times 10^{-4} \text{ T} = 2.4 \text{ mT}$$

۴۹- گزینه «۴»

ابتدا جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم مستقیم I_1 را در درون حلقه‌ها تعیین می‌کنیم. با توجه به قاعده دست راست، میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I_1 در حلقه (۱) درون سو و در حلقه (۲) برون سو است. چون سیم به حلقه (۱) نزدیک و از حلقه (۲) دور می‌شود، تجمع خط‌های میدان مغناطیسی در حلقه (۱) افزایش و در حلقه (۲) کاهش می‌یابد. بنابراین، طبق قانون لنز، باید جریان القایی در حلقه (۱) پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی آن برون سو شود و بتواند با افزایش میدان مغناطیسی درون سوی حاصل از سیم حامل جریان I_1 مخالفت کند. برای حلقه (۲) نیز که میدان مغناطیسی برون سوی ناشی از جریان سیم در آن در حال کاهش است، باید جریان القایی پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی برون سوی حاصل از آن با کاهش میدان مغناطیسی برون سوی حاصل از سیم حامل جریان مخالفت کند. بنابراین، جهت جریان القایی در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

اگر قاعده انشعاب را برای گره A بنویسیم، داریم:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 2 + 2 \Rightarrow I_1 = 4 \text{ A}$$

مقاومت‌های R_2 و R_3 با هم موازی و معادل آن‌ها با مقاومت R_1 به صورت متوالی است. مقاومت معادل شاخه بالایی مدار برابر است با:

$$R_{123} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 20 + \frac{20 \times 20}{20 + 20} \Rightarrow R_{123} = 30 \Omega$$

مقاومت‌های R_4 و R_5 با هم موازی هستند و بنابراین مقاومت معادل شاخه پایینی مدار برابر است با:

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{15 \times 15}{15 + 15} \Rightarrow R_{45} = 7.5 \Omega$$

با توجه به موازی بودن شاخه‌های بالا و پایین، داریم:

$$\frac{R_{45}}{R_{123}} = \frac{I_1}{I_{45}} \Rightarrow \frac{7.5}{30} = \frac{4}{I_{45}} \Rightarrow I_{45} = 16 \text{ A}$$

چون $R_4 = R_5$ است، جریان $I_{45} = 16 \text{ A}$ به صورت مساوی بین این دو مقاومت تقسیم می‌شود.

$$I_4 = I_5 = 8 \text{ A}$$

۴۶- گزینه «۲»

با بستن کلید K، مقاومت معادل مدار کاهش یافته در نتیجه جریان عبوری از شاخه اصلی مدار افزایش می‌یابد. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد یعنی $V = \mathcal{E} - Ir$ را نشان می‌دهد، بنابراین با افزایش جریان، عدد ولت‌سنج کاهش می‌یابد. قبل از بستن کلید آمپرسنج $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$ را نشان می‌دهد. پس از بستن کلید چون مقاومت‌ها مشابه‌اند جریان یکسانی از آنها عبور می‌کند که برابر $\frac{1}{2} I$ جریان اصلی مدار است.

$$I' = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{2}} \right) = \frac{\mathcal{E}}{2r + R}$$

یعنی $I' < I$ و عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد کاهش می‌یابد.

۴۷- گزینه «۴»

طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی رو به پایین است. با توجه به این که نیروی وزن نیز رو به پایین بر ذره وارد می‌شود، باید نیروی



۵۰- گزینه «۳»

توان خروجی مولد از رابطه $P = \varepsilon I - rI^2$ به دست می آید:

$$\Rightarrow P = \varepsilon I - rI^2 = 0 \Rightarrow \varepsilon = rI \Rightarrow \frac{\varepsilon = 1V}{r = 2\Omega} \Rightarrow I = \frac{1}{2} A$$

برای این که جهت جریان حاصل از مولد القایی را در مدار تعیین کنیم، فرض می کنیم مولد القایی به صورت محرکه با مولد ε در مدار قرار داشته باشد.

داریم:

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_m}{R + r} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1 + \varepsilon_m}{2 + 2} \Rightarrow \varepsilon_m = 1V$$

چون $\varepsilon_m > 0$ است، بنابراین جهت قرارگیری آن در مدار صحیح است. داریم:

$$\varepsilon_m = Blv \Rightarrow 1 = 5 \times 4 \times v \Rightarrow v = \frac{1}{20} \frac{m}{s} = 5 \frac{cm}{s}$$

چون جریان القایی در جهت جریان مولد یعنی ساعتگرد است، در نتیجه باید عامل ایجاد تغییر شار، شار مغناطیسی را کاهش داده باشد و این به معنی این است که میله باید به سمت چپ حرکت کند.

فیزیک ۱

۵۱- گزینه «۴»

با توجه به نمودار، برای مایع A می توان نوشت:

$$\begin{cases} m_A = 850 - m_0 \\ V_A = 400 \text{ cm}^3 \end{cases}, \begin{cases} m'_A = 1000 - m_0 \\ V'_A = 500 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

با توجه به ثابت بودن چگالی مایع A و طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می توان نوشت:

$$\frac{m_A}{V_A} = \frac{m'_A}{V'_A} \Rightarrow \frac{850 - m_0}{400} = \frac{1000 - m_0}{500}$$

$$\Rightarrow 4250 - 5m_0 = 4000 - 4m_0 \Rightarrow m_0 = 250g$$

با جای گذاری این اعداد در یکی از دو نقطه ذکر شده، داریم:

$$m_A = 850 - m_0 = 850 - 250 \Rightarrow m_A = 600g$$

بنابراین:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_A = 600g}{V_A = 400 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho_A = \frac{600}{400} = 1.5 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

از طرفی با توجه به نمودار برای مایع B می توان نوشت:

$$m_B = 850 - m_0 = 850 - 250 = 600g$$

بنابراین:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_B = 600g}{V_B = 300 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho_B = \frac{600}{300} = 2 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

در نتیجه:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

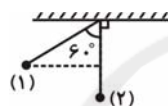
۵۲- گزینه «۲»

چون اتلاف انرژی نداریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی و با فرض

نقطه (۲) به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1) = 0$$



$$\begin{aligned} v_1 = 0, h_1 = 0 &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - mg \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{gl} \\ h_2 = l - l \cos 60^\circ = \frac{l}{2} &\end{aligned}$$

۵۳- گزینه «۲»

وقتی بازده دستگاه ۷۰ درصد باشد، به معنای آن است که ۳۰ درصد انرژی

اولیه دستگاه تلف شده است. زیرا:

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}}$$

$$\frac{E_{\text{خروجی}} = E_{\text{ورودی}} - E_{\text{تلف شده}}}{E_{\text{ورودی}}} = 0.7 \Rightarrow \frac{E_{\text{ورودی}} - E_{\text{تلف شده}}}{E_{\text{ورودی}}} = 0.7$$

$$0.7 E_{\text{ورودی}} = E_{\text{ورودی}} - E_{\text{تلف شده}} \Rightarrow E_{\text{تلف شده}} = 0.3 E_{\text{ورودی}}$$

وقتی انرژی تلف شده دستگاه را ۱۰ درصد کاهش دهیم، در این حالت انرژی

تلف شده برابر است با:

$$E'_{\text{تلف شده}} = 0.9 E_{\text{تلف شده}} = 0.9 \times 0.3 E_{\text{ورودی}} = 0.27 E_{\text{ورودی}}$$

$$\Rightarrow E'_{\text{تلف شده}} = 0.27 E_{\text{ورودی}}$$

و بازده دستگاه در این حالت برابر است با:

$$(E'_{\text{بازده}})' = \frac{E'_{\text{خروجی}}}{E'_{\text{ورودی}}} = \frac{E_{\text{ورودی}} - E'_{\text{تلف شده}}}{E'_{\text{ورودی}}}$$

$$\Rightarrow (E'_{\text{بازده}})' = \frac{E_{\text{ورودی}} - 0.27 E_{\text{ورودی}}}{E'_{\text{ورودی}}} = 0.73$$



سطح جیوه درون ظرف شود. بنابراین ارتفاع جیوه درون لوله از ۷۲cm کم تر می شود.

۵۶- گزینه «۴»

افزایش طول یک میله از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$ به دست می آید. داریم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow 0.36 = 1/2 \times 10^{-5} \times 600 \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = \frac{36 \times 10^{-2}}{72 \times 10^{-4} \times 2} = \frac{1}{2} \times 10^2 = 50^\circ C$$

اکنون دمای ثانویه را بر حسب درجه سلسیوس محاسبه می کنیم:

$$\Rightarrow \Delta \theta = \theta_\gamma - \theta_1 \Rightarrow 50 = \theta_\gamma - 20 \Rightarrow \theta_\gamma = 70^\circ C$$

در گام آخر این دما را به درجه فارنهایت تبدیل می کنیم:

$$F_\gamma = \frac{9}{5} \theta_\gamma + 32 = \frac{9}{5} \times 70 + 32 = 158^\circ F$$

۵۷- گزینه «۳»

هنگامی ۱۰۰g آب در کتری باقی می ماند، که ۳۰۰g از آن بخار شده باشد بنابراین داریم:

$$40^\circ C \text{ آب } 400g \xrightarrow{Q_1} 100^\circ C \text{ آب } 400g \xrightarrow{Q_2} 100^\circ C \text{ بخار آب } 300g$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + m'L_v$$

$$= 0.4 \times 4200 \times (60) + 0.3 \times 2256000$$

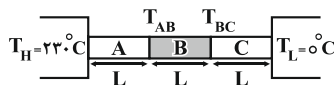
$$\Rightarrow Q_T = 1008000 + 676800 = 1776000 J$$

اکنون با جای گذاری در رابطه $Q_T = P.t$ می توانیم زمان لازم را به دست آوریم:

$$t = \frac{Q_T}{P} = \frac{1776000}{3600} = 493.33 s$$

۵۸- گزینه «۴»

چون آهنگ شارش گرما در میله ها یکسان است، برای دو میله A و B می توان نوشت:

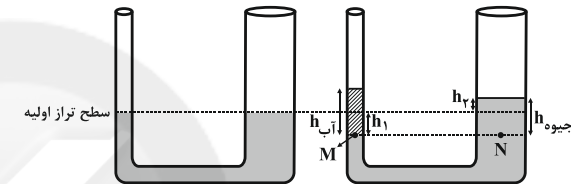


$$\frac{\Delta L}{L} = 0.73\% \rightarrow (\text{بازده}) \times 100$$

دقت کنید بدون محاسبه می توان گفت چون بازده ۷۰٪ است، ۳۰ درصد انرژی اولیه دستگاه تلف می شود. از طرف دیگر، چون اتلاف انرژی ۱۰ درصد کم تر می شود، اتلاف آن از ۳۰ درصد به ۲۷ درصد می رسد، لذا بازده به ۷۳ درصد خواهد رسید.

۵۴- گزینه «۳»

بعد از اضافه کردن آب به شاخه سمت چپ، با توجه به این که فشار در نقاط هم تراز از یک مایع ساکن برابر است، داریم:



$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 3/4 = 13/6 h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0.25 \text{ cm}$$

از طرف دیگر چون حجم جیوه جابه جا شده در شاخه های سمت چپ و راست یکسان است، داریم:

$$a h_1 = A h_2 \Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} h_1 = \frac{\pi D^2}{4} h_2 \xrightarrow{D=2d} h_1 = 4 h_2$$

بنابراین:

$$h_{\text{جیوه}} = h_1 + h_2 \xrightarrow{h_1=4h_2} 0.25 = 5 h_2 \Rightarrow h_2 = 0.05 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h_\gamma = 0.25 \text{ cm}$$

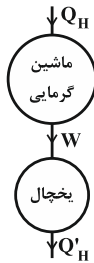
۵۵- گزینه «۲»

چون فشار هوا ۷۲cmHg است، قبل از جریان شدید هوا، ارتفاع جیوه در لوله فشارسنج برابر با ۷۲cm است. وقتی جریان شدید هوا در سطح جیوه ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می یابد، در نتیجه فشار ستون جیوه درون لوله بیشتر از فشار در سطح جیوه درون ظرف می شود؛ در این حالت ارتفاع جیوه درون لوله پایین می آید تا فشار ستون جیوه برابر با فشار در



$$\frac{(T_2)_{\text{هم‌دما}} = T_1 = 200\text{K}}{(T_2)_{\text{بی‌دررو}} = 300\text{K}} \rightarrow \frac{P_{2\text{ هم‌دما}}}{200} = \frac{P_{2\text{ بی‌دررو}}}{300} \rightarrow \frac{P_{2\text{ بی‌دررو}}}{P_{2\text{ هم‌دما}}} = \frac{3}{2}$$

۶۰- گزینه «۳»



می‌دانیم در ماشین گرمایی $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$ است. از طرف

دیگر در یخچال ضریب عملکرد برابر $K = \frac{Q_L}{W}$ است.

بنابراین، با توجه به این‌که در یخچال

$|Q'_H| = Q_L + W$ است، می‌توان نوشت:

$$|Q'_H| = Q_L + W \xrightarrow{Q_L = KW} |Q'_H| = KW + W$$

$$\Rightarrow |Q'_H| = (K+1)W \xrightarrow{|W| = \eta Q_H} |Q'_H| = (K+1)\eta Q_H$$

$$\Rightarrow \frac{|Q'_H|}{Q_H} = (K+1)\eta \xrightarrow{K=5, \eta=0.25=\frac{1}{4}} \frac{|Q'_H|}{Q_H} = (5+1) \times \frac{1}{4} = \frac{6}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{|Q'_H|}{Q_H} = \frac{3}{2}$$

$$H_A = H_B \xrightarrow{H = \frac{kA\Delta T}{L}}$$

$$\frac{k_A A (T_H - T_{AB})}{L_A} = \frac{k_B A (T_{AB} - T_{BC})}{L_B}$$

$$\xrightarrow{L_A = L_B = L, k_B = 3k_A, T_H = 220^\circ\text{C}} \frac{k_A (220 - T_{AB})}{L} = \frac{3k_A (T_{AB} - T_{BC})}{L}$$

$$\Rightarrow 220 - T_{AB} = 3T_{AB} - 3T_{BC} \Rightarrow 4T_{AB} - 3T_{BC} = 220 \quad (1)$$

و برای دو میله B و C می‌توان نوشت:

$$H_B = H_C \Rightarrow \frac{k_B A (T_{AB} - T_{BC})}{L} = \frac{k_C A (T_{BC} - T_L)}{L}$$

$$\xrightarrow{\frac{k_C = \frac{5}{3}k_B}{T_L = 0^\circ\text{C}}} k_B (T_{AB} - T_{BC}) = \frac{5}{3} k_B (T_{BC} - 0)$$

$$\Rightarrow 3T_{AB} - 3T_{BC} = 5T_{BC} \Rightarrow 3T_{AB} = 8T_{BC}$$

$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{8}{3} T_{BC} \quad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} 4 \times \frac{8}{3} T_{BC} - 3T_{BC} = 220 \Rightarrow \frac{23}{3} T_{BC} = 220$$

$$\Rightarrow T_{BC} = 30^\circ\text{C}$$

۵۹- گزینه «۳»

شیمی ۲

۶۱- گزینه «۲»

سیلیسیم رسانایی الکتریکی کمی دارد. سطحی صیقلی داشته و قابلیت

چکش‌خواری ندارد.

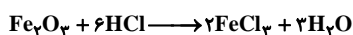
۶۲- گزینه «۳»

واکنش‌پذیری Ti بیشتر از Fe است.

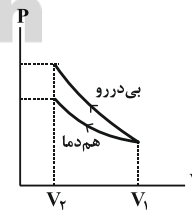
۶۳- گزینه «۲»

فلز آهن با HCl واکنش داده و گاز هیدروژن تولید می‌کند که از حجم گاز

تولید شده می‌توان مقدار آهن را به‌دست آورد:



به ازای یک تغییر حجم معین، اندازه تغییر فشار در فرایند بی‌دررو بیش‌تر از فرایند هم‌دما است، بنابراین فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو بیش‌تر از فشار نهایی گاز در فرایند هم‌دما خواهد بود.



از طرف دیگر با توجه به معادله حالت گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \left(\frac{P_2 V_2}{T_2} \right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_2 V_2}{T_2} \right)_{\text{بی‌دررو}}$$

$$\xrightarrow{(V_2)_{\text{هم‌دما}} = (V_2)_{\text{بی‌دررو}}} \left(\frac{P_2}{T_2} \right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_2}{T_2} \right)_{\text{بی‌دررو}}$$



$$\rightarrow c = \frac{336}{200 \times 0.8} = 2.1 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

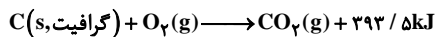
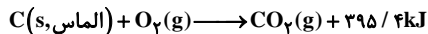
حال داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1050 = 10 \times 2.1 \times (\theta - 20) \Rightarrow \theta = 70^\circ \text{C}$$

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = 70 + 273 = 343 \text{K}$$

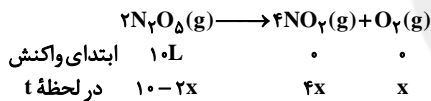
۶۶- گزینه «۳»

گرمای حاصل از سوختن یک مول گرافیت از الماس کمتر و پایداری آن بیشتر از الماس است.



۶۷- گزینه «۱»

با توجه به واکنش می توان نوشت:



$$\text{مجموع حجم گازها} = (10 - 2x) + 4x + x = 16 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{L}$$

بنابراین در این لحظه، ۲ لیتر O_2 ، ۸ لیتر NO_2 و ۶ لیتر N_2O_5 در ظرف واکنش وجود دارد. با توجه به نمودار، زمان مربوط به این حجم از N_2O_5 را به دست می آوریم: ($t = 2 \text{ min}$)

$$\bar{R} = \bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

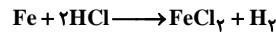
تکنه: در دما و فشار ثابت می توان به جای نسبت های مولی از نسبت های حجمی استفاده نمود.

۶۸- گزینه «۴»

اگر ΔH سوختن مولی متان را x فرض کنیم، ΔH سوختن مولی متانول برابر $0.8x$ خواهد بود.

$$\text{گرمای حاصل از سوختن متان} = 0.3 \times 20 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{16 \text{ g}} \times \frac{x \text{ kJ}}{1 \text{ mol}}$$

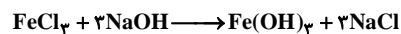
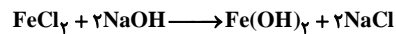
$$= \frac{60}{16} x \text{ kJ}$$



$$? \text{ g Fe} = 33 / 6 \text{ LH}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22 / 4 \text{ LH}_2} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 84 \text{ g Fe}$$

$$\text{درصد Fe در محلول اولیه} = \frac{84}{200} \times 100 = 42\%$$

FeCl_2 و $\text{Fe}(\text{OH})_2$ به ترتیب با NaOH رسوب $\text{Fe}(\text{OH})_2$ و FeCl_2 تولید می کنند.



$$? \text{ g NaOH} = 84 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol FeCl}_2}$$

$$\times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 120 \text{ g NaOH}$$

از ۲۰۰ گرم مخلوط آهن و زنگ آهن ۱۱۶ گرم آن Fe_3O_4 می باشد.

$$? \text{ g NaOH} = 116 \text{ g Fe}_3\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol}}{160 \text{ g}} \times \frac{2 \text{ mol FeCl}_2}{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4} \times \frac{3 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol FeCl}_2}$$

$$\times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 174 \text{ g NaOH}$$

در مجموع ۲۹۴ = ۱۷۴ + ۱۲۰ گرم NaOH لازم می باشد.

۶۴- گزینه «۴»

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: هرچه تعداد کربن های یک هیدروکربن بیشتر باشد چسبندگی، گران روی و نقطه جوش آن افزایش می یابد.

گزینه «۲»: گروه اتیل را چنانچه به صورت گسترده بنویسیم زنجیر اصلی این هیدروکربن ۵ تایی شده و نام صحیح آن به صورت ۳-متیل پنتان می باشد.

گزینه «۳»: آب برم قرمز با آلکن (۱-هگزن) واکنش داده و بی رنگ می شود ولی بر آلکانها (هگزان) بی اثر است.

گزینه «۴»: نام این ترکیب ۲، ۴، ۵-تری متیل هپتان می باشد.

۶۵- گزینه «۱»

ابتدا ظرفیت گرمایی ویژه روغن را به دست می آوریم:

جرم \times ظرفیت گرمایی ویژه = ظرفیت گرمایی



شیمی ۱

۷۱- گزینه ۱

فقط عبارت «ب» جمله داده شده را به درستی تکمیل می کند.

حداکثر تعداد زیرلایه ها در یک لایه الکترونی $n =$

حداکثر تعداد الکترون ها در یک لایه $2n^2 =$

حداکثر تعداد زیرلایه های اشغال شده از الکترون در اتم عنصری از تناوب

چهارم جدول دوره ای برابر هشت است.

۷۲- گزینه ۱

ابتدا باید جرم اتمی میانگین X و Y را محاسبه کنیم:

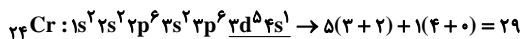
$$X \text{ جرم اتمی میانگین } = 0/3 \times 65 + 0/7 \times 63 = 63/6$$

$$Y \text{ جرم اتمی میانگین } = 0/05 \times 34 + 0/95 \times 32 = 32/1$$

از آن جایی که فراوانی عنصر A، ۱۰۰٪ بیان شده، جرم آن برابر ۱۶ در نظر گرفته می شود:

$$XYA_4 \text{ جرم مولی ترکیب } = 63/6 + 32/1 + (4 \times 16) = 159/7$$

۷۳- گزینه ۲



اتم با عدد اتمی ۵۰ در گروه ۱۴ جدول دوره ای قرار دارد و با توجه به این که جزو دسته p است پس تعداد الکترون های ظرفیت آن همان یکان شماره گروه است.

$$29 - 4 = 25$$

۷۴- گزینه ۲

پاسخ درست پرسش های مطرح شده به صورت زیر است:

الف) عنصر تولید شده در این واکنش گوگرد است که با توجه به آرایش

الکترونی آن $(1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4)n = 3$ دارای ۶ الکترون با $(3s^2 3p^4)$

بوده و ۶ الکترون نیز با $1 = (1s^2, 2s^2, 3s^2)$ دارد. به این ترتیب نسبت بین

آنها برابر با $\frac{6}{6} = 1$ است.

ب) واکنش موازنه شده به صورت زیر است:

$$\text{گرمای حاصل از سوختن متانول} = 0/7 \times 20.0 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{32 \text{ g}} \times \frac{0/8 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}}$$

$$= \frac{112}{32} \text{ x kJ}$$

$$\text{گرمای حاصل از سوختن مخلوط} = \frac{60}{16} \text{ x} + \frac{112}{32} \text{ x} = 6525$$

$$\Rightarrow x = 900 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

چون واکنش سوختن است، پس علامت آنتالپی، منفی می باشد.

۶۹- گزینه ۲

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: ساده ترین کتون، استون (C_3H_6O) می باشد و فرمول مولکولی اتیل بوتانوات، $C_6H_{12}O_2$ است.

گزینه «۲»: ساده ترین آمین دارای فرمول مولکولی CH_5NH_2 می باشد و عدد اکسایش کربن در آن برابر ۲- است که با عدد اکسایش O در CO یکسان است.

گزینه «۳»: درست است.

گزینه «۴»: درست است زیرا پلی لاکتیک اسید یک پلیمر سبز به شمار می آید.

۷۰- گزینه ۱

فقط مورد اول درست است.

کولار دارای گروه عاملی آمیدی $(-C(=O)-N-)$ است، اما در مولکول داده شده چنین گروهی وجود ندارد.

با توجه به این که ترکیب داده شده دارای ۲۴ اتم کربن است، از سوختن کامل

آن ۲۴ مول CO_2 نیز تولید خواهد شد. به این ترتیب مقدار ترکیب مورد نیاز

برای تولید ۲۶۴ گرم CO_2 برابر است با:

$$\text{ترکیب} \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times 264 \text{ g } CO_2 = \text{ترکیب } 6 \text{ mol} ?$$

$$\text{ترکیب } 0/25 \text{ mol}$$

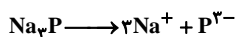
الکل سازنده بخش استری این مولکول متانول است، در حالی که از آبکافت

استر سازنده بوی آناناس (اتیل بوتانوات)، اتانول به دست می آید.



۷۷- گزینه «۱»

از یک مول از این ترکیب ۴ مول یون در آب حاصل می‌شود.



$$\frac{0.016}{4} = 0.004 \frac{\text{mol}}{\text{L}} P^{3-}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{2/28}{1/14} = 2L = 2000 \text{mL}$$

$$?g P^{3-} = 0.004 \frac{\text{mol}}{\text{L}} P^{3-} \times \frac{31g P^{3-}}{1 \text{mol } P^{3-}} = 0.124 \frac{g}{L} P^{3-} \times 2L$$

$$= 0.248g P^{3-}$$

$$?g \text{ محلول} = 2000 \text{mL محلول} \times \frac{1/14g}{1 \text{mL}} = 2280g \text{ محلول}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.248}{2280} \times 10^6 = 108.8$$

۷۸- گزینه «۱»

در ۱۰۰ گرم آب ۱۲۰g و ۷۲g و ۶۰g و ۸g

جرم حل‌شونده (g)	محلول سیرشده (g)
۱۲۰	۲۲۰
۱۵۰	X

$$X = 275g \text{ محلول}$$

$$? \text{mL محلول} = 275g \times \frac{1 \text{mL}}{1g} = 275 \text{mL}$$

۷۹- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: CO_2 ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

گزینه «۲»: اتانول قطبی است.

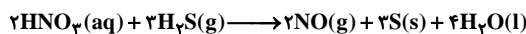
گزینه «۴»: متان برخلاف آمونیاک، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۸۰- گزینه «۲»

بررسی موارد نادرست:

(پ) این دستگاه بر اساس فرایند اسمز معکوس عمل می‌کند.

(ت) میکروب‌ها با این روش جدا نخواهند شد.



(پ) تعداد الکترون‌های ظرفیت O و N عبارتند از:

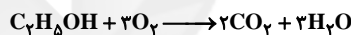
۶ الکترون ظرفیت O: $1s^2 2s^2 2p^4$ ۵ الکترون ظرفیت N: $1s^2 2s^2 2p^3$ تعداد الکترون‌های ظرفیت این دو عنصر به اندازه یک (۵-۶) واحد با هم تفاوت دارد. از آنجا که در گزینه‌های داده شده دو عنصر ^{37}A و ^{38}X مدنظر بوده‌اند، شماره گروه آنها عبارت است از:۱= شماره گروه $\Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^6 4s^1$ ۲= شماره گروه $\Rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^6 4s^2$ (ت) برای تعیین حجم گاز H_2S مصرفی که منجر به تولید ۶۰ گرم آب می‌شود، خواهیم داشت:

$$?L H_2S = 60g H_2O \times \frac{1 \text{mol } H_2O}{18g H_2O} \times \frac{2 \text{mol } H_2S}{2 \text{mol } H_2O}$$

$$\times \frac{24L H_2S}{1 \text{mol } H_2S} = 60L H_2S$$

۷۵- گزینه «۴»

معادله سوختن اتانول به صورت زیر می‌باشد:



گزینه «۱»: مجموع ضرایب فرآورده‌ها ۵ می‌باشد.

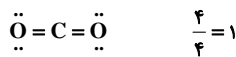
گزینه «۲»:

$$? \text{mol } CO_2 = 9/2g C_2H_5OH \times \frac{1 \text{mol } C_2H_5OH}{46g C_2H_5OH}$$

$$\times \frac{2 \text{mol } CO_2}{1 \text{mol } C_2H_5OH} = 0/4 \text{mol } CO_2$$

گزینه «۳»: در دما و فشار ثابت (یکسان)، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. پس:

$$?L CO_2 = 60L O_2 \times \frac{2L CO_2}{3L O_2} = 40L CO_2$$

گزینه «۴»: در هر دو فرآورده حاصل از سوختن آن (H_2O و CO_2) این نسبت برابر یک است:

۷۶- گزینه «۲»

* تعداد الکترون‌های ناپیوندی گوگرد دی‌اکسید، ۴ برابر تعداد جفت الکترون‌های پیوندی کربن مونوکسید است.