



آزمون غیر حضوری

اختصاصی نظام قدیم ریاضی

۷ فروردین ۱۳۹۹

(مباحث ۱۵ فروردین ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
فریده هاشمی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه، فاطمه رسولی	گروه مستندسازی
میشاد سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

دیفرانسیل

دیفرانسیل

یادآوری مفاهیم پایه
حد و پیوستگی
صفحه‌های ۱ تا ۱۵۸

- ۱- مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} : \frac{|x|}{|x|+|-x|} > -1\}$ یک همسایگی متقارن ... ([] ، علامت جزء صحیح است.)
- (۱) به مرکز صفر و به شعاع ۱ است. (۲) محذوف به مرکز صفر و به شعاع ۱ است.
(۳) به مرکز -۱ و به شعاع ۱ است. (۴) محذوف به مرکز -۱ و به شعاع ۱ است.
- ۲- اگر به ازای $n > 31$ تمام جملات دنباله‌ی $\left\{ \frac{2n^2 - 38}{n^2 - 24} \right\}$ در بازه‌ی (a, b) قرار گیرند، کم‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟
- (۱) ۰/۰۰۲ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۰۱ (۴) ۰/۰۱
- ۳- اگر $a_n = \frac{k + \cos(n\pi)}{3}$ باشد، به ازای چند عدد صحیح k ، دنباله‌ی $\{a_n\}$ کراندار است؟
- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹
- ۴- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & ; x \geq 0 \\ x^2 + x & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{sgn}(f(x^3 - x))$ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.
- ۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\lambda + \lambda \sin x \sin^3 x \sin \Delta x}{(2x - \pi)^2}$ کدام است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۳۵ (۴) ۷۰
- ۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-a}{x-1} - \frac{x+b}{x+1} \right) = 3$ باشد، آن‌گاه حاصل b کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۵ (۴) -۵
- ۷- تابع $f(x) = \cos^{-1} x + \sqrt{-x}$ مفروض است. اگر تابع f^{-1} روی بازه‌ی $[a, b]$ پیوسته و نزولی اکید باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟
- (۱) $\frac{\pi}{2} + 2$ (۲) $\pi + 1$ (۳) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۴) $\frac{\pi}{2} + 1$
- ۸- توابع $f(x) = 2x^3$ و $g(x) = 3x^2 - 1$ در کدام بازه‌ی زیر همدیگر را قطع می‌کنند؟
- (۱) $(-2, -1)$ (۲) $(-\frac{1}{3}, 0)$ (۳) $(0, \frac{1}{3})$ (۴) $(-1, 0)$
- ۹- مجانب‌های مایل دو منحنی $f(x) = ax(3e^{-x} + 2)$ و $g(x) = \frac{x}{\pi} \tan^{-1}(1 - x^2)$ با هم موازی‌اند، a کدام است؟
- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$
- ۱۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x - 1}$ در اطراف مجانب قائم خود در بازه‌ی $[0, 2\pi)$ کدام است؟
- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 



هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی

بردارها: خط و صفحه

مقاطع مخروطی

صفحه‌های ۴ تا ۷۰

۱۱- اگر بردار $a(3, m, n)$ با محورهای ox, oy, oz به ترتیب زوایای $\frac{\sqrt{6}}{4}, \cos^{-1} \frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4}$

بسازد، حاصل $m+n$ چه قدر است؟ $\cos^{-1}(\frac{-1}{2\sqrt{2}})$

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۲- اگر $|a| = \sqrt{3}, |b| = 2$ و $(a-b) \times (a+b) = (4, 4, -2)$ باشد، آنگاه زاویه‌ی حاده‌ی بین دو بردار a و b ، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۱۳- خط L از دو نقطه‌ی $A = (2, 2, -3)$ و $B = (3, 4, -3)$ می‌گذرد. مساحت مثلثی که رأس‌های آن مبدأ مختصات و نقاط برخورد

خط L با صفحه‌های xz و yz هستند، کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $3/5$ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۴- کدام یک از نقاط زیر روی خط $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{3} = z+2$ ، به فاصله‌ی ۲ واحد از صفحه‌ی $P: 2x + y - 2z + 2 = 0$ قرار دارد؟

- (۱) $(-1, -3, -2)$ (۲) $(-3, -6, -3)$ (۳) $(3, 3, 0)$ (۴) $(1, 0, -1)$

۱۵- صفحه‌ای که از نقطه‌ی $A(0, 1, 2)$ می‌گذرد و موازی خطوط $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ و $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ است، محور z را با

کدام ارتفاع قطع می‌کند؟

- (۱) $2/6$ (۲) $-1/6$ (۳) $-1/3$ (۴) $1/6$

۱۶- اگر از نقطه‌ی $M(-1, 3)$ بتوانیم دو خط مماس بر دایره‌ی $x^2 + y^2 + 6x - 4y + m = 0$ رسم کنیم، مجموعه‌ی مقادیر m به کدام

صورت باید باشد؟

- (۱) $8 < m < 13$ (۲) $m > 8$ (۳) $6 < m < 12$ (۴) $m > 6$

۱۷- مرکز دایره‌ی مماس بر خطوط $x = -3$ و $x = 7$ ، بر خط $2y + 3x + 1 = 0$ واقع است. به ازای کدام مقدار b ، خط $x + 2y + b = 0$

قائم بر دایره است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۸- کانون‌ها و رأس‌های ناکانونی بیضی به معادله‌ی $3x^2 + 4y^2 + 18x - 16y = 5$ ، رأس‌های یک چهارضلعی هستند. مساحت این

چهار ضلعی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) $16\sqrt{3}$

۱۹- نقاط F و F' ، کانون‌های یک بیضی و M نقطه‌ای روی آن بیضی است. اگر $|MF| = 3 + \sqrt{3}$ ، $|MF'| = 3 - \sqrt{3}$ و MF بر

MF' عمود باشد، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۲۰- رأس یک سهمی، مبدأ مختصات و محور تقارن آن، محور x ها است. اگر این سهمی از نقطه‌ی $A = (-9, -6)$ بگذرد، آنگاه طول

کانون آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲



ریاضیات گسسته

گراف، نظریه اعداد

صفحه‌های ۱ تا ۳۷

ریاضیات گسسته

- ۲۱- گراف G از مرتبه 7 همبند بوده و با حذف یک یال ناهمبند می‌شود. بیشترین اندازه برای G کدام است؟
- (۱) ۱۸
(۲) ۱۷
(۳) ۱۵
(۴) ۱۶
- ۲۲- باشش بازه‌ی $(۰,۹)$ ، $(۳,۸)$ ، $(۳,۴)$ ، $(۲,۵)$ ، $(۱,۴)$ ، $(۰,۲)$ از اعداد حقیقی یک گراف بازه‌ها می‌سازیم. در گراف حاصل چند مسیر مختلف از رأس متناظر $(۰,۲)$ به رأس متناظر $(۳,۴)$ موجود است؟
- (۱) ۵
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۲
- ۲۳- اگر A ماتریس مجاورت یک درخت و حاصلضرب درایه‌های قطری ماتریس A^2 برابر 24 و ماکسیمم درجه‌ی آن 4 باشد، تعداد یال‌های این درخت کدام است؟
- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸
- ۲۴- در یک عمل تقسیم، مقسوم 8 برابر باقیمانده است و باقیمانده حداکثر مقدار خود را دارا می‌باشد. مقسوم کدام است؟
- (۱) ۴۶
(۲) ۴۸
(۳) ۵۲
(۴) ۵۶
- ۲۵- روی منحنی $2xy - y - 3x + 3 = 0$ ، چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟
- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر
- ۲۶- نمایش عددی در مبنای 3 به صورت (201121) است. در نمایش این عدد در مبنای 4 ، چند مرتبه رقم صفر تکرار شده است؟
- (۱) فاقد صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳
- ۲۷- از حاصلضرب $1! \times 2! \times 3! \times \dots \times 15! \times 16!$ کدام عامل را حذف کنیم، تا حاصل مربع کامل شود؟
- (۱) $13!$
(۲) $16!$
(۳) $8!$
(۴) $7!$
- ۲۸- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ ، نسبت به هم غیر اولند؟
- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶
- ۲۹- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و $(a, b) + b = [a, b]$ ، کدام رابطه صحیح است؟
- (۱) $a = 2b$
(۲) $b = 2a$
(۳) $a = 3b$
(۴) $b = 3a$
- ۳۰- اگر $a^2 | c$ و $a | b^2$ ، آن‌گاه حاصل $[a^2b, ab^2c]$ کدام است؟ $(a, b, c \in \mathbb{N})$
- (۱) b^2c
(۲) abc
(۳) a^2b
(۴) ab^2c



فیزیک پیش دانشگاهی

موج‌های الکترومغناطیسی

صفحه‌های ۱۶۶ تا ۱۸۲

فیزیک ۳

صفحه‌های ۳۹، ۱۲۰، ۱۷۰ و ۱۷۱

فیزیک ۲

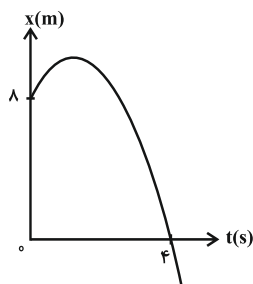
صفحه‌های ۱ تا ۵۷

فیزیک پیش دانشگاهی

۳۱- قطاری از یک ایستگاه و از حالت سکون در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. ابتدا به مدت ۸ ثانیه با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ بر سرعت خود می‌افزاید و سپس به مدت ۱۲ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در نهایت با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و در ایستگاه بعد متوقف می‌شود. فاصله دو ایستگاه از یکدیگر چند متر است؟

- (۱) ۴۰۸ (۲) ۴۶۰ (۳) ۵۲۸ (۴) ۵۷۶

۳۲- نمودار مکان - زمان جسمی که با شتاب ثابت روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک با سرعت



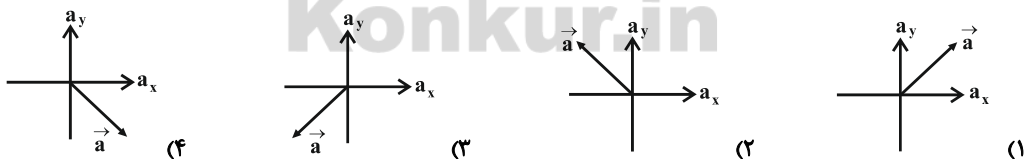
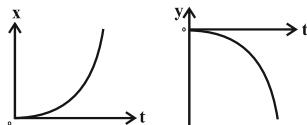
$(-8 \frac{m}{s})$ از مبدأ مکان عبور کند، بعد از چند ثانیه از لحظه شروع حرکت تغییر جهت داده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳۳- در شرایط خلأ و از لبه یک بلندی، توپی را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم و توپ پس از t ثانیه با سرعت v به زمین برخورد می‌کند. در همین شرایط اگر توپ را از لبه این بلندی با سرعت ۲v به صورت قائم رو به بالا پرتاب کنیم، ارتفاع اوج آن نسبت به زمین H_1 و اگر با سرعت ۳v به صورت قائم رو به بالا پرتاب کنیم، ارتفاع اوج آن نسبت به زمین H_2 می‌شود. حاصل $\frac{H_2}{H_1}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) ۴

۳۴- نمودارهای مکان - زمان متحرکی که در صفحه xoy با شتاب ثابت در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. با توجه به این نمودارها، کدام گزینه جهت بردار شتاب متحرک را درست نشان می‌دهد؟



۳۵- بردار مکان متحرکی که در صفحه xoy در حال حرکت است، در SI به صورت $\vec{r} = (-t^3 + 6t^2)\vec{i} + (t^3 - 12t^2)\vec{j}$ است. در لحظه‌ای که بردار شتاب متحرک منطبق بر محور y می‌شود، بزرگی مؤلفه افقی سرعت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) صفر (۴) ۱۶

۳۶- از یک بلندی و در شرایط خلأ، گلوله‌ای با سرعت $10 \frac{m}{s}$ تحت زاویه 53° نسبت به سطح افقی رو به بالا پرتاب می‌شود. طی ۲

ثانیه اول پس از پرتاب، جابه‌جایی گلوله چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\sin 53^\circ = 0.8$)

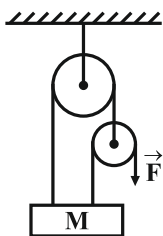
- (۱) ۱۶ (۲) $16\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{52}$ (۴) $4\sqrt{10}$



۳۷- در شرایط خلأ و از مبدأ مختصات، پرتابه‌ای تحت زاویه α از سطح زمین با سرعت اولیه \vec{v}_0 به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر در لحظه‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 9s$ بردار مکان پرتابه در SI به صورت $\vec{r}_1 = 4/\delta i + \beta j$ و $\vec{r}_2 = 13/\delta i + \beta j$ باشد، برد این پرتابه چند متر است؟

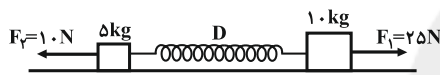
- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) اطلاعات مسأله ناقص است.

۳۸- در شکل زیر، وزن هر قرقه $3N$ و جرم وزنه برابر $3kg$ است. اندازه نیروی \vec{F} برای ثابت نگه داشتن وزنه M چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از جرم نخ‌ها و تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود).



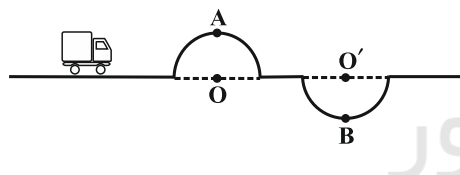
- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۳۹- مطابق شکل زیر، نیروسنج D به دو وزنه که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند، متصل است و نیروهای افقی به دو وزنه اعمال می‌شوند. نیروسنج چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ (جرم نیروسنج ناچیز است.)



- (۱) صفر (۲) $12/5$ (۳) ۲۵ (۴) ۱۵

۴۰- مطابق شکل زیر، کامیونی در مسیر حرکت خود از روی دو پل محدب و مقعر عبور می‌کند. اگر اندازه سرعت کامیون ثابت و برابر با $20 \frac{m}{s}$ و شعاع انحنا پل‌ها $100m$ باشد، اندازه واکنش نیروهایی که از طرف کامیون بر پل در نقطه A وارد می‌شود، چند برابر اندازه واکنش نیروهایی است که از طرف کامیون بر پل در نقطه B وارد می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از اصطکاک صرف نظر کنید.)



- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۱- معادله تکانه - مکان جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $P = 4x^2 + 3x + 3$ می‌باشد. اگر متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت $2 \frac{m}{s}$ عبور کرده باشد، اندازه نیروی وارد بر جسم در لحظه $t = 0$ چند نیوتون است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۴۲- ذره‌ای با اندازه سرعت ثابت $3 \frac{m}{s}$ در صفحه xOy مسیری به معادله $x^2 + y^2 = R^2$ را می‌پیماید. اگر بردار شتاب ذره در دو لحظه $t_1 = 1/5s$ و $t_2 = 3s$ در خلاف جهت هم باشد، اندازه شتاب متوسط ذره در این مدت زمان چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) $4/5$ (۳) ۳ (۴) ۲

۴۳- دو ماهواره A و B روی مدارهایی دایره‌ای شکل به دور زمین در حال دوران هستند. اگر نسبت سرعت زاویه ای آن‌ها برابر با $\frac{\omega_A}{\omega_B} = 2\sqrt{2}$ باشد، نسبت اندازه سرعت خطی آن‌ها $(\frac{v_B}{v_A})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۴۴- نوسانگری روی یک خط راست به طول ۸cm در دو طرف نقطه $x=0$ واقع در وسط مسیر، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر نوسانگر در مبدأ زمان از مبدأ مکان با بسامد زاویه‌ای $\frac{7\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$ در جهت مثبت عبور کند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، نوسانگر برای بار دوم از مکان $x = -2\text{cm}$ عبور می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{11}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{5}{7}$

۴۵- معادله شتاب نوسانگری به جرم 10g که حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $a = -\pi^2 x$ است. اگر سرعت این نوسانگر در مرکز نوسان $10\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، بیشینه نیروی وارد بر آن چند نیوتون است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) $0/3$ (۲) $0/03$ (۳) $0/1$ (۴) $0/01$

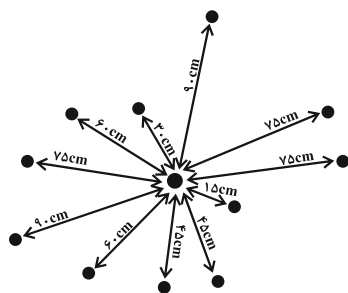
۴۶- در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای ۸ برابر انرژی پتانسیل کشسانی آن است، سرعت نوسانگر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. بیشینه سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $5\sqrt{8}$ (۲) $\frac{5}{\sqrt{8}}$ (۳) $\frac{15}{\sqrt{8}}$ (۴) $15\sqrt{8}$

۴۷- آونگ‌های ساده A و B را با هم به نوسان در می‌آوریم. آونگ A در مدت زمان معین 10 نوسان و آونگ B، در همان مدت زمان ۶ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر تفاضل طول دو آونگ 32cm باشد، طول آونگ A چند سانتی‌متر است؟

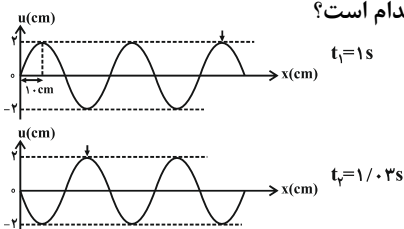
- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

۴۸- مطابق شکل زیر، منبع موجی واقع در نقطه O در حال ایجاد موجی مکانیکی با بسامد 600Hz است. در بین نقاط مشخص شده در شکل، نسبت تعداد نقاط هم‌فاز با منبع به تعداد نقاط در فاز مخالف با آن، کدام است؟ (سرعت انتقال موج در محیط



- $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)
 (۱) $\frac{6}{5}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) $\frac{2}{5}$

۴۹- شکل‌های زیر نقش‌های یک موج را در دو لحظه t_1 و t_2 نشان می‌دهند که در یک محیط روی محور x در حال انتشار است. اگر علامت پیکان یک قله موج را در این دو لحظه نشان دهد، تابع این موج در SI کدام است؟



- (۱) $u = 2 \times 10^{-2} \sin(100\pi t + 5\pi x)$
 (۲) $u = 2 \times 10^{-2} \sin(100\pi t - 5\pi x)$
 (۳) $u = 2 \times 10^{-2} \sin(50\pi t + 5\pi x)$
 (۴) $u = 2 \times 10^{-2} \sin(50\pi t - 5\pi x)$

۵۰- نیروی کشش سیمی 156N ، چگالی آن $7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و سطح مقطع آن 0.5mm^2 است. اگر یک سر سیم را در یک نقطه ثابت نگه داشته و سر دیگر آن را با دیافازونی که بسامد آن 400Hz است، عمود بر راستای سیم به نوسان در آوریم، طول موج ایجاد شده در طناب چند سانتی‌متر می‌شود؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱ (۴) $0/5$



شیمی پیش دانشگاهی

صفحه‌های ۱ تا ۴ و ۲ تا ۴

شیمی پیش دانشگاهی

۵۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) فلز قلیایی پتاسیم برخلاف سدیم با آب سرد واکنش می‌دهد.
 (۲) در نمودار مول - زمان واکنش CaCO_3 با HCl ، شیب منحنی CaCO_3 با شیب منحنی CO_2 دقیقاً یکسان است.
 (۳) سرعت واکنش‌ها را می‌توان در هر لحظه به طور نظری مشخص کرد.
 (۴) افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها اغلب منجر به افزایش سرعت واکنش می‌شود.
- ۵۲- اگر در تجزیه گرمایی $2/5$ مول NO_2 گازی و تبدیل آن به گازهای NO و O_2 ، پس از گذشت ۳ دقیقه، $0/9$ مول گاز اکسیژن آزاد شود، پس از این مدت، چند مول NO_2 باقی می‌ماند و سرعت متوسط تشکیل NO چند مول بر ثانیه است؟ (عددها را از راست به چپ بخوانید).

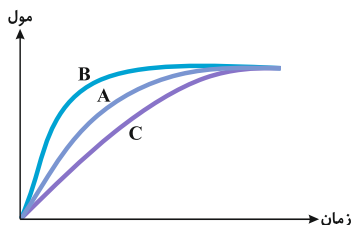
- (۱) $0/6 - 1/6$ (۲) $0/01 - 1/6$ (۳) $0/01 - 0/7$ (۴) $0/6 - 0/7$

۵۳- اگر در واکنش $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}(\text{aq}) + 2\text{I}^-(\text{aq}) \rightarrow 2\text{SO}_4^{2-}(\text{aq}) + \text{I}_2(\text{aq})$ ، غلظت اولیه یون I^- در محلول واکنش برابر $[\text{I}^-]_0$ باشد، کدام گزینه رابطه میان غلظت مولی یون‌های I^- و SO_4^{2-} را پس از گذشت t ثانیه از شروع واکنش به درستی نشان می‌دهد؟

$$[\text{I}^-]_t = 2[\text{I}^-]_0 + 2[\text{SO}_4^{2-}]_t \quad (۲) \quad [\text{I}^-]_t = [\text{I}^-]_0 - 2[\text{SO}_4^{2-}]_t \quad (۱)$$

$$[\text{I}^-]_t = [\text{I}^-]_0 - \frac{2[\text{SO}_4^{2-}]_t}{2} \quad (۴) \quad [\text{I}^-]_t = \frac{[\text{I}^-]_0}{3} + \frac{2[\text{SO}_4^{2-}]_t}{2} \quad (۳)$$

۵۴- با توجه به نمودار زیر، چه تعداد از عبارتهای زیر درست‌اند؟



- آ- نمودارهای A، B و C می‌توانند مربوط به واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید، به ترتیب در دماهای ۲۰، ۲۴ و ۲۶ درجه سانتی‌گراد باشند.
 ب- با استفاده از خاک باغچه، نمودار مربوط به واکنش سوختن قند را می‌توان از A به C تبدیل کرد.

پ- در واکنش سوختن تکه‌های چوب، با خرد کردن آن، نمودار C می‌تواند به نمودار B تبدیل شود.

ت- در واکنش فلزات قلیایی با آب، اگر فلزات آن، سدیم و پتاسیم باشد، نمودار آن‌ها می‌تواند به ترتیب A و B باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۵- در چند مورد زیر، تغییر ایجاد شده موجب افزایش سرعت واکنش می‌شود؟

الف- افزودن پتاسیم‌پدید به محلول هیدروژن‌پراکسید

ب- کاهش حجم ظرف در واکنش $\text{NaOH}(\text{aq}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{NaCl}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

ج- سوزاندن الیاف داغ آهن در یک ارلن پُر شده از گاز اکسیژن به جای هوای آزاد

د- استفاده از طلا به جای مس در ساختار گنبدها

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

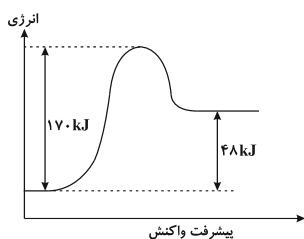
۵۶- با توجه به نمودار مقابل کدام یک از مطالب زیر صحیح است؟

(۱) واکنش مربوطه واکنشی گرمازا و ΔH آن برابر -48 کیلوژول است.

(۲) واکنش گرماگیر و سرعت آن در جهت رفت بیش‌تر است.

(۳) انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت 122 کیلوژول بیش‌تر از مقدار آنتالپی واکنش است.

(۴) واکنش‌دهنده‌ها نسبت به فراورده‌ها پایدارتر می‌باشند.





۵۷- در تعادل نمادین $A(x) + 2B(y) \rightleftharpoons 2C(z)$ به جای x ، y و z به ترتیب کدام حالت‌های فیزیکی از راست به چپ نوشته شود

تا یکای ثابت تعادل به صورت $L^3 \cdot mol^{-3}$ گردد؟

- (۱) گاز - گاز - گاز
(۲) گاز - گاز - جامد
(۳) جامد - جامد - گاز
(۴) جامد - گاز - جامد

۵۸- در سامانه بسته و در دمای ثابت، ۲ مول گاز SO_3 قرار می‌دهیم. چند مورد از مطالب زیر در مورد روند به تعادل رسیدن این سامانه به صورت $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ همواره صحیح است؟

- سرعت تولید O_2 با گذشت زمان افزایش می‌یابد.
- در لحظه تعادل غلظت SO_2 و SO_3 برابر می‌شود.
- سرعت تولید SO_3 با گذشت زمان افزایش می‌یابد.
- غلظت SO_3 با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۵۹- اگر در واکنش $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$ ، ۱۰ مول گاز CO و ۱۰ مول بخار آب در یک ظرف ۲ لیتری با بازده

درصدی ۸۰ درصد با هم واکنش دهند و سامانه به تعادل برسد، ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۶۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در تعادل گازی $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ ، با نصف کردن حجم سامانه، Q دو برابر K می‌شود.
(۲) با افزودن آب به تعادل $A(s) + 2B(aq) \rightleftharpoons C(aq) + 2D(s)$ ، از K کوچک‌تر می‌شود.
(۳) در تعادل گازی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ اگر با افزایش فشار، سرعت مصرف B از سرعت مصرف A بیشتر شود، با افزایش حجم ظرف نیز Q از K کوچک‌تر می‌شود.

(۴) در واکنش تعادلی تجزیه کلسیم کربنات، با افزودن مقداری واکنش‌دهنده به آن، خارج قسمت واکنش کوچک‌تر از ثابت تعادل آن می‌شود.

۶۱- با توجه به جدول زیر و واکنش روبه‌رو، کدام موارد از مطالب زیر نادرست‌اند؟ $2A(g) + B(g) \rightleftharpoons 2C(g)$

(آ) مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل فراورده (ها) از مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

(ب) این تعادل در دمای $25^\circ C$ از نظر ترمودینامیکی مساعد می‌باشد.

(پ) با افزایش دما غلظت‌های تعادلی A و B افزایش می‌یابد و از جرم فراورده کاسته می‌شود.

(ت) با کاهش حجم ظرف (در دمای ثابت) مقدار C و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

- (۱) آ، ب، ت (۲) آ، ت (۳) ب، پ (۴) ب، پ، ت

۶۲- مقدار $8/4$ مول A را به همراه 324 گرم B وارد ظرفی به حجم ۴ لیتر می‌کنیم. پس از برقراری تعادل $A(g) + 2B(g) \rightleftharpoons C(g) + D(g)$ ،

غلظت A ، ۲۰ برابر غلظت C بوده و غلظت D ، $0/04$ برابر غلظت B می‌باشد. جرم مولی گاز B ، چند گرم بر مول است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۵

۶۳- دمای محفظه‌ای را که در آن تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ بین گازهای NO_2 و N_2O_4 برقرار شده است از $80^\circ C$ به $20^\circ C$

می‌رسانیم. در این صورت، کدام تغییر روی می‌دهد؟

- (۱) سرعت واکنش رفت افزایش، سرعت واکنش برگشت کاهش و میزان بی‌نظمی افزایش می‌یابد.
(۲) تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود و خارج قسمت واکنش به تدریج کاهش می‌یابد.
(۳) رنگ مخلوط گازی کم‌رنگ‌تر، ثابت تعادل بزرگ‌تر و تعداد مولکول‌های گازی کم‌تر می‌شود.
(۴) رنگ مخلوط گازی پررنگ‌تر، تعداد مولکول‌های NO_2 بیشتر تر و پیشرفت واکنش رفت بیشتر می‌شود.



۶۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد فرایند هابر درست هستند؟

- (آ) واکنش مربوط به فرایند هابر، پس از برقراری تعادل، در دمای 25°C نسبت به دمای 300°C پیشرفت بیشتری دارد.
 (ب) هیدروژن مورد نیاز در روش هابر، از گاز طبیعی به دست می آید.
 (پ) تعادل مربوط به فرایند هابر در دمای 550°C و در حضور کاتالیزگر آهن، به سرعت برقرار می شود.
 (ت) واکنش مربوط به فرایند هابر حداکثر تا تولید ۲۸ درصد مولی آمونیاک در مخلوط پیش می رود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۵- در تعادل $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ ، $\Delta H > 0$ است. کدام عبارت درست است؟

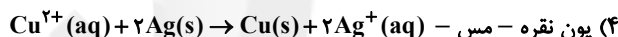
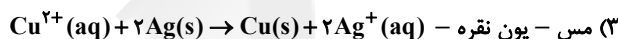
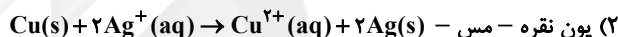
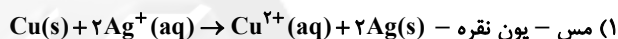
- (۱) با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه جا شده و مقدار K و زمان برقراری دوباره تعادل افزایش می یابد.
 (۲) با افزایش فشار تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و تعداد مول A و غلظت A و B افزایش می یابد.
 (۳) با کاهش دما تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و مقدار K کاهش و تعداد مول B افزایش می یابد.
 (۴) با کاهش فشار تعادل در جهت رفت جابه جا شده و تعداد کل مولها کاهش می یابد.

۶۶- با توجه به ترکیبات داده شده، اختلاف جبری عدد اکسایش عنصر مشخص شده در کدام دو ترکیب مقداری بیش تر است؟

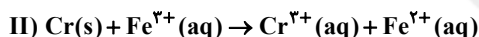
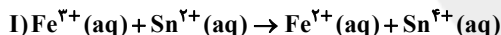


۱) $\text{NBr}_3 - \text{H}_7\text{SO}_4$ ۲) $\text{HCOOH} - \text{NBr}_3$ ۳) $\text{HOBr} - \text{H}_7\text{SO}_4$ ۴) $\text{H}_7\text{SO}_4 - \text{HCOOH}$

۶۷- زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می گیرد، اکسند و کاهنده به ترتیب ... و ... می باشند و واکنش موازنه شده اکسایش - کاهش به صورت ... خواهد بود.



۶۸- پس از موازنه هر یک از واکنشهای زیر چه تعداد از مطالب داده شده صحیح است؟



آ- ضریب استوکیومتری گونه کاهنده در واکنشهای (I) و (II) برابر است.

ب- ضریب استوکیومتری گونه اکسند در واکنش I، دو برابر ضریب گونه کاهنده در واکنش (II) است.

پ- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهندهها در واکنش (II)، بیش تر از مجموع ضرایب استوکیومتری فرآوردههای واکنش (I) است.

ت- مجموع ضرایب استوکیومتری گونههای اکسند در دو واکنش (I) و (II) برابر ۵ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۹- بر اثر وارد کردن تیغه $1/77$ گرمی از نیکل در 100 میلی لیتر محلول $0/2$ مولار مس (II) نیترات، پس از پایان واکنش به طور



کامل، جرم جامد موجود در ظرف به چند گرم می رسد؟ ($\text{Ni} = 59, \text{Cu} = 64 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱) $1/18$

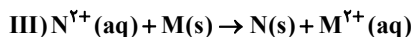
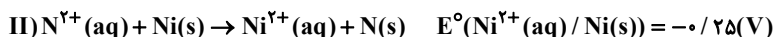
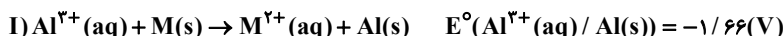
۲) $1/28$

۳) $1/87$

۴) $1/42$

۷۰- اگر E° سلولهای الکتروشیمیایی که در آنها واکنشهای موازنه نشده I و II انجام می گیرد به ترتیب برابر $0/72$ و $0/59$ ولت باشد، E° سلولی که در آن واکنش III انجام می شود برابر ... ولت است و ...

... ولت است و ...



۱) $2/72 - \text{Ni}^{2+}$ از M^{2+} اکسند تر است.

۳) $2/72 - \text{M}^{2+}$ از Ni^{2+} اکسند تر است.

۲) $1/28 - \text{M}$ از N کاهنده تر است.

۴) $1/28 - \text{N}$ از M کاهنده تر است.

دیفرانسیل

۱- گزینه «۲»

(معمدرها شوکتی بیرق)

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

می دانیم:

$$\frac{x \in \mathbb{Z}}{[x] + [-x]} > -1 \Rightarrow \frac{|x|}{-1} > -1 \Rightarrow |x| < 1$$

$$\frac{x \notin \mathbb{Z}}{[x] + [-x]} > -1 \Rightarrow 0 < |x| < 1$$

مجموعه‌ی جواب فوق یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز صفر و شعاع یک است.

۲- گزینه «۴»

(عیب شفیعی)

راه حل اول:

$$a_n = \frac{2n^2 - 38}{n^2 - 24} = \frac{2n^2 - 48 + 10}{n^2 - 24} = 2 + \frac{10}{n^2 - 24}$$

$$n > 31 \Rightarrow n \geq 32 \Rightarrow n^2 \geq 1024 \Rightarrow n^2 - 24 \geq 1000$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{1}{n^2 - 24} \leq \frac{1}{1000} \Rightarrow 0 < \frac{10}{n^2 - 24} \leq \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow 2 < 2 + \frac{10}{n^2 - 24} \leq 2/01$$

$$\Rightarrow 2 < a_n \leq 2/01 \Rightarrow b - a = \frac{1}{100}$$

راه حل دوم: به ازای $n > 31$ دنباله‌ی $2 + \frac{10}{n^2 - 24}$ نزولی می‌شود. پس محدوده‌ی

دقیق a_n به صورت $a_n < a_n < a_{n+1}$ می‌باشد.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 2 \Rightarrow a_{n+1} = 2 + \frac{10}{1024 - 24} = 2/01$$

$$\Rightarrow 2 < a_n \leq 2/01 \Rightarrow b - a = \frac{1}{100}$$

۳- گزینه «۲»

(کاتم ابلان)

اگر n زوج باشد، $a_n = \frac{k+1}{3}$ می‌شود و می‌خواهیم دنباله‌ی $\left\{ \left(\frac{k+1}{3} \right)^n \right\}$ کراندار

$$\text{باشد. پس باید } 1 \leq \frac{k+1}{3} \leq -1 \text{ و در نتیجه } -4 \leq k \leq 2.$$

اگر n فرد باشد، $a_n = \frac{k-1}{3}$ می‌شود و می‌خواهیم دنباله‌ی $\left\{ \left(\frac{k-1}{3} \right)^n \right\}$ کراندار

$$\text{باشد. پس باید } 1 \leq \frac{k-1}{3} \leq -1 \text{ و در نتیجه } -2 \leq k \leq 4.$$

پس به ازای $-2 \leq k \leq 2$ دنباله‌ی $\{(a_n)^n\}$ کراندار خواهد بود. یعنی k می‌تواند

۵ مقدار صحیح $\pm 2, \pm 1, 0$ را داشته باشد.

۴- گزینه «۲»

(کاتم ابلان)

$$\frac{x}{x^3 - x} \quad \begin{array}{c} -1 \quad 0 \quad 1 \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array}$$

$$\frac{x}{x^2 - x} \quad \begin{array}{c} 0 \quad 1 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array}$$

$$\frac{x}{x^2 + x} \quad \begin{array}{c} -1 \quad 0 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \operatorname{sgn}(f(x^+ - x)) = \operatorname{sgn}(f(0^+)) = \operatorname{sgn}(0^-) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \operatorname{sgn}(f(x^- - x)) = \operatorname{sgn}(f(0^-)) = \operatorname{sgn}(0^-) = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{sgn}(f(x^- - x)) = -1$$

۵- گزینه «۳»

(کاتم ابلان)

اگر فرض کنیم $t = x - \frac{\pi}{2}$ ، خواهیم داشت $t \rightarrow 0$ و $x = \frac{\pi}{2} + t$ در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\lambda + \lambda \sin x \sin^3 x \sin \Delta x}{(2x - \pi)^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\lambda + \lambda \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \sin^3\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \sin(\Delta\pi + \Delta t)}{\left(2\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \pi\right)^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\lambda - \lambda \cos t \cos^3 t \cos \Delta t}{4t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\lambda - \lambda\left(1 - \frac{1}{2}t^2\right)\left(1 - \frac{9}{2}t^2\right)\left(1 - \frac{25}{2}t^2\right)}{4t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{14 \cdot t^6 - 518t^4 + 225t^2}{4t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{14 \cdot t^4}{4t^2} = 35$$

۶- گزینه «۴»

(هاری پلور)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-a}{x-1} - \frac{x+b}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + (1-a)x - a - x^2 + (1-b)x + b}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2-a-b)x + (b-a)}{(x-1)(x+1)} = 3$$

$$\frac{\pi - a\pi b + b}{\pi} - a = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow 2a = \frac{-1}{2} \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$$

(فریرون ساعتی)

۱۰- گزینه «۲»

$$\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x - 1} \xrightarrow{\frac{0}{0}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \times 2}{\sin^2 x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x}{-2 \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2}{-2} = -1$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty \end{cases} \Rightarrow$$



هندسه تحلیلی

(رضا پورسینتی)

۱۱- گزینه «۱»

$$\cos \alpha = \frac{a_1}{|a|} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{3}{|a|} \Rightarrow |a| = 2\sqrt{6}$$

$$\cos \beta = \frac{a_2}{|a|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m}{2\sqrt{6}} \Rightarrow m = 2\sqrt{3}$$

$$\cos \gamma = \frac{a_3}{|a|} \Rightarrow \frac{-1}{2\sqrt{2}} = \frac{n}{2\sqrt{6}} \Rightarrow n = -\sqrt{3}$$

$$m + n = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

(ممدابراهیم کیتی زاده)

۱۲- گزینه «۳»

$$(a-b) \times (a+b) = a \times a + a \times b - b \times a - b \times b = 2(a \times b)$$

$$\Rightarrow 2(a \times b) = (4, 4, -2) \Rightarrow a \times b = (2, 2, -1)$$

$$\Rightarrow |a \times b| = |(2, 2, -1)|$$

اگر α زاویه بین دو بردار a و b باشد، آنگاه:

$$|a| |b| \sin \alpha = \sqrt{4+4+1} \Rightarrow \sqrt{3} \times 2 \sin \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

چون مخرج به ازای $x=1$ صفر می‌شود، صورت نیز باید به ازای $x=1$ صفر شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-b)x + (b-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-b)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1-b}{2} = 3$$

$$\Rightarrow b = -5$$

(فریرون ساعتی)

۴- گزینه «۴»

$$\cos^{-1} x : D_1 = [-1, 1] \Rightarrow D_f = D_1 \cap D_2 = [-1, 0]$$

$$\sqrt{-x} : D_2 = (-\infty, 0]$$

$$f(x) = \cos^{-1} x + \sqrt{-x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{-1}{2\sqrt{-x}} < 0$$

یعنی f در بازه $[-1, 0]$ پیوسته و نزولی است. پس f^{-1} در بازه $[f(0), f(-1)]$ یعنی $[\frac{\pi}{2}, \pi+1]$ پیوسته و نزولی است.

$$\max(b-a) = \pi+1 - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 1$$

(عمیرضا کلاته‌پاری)

۸- گزینه «۴»

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow h(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

اگر تابع f در بازه (a, b) پیوسته باشد و داشته باشیم $f(a)f(b) < 0$ آن‌گاه

این تابع در بازه (a, b) حداقل یک ریشه دارد.

تابع $h(x)$ یک تابع درجه سه پیوسته است.

$$\left. \begin{aligned} h(-1) &= -2 - 3 + 1 < 0 \\ h(0) &= 0 + 0 + 1 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h(-1), h(0) < 0$$

طبق قضیه بولتزانو تابع $h(x)$ حتماً در بازه $(-1, 0)$ دارای ریشه است.

(ضییب شفیعی)

۹- گزینه «۳»

شیب مجانب مایل از رابطه $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x}$ به دست می‌آید.

$$m_1 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax(3e^{-x} + 2)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a(3e^{-x} + 2)$$

$$\begin{cases} x \rightarrow +\infty \Rightarrow m_1 = a(0 + 2) = 2a \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow m'_1 = +\infty \end{cases} \text{ غ ق ف}$$

$$m_2 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{x}{\pi} \tan^{-1}(1-x^2)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(1-x^2)$$



۱۳- گزینه «۲»

(تویر میبیری)

خط L موازی بردار $\overline{AB} = (1, 2, 0)$ است. پس معادله اش به صورت زیر می باشد:

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2}, z = -3$$

اگر $x = 0$ ، آنگاه $C = (0, -2, -3)$ نقطه برخورد L با صفحه yz است و اگر $y = 0$ ، آنگاه $D = (1, 0, -3)$ نقطه برخورد L با صفحه xz است. حال مساحت مثلثی با دو ضلع $\overline{OC} = (0, -2, -3)$ و $\overline{OD} = (1, 0, -3)$ را به دست می آوریم.

داریم:

$$\overline{OC} \times \overline{OD} = (0, -2, -3) \times (1, 0, -3) = (6, -3, 2)$$

$$|\overline{OC} \times \overline{OD}| = \sqrt{49} = 7$$

مساحت مثلث برابر است با:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} |\overline{OC} \times \overline{OD}| = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

۱۴- گزینه «۴»

(مهمبر ابراهیم کیتی زاره)

فرض کنید A نقطه ای پارامتری روی d باشد. داریم:

$$A = (2t - 1, 3t - 3, t - 2)$$

اگر فاصله نقطه A از صفحه P برابر h باشد، آن گاه:

$$h = \frac{|4t - 2 + 3t - 3 - 2t + 4 + 2|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$$

$$\Rightarrow 5t + 1 = \pm 6 \Rightarrow t = 1, t = -\frac{7}{5}$$

$$t = 1 \Rightarrow A = (1, 0, -1)$$

۱۵- گزینه «۱»

(مهمر ظاهر شعاعی)

$$\text{دو خط } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x = \frac{y-1}{2} \\ y = \frac{z+3}{-1} \end{cases} \text{ موازی نیستند راستای}$$

عمود بر این دو خط را به دست می آوریم.

$$n = u_{d_1} \times u_{d_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -3, -5)$$

صفحه گذرنده از نقطه $A(0, 1, 2)$ و عمود بر این راستا با خطهای d_1 و d_2 موازی است پس بردار نرمال صفحه است و معادله صفحه به شرح زیر به دست می آید:

$$-(x-0) - 3(y-1) - 5(z-2) = 0 \Rightarrow x + 3y + 5z - 13 = 0$$

با قرار دادن $x = y = 0$ نقطه تلاقی با محور Z ها به دست می آید:

$$z = \frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

(مهمبر ابراهیم کیتی زاره)

۱۶- گزینه «۱»

اگر از نقطه M بتوان دو مماس بر دایره رسم کرد، آن گاه نقطه M باید خارج دایره باشد. اگر $C(x, y) = x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله دایره باشد، آن گاه شرط آن که M خارج دایره باشد آن است که:

$$C(M) > 0 \Rightarrow (-1)^2 + 3^2 + 6(-1) - 4(3) + m > 0$$

$$\Rightarrow m - 8 > 0 \Rightarrow m > 8$$

از طرفی شرط آن که معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره باشد، آن است که:

$$a^2 + b^2 - 4c > 0 \Rightarrow 36 + 16 - 4m > 0 \Rightarrow 4m < 52 \Rightarrow m < 13$$

$$8 < m < 13$$

بنابراین با توجه به اشتراک جوابها داریم:

۱۷- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)

چون دایره بر دو خط $x = -3$ و $x = 7$ مماس است، پس مرکز دایره دقیقاً در وسط این دو خط، یعنی روی خط $x = 2$ قرار دارد.

$$2y + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{x=2} 2y + 6 + 1 = 0 \Rightarrow 2y = -7 \Rightarrow y = -\frac{7}{2}$$

می دانیم هر خط قائم بر دایره از مرکز دایره می گذرد، پس داریم:

$$2 + 2\left(-\frac{7}{2}\right) + b = 0 \Rightarrow b = 5$$

۱۸- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومصوب)

$$3x^2 + 4y^2 + 18x - 16y = 5$$

$$\Rightarrow 3(x^2 + 6x + 9) - 27 + 4(y^2 - 4y + 4) - 16 = 5$$

$$\Rightarrow 3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 48 \Rightarrow \frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{12} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$c^2 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow c = 2$$

چهارضلعی ای که رأسهای آن، کانونها و رأسهای ناکانونی یک بیضی باشند، یک لوزی است که قطرهای آن به طول $2b$ و $2c$ هستند. پس داریم:

$$S = \frac{1}{2} (2b)(2c) = 2bc = 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 = 8\sqrt{3}$$



۳۲- گزینه «۴»

(بوار کلمان)

ابتدا سرعت اولیه جسم را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \bar{v} \times t$$

$$\Rightarrow 0 - 8 = \frac{v_0 + v_f}{2} \times 4 \xrightarrow{v_f = -8 \frac{m}{s}} v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

شتاب حرکت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 0 - 8 = \frac{1}{2} a (4)^2 + (4 \times 4) \Rightarrow a = -3 \frac{m}{s^2}$$

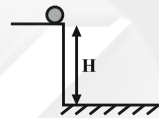
در لحظه ای که متحرک تغییر جهت می دهد، سرعت آن برابر صفر است، بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3t + 4 \Rightarrow t = \frac{4}{3} s$$

۳۳- گزینه «۱»

(سیرامیر نیلویی نهالی)

با در نظر گرفتن جهت مثبت به طرف بالا، فاصله لبه بلندی از سطح زمین به صورت زیر به دست می آید:



$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$$

$$\Rightarrow v^2 - 0 = -2g(-H) \Rightarrow H = \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

وقتی توپ با سرعت ۲v و ۳v از ارتفاع H رو به بالا پرتاب شود، برای به دست آوردن ارتفاع اوج آن نسبت به زمین، ارتفاع اوج از لبه پرتگاه را محاسبه کرده و با فاصله لبه پرتگاه از زمین جمع می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0 - (2v)^2 = -2gH'$$

$$\Rightarrow H' = \frac{4v^2}{2g} \xrightarrow{(1)} H' = 4H$$

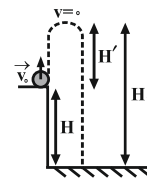
$$\Rightarrow H_1 = 4H + H = 5H \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 0 - (3v)^2 = -2gH''$$

$$\Rightarrow H'' = \frac{9v^2}{2g} \xrightarrow{(1)} H'' = 9H \Rightarrow H_2 = 9H + H = 10H \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2), (3)} \frac{H_2}{H_1} = \frac{10H}{5H} = 2$$

بنابراین داریم:

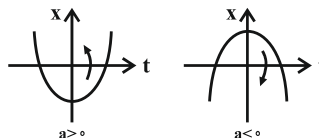


۳۴- گزینه «۴»

(پیمان اکبری)

می دانیم در نمودار مکان - زمان در حرکت در یک بُعد، جهت تغییر علامت شتاب را

تعیین می کند. به عنوان مثال:



حال با توجه به این نکته می توان گفت:

$$a_y < 0 \text{ و } a_x > 0$$

تنها نمودار گزینه «۴» دارای این ویژگی ها است.

۳۵- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

با توجه به بردار مکان، $x = -t^3 + 6t^2$ و $y = t^3 - 12t^2$ است. در لحظه ای که شتاب متحرک منطبق بر محور y می شود، مؤلفه افقی شتاب (a_x) باید صفر باشد. بنابراین می توان نوشت:

$$x = -t^3 + 6t^2 \xrightarrow{v_x = \frac{dx}{dt}} v_x = -3t^2 + 12t$$

$$\xrightarrow{a_x = \frac{dv_x}{dt}} a_x = -6t + 12 \xrightarrow{a_x = 0} -6t + 12 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

در لحظه $t = 2s$ ، بردار شتاب متحرک منطبق بر محور y می شود، در این لحظه v_x برابر است با:

$$v_x = -3t^2 + 12t \xrightarrow{t=2s} v_x = -3 \times 4 + 12 \times 2 \Rightarrow v_x = 12 \frac{m}{s}$$

۳۶- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

می دانیم جابه جایی گلوله برابر $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ است. بنابراین کافی است، جابه جایی افقی و قائم گلوله را به صورت زیر به دست آوریم.

$$\Delta x = (v_0 \cos \alpha) t \xrightarrow{\alpha = 53^\circ, t = 2s, v_0 = 1 \frac{m}{s}} \Delta x = 1 \times \cos 53^\circ \times 2$$

$$\xrightarrow{\cos 53^\circ = 0.6} \Delta x = 1 \times 0.6 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 1.2m$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \alpha) t \xrightarrow{\sin 53^\circ = 0.8, t = 2s, v_0 = 1 \frac{m}{s}} \Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4 + 1 \times 0.8 \times 2 \Rightarrow \Delta y = -19.2m$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4 + 1 \times 0.8 \times 2 \Rightarrow \Delta y = -19.2m$$

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \xrightarrow{\Delta x = 1.2m, \Delta y = -19.2m} \Delta r = \sqrt{1.2^2 + (-19.2)^2}$$

$$\Delta r = \sqrt{3^2 \times 4^2 + 4^2} \Rightarrow \Delta r = \sqrt{4^2(9+1)} \Rightarrow \Delta r = 4\sqrt{10}m$$

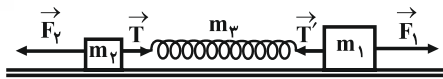
۳۷- گزینه «۳»

(بابک اسلامی)

بردار جابه جایی پرتابه در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 9s$ برابر است با:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (13 / \delta i + \beta j) - (4 / \delta i + \beta j) \Rightarrow \Delta \vec{r} = 9i$$

$$\Rightarrow |\Delta \vec{r}| = 9m$$



$$\begin{cases} F_1 - T' = m_1 a & (1) \\ T - F_2 = m_2 a & (2) \\ T' - T = m_3 a \end{cases}$$

چون جرم نیروسنج ناچیز است ($m_3 = 0$) بنابراین $T' - T = 0$ است. پس از جمع دو رابطه اول خواهیم داشت:

$$F_1 - F_2 + (T - T') = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 25 - 10 = (10 + 5)a$$

$$a = 1 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{(2), (1)} T = T' = 15N$$

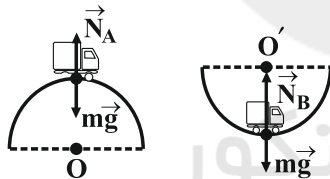
بنابراین چون به هر طرف فنر ۱۵ نیوتون وارد می‌شود، مانند این است که یک طرف فنر را به دیوار ببندیم و طرف دیگر را با نیروی ۱۵ نیوتون بکشیم. پس نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد ۱۵ نیوتون است.

(مصطفی کیانی)

۴۰- گزینه ۳

واکنش نیروی وارد از طرف کامیون بر تکیه‌گاه (پل) همان N است. نیروهایی که در هر یک از نقطه‌های A و B بر کامیون وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را برای هر نقطه نوشته و N_A و N_B را به دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$mg - N_A = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N_A = m(g - \frac{v^2}{R})$$



$$N_B - mg = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N_B = m(g + \frac{v^2}{R})$$

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{m(g - \frac{v^2}{R})}{m(g + \frac{v^2}{R})} \xrightarrow{v=2 \frac{m}{s}, R=100m} \frac{N_A}{N_B} = \frac{10 - \frac{400}{100}}{10 + \frac{400}{100}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{6}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{3}{7}$$

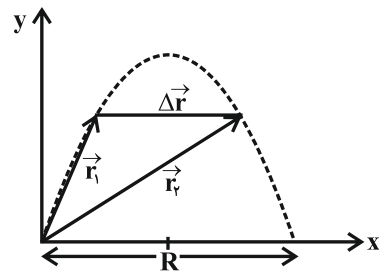
(کلاطم شاهمکن)

۴۱- گزینه ۲

با توجه به قانون دوم نیوتون و قاعده مشتق زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$P = 4x^2 + 3x + 3$$

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dx} \times \frac{dx}{dt} = v \frac{dP}{dx}$$



چون جابه‌جایی پرتابه در این بازه زمانی افقی است، بنابراین این دو نقطه در یک ارتفاع افقی از سطح زمین قرار دارند و با توجه به این که مؤلفه افقی مکان پرتابه با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = v_x t \Rightarrow \frac{\Delta r}{R} = \frac{t_2 - t_1}{t_{کل}} \quad (*)$$

از طرفی با توجه به این که این دو بردار مکان، یک ارتفاع افقی را نشان می‌دهند، بنابراین به سادگی می‌توان اثبات کرد که زمان کل حرکت پرتابه برابر با مجموع زمان‌های پرتابه در این دو مکان است، در نتیجه:

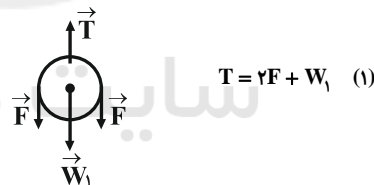
$$t_{کل} = t_1 + t_2 = 3 + 9 = 12s$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{9}{R} = \frac{9-3}{12} \Rightarrow R = 18m$$

(مسن اسحاق زاده)

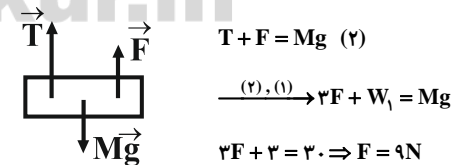
۳۸- گزینه ۲

نیروهای وارد بر قرقره کوچکتر در شکل زیر نشان داده شده است. برای این قرقره داریم:



$$T = 2F + W_1 \quad (1)$$

و نیروهای وارد بر وزنه عبارت است از:



$$T + F = Mg \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 2F + W_1 = Mg$$

$$2F + 3 = 30 \Rightarrow F = 9N$$

(مهمربعفر مفتاح)

۳۹- گزینه ۴

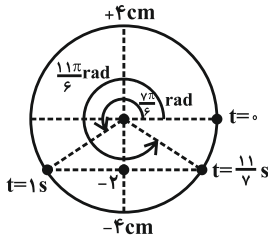
نیروهای افقی وارد بر جسم m_1 و m_2 در شکل نشان داده شده است.

به نیروسنج نیز عکس‌العمل دو نیروی T و T' وارد می‌شود. لذا برای این سه جسم داریم:

$$x = A \sin \omega t \quad \begin{matrix} \omega = \frac{v\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}} \\ A = 4 \text{ cm}, x = -2 \text{ cm} \end{matrix} \rightarrow -2 = 4 \sin \frac{v\pi}{6} t$$

$$\sin \frac{v\pi}{6} t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v\pi}{6} t = \frac{v\pi}{6} \Rightarrow t = 1 \text{ s} & \text{برای بار اول} \\ \frac{v\pi}{6} t = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{11}{v} \text{ s} & \text{برای بار دوم} \end{cases}$$

دقت کنید. با توجه به دایره مرجع نوسانگر برای بار اول در فاز $\frac{v\pi}{6} \text{ rad}$ و برای بار دوم در فاز $\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$ از مکان $x = -2 \text{ cm}$ عبور می کند.



(مصطفی کیانی)

۴۵- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از معادله شتاب، بسامد زاویه‌ای را حساب می کنیم.

$$a = -\omega^2 x \quad a = -\pi^2 x \rightarrow -\pi^2 x = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

اکنون با استفاده از رابطه بیشینه سرعت، دامنه نوسان را به دست می آوریم و در نهایت با استفاده از رابطه $F_{\max} = mA\omega^2$ ، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر را حساب می کنیم.

$$v_{\max} = A\omega \quad \begin{matrix} v_{\max} = 1 \cdot \pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \\ \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{matrix} \rightarrow 1 \cdot \pi = A \times \pi \Rightarrow A = 1 \cdot \text{cm}$$

$$\Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

$$F_{\max} = mA\omega^2 \quad \begin{matrix} m = 1 \cdot \text{g} = 0.001 \text{ kg} \\ A = 0.1 \text{ m}, \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{matrix} \rightarrow F_{\max} = 0.001 \times 0.1 \times \pi^2 \times \pi^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2 = 10} F_{\max} = 0.001 \times 0.1 \times 10 \times 10 \Rightarrow F_{\max} = 0.01 \text{ N}$$

(مهمربین پروین)

۴۶- گزینه «۳»

می دانیم:

$$E = K + U \xrightarrow{K=AU} E = AU + U \Rightarrow E = 9U$$

$$\frac{E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2}{U = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2} \rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 9 \times \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} = \frac{1}{9}$$

از طرف دیگر داریم:

$$P = 4x^2 + 3x + 3 \Rightarrow \frac{dP}{dx} = 8x + 3 \Rightarrow F = v(8x + 3)$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} x_0 = 0 \\ v_0 = \frac{2 \text{ m}}{\text{s}} \end{matrix}} F_0 = v_0(8x_0 + 3) \Rightarrow F_0 = 2(8(0) + 3) = 6 \text{ N}$$

(شارمان ویسی)

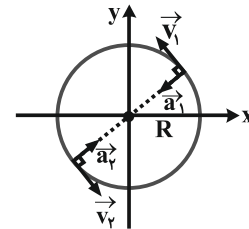
۴۲- گزینه «۱»

معادله $x^2 + y^2 = R^2$ معادله دایره‌ای به شعاع R است. بنابراین ذره دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است که بردار سرعت همواره بر مسیر حرکت مماس است و بردار شتاب همواره به سمت مرکز دایره است.

مطابق شکل، در دو لحظه‌ای که بردارهای شتاب خلاف جهت هم هستند. بردارهای سرعت، هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند و بنابراین با استفاده از تعریف شتاب متوسط، داریم:

$$\bar{a} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{2v}{3 - 1/5}$$

$$\Rightarrow \bar{a} = \frac{2 \times 3}{\frac{4}{5}} = \frac{6 \text{ m}}{\text{s}^2}$$



(روح‌الله علی‌پور)

۴۳- گزینه «۴»

نیروی جانب مرکز برای حرکت ماهواره‌ها به دور زمین توسط نیروی گرانش تأمین می شود. بنابراین داریم:

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{M_e m}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \quad (1)$$

$$v = r\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM_e}{r^3}} \quad (2)$$

در نتیجه می توان نوشت:

$$\xrightarrow{(2)} \frac{\omega_A}{\omega_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^{3/2} \Rightarrow \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^{3/2} = (\gamma)^{3/2} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \gamma$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} = \sqrt{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

(مصطفی کیانی)

۴۴- گزینه «۲»

چون دامنه نصف طول پاره‌خط است، بنابراین دامنه حرکت نوسانی برابر $A = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ cm}$ می باشد. از طرف دیگر معادله حرکت نوسانی برابر

$x = A \sin \omega t$ می باشد، لذا داریم:

بنابراین نسبت تعداد نقاط هم فاز با منبع به نقاط در فاز مخالف با آن $\frac{2}{3}$ می شود.

(غروق مردانی)

۴۹- گزینه «۱»

چون علامت پیکان در خلاف جهت محور X جابه جا شده است، بنابراین موج در خلاف جهت محور X منتشر می شود و گزینه های ۲ و ۴ نادرست هستند، چون ضرب kx آن ها منفی است.

$$\frac{\lambda}{4} = 1 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.04}$$

$$\Rightarrow k = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$\Delta x = \frac{9\lambda}{4} - \frac{3\lambda}{4} \Rightarrow \Delta x = \frac{3\lambda}{2}$$

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1/0.3 - 1}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{0.3}{T} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} \Rightarrow \omega = 10 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow u = u_{\text{max}} \sin(\omega t + kx) = 2 \times 10^{-2} \sin(10 \cdot \pi t + 50\pi x)$$

(مصطفی کیانی)

۵۰- گزینه «۱»

ابتدا سرعت انتشار موج در سیم را به دست می آوریم و سپس طول موج را به صورت زیر

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$$

حساب می کنیم.

$$F = 156 \text{ N}, \rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow v = \sqrt{\frac{156}{7800 \cdot 0.001 / 5 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{400} \rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 50 \text{ cm}$$

شیمی پیش دانشگاهی

(مصطفی رستم آبادی)

۵۱- گزینه «۴»

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: هر دو فلز سدیم و پتاسیم با آب سرد واکنش می دهند اما سرعت واکنش پتاسیم بیش تر از سرعت واکنش سدیم است.

$$\left(\frac{v}{v_{\text{max}}}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \xrightarrow{v=\frac{\Delta}{s}} \left(\frac{\Delta}{v_{\text{max}}}\right)^2 + \frac{1}{9} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta}{v_{\text{max}}}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{\Delta}{v_{\text{max}}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{15}{\sqrt{8}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(ابراهیم خلی روست)

۴۷- گزینه «۱»

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{9}{25} \quad (1)$$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$|\ell_B - \ell_A| = 32 \text{ cm} \xrightarrow{(1)} \ell_B - \ell_A = 32 \text{ cm} \quad (2)$$

با حل همزمان معادلات (۱) و (۲)، داریم:

$$\ell_A = 18 \text{ cm}, \ell_B = 50 \text{ cm}$$

(سید امیر نیکویی نوالی)

۴۸- گزینه «۲»

ابتدا طول موج امواج منبع را حساب می کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{360}{600} = \frac{6}{10} \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

نقاطی از محیط که فاصله آن ها از منبع تولید موج، مضرب صحیحی از طول موج (مضرب زوجی از نصف طول موج) باشد، هم فاز با منبع هستند.

$$\Delta x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x = 2n \frac{60}{2} \Rightarrow \Delta x = 60 \cdot n$$

$$\Rightarrow \Delta x = 60, 120, 180, \dots (\text{cm})$$

در نتیجه دو نقطه (با فاصله ۶۰ سانتی متر) با منبع تولید موج هم فاز هستند.

نقاطی که فاصله آن ها از منبع تولید موج، مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف با منبع هستند:

$$\Delta x = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x = (2n-1) \frac{60}{2} \Rightarrow \Delta x = 30 \cdot (2n-1)$$

$$\Rightarrow \Delta x = 30, 90, 150, \dots (\text{cm})$$

در نتیجه سه نقطه (دو نقطه در ۹۰ سانتی متری و یک نقطه در ۳۰ سانتی متری) در فاز مخالف اند.

ب) با استفاده از خاک باغچه، سوختن قند با سرعت بیش تری انجام می شود. بنابراین شیب نمودار افزایش یافته و می تواند از A به B تبدیل شود.

ب) با خرد کردن ماده جامد، سطح تماس افزایش یافته و در نتیجه سرعت واکنش بیش تر می شود و شیب نمودار افزایش می یابد.

ت) در گروه فلزات قلیایی، از بالا به پایین، واکنش پذیری آن ها بیش تر می شود. بنابراین شیب نمودار مول - زمان واکنش پتاسیم با آب بیش تر از شیب این نمودار در واکنش سدیم با آب است، در نتیجه می توان گفت نمودار واکنش های سدیم و پتاسیم با آب می تواند به ترتیب A و B باشد.

(امیر حسین معروفی)

۵۵- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) یون I⁻ در این واکنش نقش کاتالیزگر را داشته و باعث افزایش سرعت واکنش می شود.

ب) در این واکنش، ماده گازی وجود ندارد، بنابراین تغییر حجم ظرف، باعث تغییر سرعت واکنش نمی شود.

ج) سوزاندن الیاف آهن در ارلن پر شده از گاز اکسیژن به جای هوای آزاد موجب افزایش غلظت اکسیژن و افزایش سرعت می شود.

د) طلا، فلزیست که واکنش پذیری کم تری نسبت به مس دارد بنابراین استفاده از آن موجب کاهش سرعت واکنش می شود.

(فامر پویان نظر)

۵۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: واکنش گرماگیر و $\Delta H = 48 \text{ kJ}$ است.

گزینه «۲»: سرعت آن در جهت برگشت بیش تر است.

گزینه «۳»: $E_a' = 122 \text{ kJ}$ می باشد.

گزینه «۴»: سطح انرژی واکنش دهنده ها پایین تر از فرآورده ها است. بنابراین واکنش دهنده ها پایدار ترند.

گزینه «۲»: هر چند با توجه به ضرایب مساوی این دو ماده در واکنش زیر، اندازه شیب آن ها نیز برابر است، اما شیب مصرف CaCO_3 منفی و شیب تولید CO_2 مثبت است.



گزینه «۳»: سرعت واکنش کمیته تجربی است.

(مرتضی فوش کیش)

۵۲- گزینه «۳»



$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{0/9}{3-0} = 0/3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{NO}} = 2\bar{R}_{\text{O}_2} = 2 \times 0/3 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{0/6 \text{ mol}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0/01 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{\Delta n(\text{NO}_2)}{2} = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{1} \Rightarrow 2/5 - n_2 = 2 \times 0/9 \Rightarrow n_2 = 0/7 \text{ mol}$$

(فامر رواز)

۵۳- گزینه «۴»

$$\frac{\Delta[\text{I}^-]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[\text{SO}_4^{2-}]}{2\Delta t}$$

$$\frac{-(\text{I}^-)_t - (\text{I}^-)_0}{3} = \frac{(\text{SO}_4^{2-})_t - 0}{2} \Rightarrow -2(\text{I}^-)_t + 2(\text{I}^-)_0 = 3(\text{SO}_4^{2-})_t$$

$$[\text{I}^-]_t = [\text{I}^-]_0 - \frac{3[\text{SO}_4^{2-}]_t}{2}$$

(مرتضی فوش کیش)

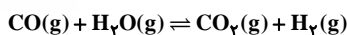
۵۴- گزینه «۲»

عبارت های (ب) و (ت) صحیح هستند.

با توجه به شکل نشان داده شده، ترتیب مقدار سرعت نمودارها به صورت $B > A > C$ است. بنابراین به بررسی عبارت ها می پردازیم:

(آ) با افزایش دما، سرعت واکنش بیش تر می شود. بنابراین شیب نمودار نیز افزایش می یابد. پس نمودارهای A، B و C می تواند به ترتیب مربوط به واکنش در دماهای

۲۴، ۲۶ و ۲۰ باشند.



۱۰	۱۰	۰	۰
-۸	-۸	+۸	۸
۲	۲	۸	۸

چون تعداد مول‌های گازی طرفین واکنش با هم برابر است، نسبت مقدار غلظت‌های مولی

و نسبت مقدار مول‌ها با هم برابرند. $\left(\frac{\text{mol}}{\text{L}}\right)$

$$K = \frac{[\text{CO}_2\text{(g)}][\text{H}_2\text{(g)}]}{[\text{CO(g)}][\text{H}_2\text{O(g)}]} = \frac{8 \times 8}{2 \times 2} = 16$$

(فرشید عطایی)

۶۰- گزینه «۳»

گزینه «۱»: چون مول گازی دو طرف معادله برابر است، با نصف کردن حجم (دوبرابر کردن غلظت)، Q تغییر نمی‌کند. (صورت و مخرج کسر به یک نسبت افزایش می‌یابد).

گزینه «۲»: در تعادل فوق که $Q = \frac{[C]}{[B]}$ است، با افزودن آب و کاهش غلظت، مخرج

کسر کاهش بیش‌تری داشته و Q افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: چون با افزایش فشار سرعت مصرف B از A بیش‌تر می‌شود پس B ضریب استوکیومتری بزرگ‌تری دارد. (مانند $A \rightleftharpoons 2B$) لذا با افزایش حجم ظرف و کاهش غلظت،

صورت کسر کاهش بیش‌تری پیدا کرده و $Q < K$ می‌شود.

گزینه «۴»: با توجه به این که مقدار کلسیم کربنات در مقدار ثابت تعادل این واکنش اثری ندارد، با افزودن مقداری کلسیم کربنات، تغییری در خارج قسمت واکنش نیز ایجاد نمی‌شود.

(مهمر عظیمیان زواره)

۶۱- گزینه «۲»

(آ) نادرست، با توجه به آن که افزایش دما ثابت این تعادل را کاهش داده است، بنابراین تعادل گرماده می‌باشد و آنتالپی استاندارد تشکیل فراورده (ها) از مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.

(ب) درست، چون مقدار عددی ثابت تعادل بسیار بزرگ است.

(پ) درست، با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و غلظت‌های تعادلی A و

B افزایش یافته و با کاهش غلظت تعادلی C از جرم آن نیز کاسته می‌شود.

(علی مؤیدی)

۵۷- گزینه «۲»

باید توجه داشت که غلظت مواد جامد و مایع خالص در رابطه ثابت تعادل، نوشته نمی‌شود پس

برای هر گزینه رابطه یادشده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$K_1 = \frac{[C]^2}{[A].[B]^2} \Rightarrow \text{mol}^{-1} \cdot \text{L}$$

$$K_2 = \frac{1}{[A].[B]^2} \Rightarrow \text{mol}^{-3} \cdot \text{L}^3$$

$$K_3 = \frac{[C]^2}{1} \Rightarrow \text{mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$$

$$K_4 = \frac{1}{[B]^2} \Rightarrow \text{mol}^{-2} \cdot \text{L}^2$$

(هاجر پویان‌نظر)

۵۸- گزینه «۲»

مورد «۱»: با توجه به وجود تنها ۲ مول SO_3 در سامانه، واکنش درجهت رفت رخ می‌دهد. در ابتدا که غلظت SO_3 زیاد است تولید فراورده‌ها (SO_2, O_2) به سرعت انجام می‌گیرد. با گذشت زمان، با کاهش تدریجی غلظت SO_3 ، سرعت تولید SO_2 و O_2 نیز کاهش می‌یابد.

مورد «۲»: در لحظه تعادل غلظت SO_2 و SO_3 ثابت می‌شود نه لزوماً برابر.

مورد «۳»: سرعت تولید SO_3 به مرور زمان افزایش می‌یابد. زیرا افزایش تدریجی

غلظت فراورده‌ها، منجر به افزایش تدریجی سرعت واکنش برگشت و در نتیجه منجر به

افزایش سرعت تولید SO_3 می‌شود.

مورد «۴»: غلظت SO_2 و O_2 با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

(عبدالرشید یلمه)

۵۹- گزینه «۳»

$$100 \times \frac{\text{مقدار مصرفی واکنش‌دهنده محدودکننده}}{\text{مقدار اولیه همان واکنش‌دهنده}} = \text{پایزده درصدی}$$

$$\text{مقدار مصرفی واکنش‌دهنده}$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{\quad}{10} \times 100$$

$$\text{مقدار مصرفی واکنش‌دهنده} = 8 \text{ mol}$$

جابه جایی تعادل به سمت راست، ابتدا $Q < K$ شده و سپس به تدریج مقدار Q افزایش می یابد تا دوباره با K برابر شده و به تعادل جدید برسیم.

(فامر رواز)

۶۴- گزینه «۴»

(آ) درست است. فرایند هابر یک فرایند گرماده است. بنابراین پس از برقراری تعادل، در دمای پایین تر (25°C) واکنش در جهت رفت جابه جا می شود و مقدار K افزایش می یابد و این به معنی پیشرفت بیش تر واکنش است.

(ب) درست است. رجوع شود به شکل بالای صفحه ۵۷ کتاب درسی.

(پ) درست است. رجوع شود به حاشیه صفحه ۵۶ کتاب درسی.

(ت) درست است. رجوع شود به شکل بالای صفحه ۵۷ کتاب درسی.

(حسن عیسی زاده)

۶۵- گزینه «۲»

با توجه به این که $\Delta H > 0$ است برای برقراری تعادل باید $\Delta S > 0$ باشد و $b > a$ می باشد و با افزایش فشار (یا به عبارتی کاهش حجم) غلظت A و B افزایش می یابد، اما چون تعادل در جهت برگشت جابه جا می شود، B مصرف شده و A تولید می شود، بنابراین تعداد مول های B کاهش و تعداد مول های A افزایش می یابد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: در تعادل مورد نظر که گرماگیر است، با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه جا می شود و مقدار ثابت تعادل افزایش می یابد. اما توجه کنید که افزایش دما سبب افزایش سرعت شده و زمان برقراری تعادل را کاهش می دهد.

گزینه «۳»: با کاهش دما، تعادل در جهت برگشت جابه جا می شود که در جهت تولید تعداد مول های مواد گازی کم تر است، بنابراین ماده B مصرف شده و تعداد مول های آن کاهش می یابد.

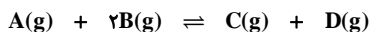
گزینه «۴»: با کاهش فشار تعادل در جهت تولید مول های بیش تر یعنی در جهت رفت پیشرفت می کند (چون $b > a$ است). در نتیجه تعداد کل مول ها افزایش می یابد.

(ت) نادرست؛ کاهش حجم ظرف در دمای ثابت باعث جابه جایی تعادل به سمت راست شده و مقدار C افزایش می یابد. اما تغییر حجم بر مقدار ثابت تعادل اثری ندارد.

(مسعود بیغری)

۶۲- گزینه «۲»

تعداد مول اولیه B را n مول در نظر می گیریم.



مول اولیه	$8/4$	n	0	0
تغییر مول	$-x$	$-2x$	$+x$	$+x$
مول تعادلی	$8/4 - x$	$n - 2x$	x	x

$$\text{در حالت تعادل} \Rightarrow \frac{(8/4 - x)\text{mol}}{4L} = 20 \times \frac{x\text{mol}}{4L} \Rightarrow [A] = 20 \times [C]$$

$$\Rightarrow x = 0/4 \text{ mol}$$

$$\text{در حالت تعادل} \Rightarrow [D] = 0/04[B] \Rightarrow \frac{x\text{mol}}{4L} = 0/04 \times \frac{(n - 2x)\text{mol}}{4L}$$

$$\Rightarrow n - 0/8 = \frac{0/4}{0/04} \Rightarrow n = 10/4 \text{ mol}$$

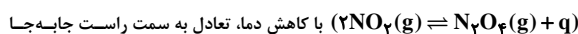
اکنون می توانیم جرم مولی B را حساب کنیم.

$$? \text{ gB} = 1 \text{ molB} \times \frac{324 \text{ gB}}{10/4 \text{ molB}} = 30 \text{ g}$$

(مسعود بیغری)

۶۳- گزینه «۳»

اگر q را سمت تعداد مول های گازی کم تر قرار دهیم، واکنش گرماده می شود



شده و غلظت گاز قهوه ای رنگ NO_2 کاهش می یابد، پس رنگ مخلوط گازی کم رنگ تر می شود. به دلیل جابه جایی تعادل به سمت راست ثابت تعادل افزایش یافته و تعداد مولکول های گازی (از ۲ مولکول NO_2 به ۱ مولکول N_2O_4) کاهش یافته و میزان بی نظمی در آن کاهش می یابد. هم چنین با کاهش دما، سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت کاهش می یابد. در مورد خارج قسمت واکنش هم باید گفت که به دلیل

$$?gNi^{2+} = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ni}^{2+}}{1 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{59 \text{ g Ni}^{2+}}{1 \text{ mol Ni}^{2+}} = 1.18 \text{ g Ni}^{2+}$$

$$?gCu = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}^{2+}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 1.28 \text{ g Cu}$$

با توجه به این که Ni^{2+} از سطح فلز جدا و Cu بر سطح فلز می‌نشیند، جرم تیغه نیکلی

برابر می‌شود با:

جرم مس اضافه شده + جرم تیغه = جرم تیغه در پایان واکنش

(جرم نیکل اکسید شده) جرم نیکل وارد شده به محلول -

$$= 1.28 - 1.18 = 0.10 \text{ g}$$

۷۰- گزینه «۱» (رسول عابدینی زواره)

در سلول‌های (I) و (II) به ترتیب Al^{3+} و Ni^{2+} نقش اکسنده (کاتد) را دارند و

در سلول III گونه Ni^{2+} اکسنده (کاتد) است.

$$I \text{ در سلول } I: E^{\circ}_{\text{سلول}} = E^{\circ}_c - E^{\circ}_a \Rightarrow 0.72 = -1.66 - x$$

$$\Rightarrow x = -2.38 \text{ V (III در سلول } E^{\circ} \text{ آند در سلول III)}$$

$$II \text{ در سلول } II: E^{\circ}_{\text{سلول}} = E^{\circ}_c - E^{\circ}_a \Rightarrow 0.59 = y - (-0.25)$$

$$\Rightarrow y = 0.34 \text{ V (II کاتد در سلول } E^{\circ} \text{)}$$

$$III \text{ در سلول } III: E^{\circ}_{\text{سلول}} = E^{\circ}_c - E^{\circ}_a$$

$$\Rightarrow E^{\circ}_{\text{سلول}} = 0.34 - (-2.38) = 2.72 \text{ V}$$

اگر پتانسیل کاهش استاندارد برای عناصر Ni ، M و N را مرتب کنیم:

$$M^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightleftharpoons M(s) \quad E^{\circ} = -2.38$$

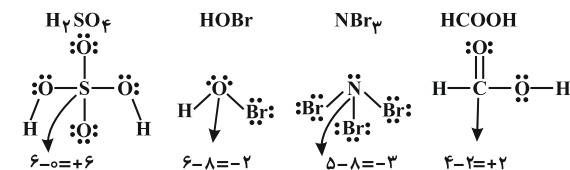
$$Al^{3+}(aq) + 3e^{-} \rightleftharpoons Al(s) \quad E^{\circ} = -1.66$$

$$Ni^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightleftharpoons Ni(s) \quad E^{\circ} = -0.25$$

$$N^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightleftharpoons N(s) \quad E^{\circ} = +0.34$$

(مرتضی فوش کیش)

۶۶- گزینه «۱»



عنصر گوگرد در ترکیب H_2SO_4 و نیتروژن در NBr_3 بیشترین مقدار جبری را در اختلاف عدد اکسایش دارند.

(مرتضی فوش کیش)

۶۷- گزینه «۲»

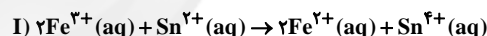
زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، واکنش اکسایش - کاهش به صورت



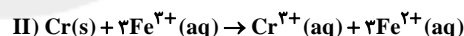
مس، اکسید و یون نقره کاهش می‌شود، بنابراین یون نقره اکسنده و مس کاهشنده است.

(رسول عابدینی زواره)

۶۸- گزینه «۴»



کاهشنده اکسنده



کاهشنده اکسنده

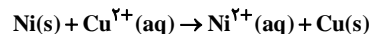
گونه‌ای که اکسید شده است (عدد اکسایش آن زیاد شده است) کاهشنده است و گونه‌ای که

کاهشنده شده است (عدد اکسایش آن کم شده است) اکسنده است. با توجه به موازنه دو

واکنش، همه موارد بیان شده صحیح هستند.

(حامد پویان نظر)

۶۹- گزینه «۳»



ابتدا با توجه به واکنش مورد نظر، محدودکننده را مشخص می‌کنیم.

$$n_{Ni} = \frac{1.77}{59} = 0.03 \text{ mol Ni}$$

$$n_{Cu^{2+}} = M \times V = 0.1 \times 0.2 = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+}$$

یون مس محدودکننده است.