



آزمون غیر حضوری نظام قدیم ریاضی

۱۵ فروردین ۱۳۹۹
(مباحث ۲۹ فروردین)

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیرحضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیرحضوری	فریده هاشمی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی مسئول دفترچه: ریحانه براتی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

Konkur.in

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

• دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

دیفرانسیل

دیفرانسیل

مشتق و کاربرد آن

حد و پیوستگی

صفحه های ۱۸۰ تا ۱۹۷

حسابان

«مشتق توابع» آهنگ تغییرات

صفحه های ۱۷۵ تا ۱۸۲

۱- تابع با ضابطه $y = \min\{\sin x, \cos x\}$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- حدود k کدام باشد، تا تابع $f(x) = \begin{cases} 2|x| - x^2 & ; x \neq 0 \\ k & ; x = 0 \end{cases}$ در $x = 0$ ماکزیمم نسبی داشته باشد، ولی ماکزیمم مطلق نداشته باشد؟

- (۱) $0 \leq k \leq 1$ (۲) $k \leq 0$ (۳) $0 < k < 1$ (۴) $k < 0$

۳- اگر $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 4)(x^2 - 6x + 5)$ باشد، در این صورت f به ترتیب دارای ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی است.

- (۱) ۱، ۲ (۲) ۲، ۱ (۳) ۱، ۱ (۴) صفر، ۱

۴- کدام گزینه در مورد تابع $y = x^2 e^{-x^2}$ صحیح است؟

- (۱) دارای دو می نیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.
 (۲) دارای یک می نیمم نسبی و دو ماکزیمم نسبی است.
 (۳) دارای یک می نیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.
 (۴) دارای دو می نیمم نسبی و دو ماکزیمم نسبی است.

۵- تابع $f(x) = 5 \cos 3x - k \cos \Delta x$ در $x = \pi$ می نیمم نسبی دارد. مقدار k کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶- نمودار تابع $f(x) = x^2 + 9\sqrt{x}$ در اطراف $x = 1$ چگونه است؟

- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۷- کدام یک از توابع زیر، نقطه عطف دارد؟

- (۱) $y = \tan^{-1} |x|$ (۲) $y = |\tan x|$
 (۳) $y = \tan |x|$ (۴) $y = |\tan^{-1} x|$

۸- طول نقاط عطف تابع $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) عطف ندارد. (۳) π (۴) $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

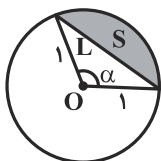
۹- اگر آهنگ آنی تغییر هر یک از ابعاد یک مکعب مستطیل به ترتیب برابر 0.09 ، 0.07 و $1/2$ باشد و در همان لحظه ابعاد این مکعب

مستطیل به ترتیب برابر 6 ، 9 و b باشد، در صورتی که آهنگ آنی تغییر حجم مکعب $77/1$ باشد، b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $0/1$ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰

۱۰- در شکل زیر آهنگ تغییرات مساحت ناحیه هاشور خورده نسبت به L کدام است؟

- (۱) $\frac{L^2}{\sqrt{4 - (2 - L)^2}}$ (۲) $\frac{2L}{\sqrt{4 - L^2}}$
 (۳) $\frac{L^2}{2\sqrt{4 - L^2}}$ (۴) $\frac{L^2}{\sqrt{4 - L^2}}$



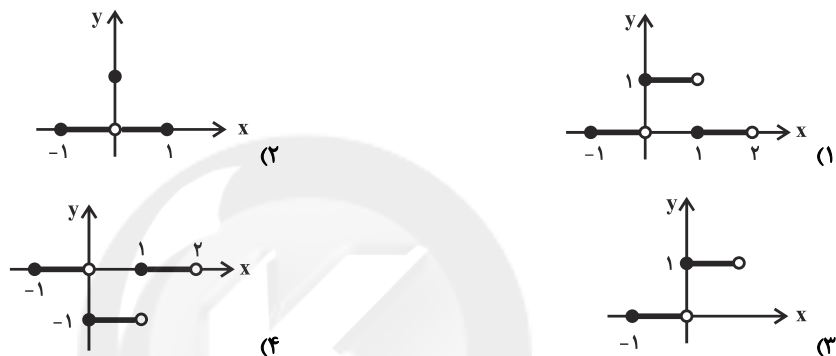
ریاضی پایه

ریاضی پایه
فصل ۵: «مثلثات»
صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۵۸
فصل ۲: «تابع»
توابع چند جمله‌ای و متناوب و پله‌ای و جزء صحیح
صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲
فصل ۳: «مثلثات»
صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۳۰

۱۱- هرگاه $\left[\frac{x}{3-2x}\right] = 1$ باشد، حاصل $[5x]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) ۵
(۴) -۵

۱۲- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت  باشد، نمودار تابع $y = f(|x|)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)



۱۳- اگر جواب معادله $3|x| + 2|-x| = 6$ به صورت بازه $(a, b) \cup \{c\}$ باشد، $a + b - c$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

۱۴- اگر $\frac{2 \sin x + 3 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = -\frac{1}{2}$ باشد، در این صورت $\tan 2x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $-\frac{4}{3}$
(۴) $-\frac{4}{5}$

۱۵- اگر $\cos 40^\circ = \frac{1-a^2}{1+a^2}$ باشد، $\cot 70^\circ$ کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) a
(۲) $\frac{1}{a}$
(۳) \sqrt{a}
(۴) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

۱۶- حاصل عبارت $A = \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{8}$

۱۷- در معادله مثلثاتی $\sin 2x = 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4})$ ، مجموع تمام جوابها در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

(۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۱۸- انتهای کمانهای جوابهای معادله مثلثاتی $\cos 2x + 3 \sin x = 2$ روی دایره مثلثاتی، رأسهای کدام چند ضلعی است؟

(۱) مثلث متساویالاضلاع (۲) مثلث قائم الزاویه

(۳) مثلث متساویالساقین (۴) مربع

۱۹- برد تابع $f(x) = 2 \tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x}$ کدام است؟

(۱) $(-\pi, \pi)$ (۲) $(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

(۳) $(-\pi, -\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$ (۴) $(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

۲۰- مجموع جوابهای معادله $\cos(2 \sin^{-1} x) = 2 - 3x$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

هندسه تحلیلی

دستگاههای معادلات خطی

(ماتریسهای وارون پذیر)

صفحههای ۱۳۷ تا ۱۳۱

۲۱- اگر A ماتریس وارون پذیر، N ماتریس همسازه A و A^* ترانزپانده N باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۲) $AA^* = \frac{1}{|A|} I$

(۱) $N^{-1} = \frac{1}{|A|} A^t$

(۴) $|(A^t)^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

(۳) $|A^* N^{-1}| = 1$

۲۲- هرگاه $X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس X کدام است؟

(۲) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

۲۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض است، عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس الحاقی آن کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۲۴- ماتریس $A = \begin{bmatrix} x+a & 1 & -1 \\ x & 1 & x \\ -1 & 1 & x-a \end{bmatrix}$ مفروض است. حدود تغییرات a چقدر باشد تا A همواره وارون پذیر باشد؟

(۱) $a \in \mathbb{R}$ (۲) $a \geq 0$

(۳) $a \leq 0$ (۴) $a \neq 0$

۲۵- اگر A ماتریس تبدیل $T(2x-y, 3x-4y) = (x, y)$ و I ماتریس همانی باشد و α و β اعدادی حقیقی باشند به نحوی که $\alpha A^{-1} + \beta I = A$ مقدار β کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۶- اگر $X = P^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P$ باشد (P ماتریس 2×2 وارون پذیر می باشد)، ماتریس X^{1381} کدام است؟

(۱) $P^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P$ (۲) $(P^{-1})^{1381} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} P^{1381}$

(۳) $P^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} P$ (۴) $(P^{-1})^{1381} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} P^{1381}$

۲۷- اگر $|A+I|=a$ و $|A^{-1}+I|=b$ ، آن گاه $|A^t|$ برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟ ($a, b \neq 0$)

(۱) $a+b$ (۲) ab (۳) $a-b$ (۴) $\frac{a}{b}$

۲۸- اگر A یک ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشد، به گونه ای که $|A \cdot A^*| = 216$ ، آن گاه مقدار $|A|$ کدام است؟ (A^* ماتریس الحاقی ماتریس A است.)

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) ۷۲

۲۹- اگر ماتریس A^t ترانهادة ماتریس A و $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس A^t کدام ماتریس است؟ ($|A| > 0$)

(۱) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & -8 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 8 & 12 \end{bmatrix}$

۳۰- اگر A یک ماتریس مربعی وارون پذیر و $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه حاصل $|ABA^{-1} - \lambda I|$ کدام است؟

(۱) $\lambda^2 - \lambda$ (۲) $-\lambda^2 - \lambda$

(۳) λ^2 (۴) $\lambda^2 - 1$



ریاضیات گسسته

احتمال

(باد آوری، مدل احتمال شرطی، قاعده ضرب احتمال، استقلال دو پدیده) صفحه‌های ۸۵ تا ۷۴
جبر و احتمال صفحه‌های ۱۲۱ تا ۶۹

۳۱- مکمل پیشامد «A و B رخ دهند و C رخ ندهد» کدام است؟

- (۱) $A' \cap B' \cap C'$
(۲) $(A' \cup B') \cap C'$
(۳) $(A' \cap B') \cup C'$
(۴) $A' \cup B' \cup C$

۳۲- در پرتاب سه تاس سالم، احتمال آن که فقط دو تاس از سه تاس مساوی باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{1}{12}$
(۳) $\frac{5}{9}$
(۴) $\frac{5}{12}$

۳۳- احتمال اصابت تیر به هدف برای یک تیرانداز، $\frac{1}{6}$ است. با کدام احتمال از ۳ تیر رها شده، حداقل یک تیر به هدف اصابت می‌کند؟

- (۱) $\frac{125}{216}$
(۲) $\frac{91}{216}$
(۳) $\frac{1}{216}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۳۴- درون یک کیسه، ده مهره با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰ وجود دارد و احتمال خارج شدن هر مهره با مکعب شماره اش متناسب است. یک مهره به تصادف از این کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن که شماره این مهره، مضرب ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{143}{363}$
(۲) $\frac{45}{121}$
(۳) $\frac{833}{2541}$
(۴) $\frac{455}{1211}$

۳۵- دو عدد به تصادف در بازه $[0, 2]$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع دو عدد کوچکتر از ۳ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{7}{8}$

۳۶- از میان اعداد ۱ تا ۱۰۰۰، عددی طبیعی به تصادف بر می‌داریم. با کدام احتمال این عدد نه مضرب ۱۴ است و نه مضرب ۳۵؟

- (۱) $0/905$
(۲) $0/925$
(۳) $0/915$
(۴) $0/935$

۳۷- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو عدد رو شده فرد هستند؟

- (۱) $\frac{5}{12}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۳۸- برای پیشامدهای مستقل A و B، داریم $P(A) = 3P(A \cap B)$ و $P(A|B) = \frac{1}{5}$. مقدار $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{13}{15}$
(۴) $\frac{11}{15}$

۳۹- در یک جمع، ۲۰ مرد و ۲۵ زن حضور دارند. در بین آن‌ها x مرد و y زن چشم‌میشی رنگ دارند. یک نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم.

فرض کنید A پیشامد مرد بودن و B پیشامد چشم‌میشی داشتن فرد باشد، در کدام صورت A و B همواره مستقل‌اند؟

- (۱) $3x = 2y$
(۲) $5x = 4y$
(۳) $9y = 4x$
(۴) $4x = 5y$

۴۰- احتمال این که سفارشی به موقع برای ارسال آماده شود، $0/9$ و احتمال این که سفارشی به موقع برای ارسال آماده شود و به موقع به دست مشتری برسد، $0/8$ است. اگر سفارشی به موقع آماده شود، با چه احتمالی به موقع تحویل مشتری می‌گردد؟

- (۱) $0/18$
(۲) $0/72$
(۳) $\frac{1}{9}$
(۴) $\frac{1}{9}$

هندسه ۲
استدلال در هندسه / دایره /
تبدیل‌های هندسی / هندسه
فضایی
صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۴۸

هندسه ۲

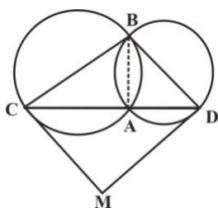
۴۱- مجموع زاویه‌های داخلی ۵ ضلعی محدب با ۲۱ برابر اندازه یک زاویه خارجی از n ضلعی منتظمی برابر است. این n ضلعی چند قطر دارد؟

- (۱) ۷۷ (۲) ۶۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۴

۴۲- در مثلثی به اضلاع ۶، ۵ و ۳ واحد، نیمساز کوچک‌ترین زاویه خارجی آن، امتداد بزرگ‌ترین ضلع مثلث را قطع می‌کند. مساحت مثلثی که در خارج مثلث اصلی تشکیل می‌شود، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{9}{4}$

۴۳- مطابق شکل، دو دایره در نقاط A و B متقاطعند. از نقطه‌ی A خطی رسم می‌کنیم تا دو دایره را در نقاط C و D قطع کند، سپس از C و D مماس‌هایی بر هر یک از دایره‌ها رسم می‌کنیم که این مماس‌ها در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. اگر $DM > DB$ و $CB > CM$ ،



چهارضلعی $BCMD$ چگونه است؟

- (۱) فقط محاطی
(۲) فقط محیطی
(۳) هم محیطی و هم محاطی
(۴) نه محیطی و نه محاطی

۴۴- اگر مماس مشترک‌های داخلی دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 4)$ بر هم عمود باشند، طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) ۹ (۳) $6\sqrt{3}$ (۴) ۱۲

۴۵- اگر نقطه $(1, -2)$ تصویر نقطه $(2, 5)$ تحت تبدیل $T(x, y) = (x - a, 2y + 2b)$ باشد، آن گاه نقطه $(5, 2)$ تصویر کدام نقطه تحت T است؟

- (۱) $(-5, 7)$ (۲) $(6, -7)$
(۳) $(-5, -7)$ (۴) $(6, 7)$

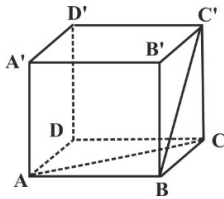
۴۶- خط به معادله $2y + x = 2$ را تحت تجانس $D(x, y) = (2x, 2y)$ تبدیل و سپس نمودار حاصل را تحت بازتاب نسبت به خط $y = -x$ تصویر می‌کنیم، معادله‌ی تصویر کدام است؟

- (۱) $2x + y + 4 = 0$ (۲) $2x - y - 4 = 0$
(۳) $2y - x - 4 = 0$ (۴) $2x + y + 1 = 0$

۴۷- نقطه A و دو دایره در یک صفحه مفروض‌اند. برای رسم مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به رأس A که دو سر قاعده بر روی هر یک از این دایره‌ها باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) بازتاب (۲) انتقال (۳) تجانس (۴) دوران

۴۸- در مکعب شکل زیر، زاویه‌ی بین دو پاره خط AC و BC' کدام است؟



(۱) ۹۰°

(۲) ۶۰°

(۳) ۴۵°

(۴) ۳۰°

۴۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

- (الف) اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه‌ای که آن دو را قطع کند، فصل مشترک‌های حاصل، دو خط موازی‌اند.
 (ب) اگر دو صفحه متقاطع باشند، هر صفحه‌ای که هر دو را قطع کند، فصل مشترک‌های حاصل، دو خط موازی‌اند.
 (ج) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط از یکی از این دو صفحه، با صفحه‌ی دیگر موازی است.

(۱) ۱

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۲

۵۰- صفحه P و خط d و نقطه A مفروض هستند. اگر صفحه‌ی گذرا بر نقطه A و خط d را Q بنامیم، در کدام حالت، رسم خط گذرا از نقطه A و متقاطع با خط d و موازی صفحه P، غیرممکن است؟

(۱) $Q \cap P = \phi, d \parallel P$

(۲) $Q \cap P \neq \phi, d \parallel P$

(۳) $Q \cap P = \phi, d \not\parallel P$

(۴) $Q \cap P \neq \phi, d \not\parallel P$

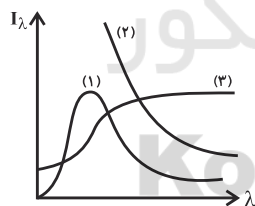
فیزیک پیش‌دانشگاهی

آشنایی با فیزیک اتمی

صفحه‌های ۱۸۳ تا ۲۲۰

۵۱- در شکل زیر نمودارهای تابندگی بر حسب طول موج یک جسم در دمای ثابت رسم شده است.

نمودار مربوط به نظریه کلاسیک و نمودار مربوط به آزمایش تجربی است.



(۱) ۱ و ۲

(۲) ۱ و ۳

(۳) ۲ و ۳

(۴) ۱ و ۳

۵۲- شدت تابشی یک جسم با سطح $45 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ در دمای 3000 K برابر با $90 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$ است. در مدت 10 s چند کیلوژول انرژی توسط این

جسم گسیل می‌شود؟

(۱) ۴۰۵۰۰

(۲) ۴۰۵۰

(۳) ۴۰/۵

(۴) ۴۰۵

۵۳- بیشینه طول موج مربوط به ماکزیمم شدت تابش گسیل شده توسط یک رشته تنگستن داغ شده در دمای 2900 K در کدام گستره طیف

پیوسته توزیع تابش گرمایی قرار خواهد گرفت؟ ($b = 2/9 \times 10^{-2} \text{ m.K}$)

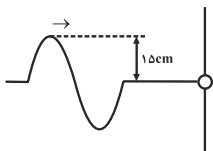
(۱) فرابنفش

(۲) پرتوی ایکس

(۳) نور مرئی

(۴) فروسرخ

۵۴- مطابق شکل زیر، تپی در یک طناب در حال انتشار است. مسافت طی شده توسط انتهای آزاد طناب از لحظه رسیدن تپ تا بازتاب کامل



آن، چند سانتی متر است؟

- (۱) ۶۰
(۲) ۹۰
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۰۰

۵۵- در شکل زیر، سیمی به طول ۸۰ cm بین دو نقطه A و B محکم بسته شده است. اگر سرعت انتشار موج عرضی در سیم برابر $۲۰ \frac{m}{s}$

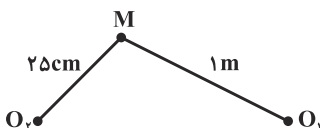


باشد، کمترین بسامد نوسان‌های سیم چند هر تری باشد تا در نقطه M شکم تشکیل شود؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۲۵
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۵۰

۵۶- در شکل زیر، O_1 و O_2 دو چشمه موج هم‌بسامد و هم‌فاز می‌باشند که امواجی با طول موج ۳۰ cm در یک محیط هم‌سان تولید می‌کنند.

اگر فاصله نقطه M از منبع O_1 برابر با یک متر و از منبع O_2 برابر با ۲۵ cm باشد، کدام گزینه در رابطه با نقطه M صحیح است؟



(۱) در نقطه M گره تشکیل می‌شود.

(۲) در نقطه M شکم تشکیل می‌شود.

(۳) در نقطه M گره یا شکم تشکیل نمی‌شود.

(۴) در نقطه M در بعضی از لحظات گره و در بعضی از لحظات شکم تشکیل می‌شود.

۵۷- از اتومبیلی که با سرعت ثابت $۴۰ \frac{m}{s}$ به طرف مانع بزرگی در حال حرکت است، در یک لحظه تیری شلیک می‌شود. صدای شلیک تیر

پس از بازگشت از مانع بعد از ۵ ثانیه به اتومبیل می‌رسد. فاصله اتومبیل از مانع هنگام رها شدن تیر چند متر بوده است؟ (سرعت انتشار

صوت در هوا را $۳۴۰ \frac{m}{s}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۷۵۰
(۲) ۱۵۰۰
(۳) ۱۹۵۰
(۴) ۹۵۰

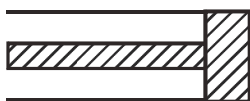
۵۸- اگر دمای مطلق گازی را ۴۴ درصد افزایش دهیم، سرعت انتشار صوت در آن $۷۰ \frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد. سرعت انتشار صوت در گاز قبل از

افزایش دما چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) ۲۸۰
(۲) ۳۵۰
(۳) ۴۲۰
(۴) ۳۲۰

۵۹- در شکل زیر، طول لوله صوتی برابر با ۴۰ cm و طول موج صوت حاصل از دیابازون در هوای درون لوله برابر با ۴۰ cm است. اگر پیستون را

به آرامی از ابتدای لوله به طرف چپ ببریم و از سر دیگر لوله به‌طور کامل خارج کنیم، چند بار صدای صوت حاصل از دیابازون توسط لوله



صوتی تشدید می‌شود؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۶۰- اگر شدت صوتی $۳\sqrt{۵}$ برابر شود، تراز شدت صوت چگونه تغییر می‌کند؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ ، $\log ۳ = ۰/۵$ و اتلاف انرژی نداریم.)

(۱) $۰/۸۵$ برابر می‌شود.

(۲) $۰/۹$ برابر می‌شود.

(۳) $۰/۸۵$ بل افزایش می‌یابد.

(۴) $۰/۹$ بل افزایش می‌یابد.



فیزیک ۳

نمودینامیک / الکتروستاتیک / ساکن /

جریان الکتریکی

صفحه‌های ۱ تا ۱۱۴

فیزیک ۱:

صفحه‌های ۴۶ تا ۷۶

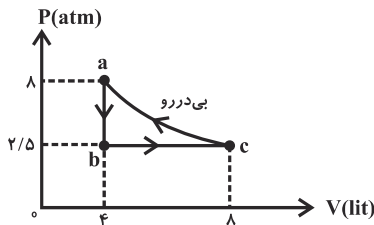
۶۱- دمای ۴ مول گاز کامل دو اتمی را در حجم ثابت از ۲۷°C به ۱۲۷°C می‌رسانیم. تغییر انرژی درونی گاز

طی این فرایند چند کیلوژول است؟ ($C_V = \frac{5}{2}R$ و $R = 8/3 \frac{J}{mol.K}$)

(۱) ۴/۹۸

(۳) ۱۶/۶

۶۲- چرخه‌ای که مقدار معینی گاز کامل تک اتمی در یک یخچال طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟



($C_p = \frac{5}{2}R$ و $C_V = \frac{3}{2}R$)

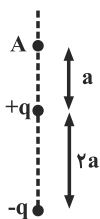
(۱) ۱/۳۲

(۲) ۳/۱۲۵

(۳) ۴/۱۲۵

(۴) ۰/۳۲

۶۳- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو قطبی الکتریکی در نقطه A کدام است؟ (ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)



(۱) $\frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$

(۲) $\frac{8q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$

(۳) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}$

(۴) $\frac{2q}{\pi\epsilon_0 a^2}$

۶۴- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، الکترونی به جرم m را در نقطه‌ای رها می‌کنیم. اگر زمانی که الکترون به اندازه d جابه‌جا شده است،

انرژی جنبشی آن برابر با $\frac{1}{4}mv^2$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی کدام است؟ (e : بار الکترون و از نیروی گرانشی وارد بر الکترون و تمامی

اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)

(۱) $\frac{mv^2}{2ed}$ (۲) $\frac{mv^2}{ed}$ (۳) $\frac{mv^2}{4ed}$ (۴) $\frac{2mv^2}{ed}$

۶۵- دو سر خازن تختی به ظرفیت C که بین صفحات آن هوا است را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل می‌کنیم. اگر دی الکتریکی با ثابت

$\kappa = 2$ را بین صفحات خازن وارد کنیم طوری که تمام فضای بین صفحات را پر کند، به ترتیب از راست به چپ، اختلاف پتانسیل بین

صفحات خازن، ظرفیت خازن، بار الکتریکی ذخیره شده در خازن، انرژی ذخیره شده در خازن و بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات آن

چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{2}, 2, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}, 2, 2, 2, \frac{1}{2}$

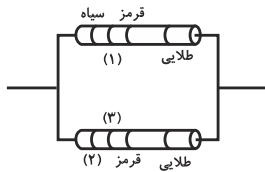
۶۶- دو خازن تخت با ظرفیت‌های $6\mu F$ و $4\mu F$ را به ترتیب با ولتاژهای ۱۰۰۰V و ۵۰۰V پر کرده و سپس آن‌ها را از منبع‌های اولیه جدا می‌کنیم

و صفحات غیرهم‌نام آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. بعد از ایجاد تعادل، اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها برابر با چند ولت خواهد شد؟

(۱) صفر (۲) ۸۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴) ۴۰۰

۶۷- در شکل زیر، مقاومت معادل دو مقاومت ترکیبی برابر با 60Ω است. اگر اندازه یکی از مقاومت‌ها نصف دیگری باشد، رنگ حلقه‌های (۱)

، (۲) و (۳) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



سیاه	قهوه‌ای	قرمز	زرد	خاکستری	سفید
۰	۱	۲	۴	۸	۹

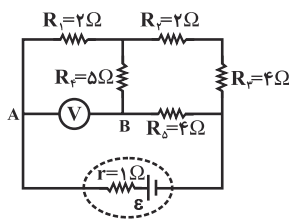
(۱) سفید، قهوه‌ای، خاکستری

(۲) زرد، سیاه، قرمز

(۳) قرمز، سیاه، زرد

(۴) خاکستری، قهوه‌ای، سفید

۶۸- در مدار الکتریکی شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان دهد، توان خروجی مولد چند وات است؟



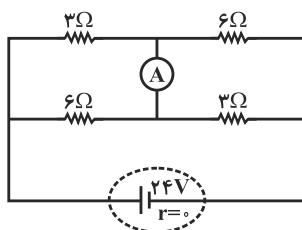
(۱) ۲۱۵

(۲) ۱۶۵

(۳) ۱۴۰

(۴) باید نیروی محرکه مولد (ε) داده شود.

۶۹- در مدار شکل مقابل، آمپرسنج ایده‌آل چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) صفر

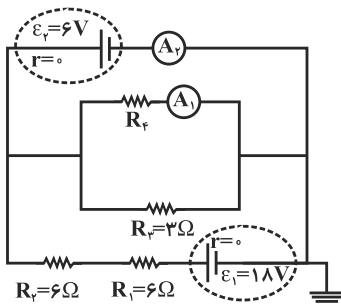
(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۶

۷۰- در مدار شکل زیر اگر عددی که آمپرسنج A_1 نشان می‌دهد برابر با ۱A باشد، عددی که آمپرسنج A_2 نشان می‌دهد، برحسب آمپر

کدام است؟ (مقاومت درونی مولدها ناچیز و آمپرسنج‌ها ایده‌آل هستند.)



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) صفر

(۴) ۳

فیزیک ۲

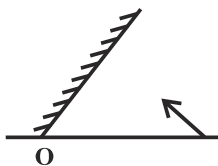
فیزیک ۱:
انرژی / نورشناخت
صفحه‌های ۱ تا ۲۶
و ۷۷ تا ۱۴۶

فیزیک ۲:
کار و انرژی
ویژگی‌های ماده
صفحه‌های ۷۶ تا ۱۱۷

۷۱- در شکل زیر زاویه بین امتداد جسم و امتداد تصویرش در آینه تخت ۶۰ درجه است. آینه را با فرض

ثابت بودن جسم چند درجه و در چه جهتی حول نقطه O بچرخانیم تا امتداد جسم و تصویرش بر هم

عمود شوند؟ (شکل به صورت تقریبی رسم شده است.)



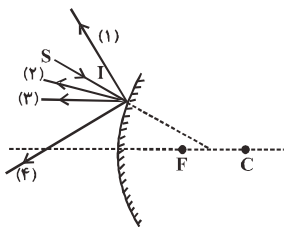
(۱) ۱۵ - ساعتگرد

(۲) ۱۵ - پادساعتگرد

(۳) ۳۰ - ساعتگرد

(۴) ۳۰ - پادساعتگرد

۷۲- با توجه به شکل زیر، بازتاب پرتوی SI از سطح آینه کوژ، مطابق کدام پرتو می‌تواند باشد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۳- جسمی در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از یک آینه مقعر به فاصله کانونی ۲۰ سانتی‌متر و عمود بر محور اصلی آن واقع است. جسم را چند

سانتی‌متر به آینه نزدیک کنیم تا طول تصویر در حالت دوم برابر با طول تصویر در حالت اول شود؟

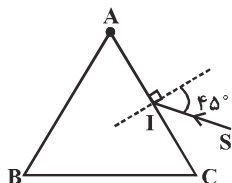
(۱) ۲۰

(۲) ۱۵

(۳) ۱۰

(۴) ۵

۷۴- مطابق شکل زیر، پرتوی تک‌رنگ SI، به یک منشور با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع می‌تابد. اگر ضریب شکست محیط منشور برابر $\sqrt{2}$



باشد، پرتوی خروجی از منشور چند درجه نسبت به پرتوی SI، منحرف شده است؟

(۱) صفر

(۲) ۳۰

(۳) ۶۰

(۴) ۹۰

۷۵- اگر جسمی را که در مقابل یک عدسی واگرا روی محور اصلی آن قرار دارد، به طرف عدسی حرکت دهیم، بزرگ‌نمایی تصویر از $\frac{1}{5}$

به $\frac{1}{3}$ می‌رسد. فاصله کانونی عدسی چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۵

(۲) ۱۰

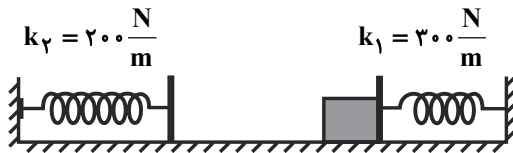
(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

۷۶- اگر اندازه سرعت کامیونی نصف اندازه سرعت یک اتومبیل و جرم آن دو برابر جرم اتومبیل باشد، انرژی جنبشی کامیون چند درصد کمتر از انرژی جنبشی اتومبیل است؟

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۷۵
(۳) ۵۰
(۴) ۲۵

۷۷- در شکل زیر ابتدا جسم را روی سطح افقی به فنر اول به اندازه ۲۰cm فشرده و سپس رها می‌کنیم. جسم به طرف فنر دوم رفته و آن را حداکثر به اندازه ۲۰cm فشرده می‌کند. کار نیروی اصطکاک در طول این مسیر چند ژول است؟ (جرم فنرها ناچیز فرض شود).



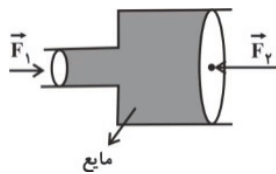
- (۱) صفر
(۲) -۱
(۳) -۱/۵
(۴) -۲

۷۸- در عمق ۳ متری از یک مایع، فشار کل برابر با ۲۷۵ سانتی‌متر جیوه است. اگر فشار هوا روی سطح مایع برابر با ۷۵cmHg و چگالی

جیوه $\frac{kg}{m^3}$ ۱۳۵۰۰ باشد، چگالی این مایع چند واحد SI است؟

- (۱) ۱۸۰۰
(۲) ۶۰۰۰
(۳) ۹۰۰۰
(۴) ۴۵۰۰

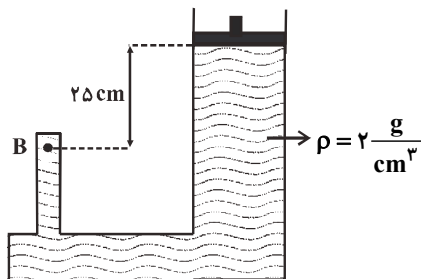
۷۹- در شکل زیر، سطح مقطع پیستون کوچک تر $\frac{1}{5}$ سطح مقطع پیستون بزرگ تر و مایع درون ظرف ساکن است. اگر F_1 به نیروی F_2 اضافه کنیم، نیروی F_2 را چند نیوتون باید تغییر دهیم تا مایع درون ظرف ساکن بماند؟ (اصطکاک ناچیز است).



- (۱) ۴
(۲) ۱۰۰
(۳) ۲۰
(۴) ۵۰۰

۸۰- در شکل زیر، جرم پیستون ۲۰kg، سطح مقطع آن 4 cm^2 و چگالی مایع $2\frac{g}{\text{cm}^3}$ است. اختلاف فشار نقطه‌ی B با فشار هوای محیط

چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

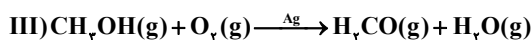
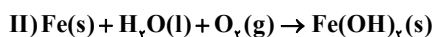


- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۵۵
(۴) ۵۰۵

شیمی پیش دانشگاهی

الکتروشیمی
صفحه‌های
۱۱۳ تا ۱۰۴

۸۱- با توجه به واکنش‌های زیر کدام گزینه نادرست است؟ (واکنش‌ها موازنه نشده‌اند).



(۱) در واکنش I کلر هم نقش کاهنده و هم نقش اکسنده دارد و مجموع ضرایب فرآورده‌ها در آن ۹ می‌باشد.

(۲) واکنش II در جهت رفت خودبه‌خودی و در جهت برگشت غیر خودبه‌خودی است.

(۳) در واکنش III تغییر عدد اکسایش کربن برابر عدد اکسایش کربن گروه عاملی در کتون‌ها است.

(۴) تعداد الکترون‌های مبادله شده در واکنش II و III برابر نیست.

۸۲- اگر بر سطح آهن سفید و حلیبی، خراشی ایجاد شود، به طوری که آهن در معرض هوا و رطوبت قرار گیرد، آن‌گاه ...

(۱) یک سلول الکترولیتی ایجاد می‌شود که رطوبت هوا، الکترولیت آن است.

(۲) یک سلول گالوانی ایجاد می‌شود که نیم‌واکنش اکسایش آن به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$ است.

(۳) در آهن سفید، آهن می‌تواند توسط روی حفاظت کاتدی شود اما در حلیبی آهن خورده می‌شود.

(۴) در حلیبی نیم‌واکنش اکسایش به صورت $\text{Sn}(\text{s}) \rightarrow \text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^-$ است.

۸۳- با توجه به شکل زیر که مربوط به فرایند خوردگی آهن است، کدام عبارت درست است؟

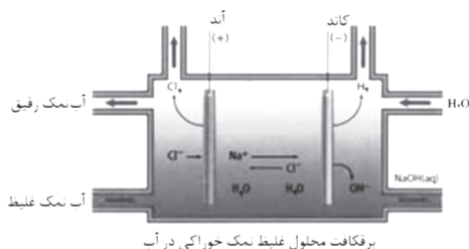
(۱) a و c به ترتیب $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ و $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot x\text{H}_2\text{O}$ می‌باشد.

(۲) زنگ آهن در پایگاه آندی که غلظت اکسیژن زیاد است تشکیل می‌شود.

(۳) نیم‌واکنش کاتدی در آن به صورت: $2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{OH}^-(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$ می‌باشد.

(۴) همان b همان $\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s})$ است که به وسیله اکسیژن و در مجاورت آب، به $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ اکسید می‌شود.

۸۴- اگر در برقکافت نشان داده شده در شکل زیر، غلظت ... از صفر به ۰/۲ مول بر لیتر برسد، چند لیتر گاز کلر در شرایط استاندارد، تولید خواهد شد؟ (حجم محلول ۵۰۰ میلی لیتر)



(۱) $2/24 - \text{NaOH}$

(۲) $1/12 - \text{NaOH}$

(۳) $2/24 - \text{NaCl}$

(۴) $1/12 - \text{NaCl}$

۸۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) زنگ آهن در اطراف پایگاه کاتدی که غلظت اکسیژن زیاد است، تشکیل می‌شود.
- ۲) در زنگ‌زدن آهن، یون‌ها در مدار بیرونی (رسانای یونی) جریان یافته و مدار الکتریکی را کامل می‌کنند.
- ۳) هنگامی که فلز آهن دچار خوردگی شده و به زنگ آهن تبدیل می‌شود، عدد اکسایش آن طی یک مرحله افزایش می‌یابد.
- ۴) بارش باران موجب اسیدی‌شدن محیط آبی و افزایش سرعت زنگ‌زدن آهن می‌شود.

۸۶- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست‌اند؟

- آ) سلول‌های گالوانی نوع اول برخلاف سلول‌های گالوانی نوع دوم یک‌بار مصرف بوده و قابل شارژ نیستند.
- ب) سلول‌های انبارهای به هنگام شارژ شدن تبدیل به یک سلول گالوانی می‌شوند.
- پ) هنگام استفاده از سلول‌های گالوانی نوع دوم، واکنش‌های خودبه‌خودی انجام شده در مرحله شارژ شدن، در جهت معکوس رانده می‌شود.
- ت) باتری‌ها و سلول‌های سوختی که منبع انرژی الکتروشیمیایی می‌باشند با تمام شدن واکنش‌دهنده‌های موجود در آن‌ها غیرفعال می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

ترمودینامیک شیمیایی
صفحه‌های ۵۸ تا ۷۲

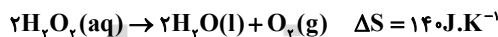
شیمی ۳

۸۷- چند مورد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف- از گرماسنج لیوانی برای اندازه‌گیری گرمای یک واکنش در فشار ثابت استفاده می‌شود.
- ب- هم‌زن و دماسنج از اجزای سازنده مشترک میان گرماسنج‌های لیوانی و بمبی هستند.
- پ- با استفاده از قانون هس ΔH° واکنش را می‌توان از جمع جبری اندازه ΔH° همه واکنش‌های تشکیل‌دهنده آن به دست آورد.
- ت- NO و CO دو گاز آلاینده هوا هستند که از آگزوز خودروها خارج می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۸- با استفاده از داده‌های زیر ΔG واکنش زیر در دمای 27°C برابر چند کیلوژول است؟



فرمول شیمیایی	ΔH° (kJ.mol ⁻¹) تشکیل
H ₂ O	-۲۸۶
H ₂ O _۲	-۱۹۱/۵

۱۱۲۳۰ (۱)

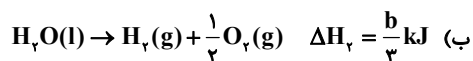
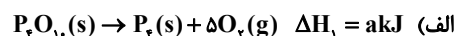
-۲۳۱ (۲)

-۱۹۲ / ۷۸ (۳)

+۱۹۲ / ۷۸ (۴)

۸۹- با توجه به واکنش‌های زیر برای تشکیل ۱۹۶ گرم فسفریک اسید از عناصر سازنده‌اش، چند کیلوژول گرما با محیط مبادله می‌شود؟

$$(\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{P} = 31; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



$$\frac{c - a - 2b}{2} \quad (\text{۴})$$

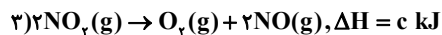
$$c - a - 2b \quad (\text{۳})$$

$$c - 3a - 2b \quad (\text{۲})$$

$$\frac{c - a - 2b}{4} \quad (\text{۱})$$



۹۰- نیتریک اسید به صورت صنعتی از اکسایش آمونیاک تهیه می‌شود. مقدار گرمای مبادله شده با یکای kJ برای تهیه هر مول نیتریک اسید با استفاده از واکنش: $\text{NH}_3(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{HNO}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، کدام است؟



$$\frac{a + 2b + 3c}{2} \quad (2) \qquad \frac{a - b - 3c}{2} \quad (1)$$

$$\frac{a - 2b - 3c}{4} \quad (4) \qquad \frac{-a + b + 3c}{4} \quad (3)$$

۹۱- واکنش $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ، با وجود این که با آنتروپی همراه است، اما به دلیل این که در آن، بر غلبه دارد، به طور خودبه‌خودی پیشرفت دارد.

- (۱) کاهش - کاهش سطح انرژی - کاهش آنتروپی
 (۲) کاهش - افزایش سطح انرژی - کاهش آنتروپی
 (۳) افزایش - کاهش سطح انرژی - افزایش آنتروپی
 (۴) افزایش - افزایش سطح انرژی - افزایش آنتروپی

شیمی ۲

ترکیب‌های کووالانسی
صفحه‌های ۸۲ تا ۹۲

۹۲- کدام گزینه همواره صحیح می‌باشد؟

- (۱) بیش تر بودن نقطه جوش H_2O نسبت به HF به دلیل بیش تر بودن جرم H_2O نسبت به HF می‌باشد.
 (۲) هیدروژن سولفید مانند متانول دارای نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی می‌باشد.
 (۳) نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن دار گروه هفدهم به‌طور منظم از بالا به پایین به دلیل افزایش جرم، افزایش می‌یابند.
 (۴) تمام ترکیب‌های هیدروژن دار عناصر گروه ۱۵ در تناوب‌های ۲ تا ۵ قطبی بوده و ترکیب NH_3 دومین ترکیب با بیش ترین نقطه جوش در میان این ترکیبات است.

۹۳- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

- فاصله بین اتم‌ها در پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب کوتاه‌تر از پیوند کووالانسی بین اتم‌های آن است.
- در بین مولکول‌های عناصر دو اتمی، همواره جاذبه از نوع لوندون برقرار است.
- ترتیب نقطه جوش ترکیبات هیدروژن دار گروه ۱۴ با گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ متفاوت است.
- نیروهای بین مولکولی در NH_3 به دلیل هیدروژنی بودن، قوی تر از SbH_3 است.

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۹۴- دلیل اصلی ناقطبی بودن مولکول BF_3 که ساختاری مشابه مولکول SO_2 دارد، کدام است؟

- (۱) یکسان بودن پیوندها
 (۲) ناقطبی بودن پیوندها
 (۳) نبودن جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی و ساختار مسطح مثلثی
 (۴) زیاد بودن شمار الکترون‌های ناپیوندی لایه ظرفیت اتم‌های فلور

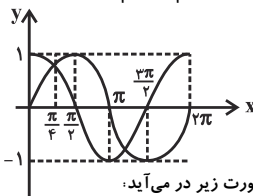
۹۵- کدام عبارت درباره HF ، H_2O ، NH_3 و CH_4 نادرست است؟

- (۱) بالا بودن نقطه جوش H_2O نسبت به NH_3 به دلیل بیش تر بودن جرم مولکولی H_2O است.
 (۲) HF در مقایسه با سه ترکیب دیگر، قوی ترین پیوند هیدروژنی را تشکیل می‌دهد.
 (۳) مقایسه میزان قطبی بودن پیوندها در این ترکیب‌ها به صورت $\text{HF} > \text{H}_2\text{O} > \text{NH}_3 > \text{CH}_4$ است.
 (۴) به دلیل ناتوانی مولکول CH_4 در تشکیل پیوند هیدروژنی، متان پایین ترین دمای جوش را بین این ترکیب‌ها دارد.

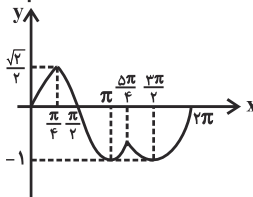
دیفرانسیل

گزینه «4»

ابتدا نمودارهای $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ را رسم می‌کنیم:



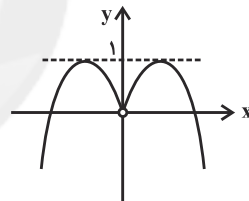
بنابراین تابع $y = \min\{\sin x, \cos x\}$ به صورت زیر در می‌آید:



تابع در بازه $(0, 2\pi)$ در نقاطی به طول‌های $\frac{\pi}{4}$ و π و $\frac{5\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ اکسترمم نسبی دارد.

گزینه «3»

نمودار تابع $y = 2|x| - x^2$ و $x \neq 0$ به شکل زیر است. واضح است که اگر $k = f(0)$ در بازه $(0, 1)$ باشد، تابع در $x = 0$ دارای ماکزیمم نسبی است ولی ماکزیمم مطلق ندارد.



توجه کنید که اگر $k \geq 1$ باشد، آن‌گاه تابع در $x = 0$ هم ماکزیمم نسبی و هم ماکزیمم مطلق دارد و اگر $k \leq 0$ باشد، تابع در $x = 0$ دارای مینیمم نسبی است.

گزینه «3»

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 4)(x^2 - 6x + 5)$$

$$= (x+1)(x-1) \underbrace{(x^2 - 3x + 4)}_{\Delta < 0} \underbrace{(x-5)(x-\Delta)}_{\Delta < 0} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

همواره مثبت

x	-1	1	5
$(x-1)^2(x^2-3x+4)$	+	+	+
$(x+1)(x-5)$	+	-	+
P	+	-	+
	↗	↘	↗
	نسبی Max	نسبی Min	

مشتق تابع در نقاطی به طول -1 و 5 تغییر علامت می‌دهد، پس f در این نقاط اکسترمم نسبی دارد ولی f' در $x = 1$ تغییر علامت نمی‌دهد، پس f در $x = 1$ اکسترمم نسبی ندارد.

گزینه «2»

$$y' = 2xe^{-x^2} + x^2(-2xe^{-x^2}) = 2xe^{-x^2}(1-x^2) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1$$

مشتق را تعیین علامت می‌کنیم. می‌دانیم e^{-x^2} عبارتی همواره مثبت است، پس:

x	-1	0	1
x	-	0	+
$1-x^2$	-	+	-
y'	+	-	-
	↗ max	↘ min	↘ max

تابع در نقاطی به طول $x = \pm 1$ دارای ماکزیمم نسبی و در نقطه‌ای به طول $x = 0$ دارای مینیمم نسبی است.

گزینه «1»

مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = -1\delta \sin 3x + \delta k \sin \delta x \Rightarrow f'(\pi) = 0$$

مشتق دوم تابع را حساب می‌کنیم:

$$f''(x) = -4\delta \cos 3x + 2\delta k \cos \delta x \Rightarrow f''(\pi) = 4\delta - 2\delta k$$

اگر $f''(\pi) > 0$ باشد، آن‌گاه طبق آزمون مشتق دوم، f در $x = \pi$ مینیمم نسبی خواهد داشت. یعنی:

$$4\delta - 2\delta k > 0 \Rightarrow k < \frac{2}{1}$$

بنابراین به ازای $k = 1$ ، تابع در $x = \pi$ دارای مینیمم نسبی است.

گزینه «4»

مشتق اول و دوم تابع را حساب می‌کنیم:

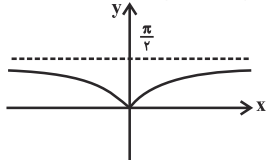
$$f'(x) = 2x + \frac{2}{\sqrt{x^2}}, \quad f''(x) = 2 - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$$

علامت $f'(x)$ و $f''(x)$ در همسایگی $x = 1$ به صورت زیر است:

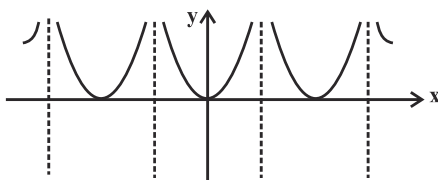
x	1
$f'(x)$	+
$f''(x)$	-

بنابراین در اطراف $x = 1$ تابع صعودی است و در همسایگی چپ آن دارای تقعر به سمت پایین و در همسایگی راست آن دارای تقعر به سمت بالاست.

گزینه «3» نمودار تابع $y = |\tan^{-1} x|$ و $y = |\tan^{-1} x|$ به شکل مقابل است و واضح است که نقطه عطف ندارند.



نمودار تابع $y = |\tan x|$ به شکل زیر است بنابراین این تابع نیز عطف ندارد.



۱۵ → $5 \leq \Delta x < 6 \Rightarrow |\Delta x| = 5$

۱۲- گزینه «۱»

چون $D_f = [-1, 1]$ پس $-1 \leq |x| \leq 1$ ، در نتیجه:

$$y = f(|x|) = \begin{cases} 0 & ; -1 \leq x < 0 \\ 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

یا $\begin{cases} |x| = -1 \\ |x| = 0 \\ |x| = 1 \end{cases}$

۱۳- گزینه «۳»

$3x - 2x = 6 \Rightarrow x = 6$ اگر x صحیح باشد.

$3|x| + 2(-|x| - 1) = 6 \Rightarrow |x| = 8$ اگر x غیر صحیح باشد.

$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 8 < x < 9$

پس در کل جواب معادله $\{6\} \cup (8, 9)$ می باشد.

$\Rightarrow a = 8, b = 9, c = 6$

$\Rightarrow a + b - c = 11$

۱۴- گزینه «۳»

$$\frac{2 \sin x + 3 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\cos x (2 \frac{\sin x}{\cos x} + 3)}{\cos x (2 \frac{\sin x}{\cos x} - 3)} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan x + 3}{2 \tan x - 3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4 \tan x + 6 = -2 \tan x + 3$$

$$\Rightarrow 6 \tan x = -3 \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(-\frac{1}{2})}{1 - (-\frac{1}{2})^2} = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{4}{3}$$

۱۵- گزینه «۱»

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \alpha = 2^\circ \rightarrow \cos 4^\circ = \frac{1 - \tan^2 2^\circ}{1 + \tan^2 2^\circ}$$

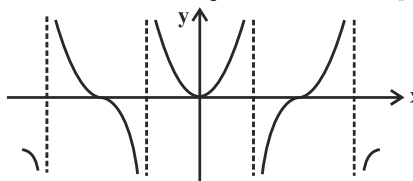
$$= \frac{1 - \cot^2 2^\circ}{1 + \cot^2 2^\circ} = \frac{1 - a^2}{1 + a^2} \Rightarrow \cot 2^\circ = a$$

۱۶- گزینه «۳»

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10}}{1} = \frac{2 \cos \frac{\pi}{10} \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10}}{2 \cos \frac{\pi}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{10}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{5})}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{1}{4} \left(\frac{\cos \frac{\pi}{10}}{\cos \frac{\pi}{10}} \right) = \frac{1}{4}$$

نمودار تابع $y = \tan|x|$ به شکل زیر است و واضح است که در تمام نقاطی که نمودار محور طول ها را قطع می کند (غیر از $x=0$) تابع دارای عطف است.



۸- گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \cot \frac{x}{2}$$

تابع $y = \cot u$ در $u = k\pi + \frac{\pi}{2}$ دارای عطف است. بنابراین:

$$\frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

در بازه $(0, 2\pi)$ تنها $x = \pi$ طول نقطه عطف تابع است.

۹- گزینه «۴»

حجم مکعب $V = x.y.z \Rightarrow V' = x'y.z + xy'z + xyz'$

$$\Rightarrow 77/1 = (0/0.9)(b) + (6)(0/0.7)(b) + (6)(9)(1/2)$$

$$\Rightarrow 77/1 = 0/81b + 0/42b + 64/8$$

$$\Rightarrow 77/1 = 1/23b + 64/8 \Rightarrow b = 10$$

۱۰- گزینه «۳»

$$L^2 = l^2 + l^2 - 2(l)(l) \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2-L^2}{2} \right)$$

$$S = \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت قطاع} = \pi r^2 \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right) - \frac{1}{2} (l)(l) \sin \alpha$$

$$= \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \alpha}{2}$$

$$\frac{dS}{dL} = \frac{dS}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dL} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos \alpha}{2} \right) \left(\frac{\frac{2L}{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2-L^2}{2} \right)^2}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{L^2}{2} \right) \frac{2L}{\sqrt{4 - (2-L^2)^2}} = \frac{L^2}{2\sqrt{4L^2 - L^4}} = \frac{L^2}{2\sqrt{4-L^2}}$$

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۳»

$$\left| \frac{x}{3-2x} \right| = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{3-2x} < 2 \Rightarrow 1 \geq \frac{3-2x}{x} > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 \geq \frac{3}{x} - 2 > \frac{1}{2} \Rightarrow 3 \geq \frac{3}{x} > \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{x}{3} < \frac{2}{5}$$

۱۷- گزینه «۲»

و اگر $x < 0$ باشد، باید برد تابع $f(x) = \tan^{-1} x - \frac{\pi}{4}$ را حساب کنیم که چون

$$-\pi < f(x) < -\frac{\pi}{4} \text{ است. بنابراین } -\frac{\pi}{4} < \tan^{-1} x < 0$$

پس برد تابع به شکل زیر است:

$$R_f = (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{4}, \pi)$$

۲۰- گزینه «۲»

اگر فرض کنیم $\sin^{-1} x = \alpha$ ، آن گاه $\sin \alpha = x$ و در نتیجه:

$$\cos(\sin^{-1} x) = \cos(\alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - x^2$$

بنابراین باید معادله $1 - 2x^2 = 2 - 3x$ را با شرط $1 \geq x \geq \frac{1}{2}$ را حل کنیم.

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{2}$$

بنابراین مجموع جوابها برابر $\frac{3}{2}$ است.

هندسه تحلیلی

۲۱- گزینه «۲»

$$1) (A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|} A, N = (A^*)^t \Rightarrow N^{-1} = (\frac{1}{|A|} A)^t = \frac{1}{|A|} A^t$$

$$2) AA^* = A^* A = |A| I = \begin{vmatrix} |A| & 0 & 0 \\ 0 & |A| & 0 \\ 0 & 0 & |A| \end{vmatrix}$$

چون $|A^*| = |N| = |A|^{n-1}$ داریم:

$$3) |A^* N^{-1}| = |A^*| |N^{-1}| = |A|^{n-1} \times \frac{1}{|A|^{n-1}} = 1$$

$$4) |A^t| = |A|, |(A^t)^{-1}| = |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

۲۲- گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

۲۳- گزینه «۳»

$$(a_{rr})^* = \Delta_{rr} = (-1)^{r+r} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

۲۴- گزینه «۴»

روش ساروس:

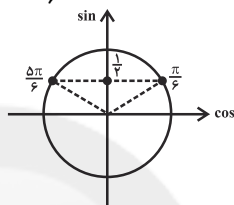
$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) = (\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 = (\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x$$

$$\sin 2x = 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \sin 2x = 1 - \sin 2x \Rightarrow 2 \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 2x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

توجه کنید معادله $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ در یک دور از دایره مثلثاتی دو جواب $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و



$\alpha = \frac{5\pi}{6}$ را دارد.

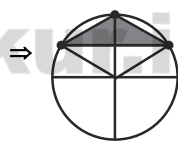
۱۸- گزینه «۳»

$$\cos 2x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin x = 1 \Rightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Unit circle diagram showing } \sin x = 1 \text{ at } x = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Unit circle diagram showing } \sin x = \frac{1}{2} \text{ at } x = \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + (\pi - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \text{Unit circle diagram showing } \sin x = \frac{1}{2} \text{ at } x = \frac{5\pi}{6} \end{array}$$



۱۹- گزینه «۳»

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

می‌دانیم اگر $x > 0$ باشد، آن گاه،

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$$

و اگر $x < 0$ باشد، آن گاه،

بنابراین اگر $x > 0$ باشد، باید برد تابع $f(x) = \tan^{-1} x + \frac{\pi}{4}$ را حساب کنیم که

$$\frac{\pi}{4} < f(x) < \pi \text{ است. بنابراین } 0 < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{4}$$

۲۸- گزینه «۲»

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* \Rightarrow A^{-1} = |A^{-1}| A^*$$

$$\xrightarrow{A \times A^{-1}} |A^{-1}| = |A^{-1}| |A^*| \Rightarrow |A^{-1}| = |A^{-1}|^2 |A^*|$$

$$\Rightarrow 1 = |A^{-1}|^2 |A^*| \Rightarrow |A^*| = \frac{1}{|A^{-1}|^2}$$

$$\Rightarrow |A^*| = |A|^2$$

$$|A \cdot A^*| = 216 \Rightarrow |A^*| \cdot |A| = 216$$

$$\Rightarrow |A^*| = \frac{216}{|A|}$$

$$\begin{cases} |A^*| = |A|^2 \\ |A^*| = \frac{216}{|A|} \end{cases} \Rightarrow |A|^2 = \frac{216}{|A|} \Rightarrow |A|^3 = 216 = 6^3 \Rightarrow |A| = 6$$

۲۹- گزینه «۱»

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t = \left(\frac{1}{|A|} A^*\right)^t = \frac{1}{|A|^t} (A^*)^t$$

$$|A^*| = |A|^2 \Rightarrow 12 - 8 = |A|^2 \Rightarrow |A| = 2$$

$$(A^t)^{-1} = \frac{1}{2^3} \begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^t)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

۳۰- گزینه «۱»

$$ABA^{-1} - \lambda I = (AB - \lambda A)A^{-1} = A(B - \lambda I)A^{-1}$$

$$\Rightarrow |ABA^{-1} - \lambda I| = |A| |B - \lambda I| |A^{-1}|$$

$$\left. \begin{aligned} |A| \cdot |A^{-1}| &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow |ABA^{-1} - \lambda I| = |B - \lambda I|$$

$$B - \lambda I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ 1 & 1-\lambda \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |B - \lambda I| = -\lambda + \lambda^2$$

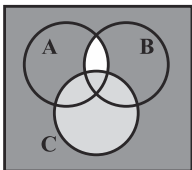
ریاضی گسسته

۳۱- گزینه «۴»

A و B رخ دهند یعنی $A \cap B$ و C رخ ندهد یعنی C' . پس پیشامد صورت سوال $(A \cap B) \cap C'$ است که مکمل آن در سوال، خواسته شده است.

$$((A \cap B) \cap C')' \text{ دمرگان } (A \cap B)' \cup C$$

$$= (A' \cup B') \cup C$$



$$|A| = |(x+a)(x-a) - x - x| - |1 + x(x-a) + x(x+a)|$$

$$\Rightarrow |A| = -x^2 - 2x - a^2 - 1$$

$$\Delta = 4 - 4a^2 - 4 = -4a^2$$

برای این که ماتریس A وارون پذیر باشد لازم است که معادله $|A| = 0$ جواب نداشته باشد. یعنی $\Delta = -4a^2 < 0$ در نتیجه $a \neq 0$.

۲۵- گزینه «۳»

اگر A ماتریس تبدیل $T(x, y) = (2x - y, 3x - 4y)$ باشد. آنگاه وارون A، یعنی A^{-1} ، ماتریس تبدیل $R(x, y) = (2x - y, 3x - 4y)$ خواهد بود. لذا

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

بنابراین $A = (A^{-1})^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ لذا معادله مسئله تبدیل می شود به:

$$\alpha A^{-1} + \beta I = A \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha & -\alpha \\ 3\alpha & -4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \beta = \frac{4}{5} \\ -\alpha = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{2}{5}$$

۲۶- گزینه «۱»

$$X = P^{-1}AP \Rightarrow X^n = P^{-1}A^nP$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\frac{1389}{-1388} \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 347 & 347 \end{vmatrix} \Rightarrow A^{1389} = A^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۲۷- گزینه «۴»

داریم: $B(A^{-1} + B^{-1})A = A + B$ حال اگر از طرفین دترمینان بگیریم داریم:

$$|B(A^{-1} + B^{-1})A| = |B + A| = |A + B|$$

$$\Rightarrow |AB| = \frac{|A + B|}{|A^{-1} + B^{-1}|} \Rightarrow |AI| = \frac{|A + I|}{|A^{-1} + I^{-1}|}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{|A + I|}{|A^{-1} + I|}$$

$$\xrightarrow{|A| = |A^t|} |A^t| = \frac{|A + I|}{|A^{-1} + I|} \Rightarrow |A^t| = \frac{a}{b}$$

۳۲- گزینه «۴»

$$n(S) = 6^3$$

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \underset{\substack{\text{انتخاب} \\ \text{۲ تاس از} \\ \text{۳ تاس}}}{6} \times \underset{\substack{\text{تاس‌های} \\ \text{شبه هم} \\ \text{دارد.}}}{6} \times \underset{\substack{\text{تاسی که متفاوت} \\ \text{است} \\ \text{دارد.}}}{5}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3 \times 6 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{12}$$

۳۳- گزینه «۲»

اگر پیشامد A را اصابت حداقل یک تیر به هدف در نظر بگیریم، آن گاه پیشامد A' آن است که هیچ تیری به هدف برخورد نکند. داریم:

$$P(A') = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

۳۴- گزینه «۲»

مطابق فرض، احتمال رو شدن عدد ۱ با ۱/۳ و احتمال رو شدن عدد ۲ با ۲/۳ و ... احتمال رو شدن عدد ۱۰ با ۱۰/۳ متناسبند و از طرفی مضارب ۵ در این مجموعه عبارتند از ۱۰ و ۵ که احتمال آن بنابه فرض برابر است با:

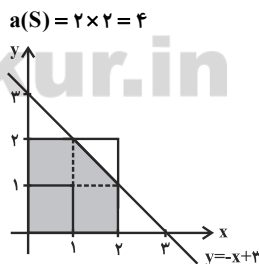
$$P(A) = \frac{1 \cdot 3 + 5 \cdot 3}{1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + \dots + 10 \cdot 3} = \frac{11 \cdot 3}{3 \cdot 25} = \frac{45}{75}$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

تذکر:

۳۵- گزینه «۴»

اگر دو عدد را X و Y در نظر بگیریم، باید $x + y < 3$ باشد. فضای نمونه‌ای، مساحت مربعی به ضلع ۲ است.



پیشامد تصادفی هم قسمت هاشور خورده است که کافی است مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ضلع ۱ را از فضای نمونه ای کم کنیم. پس داریم:

$$a(A) = 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{7}{2}$$

پس داریم:

$$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{7}{4} = \frac{7}{8}$$

۳۶- گزینه «۳»

$$P(A) = \frac{\binom{1000}{14}}{\binom{1000}{14}} = \frac{71}{1000}$$

$$P(B) = \frac{\binom{1000}{35}}{\binom{1000}{35}} = \frac{28}{1000}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{1000}{70}}{\binom{1000}{70}} = \frac{14}{1000} \quad (\text{ک.م.م. ۱۴ و ۳۵ برابر ۷۰ است.})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{71 + 28 - 14}{1000} = \frac{85}{1000}$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - \frac{85}{1000} = \frac{915}{1000}$$

۳۷- گزینه «۴»

$$S = \{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3), (1, 5), (5, 1), (3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4), (6, 6)\}$$

حالت‌های $A = \{(3, 3), (1, 5), (5, 1)\}$ قابل قبول می‌باشند.

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

۳۸- گزینه «۴»

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B، دو پیشامد A و B' نیز مستقل هستند و داریم:

$$P(A) = 3P(A \cap B') \Rightarrow P(A) = 3P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A | B) = \frac{1}{5} \xrightarrow{B \text{ و } A \text{ مستقل‌اند}} P(A) = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{3 + 10 - 2}{15} = \frac{11}{15}$$

۳۹- گزینه «۲»

$$P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \quad \text{و} \quad P(B) = \frac{x+y}{45}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad \text{چون } A \text{ و } B \text{ مستقل‌اند، پس داریم:}$$

$$P(A \cap B) = \frac{x}{45} \Rightarrow \frac{4}{9} \times \frac{x+y}{45} = \frac{x}{45} \Rightarrow 4x = 4y$$

۴۰- گزینه «۳»

پیشامد A را آماده شدن به موقع بسته برای ارسال و پیشامد B را به موقع به دست مشتری رسیدن بسته در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(B | A) = \frac{.7/8}{.7/9} = \frac{8}{9}$$

هندسه ۲

گزینه «۱»

$$54^\circ = 21 \times \frac{36^\circ}{n} \Rightarrow n = 14$$

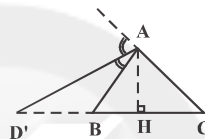
$$\text{تعداد قطرهای } 14 \text{ ضلعی محدب} = \frac{14 \times (14 - 3)}{2} = 77$$

گزینه «۲»

مطابق شکل و با توجه به متن درس، از آنجا که AD' نیمساز خارجی زاویه A است، داریم:

$$\frac{BD'}{CD'} = \frac{AB}{AC}$$

می‌دانیم که کوچک‌ترین زاویه خارجی یک مثلث، متناظر با بزرگ‌ترین زاویه داخلی آن است. در شکل زیر فرض کنید $AB = 3$ و $AC = 5$ ، $BC = 6$.



از آنجا که دو مثلث $AD'B$ و $AD'C$ دارای ارتفاع مشترک AH هستند، نسبت مساحت‌های آن‌ها، برابر با نسبت قاعده‌های نظیر این ارتفاع مشترک است:

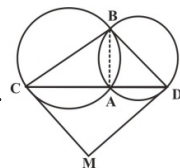
$$\frac{S(\triangle AD'B)}{S(\triangle AD'C)} = \frac{BD'}{CD'} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{S(\triangle AD'B)}{S(\triangle AD'C)} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S(\triangle AD'B)}{S(\triangle AD'C) - S(\triangle AD'B)} = \frac{3}{5-3} \Rightarrow \frac{S(\triangle AD'B)}{S(\triangle ABC)} = \frac{3}{2}$$

گزینه «۱»

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{DCM} \Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \widehat{ABC} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{CDM} \Rightarrow \widehat{CDM} = \widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \\ \widehat{ABD} \end{array} \right.$$



$$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DBA} + \widehat{CBA} = \widehat{MDC} + \widehat{MCD} \quad (1)$$

$$\widehat{MCD} : \widehat{MCD} + \widehat{MDC} + \widehat{CMD} = 180^\circ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{CMD}$$

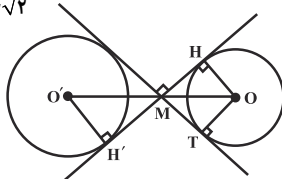
پس این دو زاویه رو به رو، در چهارضلعی $BCMD$ مکمل یکدیگرند. در نتیجه دو زاویه دیگر هم مکمل‌اند که نشان می‌دهد $BCMD$ چهارضلعی محاطی است. با توجه به نامساوی‌های داده شده، $CB + DM > CM + DB$ است و چهارضلعی قطعاً محیطی نیست.

گزینه «۱»

با توجه به همنهشتی دو مثلث OMH و OMT و عمود بودن MH بر MT ، $\widehat{OMH} = 45^\circ$ است و چون زاویه $\widehat{O'MH'}$ با این زاویه متقابل به رأس است، پس $\widehat{O'MH'} = 45^\circ$. در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، طول وتر $\sqrt{2}$ برابر طول اضلاع قائمه است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OMH : OH = R = 2 \Rightarrow OM = 2\sqrt{2} \\ \triangle O'MH' : O'H' = R' = 4 \Rightarrow O'M = 4\sqrt{2} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow OO' = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$



گزینه «۴»

$$T(x, y) = (x - a, 2y + 3b)$$

$$T(2, 5) = (1, -2) \Rightarrow (2 - a, 10 + 3b) = (1, -2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - a = 1 \\ 10 + 3b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow T(x, y) = (x - 1, 2y - 12)$$

پس اگر $T(x, y) = (5, 2)$ باشد، آن‌گاه:

$$(x - 1, 2y - 12) = (5, 2) \Rightarrow x = 6, y = 7$$

گزینه «۱»

دو نقطه از خط $2y + x = 2$ را انتخاب می‌کنیم. به عنوان مثال نقاط $(0, 1)$ و $(2, 0)$ را انتخاب کردیم، تصویر این نقاط تحت تجانس D به صورت زیر خواهند بود.

$$(0, 1) \xrightarrow{D} (0, 2)$$

$$(2, 0) \xrightarrow{D} (4, 0)$$

از طرفی چون $y = -x$ نیم‌ساز ربع دوم و چهارم است، قرینه نقطه (a, b) نسبت به این خط برابر است با $(-b, -a)$. یعنی:

$$(0, 2) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } y = -x} (-2, 0)$$

$$(4, 0) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } y = -x} (0, -4)$$

حال معادله خط گذرنده از دو نقطه $(-2, 0)$ و $(0, -4)$ را می‌نویسیم:

$$y + 4 = \frac{-4 - 0}{0 - (-2)}(x - 0) \Rightarrow y + 2x + 4 = 0$$

گزینه «۴»

ابتدا مسأله را حل شده در نظر گرفته و فرض کنید دو نقطه D و E به ترتیب روی دو دایره C و C' طوری موجود هستند که مثلث ADE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. با توجه به شکل می‌توان گفت که در واقع D و E دوران یافته هم به زاویه 90° حول نقطه A هستند. با این توضیحات کفایت که نحوه پیدا کردن نقاط D و E را مشخص کنیم: دایره C را حول A به اندازه 90° دوران می‌دهیم تا دایره 6

۵۲- گزینه «۴»

بنابه تعریف، شدت تابشی یک جسم برابر است با مقدار کل انرژی تابش‌های الکترومغناطیسی‌ای که در بازه زمانی یک ثانیه از واحد سطح آن جسم گسیل می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow 90 = \frac{E}{45 \times 10} \Rightarrow E = 40500 \text{ J} = 40.5 \text{ kJ}$$

۵۳- گزینه «۳»

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{2/9 \times 10^{-3}}{290} = \frac{2/9 \times 10^{-3}}{2/9 \times 10^2} = 10^{-5} \text{ m}$$

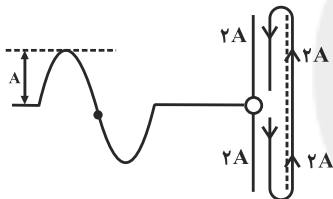
$$\Rightarrow \lambda_{\max} = 1 \mu\text{m}$$

این طول موج در محدوده امواج فرسرخ قرار دارد.

۵۴- گزینه «۳»

هر گاه موجی به دامنه A به انتهای آزاد برخورد کند، بیشترین فاصله انتهای آزاد از حالت اولیه اش ۲A می‌باشد. بنابراین مسافت طی شده برابر با ۸A می‌باشد:

$$8A = 8 \times 15 = 120 \text{ cm}$$



۵۵- گزینه «۲»

کم‌ترین بسامد در حالتی است که بیش‌ترین طول موج ایجاد شود؛ یعنی بین M و A شکم دیگری تشکیل نشود. با توجه به این که در نقطه A گره و در نقطه M شکم تشکیل شده است و فاصله یک گره از شکم مجاورش برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است، می‌توان نوشت:

$$\overline{AM} = \frac{\lambda}{4} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.8 = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

۵۶- گزینه «۱»

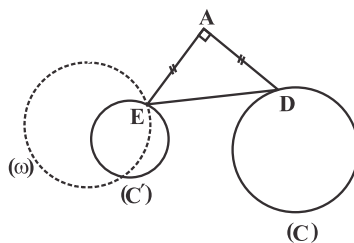
ابتدا محاسبه می‌کنیم که اختلاف راه امواج رسیده به نقطه M از دو منبع O_1 و O_2 چند برابر نصف طول موج مورد آزمایش است. داریم:

$$\delta = d_2 - d_1 = k \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \delta = 100 - 25 = k \frac{\lambda}{4}$$

$$\Rightarrow 75 = 15k \Rightarrow k = 5$$

چون k فرد است، بنابراین اختلاف راه مضرب فردی از $\frac{\lambda}{4}$ می‌باشد و در این نقطه گره تشکیل خواهد شد.

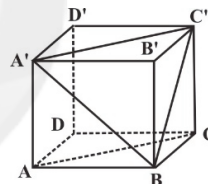
به دست آید، نقطه برخورد C' با ω را E می‌نامیم. دوران یافته E حول A و به زاویه 90° ، قطعاً نقطه D واقع بر دایره C است که با استفاده از تعریف دوران:



$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle EAD = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \text{ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.}$$

۴۸- گزینه «۲»

دو پاره‌خط AC و BC' متناظرند. می‌دانیم اگر از هر نقطه روی یکی از دو خط متناظر، خطی موازی دیگری رسم شود، آنگاه زاویه حاده یا قائمه بین این دو خط متقاطع، زاویه بین آن دو خط متناظر نامیده می‌شود. بنابراین کافی است پاره‌خط $A'C'$ را که موازی AC می‌باشد، رسم کنیم. مثلث $A'C'B$ ، متساوی‌الاضلاع است. پس زاویه بین دو پاره‌خط $A'C'$ و $C'B$ برابر 60° می‌باشد. در نتیجه زاویه بین AC و BC' نیز برابر 60° است.



۴۹- گزینه «۳»

طبق مسأله ۵ صفحه ۱۳۸ کتاب درسی، اگر سه صفحه دو به دو متقاطع باشند، فصل مشترک‌های آن‌ها، سه خط دو به دو موازی یا سه خط هم‌رس است.

۵۰- گزینه «۱»

اگر خط d درون صفحه Q و $d \parallel P$ باشد، آن‌گاه در صورتی که دو صفحه P و Q، متقاطع باشند، فصل مشترک آن‌ها یعنی خط L قطعاً موازی d می‌باشد. خط L متعلق به صفحه Q است، پس اگر خط گذرنده از نقطه A در این صفحه، خط d را قطع کند، قطعاً خط L را نیز قطع خواهد کرد یعنی خط گذرنده از نقطه A و متقاطع با خط d و صفحه Q متقاطع می‌شوند.

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۵۱- گزینه «۲»

محاسبات کلاسیک نشان می‌دهد که تابندگی با توان چهارم طول موج نسبت عکس دارد. یعنی در طول موج‌های کوتاه، تابندگی جسم به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. [نمودار (۲)]. در صورتی که منحنی (۱) مربوط به آزمایش تجربی است.

$$\begin{aligned} &= \log 3 + \log \delta^{\frac{1}{2}} = \log 3 + \frac{1}{2} \log \delta \\ &= \log 3 + \frac{1}{2} \log \frac{10}{3} = \log 3 + \frac{1}{2} \log 10 - \frac{1}{2} \log 3 \\ &= 0.5 + \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 0.5 = 0.75 \text{ dB} \end{aligned}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۰/۸۵dB افزایش می‌یابد.

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۲»

در فرایند هم‌حجم، چون کاری توسط گاز و یا محیط انجام نمی‌شود، طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی گاز با گرمای مبادله شده توسط گاز با محیط برابر است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta U = Q = nC_V \Delta T &= 4 \times \frac{5}{2} \times 8 / 3 \times (127 - 27) \\ \Rightarrow \Delta U &= 8 / 3 \times 10^3 \text{ J} = 8 / 3 \text{ kJ} \end{aligned}$$

دقت کنید تغییر دما برحسب درجه سلسیوس و کلونین یکسان است.

۶۲- گزینه «۲»

در چرخه یک یخچال، با انجام کار W ، گرمای Q_C از منبع سرد گرفته می‌شود و گرمای Q_H به منبع گرم داده می‌شود. با توجه به نمودار، در فرایند هم‌حجم ab ، گرمای Q_H را از دست می‌دهد و در فرایند هم‌فشار bc ، گاز گرمای Q_C را می‌گیرد. در فرایند بی‌دررو ca نیز گرمایی مبادله نمی‌شود. داریم:

$$\begin{aligned} Q_C = Q_{bc} = nC_P(T_c - T_b) &= \frac{5}{2}(P_c V_c - P_b V_b) \\ &= \frac{5}{2} \times 2 / 5 \times 10^5 \times (8 - 4) \times 10^{-3} \Rightarrow Q_C = 2500 \text{ J} \\ Q_H = Q_{ab} = nC_V(T_b - T_a) &= \frac{3}{2}(P_b V_b - P_a V_a) \\ &= \frac{3}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times (2 / 5 - 8) \times 10^5 \Rightarrow Q_H = -3300 \text{ J} \end{aligned}$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک یخچال، داریم:

$$|Q_H| = Q_C + W \Rightarrow 3300 = 2500 + W \Rightarrow W = 800 \text{ J}$$

بنابراین ضریب عملکرد یخچال برابر است با:

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{2500}{800} = 3.125$$

۶۳- گزینه «۱»

بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار $+q$ در فاصله a از آن از رابطه $E_+ = k \frac{q}{a^2}$ به دست می‌آید و جهت آن به طرف بالا است. از آن‌جا که بار $-q$ در فاصله $3a$ از نقطه A قرار دارد، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از آن به صورت زیر به دست می‌آید و جهت آن به سمت پایین است.

$$E_- = k \frac{q}{(3a)^2} = \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2}$$

۵۷- گزینه «۴»

اگر اتومبیل پس از رها شدن تیر ساکن می‌ماند، صوت دو بار مسافت d (از اتومبیل تا مانع) را در مدت زمان t (زمان انتشار تا بازگشت صوت) طی می‌کند و آن‌گاه داریم: ولی چون اتومبیل با سرعت v_A حرکت کرده است، پس در این مدت به اندازه $v_A t$ به طرف مانع جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} 2d - v_A t = vt &\Rightarrow 2d = (v + v_A)t \\ \Rightarrow d = \frac{v + v_A}{2} t &= \frac{340 + 40}{2} \times 5 \Rightarrow d = 950 \text{ m} \end{aligned}$$

۵۸- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه $v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$ و با توجه به این‌که γ و M ثابت‌اند، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad T_2 = T_1 + \frac{1}{44} T_1 = \frac{45}{44} T_1 \quad \frac{v_1 + v_0}{v_1} = \sqrt{\frac{45}{44} \frac{T_1}{T_1}} \\ \frac{v_2}{v_1} &= \sqrt{\frac{45}{44}} \quad v_2 = (v_1 + v_0) \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v_1 + v_0}{v_1} = \sqrt{\frac{45}{44}} \\ \Rightarrow \frac{v_1 + v_0}{v_1} &= 1.02 \Rightarrow 1.02 v_1 = v_1 + v_0 \Rightarrow 0.02 v_1 = v_0 \\ \Rightarrow v_1 &= 35 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

۵۹- گزینه «۳»

قبل از خروج پیستون از لوله، لوله به عنوان یک لوله صوتی با یک انتهای بسته محسوب می‌شود و پس از خروج پیستون، به عنوان لوله صوتی با دو انتهای باز است. بنابراین می‌توان نوشت:

در اولین تشدید، طول لوله صوتی یک انتها بسته برابر است با:

$$L = \frac{(2n-1)\lambda}{4} \Rightarrow L_1 = \frac{\lambda}{4} = \frac{40}{4} = 10 \text{ cm}$$

و در دومین تشدید، طول لوله صوتی یک انتها بسته برابر است با:

$$L_2 = \frac{3\lambda}{4} = \frac{3 \times 40}{4} = 30 \text{ cm}$$

چون برای سومین تشدید در لوله یک انتها بسته باید طول لوله برابر

$$L_3 = \frac{5\lambda}{4} = 50 \text{ cm}$$

پیستون، لوله به عنوان یک لوله صوتی با دو انتهای باز، هماهنگ دوم خود را تشدید می‌کند.

دومین تشدید مربوط به لوله دو انتها باز:

$$L = 2n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow 40 = 2n \times \frac{40}{4} \Rightarrow n = 2$$

بنابراین در کل سه بار صوت حاصل از دیابازون توسط لوله صوتی (دو بار در حالت یک انتها بسته و یک بار در حالت دو انتها باز)، تشدید می‌شود.

۶۰- گزینه «۳»

اختلاف تراز شدت دو صوت (برحسب بل) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\beta_2 - \beta_1 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = \log 3 \sqrt{5} = \log 3 + \log \sqrt{5}$$

۶۷- گزینه «۱»

مقاومت‌های کرنبی به صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند، با توجه به این که اندازه یکی نصف دیگری است، می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{R_2 = 2R_1} R_{eq} = \frac{2}{3} R_1 \Rightarrow 60 = \frac{2}{3} R_1$$

$$\Rightarrow R_1 = 90 \cdot \Omega$$

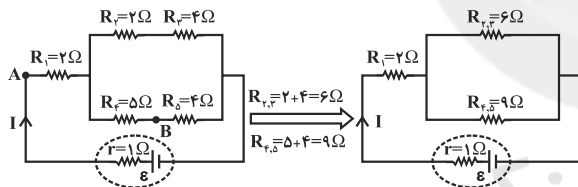
$$R_2 = 2R_1 = 2 \times 90 \Rightarrow R_2 = 180 \cdot \Omega$$

در مقاومت‌های ترکیبی، رقم دو حلقه اول و دوم (b, a)، به ترتیب رقم اول و دوم مقاومت را نشان می‌دهند و رقم حلقه سوم (n)، ضربی است که به صورت 10^n می‌باشد. داریم:

$$R = ab \times 10^n \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 90 \cdot \Omega = 09 \times 10^2 \Rightarrow \text{قرمز - سفید - سیاه} \\ R_2 = 180 \cdot \Omega = 18 \times 10^2 \Rightarrow \text{قرمز - خاکستری - قهوه‌ای} \end{cases}$$

۶۸- گزینه «۳»

با توجه به این که ولت‌سنج ایده‌آل وسیله‌ای است با مقاومت الکتریکی بسیار زیاد، لذا عملاً جریانی از شاخه آن عبور نمی‌کند و مدار الکتریکی به صورت شکل زیر ساده می‌شود. اگر فرض کنیم جریان الکتریکی در شاخه اصلی مدار I باشد، داریم:



$$\text{فرض کنیم جریان الکتریکی در شاخه اصلی مدار } I \text{ باشد، داریم:}$$

$$I_{2,3} = \frac{R_{4,5}}{R_{2,3}} I_{4,5} = \frac{9}{6} I_{4,5} = \frac{3}{2} I_{4,5}$$

$$\left. \begin{aligned} I_{2,3} &= \frac{3}{2} I_{4,5} \\ I_{2,3} + I_{4,5} &= I \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} I_{2,3} = \frac{3}{5} I \\ I_{4,5} = \frac{2}{5} I \end{cases}$$

برای محاسبه مقاومت معادل مدار نیز داریم:

$$R_{2,3,4,5} = \frac{R_{2,3} \times R_{4,5}}{R_{2,3} + R_{4,5}} = \frac{6 \times 9}{6 + 9} = 3/6 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3,4,5} = 2 + 3/6 = 5/6 \Omega$$

با توجه به این که ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۲۰ ولت را نشان می‌دهد، با نوشتن اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار بین نقاط A و B داریم:

$$V_A - IR_1 - I_{4,5} R_4 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = IR_1 + I_{4,5} R_4$$

به این ترتیب بزرگی میدان الکتریکی برابند دو قطبی در نقطه A به صورت زیر قابل

$$E_A = E_+ - E_- = k \frac{q}{a^2} - \frac{1}{9} k \frac{q}{a^2} = \frac{8}{9} k \frac{q}{a^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow E_A = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = \frac{2q}{9\pi\epsilon_0 a^2}$$

۶۴- گزینه «۱»

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{E} & \text{ (uniform field)} \\ \Delta U &= -\Delta K \\ \Rightarrow \Delta U &= -(K_B - K_A) \\ \Rightarrow -e\Delta V &= -(K_B - 0) \\ \Rightarrow eEd &= \frac{1}{2} mv^2 \\ \Rightarrow E &= \frac{mv^2}{2ed} \end{aligned}$$

۶۵- گزینه «۴»

چون دو سر خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل است، با وارد کردن دی الکتریک، اختلاف پتانسیل بین صفحات تغییر نمی‌کند. با وارد کردن دی الکتریک بین صفحات خازن، برای ظرفیت خازن داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 2 \Rightarrow C' = 2C$$

برای بار الکتریکی ذخیره شده در خازن، داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q'}{q} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{q'}{q} = 2 \Rightarrow q' = 2q$$

برای انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن، داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{U'}{U} = 2 \Rightarrow U' = 2U$$

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می‌آید که چون

d ثابت هستند، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات تغییری نخواهد کرد.

۶۶- گزینه «۴»

با استفاده از اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$V' = \frac{|C_1 V_1 - C_2 V_2|}{C_1 + C_2} = \frac{6000 - 2000}{6 + 4} = \frac{4000}{10} = 400 \text{ V}$$

اگر از شاخه پایین از نقطه A به نقطه B با پتانسیل ۶V حرکت کنیم، جریان این شاخه را می‌توان به دست آورد:

$$V_A + 18 - 6I_1 - 6I_1 = V_B \Rightarrow 18 - 12I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 1A$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p نیز برابر ۶ ولت است:

$$V_B - R_p I_\Delta = V_A \Rightarrow I_\Delta = 2A$$

مقدار I_p طبق صورت سؤال برابر با ۱A است، در این صورت بنا به قاعده انشعاب

$$I_p = I_f + I_\Delta \Rightarrow I_p = 1 + 2 = 3A$$

کیرشهف در گره C داریم:

$$I_1 + I_p = I_p \Rightarrow 1 + I_p = 3 \Rightarrow I_p = 2A$$

در گره B نیز خواهیم داشت:

فیزیک ۲

۷۱- گزینه «۱»

طبق قوانین بازتاب، اگر زاویه بین امتداد جسم و آینه θ باشد، در این صورت زاویه بین امتداد جسم و تصویرش 2θ خواهد بود. پس برای حالت اول داریم:

$$2\hat{\theta} = 60^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta}_1 = 150^\circ - \hat{\alpha} \quad (1)$$



و در حالت دوم داریم:



$$2\hat{\theta}' = 90^\circ \Rightarrow \hat{\theta}' = 45^\circ$$

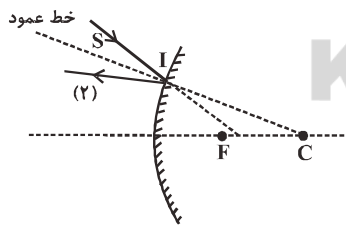
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta}_2 + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta}_2 = 135^\circ - \hat{\alpha} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1 = (135^\circ - \hat{\alpha}) - (150^\circ - \hat{\alpha}) \Rightarrow |\Delta\hat{\beta}| = 15^\circ$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که باید آینه را ۱۵ درجه ساعتگرد چرخاند.

(شکل‌ها به‌طور تقریبی رسم شده‌اند.)

۷۲- گزینه «۲»



امتداد پرتوی تابش SI دورتر از کانون آینه، محور اصلی آن را قطع می‌کند، پس پرتو بازتاب آن واگراست و باید به گونه‌ای باشد که خط عمود بر آینه (شعاعی که مرکز آینه را به نقطه تابش وصل می‌کند) نیم‌ساز زاویه بین پرتوی تابش SI با پرتوی بازتاب باشد. بنابراین پرتوی بازتاب مطابق پرتوی (۲) خواهد بود.

۷۳- گزینه «۱»

در ابتدا جسم بین کانون و مرکز آینه مقعر قرار دارد و تصویر آن به‌صورت بزرگتر و حقیقی در خارج از مرکز آینه تشکیل می‌شود. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad q=mp \Rightarrow m = \frac{f}{p-f} \Rightarrow m_1 = \frac{20}{30-20} \Rightarrow m_1 = 2$$

$$\frac{V_A - V_B = 20V, R_1 = 2\Omega}{R_f = 5\Omega, I_{f,5} = -I}$$

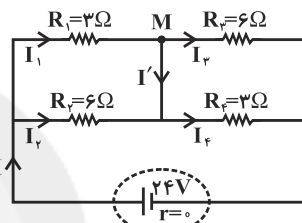
$$20 = 2I + 5 \times \frac{2}{5} I \Rightarrow 20 = 4I \Rightarrow I = 5A$$

توان خروجی (یا همان توان مفید) مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل خارجی است، لذا داریم:

$$P = R_{eq} I^2 \xrightarrow{\substack{R_{eq} = 5/6 \Omega \\ I = 5A}} P = 5/6 \times 5^2 \Rightarrow P = 14.0W$$

۶۹- گزینه «۲»

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز است و بنابراین مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود.



$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + \frac{6 \times 3}{6 + 3} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{4} \Rightarrow I = 6A$$

از طرفی داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 3I_1 = 6I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 6 \xrightarrow{I_1 = 2I_2} I_1 = 4A, I_2 = 2A$$

به همین ترتیب $I_p = 2A$ و $I_f = 4A$ به دست می‌آید، بنابراین اگر قاعده انشعاب کیرشهف را برای گره M بنویسیم، جریان عبوری از آمپرسنج ایده‌آل (I') برابر خواهد بود با:

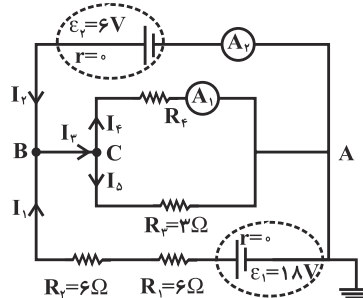
$$I_1 = I' + I_p \Rightarrow 4 = I' + 2 \Rightarrow I' = 2A$$

(گزینه ۳ و ۵ صحیح است و گزینه ۱ و ۲ نادرست است)

۷۰- گزینه «۱»

نقطه A به زمین متصل است، در نتیجه پتانسیل این نقطه برابر با صفر است. اگر از شاخه بالا از نقطه A به نقطه B پتانسیل کنیم، پتانسیل نقطه B، ۶ ولت به دست می‌آید:

$$V_A + 6 = V_B \Rightarrow V_B = 6V$$



اگر اتومبیل را با اندیس (۱) و کامیون را با اندیس (۲) نمایش دهیم، با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \xrightarrow{v_1=2v_2, m_2=2m_1} \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2} \times 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

بنابراین انرژی جنبشی اتومبیل دو برابر انرژی جنبشی کامیون است یا می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{K_2 - K_1}{K_1}\right) \times 100 = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times 100 = -50\%$$

۷۷- گزینه «۴»

از لحظه‌ای که فنر (۱) رها می‌شود تا لحظه‌ای که فنر (۲) به حداکثر فشردگی خود می‌رسد، با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:

$$W_f = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

$$\Rightarrow W_f = \left(0 + \frac{1}{2}k_f x_f^2\right) - \left(0 + \frac{1}{2}k_i x_i^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times 0.2^2 - \frac{1}{2} \times 300 \times 0.2^2$$

$$\Rightarrow W_f = -2J$$

۷۸- گزینه «۳»

می‌دانیم که فشار کل در یک نقطه درون یک مایع برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از ستون مایع روی آن نقطه است. بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{\text{مایع}} + P_o = P_{\text{کل}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} + 7\Delta \text{cmHg} = 27\Delta \text{cmHg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 20 \text{cmHg} = 2\text{mHg}$$

اکنون برای محاسبه چگالی مایع، فشار ناشی از ستونی از مایع به ارتفاع ۳ متر را برابر با فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۲ متر قرار می‌دهیم:

$$\rho_{\text{مایع}} \times h = \rho_{\text{جیوه}} \times h \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times 3 = \rho_{\text{جیوه}} \times 2$$

$$\Rightarrow 13500 \times 3 = \rho_{\text{مایع}} \times 2 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 9000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۷۹- گزینه «۲»

بنابر اصل پاسکال، تغییر فشار در یک مایع ساکن به صورت یکسان به همه قسمت‌ها منتقل می‌شود. بنابراین داریم:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{\Delta F_1}{A_1} = \frac{\Delta F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{20}{A_1} = \frac{\Delta F_2}{5A_1} \Rightarrow \Delta F_2 = 100N$$

زمانی که جسم در فاصله کانونی آینه مقعر قرار می‌گیرد نیز از آن تصویری بزرگتر ولی مجازی تشکیل می‌شود. در این حالت نیز داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{q=mp} m = \frac{f}{f-p} \xrightarrow{m_f=m_i=2} 2 = \frac{20}{20-p}$$

$$\Rightarrow p_f = 10 \text{cm}$$

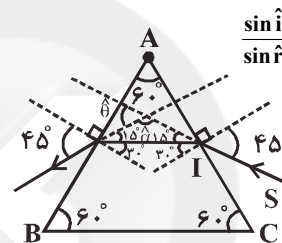
$$\Delta p = p_f - p_i = 10 - 30 \Rightarrow \Delta p = -20 \text{cm}$$

بنابراین:

در نتیجه جسم را باید ۲۰cm به آینه مقعر نزدیک کنیم.

۷۴- گزینه «۲»

مطابق شکل، پرتوی SI با زاویه تابش ۴۵° به وجه AC می‌تابد. برای محاسبه زاویه شکست پرتوی SI بنابر قانون‌های شکست نور می‌توان نوشت:



$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin r} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow r = 30^\circ$$

با توجه به شکل، پرتوی شکست با

زاویه تابش ۳۰° به وجه AB می‌تابد و

برای محاسبه زاویه شکست می‌توان

نوشت:

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin r'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r' = 45^\circ$$

با توجه به شکل، برای محاسبه زاویه انحراف پرتو می‌توان نوشت:

$$\hat{\alpha} + 15^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 180^\circ - \hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ$$

۷۵- گزینه «۱»

در عدسی‌های واگرا، داریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{q=mp} m = \frac{f}{p+f}$$

$$m_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{f}{p_1+f} = \frac{1}{5} \Rightarrow p_1 = 4f$$

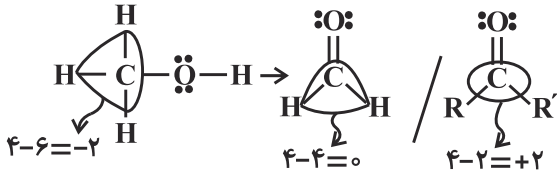
$$m_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{f}{p_2+f} = \frac{1}{3} \Rightarrow p_2 = 2f$$

طبق صورت سوال داریم:

$$p_1 - p_2 = 10 \text{cm} \Rightarrow 4f - 2f = 10 \text{cm} \Rightarrow f = 5 \text{cm}$$

۷۶- گزینه «۳»

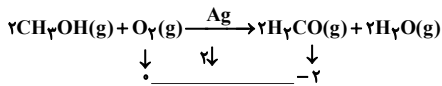
گزینه «۳»: در واکنش III که مربوط به اکسایش متانول و تولید متانل است. تغییر عدد اکسایش کربن برابر ۲+ است.



و در کتونها نیز عدد اکسایش کربن برابر ۲+ است.

گزینه «۴»: Fe^{3+} واکنش II: تعداد e^- مبادله شده در واکنشها

واکنش III

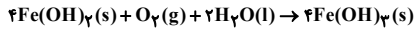


گزینه «۳»

در حلیی و آهن سفید، سلول گالوانی ایجاد می‌شود. در هر دو، نیم‌واکنش $\text{O}_۲(\text{g}) + ۲\text{H}_۲\text{O}(\text{l}) + ۴e^- \rightarrow ۴\text{OH}^-(\text{aq})$ ، نیم‌واکنش کاهش است. در حلیی، آهن اکسایش یافته و خورده می‌شود.

گزینه «۴»

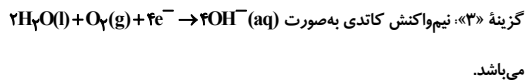
یونهای $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ که در پایگاه آندی تشکیل شده‌اند با یونهای $\text{OH}^-(\text{aq})$ تشکیل شده در پایگاه کاتدی واکنش داده و به صورت $\text{Fe}(\text{OH})_۳(\text{s})$ رسوب می‌کنند. این ترکیب نیز به وسیلهٔ اکسیژن و در مجاورت آب، به رسوب $\text{Fe}(\text{OH})_۳$ تبدیل می‌شود:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: a یون $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ است نه $\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$.

گزینه «۲»: زنگ آهن در پایگاه کاتدی تشکیل می‌شود.



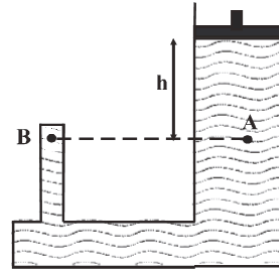
گزینه «۲»

در برقکافت محلول غلیظ سدیم کلرید، به تدریج غلظت محلول نمک کاهش و غلظت محلول سدیم هیدروکسید افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»

فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، برابر است، بنابراین در شکل زیر، فشار در نقاط A و B با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_B = P_A \Rightarrow P_B = \rho gh + \frac{W}{A} + P_0$$



$$P_B - P_0 = \rho gh + \frac{W}{A}$$

$$\Rightarrow P_B - P_0 = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۲۰ \times ۱۰}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۵۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ Pa}$$

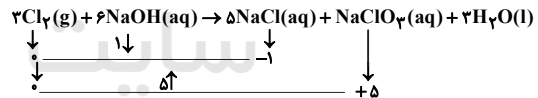
$$\Rightarrow P_B - P_0 = ۵۰۵ \text{ kPa}$$

شیمی پیش دانشگاهی

گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



بنابراین در واکنش I، کلر هم نقش کاهنده دارد هم نقش اکسنده و مجموع ضرایب فرآورده‌ها در آن ۹ می‌باشد.

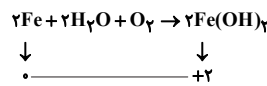
گزینه «۲»: همواره فلزات در حضور رطوبت با اکسیژن واکنش خودبه‌خودی خواهند داشت.

البته طلا و پلاتین و پالادیم از این موضوع بی‌رونی نمی‌کنند.

بنابراین واکنش II که از خود را بیازماید صفحه ۱۰۴ انتخاب شده است. درجهت رفت

خودبه‌خودی است ولی درجهت برگشت غیرخودبه‌خودی است. درضمن تعداد e^- های

مبادله‌شده در واکنش II برابر ۴ الکترون است.



$$e^- \text{ تعداد} = ۲ \times ۲ = ۴$$

شیمی ۳

۸۷- گزینه «۳»

موارد الف، ب و ت صحیح هستند.

ب) قانون هس بیان می‌کند: اگر معادله یک واکنش را بتوان از جمع معادله‌های دو یا

چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH° واکنش یادشده را می‌توان از جمع جبری

مقادیر (نه اندازه!!!) ΔH° همه واکنش‌های تشکیل‌دهنده آن به دست آورد.

۸۸- گزینه «۱»

[مجموع تشکیل ΔH فراورده‌ها] = [واکنش ΔH]

[مجموع تشکیل ΔH واکنش‌دهنده] -

$\Delta H_{\text{واکنش}} = 2\Delta H_{\text{تشکیل}} \text{H}_2\text{O} - 2\Delta H_{\text{تشکیل}} \text{H}_2\text{O}_2$

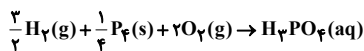
$$= 2(-286) - 2(-191/5) = -189 \text{ kJ}$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

$$= -189 - (273 + 27) \times 140 \text{ J.K}^{-1} \times \frac{10^{-3} \text{ kJ}}{1 \text{ J}} = -231 \text{ kJ}$$

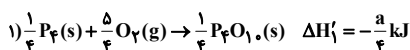
۸۹- گزینه «۴»

واکنش تشکیل فسفریک اسید به صورت زیر می‌باشد:

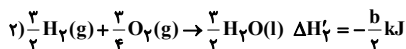


بر اساس واکنش فوق، واکنش‌های داده شده را مرتب می‌کنیم:

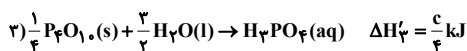
واکنش (الف) را معکوس کرده و ضرایب را بر ۴ تقسیم می‌کنیم:



واکنش (ب) را معکوس کرده و ضرایب را در $\frac{3}{4}$ ضرب می‌کنیم:

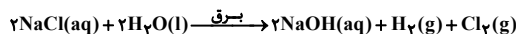


واکنش (پ) را بر عدد ۴ تقسیم می‌کنیم:



از جمع سه واکنش بالا، واکنش تشکیل فسفریک اسید و آنتالپی آن به صورت زیر به دست

می‌آید:



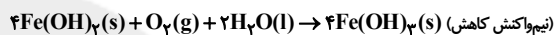
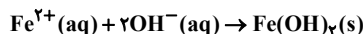
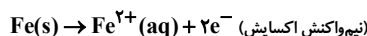
$$\frac{50 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1}{2} \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L Cl}_2}{1 \text{ mol}} = 1/12 \text{ L Cl}_2(\text{g})$$

۸۵- گزینه «۳»

هنگامی که فلز آهن دچار خوردگی شده و به زنگ آهن تبدیل می‌شود، عدد اکسایش آن طی

دو مرحله افزایش می‌یابد:



توجه: عدد اکسایش Fe در $\text{Fe}(\text{OH})_3$ برابر ۳+ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پایگاه کاتدی محلی است که غلظت اکسیژن در آنجا بیش‌تر است و محل

کاهش می‌باشد. تشکیل زنگ آهن در اطراف پایگاه کاتدی رخ می‌دهد. (اطراف قطره)

پایگاه آندی محلی است که غلظت اکسیژن در آنجا کم است و محل اکسایش می‌باشد.

در اطراف پایگاه آندی آهن اکسید می‌شود. (زیر قطره)

گزینه «۲»: در زنگ‌زدن آهن: } قطره آب = مدار بیرونی، رسانای یونی
فلز آهن = مدار درونی، رسانای الکترونی

گزینه «۴»: آب باران به دلیل وجود داشتن مقادیر کمی از یون‌های H_3O^+ و

HCO_3^- خاصیت اسیدی دارد. بنابراین بارش باران موجب اسیدی شدن محیط

(افزایش غلظت H_3O^+) و کاهش غلظت OH^- و انجام بیش‌تر واکنش در جهت

رفت و در نتیجه افزایش سرعت زنگ‌زدن آهن می‌شود.

۸۶- گزینه «۲»

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست‌اند. بیان درست این عبارت‌ها به صورت زیر است:

عبارت (ب): سلول‌های انبارهای (که جزء سلول‌های گالوانی نوع ۲ هستند) هنگام استفاده از

آن‌ها به عنوان یک سلول گالوانی عمل کرده و جریان برق تولید می‌کنند. اما به هنگام

شارژ شدن یک سلول الکترولیتی هستند.

عبارت (پ): باتری‌های نوع دوم به هنگام شارژ شدن یک سلول الکترولیتی هستند. در واقع حین

شارژ شدن با عبور یک جریان الکتریکی، واکنش‌های خودبه‌خودی انجام شده در مرحله تولید

برق، در جهت معکوس رانده می‌شود.

گزینه «۳»: تغییرات نقطه جوش ترکیبات هیدروژن دار گروه هفدهم نامنظم می باشد. به طوری که در گروه ۱۷ از بالا به پایین نقطه جوش ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد. (نمودار صفحه ۹۲) (نادرست)

گزینه «۴»: در تمام این ترکیبات بر روی اتم مرکزی الکترون ناپیوندی وجود دارد در نتیجه قطبی می باشند و اولین ترکیب SbH_3 و دومین ترکیب NH_3 از لحاظ نقطه جوش می باشند.

۹۳- گزینه «۱»

- پیوند هیدروژنی نوعی جاذبه وان دروالس است که ضعیف تر از پیوند کووالانسی بوده و طول پیوند آن بیش تر است. «نادرست».
- مولکول دو اتمی عناصر، متقارن بوده و ناقطبی هستند. به همین دلیل جاذبه بین مولکولی آن ها از نوع لوندون است. «درست».
- در ترکیبات هیدروژن دار گروه ۱۴ هیچ کدام از مولکولها پیوند هیدروژنی تشکیل نمی دهند. «درست».
- با این که جاذبه در NH_3 از نوع هیدروژنی است اما ضعیف تر از جاذبه دوقطبی - دوقطبی مولکول حجیم SbH_3 است. «نادرست».

۹۴- گزینه «۳»

مولکولهای BF_3 و SO_3 ، هر دو به دلیل عدم وجود الکترونهای ناپیوندی بر روی اتم مرکزی و ساختار سه ضلعی مسطح ناقطبی می باشند و مرکز بارهای مثبت و منفی در مولکول آن ها، منطبق بر یکدیگر است.

۹۵- گزینه «۱»

علت بالاتر بودن نقطه جوش H_2O نسبت به NH_3 ، تعداد بیش تر پیوند هیدروژنی میان مولکولهای آب و نیز، قوی تر بودن پیوند هیدروژنی میان مولکولهای آب است. هر مولکول H_2O می تواند با ۴ مولکول H_2O دیگر پیوند هیدروژنی برقرار کند. در حالی که هر مولکول NH_3 فقط با دو مولکول NH_3 دیگر پیوند هیدروژنی برقرار می کند.

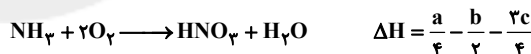
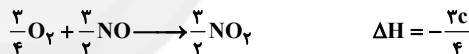
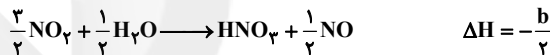
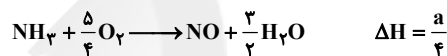
$$\Delta H = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = -\frac{a}{4} - \frac{b}{2} + \frac{c}{4} = \frac{c-2b-a}{4} \text{ kJ}$$

آنتالپی فوق برای تشکیل یک مول فسفریک اسید می باشد. حال برای تشکیل ۱۹۶ گرم فسفریک اسید گرمای مبادله شده را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ kJ} = 196 \text{ g } H_3PO_4 \times \frac{1 \text{ mol } H_3PO_4}{98 \text{ g } H_3PO_4} \times \frac{(\frac{c-a-2b}{4}) \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_3PO_4} = \frac{c-a-2b}{2} \text{ kJ}$$

۹۰- گزینه «۴»

برای ساختن واکنش $NH_3 + 2O_2 \rightarrow HNO_3 + H_2O$ باید واکنش اول را با توجه به NH_3 در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم، سپس واکنش دوم را با توجه به HNO_3 در $-\frac{1}{2}$ ضرب نماییم. واکنش سوم را نیز با توجه به ضریب NO_2 در $-\frac{3}{4}$ ضرب خواهیم کرد. در نتیجه خواهیم داشت:



$$\Delta H = \frac{a-2b-3c}{4}$$

۹۱- گزینه «۱»

در این واکنش $\Delta H < 0$ و $\Delta S < 0$ می باشد ولی از آن جا که عامل کاهش آنتالپی بر کاهش آنتروپی غلبه دارد، واکنش به طور خودبه خودی پیشرفت می کند.

شیمی ۲

۹۲- گزینه «۴»

گزینه «۱»: نقطه جوش H_2O به دلیل بیش تر بودن تعداد پیوند هیدروژنی، نسبت به مولکول HF بیش تر می باشد. (نادرست)

گزینه «۲»: هیدروژن سولفید یک ترکیب قطبی بوده که دارای نیروی بین مولکولی دوقطبی - دوقطبی می باشد. (نادرست)