



# آزمون غیر حضوری

## دروس اختصاصی

### نظام قدیم ریاضی

۲۹ فروردین ۱۳۹۹

(مباحث ۱۲ اردیبهشت ۱۳۹۹)

گروه فنی و تولید:

مسئول تولید آزمون غیر حضوری	محمد اکبری
مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری	فریده هاشمی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: ریحانه براتی
حروف چین و صفحه آرا	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### بنیاد علمی آموزشی قلمچی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



## دیفرانسیل

## دیفرانسیل:

مشتق و کاربرد آن / انتگرال  
مشتق و کاربرد آن «مشتق دوم و  
تقعر نمودار، ماکزیمم و می نیمم نسبی  
و آهنگ های تغییرات وابسته و رسم  
نمودار توابع» انتگرال «مسأله  
مساحت»  
صفحه های ۱۸۰ تا ۲۱۹

۱- در کدام حالت تابع  $y = \frac{x}{x^2 + ax + b}$  فاقد اکسترمم است؟

- (۱)  $a > 0$  (۲)  $a < 0$   
(۳)  $b > 0$  (۴)  $b < 0$

۲- در کدام بازه تابع  $f(x) = e^{(x-3x^2)} - 1$  صعودی اکید و تقعر نمودار آن رو به پایین است؟

- (۱)  $(-\frac{5}{6}, +\infty)$  (۲)  $(\frac{-1-\sqrt{6}}{6}, \frac{-1+\sqrt{6}}{6})$  (۳)  $(\frac{1-\sqrt{6}}{6}, \frac{1}{6})$  (۴)  $(-\infty, \frac{5}{6})$

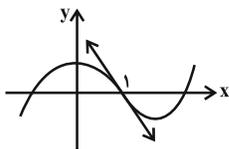
۳- به ازای چند مقدار صحیح  $k$ ، تابع  $f(x) = x^2 - kx^3 + 6x^2$  نقطه‌ی عطف ندارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴- حاصل  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{3^n}$  کدام است؟

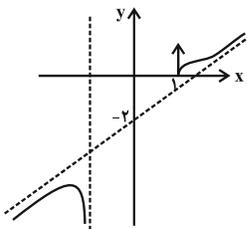
- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۴ (۴) ۲

۵- اگر نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  به صورت زیر باشد، دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟



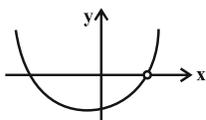
- (۱)  $(-3, 1)$  (۲)  $(2, 1)$   
(۳)  $(-3, 0)$  (۴)  $(3, 0)$

۶- اگر قسمتی از تابع  $y = x\sqrt{\frac{x+a}{x+b}}$  به صورت زیر باشد، معادله‌ی مجانب قائم تابع کدام است؟



- (۱)  $x = -2$   
(۲)  $x = -3$   
(۳)  $x = -1$   
(۴)  $x = -4$

۷- شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 12x + a}{x - b}$  است. عرض نقطه‌ی می نیمم نسبی تابع کدام است؟



- (۱) -۸ (۲) -۹  
(۳) -۱۰ (۴) -۱۱

۸- ذره‌ای روی مسیر  $\sqrt{xy} + 2x = y$  در حال حرکت است. اگر در نقطه‌ی  $(1, 4)$  مولفه‌ی  $x$  آن با سرعت ۲ متر بر ثانیه کاهش یابد، سرعت مولفه‌ی  $y$  آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸

۹- در یک استوانه به ارتفاع ثابت، آهنگ تغییر حجم نسبت به سطح جانبی در لحظه‌ای که شعاع قاعده ۲۰ cm است، چند سانتی متر می باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴) بستگی به ارتفاع استوانه دارد.

۱۰- شخصی بر چرخ و فلکی به شعاع ۱۰ متر سوار شده است که در هر دو دقیقه یک دور می زند. وقتی فاصله‌ی افقی شخص از خط قائم گذرنده از مرکز چرخ و فلک برابر ۵ متر باشد، اندازه‌ی سرعت حرکت شخص در راستای عمودی چند رادیان بر دقیقه خواهد بود؟

- (۱)  $20\pi$  (۲)  $10\pi$  (۳)  $5\pi$  (۴)  $15\pi$



ریاضی پایه:

ریاضی ۲:

فصل ۲: «تابع»  
 (وارون یک رابطه، توابع یک به یک)  
 صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶  
 حسابان  
 فصل ۲: «تابع»  
 (اعمال جبری، ترکیب توابع، تابع زوج و فرد،  
 صعودی و نزولی، یک به یک وارون)  
 صفحه‌ها، ۶۴ تا ۹۵

۱۱- در کدام بازه‌ی زیر، تابع  $f(x) = |\cos x|$  صعودی است؟

- (۱)  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$   
 (۲)  $(0, \frac{\pi}{2})$   
 (۳)  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$   
 (۴)  $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$

۱۲- اگر  $f(x) = 2x + 1$  و  $g(f(x)) = x^2 + x - 2$  باشد، آن گاه حاصل  $(f \circ g)(3)$  کدام است؟

- (۱) صفر  
 (۲) ۱  
 (۳) -۲  
 (۴) ۳

۱۳- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $a$ ، تابع  $f(x) = |2x + a|$  در فاصله‌ی  $[-1, 2]$  یک به یک است؟

- (۱)  $R - (-1, \frac{1}{2})$   
 (۲)  $[-4, 2]$   
 (۳)  $R - (-4, 2)$   
 (۴)  $[-1, \frac{1}{2}]$

۱۴- اگر  $f = \{(k-1, \frac{m}{2}), (k, \frac{-m}{2}), (0, m-3)\}$  تابعی فرد باشد و  $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; x \leq 0 \\ -\frac{1}{2} & ; x > 0 \end{cases}$ ، آن گاه  $f \circ g(-k)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲)  $-\frac{3}{2}$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۵- ضابطه‌ی وارون تابع  $f(x) = \frac{2^{x+1} + 3}{2^x - 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\log_2^x + 3}{\log_2^x - 2}$   
 (۲)  $\log_2 \frac{x+3}{x-2}$   
 (۳)  $\log_2 \frac{x-2}{x+3}$   
 (۴)  $2 \log_2 \frac{x-2}{x+3}$

۱۶- اگر  $f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{x}$  و  $g(x) = \sqrt{x} + 1$  باشد، برد تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $R - \{0\}$   
 (۲)  $R - \{-1\}$   
 (۳)  $(-1, +\infty)$   
 (۴)  $(0, +\infty)$

۱۷- اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \tan^{-1} x$  باشند، آن گاه دامنه‌ی  $f^{-1}(g(x))$  کدام است؟

- (۱)  $[0, +\infty)$   
 (۲)  $(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$   
 (۳)  $(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$   
 (۴)  $(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$

۱۸- اگر  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$  و تابع  $g$  به گونه‌ای باشد که  $f(g(x)) = x$ ، آن گاه  $g(4)$  کدام است؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۲  
 (۳)  $\frac{1}{3}$   
 (۴) -۴

۱۹- اگر  $f(x) = x^2 + x + 1$  باشد، آن گاه در کدام بازه، تابع  $y = (f - f^{-1})(x)$  بالای محور  $x$  ها قرار دارد؟

- (۱)  $(-2, 0)$   
 (۲)  $(-1, +\infty)$   
 (۳)  $(-4, 1)$   
 (۴)  $(-\infty, 1)$

۲۰- تابع  $f(x) = (-1)^{|x|}$  با دامنه‌ی  $R - Z$  دارای کدام ویژگی زیر است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) زوج  
 (۲) فرد  
 (۳) هم زوج و هم فرد  
 (۴) نه زوج و نه فرد



هندسه تحلیلی:

هندسه تحلیلی:

دستگاههای معادلات خطی

صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۳۱

۲۱- کدام گزینه در مورد دستگاه مقابل نادرست است؟

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = a - 1 \\ cx_1 + 2x_2 + 3x_3 = b - 1 \\ -x_1 + x_3 = c + 1 \end{cases}$$

- (۱) به ازاء  $a = b = c = 1$ ، یک جواب منحصر به فرد دارد.  
 (۲) به ازاء  $a = b = 1$  و  $c = -1$ ، یک جواب منحصر به فرد دارد.  
 (۳) به ازاء  $a = b = 1$  و  $c = 3$ ، بی نهایت جواب دارد.  
 (۴) به ازاء  $a = b = c = 3$ ، جواب ندارد.

۲۲- اگر دستگاه زیر دارای یک جواب منحصر به فرد باشد،  $m$  کدام است؟

$$\begin{cases} x - z = -1 \\ 2x + z = m^2 - 2m + 5 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$$

(۱) ۰      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) ۲

۲۳- اگر در یک دستگاه سه معادله و سه مجهول، برای یافتن  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  به روش کرامر،  $A_1 = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  و

$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشند، مقدار  $x_3$  کدام است؟

(۱) -۱      (۲) ۱      (۳) صفر      (۴) ۲

۲۴- دستگاه  $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + 2z = 2 \\ 2x - y - z = 6 \end{cases}$  را با روش حذفی گاوس حل کرده‌ایم و در مرحله‌ای به ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & a & 1 \\ 0 & b & -3 & 4 \end{bmatrix}$  رسیده‌ایم. حاصل  $a - b$  کدام است؟

(۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۲۵- دستگاه  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$  چند دسته جواب دارد؟

(۱) یک      (۲) دو      (۳) صفر      (۴) بی‌شمار

۲۶-  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با دترمینان مثبت، ماتریس ضرایب دستگاه  $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 2 \\ -1 \end{cases}$  است. اگر  $A^* = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، آن‌گاه جواب این

دستگاه کدام است؟ (ماتریس  $A^*$ ، ماتریس الحاقی ماتریس  $A$  است.)

(۱)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$       (۲)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$       (۳)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$       (۴)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$

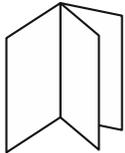
۲۷- چه رابطه‌ای بین  $a$ ،  $b$  و  $c$  برقرار باشد تا معادلات  $\begin{cases} 2x - y + 3z = a \\ x + 2y + z = b \\ 7x + 4y + 9z = c \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشند؟

- (۱) معادله‌ی فوق همواره دارای جواب منحصر به فرد است.  
 (۲)  $c = 3b + 2a$   
 (۳)  $c \neq 3b + 2a$   
 (۴)  $c + 3b + 2a = 0$



۲۸- معادله‌های دستگاه  $\begin{cases} mx + ay - z = a^2 - b^2 \\ 2x + by + az = a + b \\ x - 2by + mz = a + 1 \end{cases}$  ، معادلات سه صفحه‌ی گذرا از مبدأ مختصات هستند. این دستگاه دارای کدام ویژگی است؟

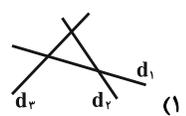
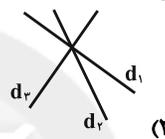
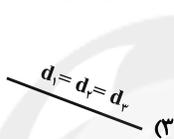
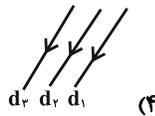
- (۱) همواره جواب منحصر به فرد صفر دارد. (۲) به ازای یک مقدار  $m$ ، جواب غیرصفر دارد. (۳) فقط به ازای یک مقدار  $m$ ، جواب منحصر به فرد دارد. (۴) همواره جواب غیرصفر دارد.



۲۹- شکل هندسی متناظر با دستگاه  $\begin{cases} 2x + 3y - 7z = 5 \\ 3x - y + z = b \\ 5x + 2y + az = 7 \end{cases}$  به صورت شکل مقابل است.  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۰- اگر  $d_1$ ،  $d_2$  و  $d_3$  فصل مشترک‌های دوجه‌دوی سه صفحه به معادلات  $x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$ ،  $x_1 - x_2 - x_3 = -1$  و  $4x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$  باشند، این سه خط نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟



**ریاضیات گسسته**

**ریاضیات گسسته:**

**احتمال**

(یادآوری، مدل احتمال شرطی، قاعده ضرب احتمال، استقلال دو پدیده، فرمول احتمال کل، قاعده بیز، متغیر تصادفی گسسته، تابع جرم احتمال، توزیع برنولی) صفحه‌های ۷۴ تا ۹۹ جبروا احتمال صفحه‌های ۶۹ تا ۱۲۱

۳۱- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج آمد، یک تاس دیگر و در غیر این صورت، به تعداد عدد ظاهر شده سکه پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۳۲- ۶ نفر دارای گروه خونی A و ۳ نفر دارای گروه خونی B هستند. اگر به تصادف ۳ نفر از بین آن‌ها انتخاب کنیم، احتمال این که دقیقاً ۲ نفر گروه خونی یکسان داشته باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{7}{12}$

۳۳- در پرتاب سه تاس با هم، چه قدر احتمال دارد سه رقم رو شده زوج یا مجموع بیشتر از ۶ باشد؟

- (۱)  $\frac{200}{216}$  (۲)  $\frac{199}{216}$  (۳)  $\frac{198}{216}$  (۴)  $\frac{197}{216}$

۳۴- احتمال قبولی یک شخص در هر آزمون برابر  $\frac{1}{4}$  است. اگر این شخص در یک دوره با ۵ آزمون شرکت کند، احتمال این که ۳ یا ۴ آزمون خود را قبول شود، چه قدر است؟

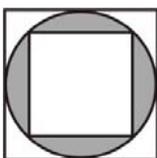
- (۱)  $\frac{5}{16}$  (۲)  $\frac{5}{32}$  (۳)  $\frac{15}{32}$  (۴)  $\frac{15}{16}$

۳۵- یک تاس که احتمال آمدن هر عدد آن متناسب با معکوس آن عدد می‌باشد را پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که یک عدد اول رو شود، چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{60}{147}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{30}{31}$  (۴)  $\frac{62}{147}$

۳۶- تیری پس از شلیک به مربع بزرگ‌تر اصابت می‌کند. با چه احتمالی به قسمت رنگی برخورد می‌کند؟

- (۱)  $\frac{2\pi-1}{8}$  (۲)  $\frac{\pi-1}{4}$  (۳)  $\frac{\pi-2}{8}$  (۴)  $\frac{\pi-2}{4}$





۳۷- در یک اداره ۴۰٪ کارمندان زن هستند و ۷۰٪ زنان و ۵۰٪ مردان متاهل هستند. کارمندی به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر متاهل باشد، احتمال مرد بودن او چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{16}{29}$  (۲)  $\frac{15}{29}$  (۳)  $\frac{14}{29}$  (۴)  $\frac{13}{29}$

۳۸- دو ظرف مختلف که اولی شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و دومی شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است، در اختیار داریم. ۲ مهره از ظرف اول و ۳ مهره از ظرف دوم به تصادف خارج کرده و در ظرف خالی دیگری قرار می‌دهیم و سپس از این ظرف، مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال قرمز بودن این مهره کدام است؟

- (۱)  $0/49$  (۲)  $0/45$  (۳)  $0/39$  (۴)  $0/35$

۳۹- در پرتاب دو تاس، اگر متغیر تصادفی  $X$  قدرمطلق تفاضل دو عدد رو شده باشد و تابع احتمال  $X$  به صورت

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{a-x}{18} & ; x > 0 \\ \frac{1}{6} & ; x = 0 \end{cases}$$

باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۴۰- در یک سمینار علمی، ۵ ریاضیدان و ۳ فیزیکدان می‌خواهند سخنرانی کنند. احتمال آن که دومین و پنجمین سخنران، فیزیکدان باشند، چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{28}$  (۲)  $\frac{9}{64}$  (۳)  $\frac{2}{7}$  (۴)  $\frac{5}{7}$

**هندسه ۲:**

**هندسه ۲:**

هندسه ۲  
هندسه فضایی  
صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۹

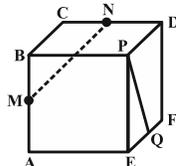
۴۱- خط  $D$  بر دو صفحه‌ی متمایز  $P$  و  $P'$  عمود است و صفحه‌ی  $Q$ ، صفحه‌ی  $P$  را در خط  $\Delta$  قطع می‌کند. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $Q$  عمود بر  $P'$  است.  
(۲)  $Q$  موازی با  $P'$  است.  
(۳)  $Q$ ، صفحه‌ی  $P'$  را در خطی عمود بر  $\Delta$  قطع می‌کند.  
(۴)  $Q$ ، صفحه‌ی  $P'$  را در خطی موازی با  $\Delta$  قطع می‌کند.

۴۲- کدام گزاره‌ی زیر همواره درست نیست؟

- (۱) اگر دو صفحه متقاطع بر یک صفحه عمود باشند، فصل مشترک آنها بر آن صفحه عمود است.  
(۲) اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه که بر یکی از این دو صفحه عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.  
(۳) اگر یکی از دو صفحه متقاطع، بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است.  
(۴) اگر صفحه‌ای بر فصل مشترک دو صفحه متقاطع عمود باشد، بر هر دو صفحه عمود است.

۴۳- در مکعب زیر، نقاط  $M$ ،  $N$  و  $Q$  به ترتیب وسط یال‌های  $AB$ ،  $CD$  و  $EF$  قرار دارند. زاویه‌ی بین خط‌های  $MN$  و  $PQ$  کدام است؟



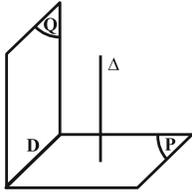
- (۱)  $60^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $90^\circ$  (۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۴۴- صفحه‌ی  $P$  بر  $P'$  عمود است هرگاه:

- (۱) خطی از صفحه‌ی  $P$  بر فصل مشترک دو صفحه عمود باشد.  
(۲) خطی عمود بر  $P$  با  $P'$  موازی باشد.  
(۳) یک خط از صفحه‌ی  $P$  بر دو خط دلخواه از صفحه‌ی  $P'$  عمود باشد.  
(۴) هر خط در صفحه‌ی  $P$  بر صفحه‌ی  $P'$  عمود باشد.



۴۵- دو صفحه‌ی P و Q بر هم عمودند و خط D فصل مشترک آنها است. اگر خط  $\Delta$  بر صفحه‌ی P عمود باشد، آنگاه خط  $\Delta$ :



- (۱) بر تمامی خطهای صفحه‌ی Q که با خط D موازی هستند، عمود است.
- (۲) با تمامی خطهای صفحه‌ی Q که با خط D موازی هستند، موازی است.
- (۳) بر تمامی خطهای صفحه‌ی Q که بر خط D عمود هستند، عمود است.
- (۴) با تمامی خطهای صفحه‌ی Q موازی است.

۴۶- دو نقطه‌ی ثابت A و B و خط d که در هیچ کدام از صفحه‌های گذرنده از این دو نقطه قرار ندارد، مفروض‌اند. نقطه‌ی C را روی خط d چنان در نظر می‌گیریم که  $CA = CB$  باشد. براساس شرایط مختلف قرار گرفتن خط d در فضا، تعداد جواب‌های ممکن C، کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

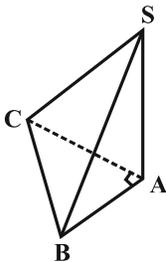
۴۷- خط L بر صفحه‌ی P واقع است، B و C دو نقطه‌ی متمایز در صفحه‌ی P هستند و خط BC در نقطه‌ی C بر L عمود است. اگر A نقطه‌ای در فضا باشد به گونه‌ای که AB بر صفحه‌ی P عمود گردد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) L بر AB عمود است ولی بر AC عمود نیست.
- (۲) L بر هر دو خط AB و AC عمود است.
- (۳) L بر AC عمود است ولی بر AB عمود نیست.
- (۴) L بر هیچ کدام از دو خط AB و AC عمود نیست.

۴۸- خط L بر صفحه‌ی مثلث ABC عمود است. چند صفحه‌ی موازی با L می‌توان رسم کرد، که هر سه رأس مثلث یاد شده، از آن به یک فاصله باشند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) نشدنی

۴۹- مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، ( $A = 90^\circ$ ،  $AB = 3$  و  $AC = 3\sqrt{3}$ )، قاعده‌ی هرم SABC است. که یال SA بر قاعده عمود می‌باشد. طول عمود مشترک دو خط متناظر SA و BC کدام است؟



- (۱)  $3\sqrt{2}$
- (۲)  $2\sqrt{3}$
- (۳)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- (۴)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

۵۰- چند پاره‌خط مانند AH عمود بر خط  $d \parallel P$  وجود دارد که نقطه‌ی H روی خط d ثابت و نقطه‌ی A روی صفحه‌ی P متحرک باشد؟

- (۱) بی‌شمار (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر



**فیزیک پیش دانشگاهی**

**فیزیک پیش دانشگاهی:**

آشنایی با فیزیک حالت جامد و ساختار هسته

صفحه‌های ۲۲۱ تا ۲۶۷

۵۱- طبق نظریه نواری جسم جامد، انرژی نوارها و ترازها در هر نوار، به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

(۱) پیوسته - گسسته

(۳) پیوسته - پیوسته

(۲) گسسته - پیوسته

(۴) گسسته - گسسته

۵۲- شکل زیر ساختار نواری یک جسم را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد این جسم صحیح است؟

(۱) با افزایش دما، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

(۲) با افزایش دما، الکترون‌های نوار بخشی پُر به نوار خالی می‌روند.

(۳) مقاومت ویژه الکتریکی این جسم بسیار بالا است.

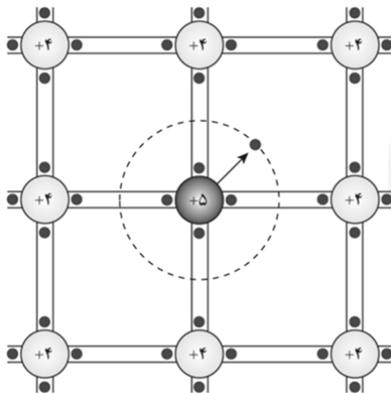
(۴) تنها الکترون‌های نوار بخشی پُر در رسانش الکتریکی شرکت می‌کنند.

نوار خالی

گاف انرژی

نوار بخشی پُر

۵۳- شکل زیر نمایش مسطحی از ساختار شبکه یک نیمرسانا است. کدام گزینه ساختار نواری این نیمرسانا را به درستی نشان می‌دهد؟



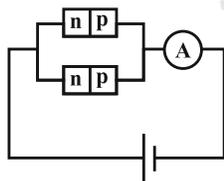
(۱) نوار رسانش تراز پذیرنده  
نوار رسانش تراز دهنده

(۲) نوار ظرفیت نوار رسانش

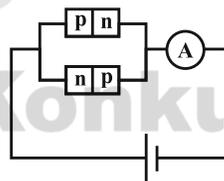
(۳) نوار رسانش تراز دهنده  
نوار رسانش تراز پذیرنده

(۴) نوار ظرفیت نوار رسانش

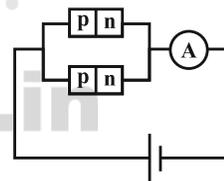
۵۴- در کدام یک از مدارهای زیر، آمپرسنج ایده آل عدد بزرگتری را نشان می‌دهد؟ (مولد و دیودها در تمامی مدارها یکسان هستند.)



(ب)



(پ)



(الف)

(۴) در هر سه مدار یکسان است.

(۳) (پ)

(۲) (ب)

(۱) (الف)

۵۵- در جدول زیر، دمای گذار به حالت ابررسانایی برای چند عنصر آورده شده است. کدام یک از عبارتهای زیر الزاماً صحیح است؟

ماده	(K) دمای گذار
Zn	۰ / ۸۸
Al	۱ / ۱۹
Sn	۳ / ۷۲
Hg	۴ / ۱۵
Nb	۹ / ۴۶

(۱) اگر از دماهای بالا به سمت صفر کلویین برویم، اولین ماده‌ای که مقاومت ویژه الکتریکی خود را به‌طور کامل از دست می‌دهد، Zn است.

(۲) مقاومت ویژه تمام این عنصرها در دمای صفر کلویین یکسان است.

(۳) در دمایی که مقاومت ویژه Al صفر است، مقاومت ویژه Zn نیز صفر است.

(۴) در دمای ۱۰ K، مقاومت ویژه تمام مواد ذکر شده در جدول برابر با صفر می‌شود.

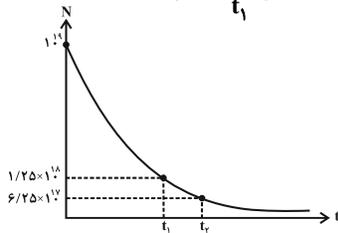


۵۶- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ترازهای انرژی هسته درست است؟  
 (۱) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوانتیده نیست و این نوکلئون‌ها می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.  
 (۲) اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته‌های سبک بیشتر از هسته‌های سنگین است.  
 (۳) هسته‌های برانگیخته برای بازگشت به حالت پایه یا تراز انرژی پایین‌تر، امکان گسیل فوتون ندارند.  
 (۴) برخلاف هسته‌های سنگین، هسته‌های سبک در واکنش‌های شیمیایی معمولی که انرژی آن‌ها در محدوده چند الکترون ولت است، برانگیخته می‌شوند.

۵۷- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟  
 (۱) در فرایند گسیل پوزیترون، یک پروتون به نوترون و پوزیترون تبدیل می‌شود.  
 (۲) هسته‌های برانگیخته با گسیل پرتوگاما به حالت پایه می‌رسند.  
 (۳) متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها، واپاشی آلفا است.  
 (۴) با تابش  $\beta^-$ ، عدد اتمی هسته یک واحد افزایش می‌یابد.

۵۸- انرژی بستگی هسته هلیم برابر با چند مگا الکترون ولت است؟ [ $M_p = 1/007u$ ،  $M_n = 1/008u$ ،  $M_{He} = 4/002u$  و  $uc^2 = 930MeV$ ]  
 (۱)  $26/04$  (۲)  $28 \times 10^{-3}$  (۳)  $930$  (۴)  $8/032$

۵۹- شکل زیر، نمودار تعداد ذرات فعال باقی‌مانده یک ماده پرتوزا را بر حسب زمان نشان می‌دهد. حاصل  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴) ۴

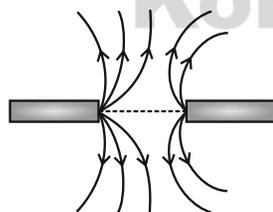


۶۰- اگر هر واکنش شکافت  $^{235}U$ ، به طور متوسط  $2.35$  انرژی آزاد کند، در یک راکتور  $200$  مگاواتی در هر ثانیه چند هسته  $^{235}U$  شکافته می‌شود؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19}C$ )  
 (۱)  $6/25 \times 10^{18}$  (۲)  $6 \times 10^{23}$  (۳)  $10^{19}$  (۴)  $1/6 \times 10^{19}$

**فیزیک ۳**

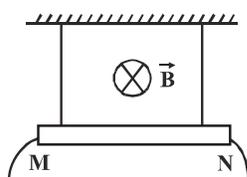
**فیزیک ۳:**  
 مغناطیس /  
 القای الکترومغناطیسی  
 صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۶۹

۶۱- در شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی میان دو آهنربای میله‌ای نشان داده شده است. اگر یک عقربه مغناطیسی را در فاصله‌ای نزدیک، بالای آهنرباها و بر روی عمود منصف خط واصل دو آهنربا قرار دهیم، عقربه مغناطیسی به کدام یک از حالات زیر می‌تواند بایستد؟



- (۱) ↗
- (۲) ↖
- (۳) ↘
- (۴) ↙

۶۲- مطابق شکل زیر، سیم راست MN به طول ۱m توسط دو نخ سبک از سقف آویزان شده است و در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی به بزرگی  $B = 0/1T$  قرار دارد. اگر جرم هر متر سیم MN برابر با  $20g$  باشد، جریان سیم، چند آمپر و

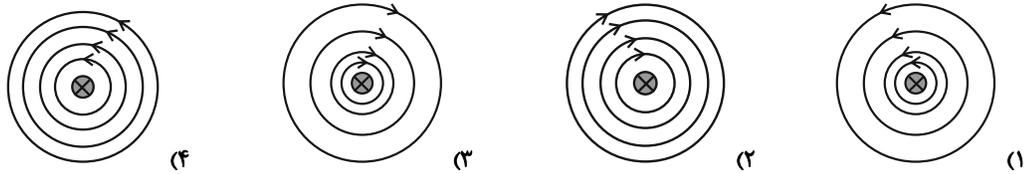


سوی آن چگونه باشد تا نیروی کشش نخ‌ها برابر صفر شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

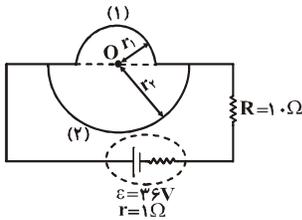
- (۱)  $0/2$  از N به M
- (۲)  $2$  از N به M
- (۳)  $0/2$  از M به N
- (۴)  $2$  از M به N



۶۳- در کدام گزینه، خطوط میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم نازک، راست، بلند و حامل جریان که عمود بر صفحه کاغذ قرار دارد، به درستی رسم شده است؟

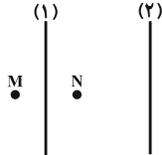


۶۴- در شکل زیر، مقاومت الکتریکی نیم حلقه (۱)، نصف مقاومت الکتریکی نیم حلقه (۲) است. اگر  $r_1 = 10\text{ cm}$ ،  $r_2 = 20\text{ cm}$  و مقاومت الکتریکی معادل دو نیم حلقه برابر با  $1\Omega$  باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز مشترک دو نیم حلقه (نقطه O)، چند میکروتسلا و به کدام سمت است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$  و سیم‌های راست فاقد مقاومت الکتریکی هستند.



- (۱)  $2/5\pi$ ، برون سو
- (۲)  $2/5\pi$ ، درون سو
- (۳)  $1/5\pi$ ، برون سو
- (۴)  $1/5\pi$ ، درون سو

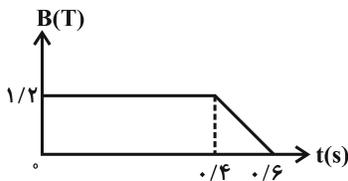
۶۵- مطابق شکل زیر، از دو سیم نازک، بلند و موازی (۱) و (۲) که در صفحه کاغذ قرار دارند، جریان الکتریکی عبور می‌کند. اگر بردار میدان مغناطیسی برآیند ناشی از جریان‌های این دو سیم در نقطه‌های M و N برابر و برون سو باشد، جهت جریان الکتریکی در سیم‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



- (۱) بالا - پایین
- (۲) بالا - بالا
- (۳) پایین - پایین
- (۴) پایین - بالا

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد خواص مغناطیسی مواد فرومغناطیس سخت، نادرست بیان شده است؟  
 (۱) حجم حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف به سختی تغییر می‌کند.  
 (۲) اگر در میدان مغناطیسی خارجی قوی قرار گیرند، حجم حوزه‌های مغناطیسی همسو با میدان افزایش می‌یابد.  
 (۳) به دلیل خاصیت فرومغناطیس سخت فولاد می‌توان از آن به عنوان هسته آهنرباهای الکتریکی استفاده کرد.  
 (۴) سمت‌گیری دو قطبی‌های مغناطیسی حوزه‌های مغناطیسی، پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی قوی به سهولت تغییر نمی‌کند.

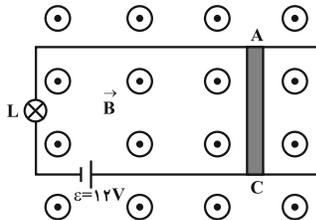
۶۷- سطح پیچ‌های به مساحت  $4\text{ cm}^2$  عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که نمودار تغییرات اندازه آن بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر اندازه نیروی محرکه القایی متوسط از لحظه صفر تا  $0.6\text{ s}$  برابر با  $3\text{ V}$  باشد، این پیچه شامل چند دور حلقه بوده است؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۱۲۵
- (۴) ۳۷۵

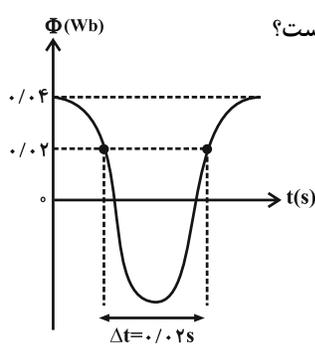


۶۸- قاب مستطیل شکلی که از سیم بدون روکش ساخته شده است، مطابق شکل زیر در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، ثابت و برون سو به بزرگی  $B = 10\text{T}$  قرار دارد. ضلع  $\overline{AC} = 60\text{cm}$  با چه سرعتی بر حسب متر بر ثانیه و در چه جهتی حرکت کند تا لامپ  $L$  خاموش گردد؟ (مقاومت درونی مولد و قاب و ضلع  $AC$  ناچیز است.)



- (۱) ۲، راست  
(۲) ۲، چپ  
(۳) ۵، راست  
(۴) ۵، چپ

۶۹- پیچهای دارای ۱۰۰ حلقه است. اگر نمودار شار مغناطیسی عبوری از هر یک از حلقه‌های این پیچه بر حسب زمان تابعی



کسینوسی مطابق شکل زیر باشد، اندازه نیروی محرکه القایی در لحظه  $t = \frac{1}{200}\text{s}$  چند ولت است؟

- (۱)  $\frac{400\pi}{3}$   
(۲)  $400 \frac{\sqrt{3}}{3} \pi$   
(۳)  $400 \frac{\sqrt{2}}{3} \pi$   
(۴) صفر

۷۰- شدت جریان عبوری از یک القاگر را چند درصد افزایش دهیم تا انرژی مغناطیسی ذخیره شده در آن ۲۱ درصد افزایش یابد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۲۱

### فیزیک ۲:

گرما و قانون گازها  
صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۵۹  
فیزیک ۱:  
دما و گرما  
صفحه‌های ۲۷ تا ۴۸

### فیزیک ۲

۷۱- دماسنجی را در فشار یک اتمسفر وقتی در مخلوط آب و یخ قرار می‌دهیم، ۱۰ درجه و وقتی در مخلوط آب در حال جوش و بخار قرار می‌دهیم، ۱۳۰ درجه را نشان می‌دهد. وقتی این دماسنج ۷۰ درجه را نشان می‌دهد، دما چند کلون است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۳۳۳ (۳) ۵۰ (۴) ۲۲۳

۷۲- یک قطعه ۱۰۰ گرمی مس را که دمای آن  $125^\circ\text{C}$  است، در ظرف عایقی که حاوی ۱۰۰ گرم آب در دمای  $10^\circ\text{C}$  است، می‌اندازیم. دمای

تبادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ (از تبادل گرمایی بین ظرف و آب چشم‌پوشی کنید،  $c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$  و  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$ )

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵

۷۳- اگر یک قطعه فلز به ظرفیت گرمایی  $700 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$  را درون ۲kg آب با دمای  $5^\circ\text{C}$  قرار دهیم، پس از برقراری تعادل، دمای آب به

$55^\circ\text{C}$  می‌رسد. دمای اولیه قطعه فلز چند درجه سلسیوس بوده است؟ ( $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$  و اتلاف انرژی نداریم.)

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۵۴۵ (۳) ۶۵۵ (۴) ۸۰۰



۷۴- افزایش فشار روی آب، باعث ..... نقطه جوش آن شده و افزایش ناخالصی‌ها باعث ..... نقطه انجماد آن می‌شود.

- (۱) افزایش - افزایش (۲) افزایش - کاهش (۳) کاهش - کاهش (۴) کاهش - افزایش

۷۵- چند قطعه یخ  $0^{\circ}\text{C}$  هر یک به جرم  $20$  گرم را در یک لیوان شیشه‌ای به جرم  $50$  گرم که حاوی  $5/10$  کیلوگرم آب با دمای

$22/25^{\circ}\text{C}$  و در حالت تعادل است، بیندازیم تا در نهایت بعد از تعادل مقداری آب با دمای  $8/25^{\circ}\text{C}$  داشته باشیم؟

$$L_F = 336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}, c_{\text{شیشه}} = 360 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \text{ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.}$$

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۶- یک ظرف با حجم یک لیتر در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  را به‌طور کامل از مایعی پر می‌کنیم. اگر دمای ظرف و مایع را به  $30^{\circ}\text{C}$  برسانیم، چند

سانتی‌متر مکعب از این مایع سرریز می‌شود؟  $(\frac{1}{\text{C}} = 1/8 \times 10^{-5} \text{ و } \frac{1}{\text{C}} = 5/1 \times 10^{-4} \text{ مایع } \beta)$

- (۱) ۴/۵۶ (۲) ۳/۳

- (۳) ۱/۵ (۴) سرریز نمی‌شود.

۷۷- در یک روز سرد زمستان، سطح آب دریاچه‌ای شروع به یخ زدن می‌کند. آهنگ افزایش ضخامت یخ سطح دریاچه رفته رفته .....  
 (۱) افزایش می‌یابد، چون رسانندگی گرمایی یخ زیاد است.  
 (۲) کاهش می‌یابد، چون رسانندگی گرمایی آب زیاد است.  
 (۳) کاهش می‌یابد، چون رسانندگی گرمایی یخ کم است.  
 (۴) افزایش می‌یابد، چون رسانندگی گرمایی آب کم است.

۷۸- یک سر میله‌ای فلزی و استوانه‌ای به طول  $120\text{cm}$  و قطر مقطع  $4\text{cm}$  را در دمای صفر درجه سلسیوس و سر دیگر آن را در

دمای  $200^{\circ}\text{C}$  قرار می‌دهیم. زمانی که آهنگ رسانش گرمایی ثابت است، گرمایی که در مدت  $100\text{s}$  از طریق این میله منتقل

$$\text{می‌شود باعث ذوب شدن چند گرم یخ صفر درجه سلسیوس می‌شود؟ } (\pi = 3), k = 420 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

- (۱)  $25 \times 10^{-3}$  (۲)  $25 \times 10^{-2}$  (۳)  $25 \times 10^{-1}$  (۴) ۲۵

۷۹- کدام یک از گزینه‌های زیر درباره انتقال گرما به روش تابش نادرست بیان شده است؟

(۱) اجسام با سطح صیقلی‌تر، بخش کم‌تری از تابش دریافتی را جذب می‌کنند، لذا افزایش دمای کم‌تری دارند.

(۲) بیرون آمدن هوای سرد از قسمت پایین در یخچال باز شده، با این روش توضیح داده می‌شود.

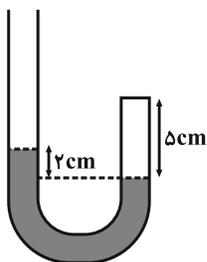
(۳) این انتقال توسط امواج الکترومغناطیسی صورت می‌پذیرد، لذا نیاز به محیط مادی ندارد.

(۴) سرعت انتقال گرما در این روش بسیار زیاد است.

۸۰- در شکل زیر، مقداری گاز کامل در شاخه سمت راست محبوس و اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه برابر با  $2\text{cm}$  است. در دمای

ثابت، ارتفاع جیوه در شاخه سمت چپ با ریختن جیوه در آن چند سانتی‌متر افزایش یابد تا جیوه در شاخه سمت راست  $1\text{cm}$

بالا رود؟ (سطح مقطع لوله در تمامی طول آن یکسان و  $P_0 = 76\text{cmHg}$  است.)



- (۱) ۲۳

- (۲) ۲۲

- (۳) ۲۱

- (۴) ۱۲



## شیمی پیش دانشگاهی

## شیمی پیش دانشگاهی:

الکتروشیمی

صفحه‌های

۱۰۴ تا ۱۱۹

۸۱- چند مورد از موارد زیر می‌تواند مربوط به سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن باشد؟

(آ) تولید آب مایع و جریان الکتریکی

(ب) کاهش گاز اکسیژن در کاتد

(پ) آند و کاتد در نقش کاتالیزگر

(ت)  $\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^-$  نیم‌واکنش اکسایش

(ث) تولید هیدروژن مورد نیاز به روش برقکافت آب به دلیل عدم آلاینده‌گی محیط

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۲- کدام مطلب در رابطه با فرایند هال به درستی بیان شده است؟ ( $\text{Al} = 27, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) در آند سلول الکتروشیمیایی مورد استفاده در روش هال، کربن مونواکسید تولید می‌شود.

(۲) در این فرایند به ازای تولید هر مول گاز، ۳ مول الکترون مبادله شده است.

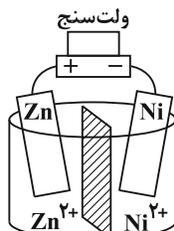
(۳) به ازای برقکافت ۲ مول آلومینای خالص در این فرایند، جرم آلومینیم تولیدشده بیش‌تر از جرم گاز تولیدی می‌باشد.

(۴) در فرایند هال، قطب منفی منبع جریان برق به بدنه ظرف متصل شده و کاتد محسوب می‌شود.

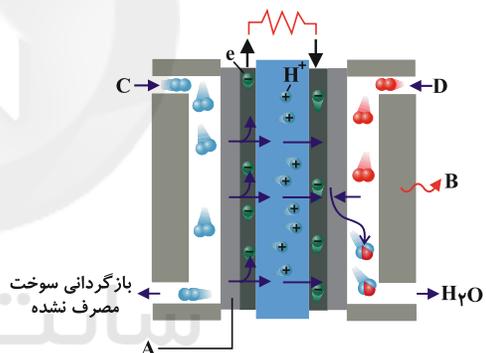
۸۳- با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است، کدام گزینه درست است؟



(ب)



(i)



(۱) A و B در شکل به ترتیب نشان‌دهنده نفوذ گاز در کاتد و جریان آب یا هوای سرد است.

(۲) برای تأمین سوخت  $\text{H}_2$  مورد نیاز این سلول، روش برقکافت آب به دلیل نداشتن آلاینده‌گی برای محیط زیست روش مناسبی است.

(۳)  $\text{emf}$  استاندارد این سلول برابر با  $E^\circ$  نیم‌واکنش  $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  می‌باشد.

(۴) ورودی C در شکل مربوط به گاز  $\text{O}_2$  و ورودی D مربوط به گاز  $\text{H}_2$  می‌باشد.

۸۴- کدام مطلب در مورد برقکافت محلول غلیظ سدیم کلرید و سدیم کلرید مذاب درست است؟

(۱) هر دو برقکافت در سلول دانز انجام می‌شوند.

(۲) نوع گاز آزادشده در آند هر دو فرایند مشابه است.

(۳) در هر دو فرایند pH اطراف کاتد زیاد می‌شود.

(۴) در هر دو فرایند مقدار یون  $\text{Na}^+$  کم می‌شود.

۸۵- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) نیم‌واکنش کاتدی در سلول‌های سوختی هیدروژن و متان یکسان بوده و در جهت عکس نیم‌واکنش آندی در برقکافت آب مایع و خالص است.

(۲) واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن عکس واکنش کلی فرایند برقکافت آب مایع و خالص است.

(۳) بازدهی سلول سوختی از مزیت‌ها و تولید و در دسترس نبودن سوخت، از معایب سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

(۴) فراورده‌های واکنش بخار آب با متان را به طور مستقیم وارد آند سلول سوختی هیدروژن می‌کنند.



۸۶- اگر در آب کاری قطعه‌های آهنی با طلا، از محلول  $\text{Au}(\text{NO}_3)_3$  به عنوان الکترولیت و از فلز طلا به عنوان آند استفاده کنیم، در

نیم‌واکنش	$E^\circ(\text{V})$
$4\text{H}^+(\text{aq}) + \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{e}^- \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	۱/۲۳
$\text{Au}^{3+}(\text{aq}) + 3\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Au}(\text{s})$	۱/۵

این صورت همه عبارت‌های زیر به جز گزینه ... درست‌اند.

- (۱) با گذشت زمان جرم تیغه آندی کم می‌شود.
- (۲) در آند گاز اکسیژن آزاد می‌شود.
- (۳) غلظت یون‌های  $\text{Au}^{3+}$  به تدریج کم می‌شود و برای جبران آن باید نمک  $\text{Au}(\text{NO}_3)_3$  اضافه کرد.
- (۴) pH محلول به تدریج کم می‌شود.

۸۷- کدام مطلب در رابطه با تهیه فلز سدیم درست است؟

- (۱) در صنعت فلز سدیم را از برق‌کافت محلول سدیم کلرید در سلول دانهز تهیه می‌کنند.
- (۲) سلول دانهز یک سلول الکترولیتی است که بار یون‌های موجود در نیم‌واکنش‌های کاتد و آند آن یکسان است.
- (۳) تجزیه‌ی گرمایی  $\text{NaCl}$  راه بسیار مناسبی برای تولید سدیم است.
- (۴)  $\text{NaCl}$  خالص در دمای  $801^\circ\text{C}$  ذوب می‌شود و افزودن  $\text{CaCl}_2$  دمای ذوب را کاهش می‌دهد.

۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در آبکاری یک قطعه‌ی فلزی با نقره، نقره را در قطب مثبت و قطعه‌ی فلزی را در کاتد سلول الکترولیتی قرار می‌دهند.
- (۲) بیش‌ترین هزینه در فرایند هال مربوط به ذوب‌کردن کریولیت و تهیه‌ی محلول مذاب است.
- (۳) آلومینیم، فراوان‌ترین فلز و سومین عنصر فراوان در پوسته‌ی زمین است.
- (۴) در تولید آلومینیم در فرایند هال، در آند گاز  $\text{CO}_2$  تولید و از محلول خارج می‌شود.

۸۹- کدام گزینه در مورد آبکاری نادرست است؟

- (۱) نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در این سلول مربوط به فلزی است که به عنوان پوشش به کار می‌رود.
- (۲) جنس الکترولیت از محلول نمک فلزی است که باید آب کاری شود.
- (۳) جهت جریان الکترون در سلول آبکاری از قطب مثبت به قطب منفی سلول است.
- (۴) سلول آبکاری از دسته سلول‌های الکترولیتی است.

۹۰- با توجه به برق‌کافت سدیم کلرید در سه حالت مذاب، محلول رقیق و محلول غلیظ آن، کدام گزینه درست است؟

- (۱) الکترون‌های آزاد شده در نیم‌واکنش اکسایش محلول رقیق سدیم کلرید و سدیم کلرید مذاب با هم برابر است.
- (۲) در برق‌کافت سدیم کلرید در دو حالت محلول رقیق و محلول غلیظ، فرآورده مشترکی حاصل نمی‌شود.
- (۳) در برق‌کافت سدیم کلرید در هر سه حالت pH محلول اطراف کاتد افزایش می‌یابد.
- (۴) در برق‌کافت محلول رقیق سدیم کلرید تعداد مول  $\text{NaCl}$  و نیز pH محلول تغییری نمی‌کند.



## شیمی ۳

## شیمی ۳:

محلول‌ها  
صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۴

۹۱- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) استون پس از آب، مهم‌ترین حلال صنعتی است.
- (۲) هگزان، حلال بسیار مناسبی برای تعداد کمی از ترکیب‌های ناقطبی است.
- (۳) آب فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال شناخته شده است.
- (۴) از استون برای تولید مواد آرایشی و بهداشتی استفاده می‌شود.

۹۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) با انحلال کامل ۱ مول  $\text{NH}_3$  در آب، تعداد کل ذرات محلول در آب، بیش از یک مول خواهد بود.
  - (۲) با انحلال ۱۰ mL اتانول با نقطه جوش  $78^\circ\text{C}$  (در فشار ۱ atm) در ۱۰۰ mL آب، نقطه جوش آب افزایش خواهد یافت.
  - (۳) محلول آبی‌رنگ مس (II) سولفات در آب، یک الکترولیت قوی محسوب می‌شود.
  - (۴) از سدیم کلرید می‌توان برای ذوب کردن یخ سطح جاده‌ها استفاده کرد.
- ۹۳- یک مول از هر یک از ترکیبات  $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}(l)$ ،  $\text{NH}_3(g)$ ،  $\text{AgNO}_3(s)$ ،  $\text{Na}_2\text{O}(s)$  را به ترتیب در ظرف‌های شماره ۱ تا ۴ وارد آب کرده و پس از انجام برهم‌کنش‌های لازم، حجم هر محلول را به یک لیتر می‌رسانیم. کدام مطلب درست است؟ (انحلال ترکیبات نام‌برده شده را در آب کامل فرض کنید).

- (۱) افزودن محلول ظرف شماره ۴ به کلئید موجب لخته شدن آن می‌شود.
- (۲) رسانایی الکتریکی در محلول ظرف ۲  $> 1$  و در ظرف ۴  $> 3$  است.
- (۳) محلول موجود در ظرف‌های شماره ۲ و ۳، محلول‌های الکترولیت ضعیف هستند.
- (۴) فشار بخار محلول ظرف شماره ۱ از محلول ظرف شماره ۲ بیش‌تر است.

۹۴- کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

- الف - عملکرد لسیترین در سس مایونز مشابه عملکرد صابون در هنگام شست و شو است.
  - ب - کربوکسیلات و زنجیره هیدروکربنی متصل به آن، بخش غیرقطبی صابون را تشکیل می‌دهند.
  - ج - کاتیون صابون جامد، پتاسیم است.
  - د - سولفات موجود در ساختار پاک‌کننده غیرصابونی در آب حل شده و سبب پایداری چربی در آب می‌شود.
- (۱) الف (۲) الف، ب (۳) الف و د (۴) الف، ب و ج

۹۵- کدام یک از موارد زیر جمله مقابل را به درستی تکمیل می‌کند؟ «با توجه به مخلوط‌های کلئیدی، ... در ... برخلاف ... جامد است.»

- (۱) فاز پخش‌کننده - آبروسول مایع - امولسیون
- (۲) فاز پخش‌شونده - آبروسول جامد - سول جامد
- (۳) فاز پخش‌کننده - کف جامد - ژل
- (۴) فاز پخش‌شونده - آبروسول جامد - امولسیون

۹۶- محلول ... مولال سدیم کربنات در مقایسه با محلول ۳ مولال ... فشار بخار ... و نقطه انجماد ... دارد. (انحلال مواد نام‌برده شده را کامل و حلال را آب فرض کنید).

- (۱)  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  - پایین‌تر - پایین‌تر
- (۲)  $\text{FeSO}_4$  - پایین‌تر - بالاتر
- (۳)  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  - بالاتر - بالاتر
- (۴)  $\text{FeSO}_4$  - بالاتر - پایین‌تر

۹۷- کدام عبارت درست است؟

- (۱) سنگ پا نمونه‌ای از یک کلویید جامد در گاز است.
- (۲) سوسپانسیون دارای ذرات با اندازه‌ی حداکثر تا ۱۰۰ nm است.
- (۳) مقدار و علامت بار ذرات کلوییدی یکسان است.
- (۴) افزودن اسید قوی به عنوان الکترولیت به شیر باعث لخته شدن آن می‌شود.



۹۸- کدام گزینه نادرست است؟  $(NaCl = 58 / 5g.mol^{-1})$

- ۱) آنتروپی ۱۰۰mL محلول یک مولار سدیم کلرید از آنتروپی ۱۰۰mL آب خالص بیش تر است.
  - ۲) محاسبه‌های کمی برای خواص کولیگاتیو فقط برای محلول‌های غلیظ به کار می‌رود.
  - ۳) افشانه‌ها و چسب‌ها نمونه‌هایی از کلویدها هستند.
  - ۴) توده‌های مولکولی ذره‌هایی هستند که از گردهمایی چند مولکول پدید آمده است.
- ۹۹- با توجه به جدول زیر، موارد I، II، III و IV به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

نوع مخلوط	تعداد فازها	ته‌نشینی ذره‌ها	ظاهر	نمونه
—	I	ته‌نشین نمی‌شود	شفاف	الکل در آب
—	$\geq 2$	ته‌نشین نمی‌شود	کدر یا مات	II
III	$\geq 2$	ته‌نشین می‌شود	IV	آب گل‌آلود

۱)  $\geq 1$ ، دود، کلویید، شفاف

۲) ۱، شیر، محلول، شفاف

۳)  $\geq 1$ ، شیر، سوسپانسیون، کدر یا مات

۴) ۱، چسب مایع، سوسپانسیون، کدر یا مات

۱۰۰- اگر دمای شروع به جوش محلول ۰/۱ مولال شکر و سدیم کلرید به ترتیب ۱۰۰/۰۵ و ۱۰۰/۱ درجه سانتی‌گراد باشد، دمای شروع به جوش محلول ۰/۱ مولال کلسیم کلرید چقدر است؟

- ۱) ۱۰۰/۰۷۵ (۲) ۱۰۰/۱۵ (۳) ۱۰۰/۲ (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

**شیمی ۲:**

کربن و ترکیب‌های آلی  
صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۹

**شیمی ۲**

۱۰۱- کدام مطلب درست است؟

- ۱) طول پیوند کربن - کربن در گرافیت بیش‌تر از طول پیوند کربن - کربن الماس است.
- ۲) انرژی پیوند کربن - کربن الماس بیش‌تر از انرژی پیوند کربن - کربن گرافیت است.
- ۳) مرتبه پیوند کربن - کربن الماس،  $\frac{3}{4}$  مرتبه‌ی پیوند کربن - کربن گرافیت است.
- ۴) زاویه پیوندی حول هر اتم کربن در الماس بزرگ‌تر از زاویه پیوندی در گرافیت است.

۱۰۲- کدام گزینه، فرمول ساختاری صحیح ۵- متیل - ۳ - هپتن را نشان می‌دهد؟

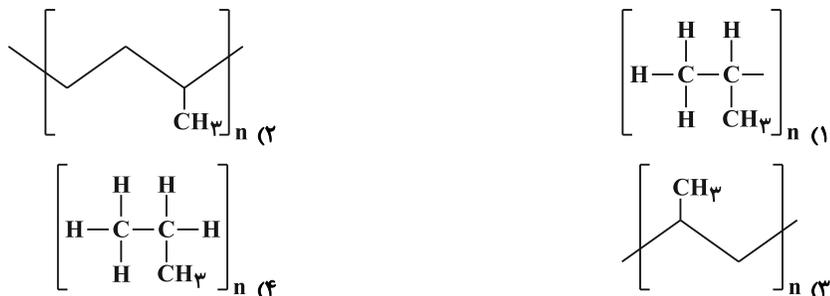


۱۰۳- حداکثر چند هیدروکربن هفت‌کربنه می‌توانیم داشته باشیم که نام آن به دی‌متیل پنتان ختم شود؟

- ۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۴- کدام یک از گزینه‌های زیر محصول A را به درستی نمایش می‌دهد؟

A → (مونومر پروپین) n





۱۰۵- پیرامون واکنش‌های a و b، کدام یک از مطالب زیر صحیح هستند؟ ( $C = 12, Cl = 35.5, Br = 80, H = 1: g.mol^{-1}$ )

a)  $C_2H_4(g) + Br_2(\dots) \rightarrow$  (آ) در واکنش (a)، برم مایع و محصول واکنش گاز دی‌برمواتان است.

b)  $C_2H_4(g) + HCl(\dots) \rightarrow$  (ب) در واکنش (b)، اتن با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد و گاز کلرواتان تولید می‌کند.

(پ) تعداد اتم‌های سازنده فرآورده هر دو واکنش a و b یکسان است.

(ت) در واکنش‌های a و b به ترتیب تقریباً ۸۵٪ و ۵۵٪ از جرم فرآورده را اتم‌های Br و Cl تشکیل می‌دهد.

(۱) ب و پ (۲) آ، ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ، پ و ت

۱۰۶- کدام عبارت زیر درست است؟ ( $C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )

(۱) ساده‌ترین آلکن، کتون و اسید آلی، به ترتیب ۲، ۳ و ۱ کربن دارند.

(۲) جرم مولی گازی که عمدتاً برای پُر کردن فندک به کار می‌رود،  $72 g.mol^{-1}$  است که آلکانی بدون شاخه می‌باشد.

(۳) بیش‌ترین جزء نفت خام را هیدروکربن‌های آروماتیک تشکیل می‌دهند.

(۴) CO گازی بی‌رنگ، بد بو و سمی است، که از سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی حاصل می‌شود.

۱۰۷- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

• اسپرین مانند ایبوپروفن دارای گروه عاملی کربوکسیل است.

• بوی گل‌های رز و محمدی ناشی از مولکول‌های آلی با گروه عاملی استری در آن‌ها است.

• افزودن مواد آروماتیک به بنزین عدد اوکتان آن را کاهش داده و باعث خام‌سوزی و سوختن ناقص بنزین می‌شود.

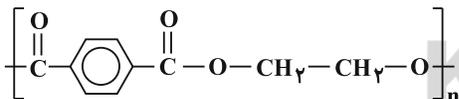
• برای کاهش مشکلات زیست‌محیطی، بازیافت پلاستیک‌ها در مقایسه با تولید پلیمرهای زیست تخریب‌پذیر راه‌حل مناسب‌تری است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۸- اگر بتوان شرایطی را ایجاد کرد که یک نوع الکل سیرشده را به یک آلدهید با همان تعداد کربن تبدیل کرد، تقریباً ۲ درصد از جرم آن کاهش می‌یابد. فرمول مولکولی این الکل کدام است؟ ( $C = 12, O = 16, H = 1: g.mol^{-1}$ )

(۱)  $C_6H_{14}O$  (۲)  $C_5H_{12}O$  (۳)  $C_4H_{10}O$  (۴)  $C_3H_8O$

۱۰۹- شکل زیر پلیمر سازنده ظروف پلاستیکی را نمایش می‌دهد. این پلیمر دارای گروه(های) عاملی ...



(۱) کتونی و استری می‌باشد.

(۲) الکی و استری و آلدهیدی می‌باشد.

(۳) استری می‌باشد.

(۴) اتری، کتونی و استری می‌باشد.

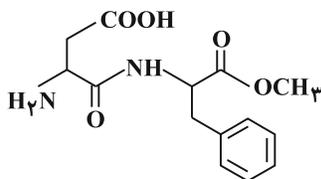
۱۱۰- شکل مقابل مربوط به فرمول ساختاری آسپار تام است. کدام مطلب در مورد آن صحیح است؟

(۱) دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، کتونی، آمیدی است.

(۲) فرمول مولکولی آن  $C_{14}H_{16}N_2O_5$  است.

(۳) در ساختار آن اتم‌های کربن در مجموع، ۴۷ قلمرو الکترونی دارند.

(۴) تعداد پیوندهای دوگانه در ساختار آن، با نفتالن برابر است.



۶- گزینه «۲»

در  $x=1$  خط مماس عمودی است، پس  $x=1$  ریشه عبارت زیر رادیکال است.

$$\frac{x+a}{x+b} = 0 \Rightarrow x+a=0 \xrightarrow{x=1} 1+a=0 \Rightarrow a=-1$$

از طرفی خط مجانب مایل تابع از نقطه  $(0, -2)$  عبور می‌کند.

$$y = x \sqrt{\frac{x+a}{x+b}} \Rightarrow \text{مجانِب مایل: } y = x + \frac{a-b}{2}$$

$$\xrightarrow{a=-1} y = x + \frac{-1-b}{2}$$

نقطه  $(0, -2)$  در این خط صدق می‌کند.

$$-2 = 0 + \frac{-1-b}{2} \Rightarrow -4 = -1-b \Rightarrow b=3$$

در نتیجه ضابطه تابع  $y = x \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$  است و معادله مجانب قائم تابع  $x = -3$  است.

۷- گزینه «۲»

چون تابع در نقطه‌ای روی محور  $x$  ها تعریف نشده است، پس طول این نقطه ریشه منجر است. اما چون تابع حول این ریشه به بی نهایت میل نمی‌کند، پس این ریشه هم زمان ریشه ساده صورت هم بوده که پس از رفع ابهام حد آن صفر شده است. پس اولاً:

$$x=b: b^3 - 12b + a = 0 \Rightarrow a = 12b - b^3 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \lim_{x \rightarrow b} \frac{x^3 - 12x + a}{x-b} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم صورت بر منخرج}} \lim_{x \rightarrow b} \frac{(x-b)(x^2 + bx + b^2 - 12) + b^3 - 12b + a}{(x-b)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow b} (x^2 + bx + b^2 - 12) = b^2 + b^2 + b^2 - 12 = 0 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$\xrightarrow{\text{چون ریشه مثبت است.}} b=2 \Rightarrow a = 12(2) - (2)^3 = 24 - 8 = +16$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^3 - 12x + 16}{x-2} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x - 8)}{x-2}$$

$$\xrightarrow{x \neq 2} x^2 + 2x - 8 \Rightarrow f'(x) = 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 8 = 1 - 2 - 8 = -9$$

۸- گزینه «۴»

$$\frac{x'_t y + y'_t x}{2\sqrt{xy}} + 2x'_t = y'_t \quad (*)$$

از طرفین نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

در نقطه  $(1, 4)$  مولفه  $x$ ، با سرعت  $2$  متر بر ثانیه کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$x=1, y=4, x'_t = -2 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{(-2)(4) + y'_t}{2\sqrt{4}} + 2(-2) = y'_t \Rightarrow \frac{-8 + y'_t}{4} - 4 = y'_t$$

$$\xrightarrow{\times 4} -8 + y'_t - 16 = 4y'_t \Rightarrow 3y'_t = -24 \Rightarrow y'_t = -8 \left(\frac{m}{s}\right)$$

۹- گزینه «۱»

$$V = \pi r^2 h$$

$$S = 2\pi r h$$

$$\frac{dV}{dS} = \frac{\frac{dV}{dr}}{\frac{dS}{dr}} = \frac{\frac{d}{dr}(\pi r^2 h)}{2\pi r h} = \frac{2\pi r h}{2\pi r h} = r \xrightarrow{r=2 \text{ cm}} \frac{dV}{dS} = 2 \text{ cm}$$

دیفرانسیل

۱- گزینه «۴»

$$y' = \frac{b-x^2}{(x^2+ax+b)^2}$$

مشتق تابع را حساب کرده و آن را ساده می‌کنیم:

برای این که تابع داده شده فاقد اکسترم باشد، لازم است مشتق فاقد ریشه باشد و برای این کار باید  $b < 0$  باشد.

دقت کنید که در حالت‌های دیگری نیز ممکن است تابع فاقد اکسترم باشد ولی با توجه به گزینه‌ها  $b < 0$  جواب است.

۲- گزینه «۳»

برای این که تابع صعودی اکید باشد، باید:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow (1-6x)e^{x-3x^2} > 0 \Rightarrow 1-6x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{6} \quad (1)$$

همواره مثبت است.

برای این که تقعر نمودار رو به پایین باشد، باید:

$$f''(x) < 0 \Rightarrow -6e^{x-3x^2} + (1-6x)^2 e^{x-3x^2} < 0$$

$$\Rightarrow (-6 + (1-6x)^2) e^{x-3x^2} < 0 \Rightarrow 36x^2 - 12x - 5 < 0$$

همواره مثبت است.

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{6}}{6} < x < \frac{1+\sqrt{6}}{6} \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

پس در بازه  $(\frac{1-\sqrt{6}}{6}, \frac{1}{6})$  تابع صعودی اکید و دارای تقعر به سمت پایین است.

۳- گزینه «۳»

مشتق دوم تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 4x^3 - 3kx^2 + 12x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 6kx + 12 = 6(2x^2 - kx + 2)$$

برای این که این تابع عطف نداشته باشد، کافی است مشتق دوم تغییر علامت ندهد، پس

باید در عبارت  $2x^2 - kx + 2$  داشته باشیم  $\Delta \leq 0$  یعنی:

$$k^2 - 16 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq k \leq 4$$

بنابراین به ازای ۹ مقدار صحیح  $k$ ، تابع نقطه عطف ندارد.

۴- گزینه «۳»

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n) \times 2}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{2}{3}\right)^n = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 2 \left(\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}\right)$$

$$= 2 \left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}\right) = 4$$

۵- گزینه «۳»

با توجه به شکل، نقطه  $(1, 0)$  عطف تابع است، بنابراین:

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow \frac{f'(x) = 2x^2 + 2ax + b}{f''(x) = 4x + 2a} \Rightarrow 6 + 2a = 0 \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

$$\Rightarrow b = 0$$

(شمیر عزیزاره)

۱۴- گزینه «۲»

$$D_f = \{k-1, k, 0\} \xrightarrow[\text{تقارن دامنه}]{\text{شرط}} k-1 = -k \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\text{fog}(-k) = f\left(g\left(\frac{-1}{2}\right)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

۱۵- گزینه «۲»

$$y = \frac{2^{x+1} + 3}{2^x - 1} \Rightarrow (2^x - 1)y = 2^{x+1} + 3$$

$$\Rightarrow 2^x y - y = 2^{x+1} + 3 \Rightarrow 2^x y - 2^{x+1} = 3 + y$$

$$\Rightarrow 2^x (y - 2) = y + 3 \Rightarrow 2^x = \frac{y + 3}{y - 2} \Rightarrow x = \log_2 \frac{y + 3}{y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \log_2 \frac{x + 3}{x - 2}$$

نتیجه می گیریم که:

۱۶- گزینه «۳»

برای محاسبه f, g ابتدا دامنه تابع را می یابیم:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{x} \Rightarrow D_f : x > 0 \\ g(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow D_g : x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{f.g} = D_f \cap D_g : x > 0$$

حال ضابطه تابع را می یابیم:

$$(f.g)(x) = f(x).g(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{x} \times (\sqrt{x+1}) = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$

در نهایت با توجه به دامنه تابع، برد را می یابیم:

$$x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} - 1 > -1$$

$$\Rightarrow f.g \text{ برد تابع } (-1, +\infty)$$

۱۷- گزینه «۱»

$$f(x) = \sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow D_g = R$$

$$D_{f^{-1}(g(x))} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_{f^{-1}}\}$$

$$= \{x : x \in R, \tan^{-1} x \geq 0 \rightarrow x \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}(g(x))} = [0, +\infty)$$

۱۸- گزینه «۲»

$$f(g(x)) = x \Rightarrow g(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow g(f) = f^{-1}(f) \Rightarrow f(x) = f$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{x-1} = f \Rightarrow 2x - f = 2x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow g(f) = 2$$

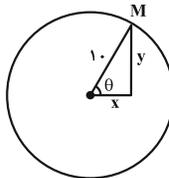
۱۹- گزینه «۲»

برای اینکه تابع  $y = (f - f^{-1})(x)$  بالای محور X ها قرار بگیرد، باید:

$$(f - f^{-1})(x) > 0 \Rightarrow f(x) - f^{-1}(x) > 0 \Rightarrow f(x) > f^{-1}(x)$$

در بازه ای نمودار f بالاتر از نمودار تابع f<sup>-1</sup> قرار دارد که نمودار f بالای خط y = x باشد. در نتیجه برای حل نامعادله فوق، کفایت نامعادله f(x) > x را حل کنیم:

۱۰- گزینه «۳»



اگر M محل نشستن شخص روی چرخ و فلک باشد، آن گاه با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} x = 1 \cdot \cos \theta \\ y = 1 \cdot \sin \theta \end{cases}$$

چون سرعت بالا رفتن یا بایتن آمدن را می خواهیم، بنابراین از رابطه  $y = 1 \cdot \sin \theta$  استفاده می کنیم. از طرفین این تساوی نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$y'_t = 1 \cdot \theta'_t \cos \theta \quad (*)$$

چون چرخ و فلک در هر دو دقیقه یک دور می زند، پس در هر دقیقه نصف دور می زند، بنابراین:

$$\theta'_t = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \text{ (رادیان بر دقیقه)} = \pi \text{ (دور بر دقیقه)}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{1} = \frac{5}{1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی در لحظه ای که  $x = 5$  است، داریم:

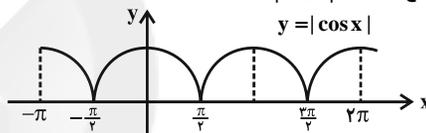
$$y'_t = 1 \cdot (\pi) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

در نتیجه با توجه به (\*) داریم:

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۱»

ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم:



بنابراین در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  تابع صعودی است.

۱۲- گزینه «۲»

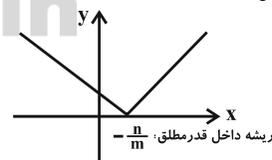
$$g(f(x)) = x^2 + x - 2 \xrightarrow{f(x)=2x+1} g(2x+1) = x^2 + x - 2$$

$$\xrightarrow{x=1} g(3) = 1 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow g(3) = 0$$

$$f(g(3)) = f(0) = 2(0) + 1 = 1$$

۱۳- گزینه «۳»

دقت کنید که در نمودار تابع  $f(x) = |mx + n|$  نقطه شکستگی نمودار تابع، ریشه داخل قدر مطلق است، پس



حال برای این که f تابعی یک به یک باشد، باید ریشه داخل قدر مطلق در فاصله  $(-1, 2)$  نباشد. پس ابتدا حدود a را طوری می یابیم که ریشه در فاصله  $(-1, 2)$  باشد. سپس مجموعه جواب به دست آمده را از R کم می کنیم:

$$2x + a = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow -1 < -\frac{a}{2} < 2 \xrightarrow{\times(-2)} -4 < a < 2$$

پس مجموعه جواب مورد نظر برابر است با:

$$a \in R - (-4, 2)$$

۲۶- گزینه «۲»

$$|A^*| = (6+0+0) - (5+0+0) = 1$$

دترمینان ماتریس  $A^*$  برابر یک است. با توجه به رابطه  $|A^*| = |A|^2$  و مثبت بودن دترمینان ماتریس  $A$ ، نتیجه می‌شود  $|A| = 1$  است.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} A^* \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$$

۲۷- گزینه «۲»

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 2(1 \cdot 9) + 1(2 \cdot 9) + 3(-1 \cdot 0) = 0$$

بنابراین معادله می‌تواند بی‌شمار جواب داشته باشد. اگر دستگاه را با روش حذفی گاوس حل کنیم، داریم:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & a \\ 1 & 2 & 1 & b \\ 7 & 4 & 9 & c \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 \leftrightarrow R_1 \\ R_3 - 7R_1}} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & b \\ 2 & -1 & 3 & a-2b \\ 0 & -10 & 6 & c-7b \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_2 - 2R_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & b \\ 0 & -5 & 1 & a-2b \\ 0 & 0 & 0 & c-7b-2a+2b \end{array} \right]$$

اگر  $c = 3b + 2a$ ، آن‌گاه دستگاه بی‌شمار جواب دارد ولی اگر  $c \neq 3b + 2a$  دستگاه بدون جواب است.

۲۸- گزینه «۱»

مختصات  $(0,0,0)$  در سه معادله صدق می‌کند.

جواب  $(a^y - b^z = 0, a + b = 0, a + 1 = 0) \Rightarrow a = -1, b = 1$   
 دستگاه معادلات همگن زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} mx - y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x - 2y + mz = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} m & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & m \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = m^2 + 6 \neq 0$$

پس دستگاه به ازای همه مقادیر  $m$  فقط جواب صفر دارد.

۲۹- گزینه «۴»

چون دستگاه بی‌شمار جواب دارد، دترمینان ضرایب صفر است:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 3 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2(-a-2) - 3(3a-5) - 7 \times 11 = 0$$

$$-11a = 6 \times 11 \Rightarrow a = -6$$

$$f(x) > x \Rightarrow x^3 + x + 1 > x \Rightarrow x^3 > -1 \Rightarrow x > -1$$

۲۰- گزینه «۱»

$$f(-x) = (-1)^{-x}(-x) = (-1)^{-x+1}x = (-1)^{-x-1+1}x = f(x)$$

$f$  تابعی زوج است.

$$\forall x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}: [-x] + 1 = -[x] \quad (\text{تذکر ۱})$$

$$(-1)^{-[x]} = (-1)^{[x]} \quad (\text{تذکر ۲})$$

هندسه تحلیلی

۳- گزینه «۳»

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ c & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 4 - c = 3 - c$$

اگر  $c = 3$ ، دستگاه یا جواب ندارد یا بی‌شمار جواب دارد.

اگر  $c \neq 3$ ، دستگاه فقط یک جواب دارد. پس گزینه‌های «۱» و «۲» صحیح می‌باشند. در مورد گزینه «۳»  $a = b = 1$  و  $c = 3$ ، در نتیجه:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

چون  $|A| = 0$  و  $|A_1| = 4$  پس

دستگاه جواب ندارد. پس گزینه «۳» نادرست است.

۲۲- گزینه «۲»

این دستگاه بیانگر وضعیت نسبی ۳ خط در دستگاه دو بعدی می‌باشد. که باید محل برخورد دوتای آنها را به دست آورده و در معادلات سوم قرار دهیم. پس:

$$\begin{cases} x - z = -1 \\ 2x - z = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1, z = 2$$

$$2x + z = m^2 - 2m + 5 \xrightarrow{x=1, z=2} 2(1) + (2) = m^2 - 2m + 5$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

۲۳- گزینه «۱»

$$x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{3}{-3} = -1$$

۲۴- گزینه «۱»

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{-R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -2R_1 + R_3 \rightarrow R_3}} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a-b=0$$

۲۵- گزینه «۴»

$$\text{معادلات اول و دوم یکی هستند، پس دستگاه به صورت} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

و این دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

$$1, 2, 3 \Rightarrow 3! = 6$$

$$1, 1, 4 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

بنابراین داریم:

$$n(A') = 1 + 3 + 3 + 3 + 6 + 3 = 19$$

$$P(A') = \frac{19}{216} \Rightarrow P(A) = \frac{197}{216}$$

۳۴- گزینه «۳»

احتمال قبولی این فرد در هر آزمون برابر  $\frac{1}{2}$  است. بنابراین براساس احتمال دو جمله‌ای،

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4}}{2^5} = \frac{10 + 5}{32} = \frac{15}{32}$$

۳۵- گزینه «۴»

$$\begin{cases} P(1) = \frac{x}{1}, P(2) = \frac{x}{2}, P(3) = \frac{x}{3} \\ P(4) = \frac{x}{4}, P(5) = \frac{x}{5}, P(6) = \frac{x}{6} \end{cases}$$

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \dots + \frac{x}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6 \cdot x + 3 \cdot x + 2 \cdot x + 15x + 12x + 1 \cdot x}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147} = \frac{20}{49}$$

$$P(\text{اول آمدن}) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{20}{49} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{20}{49} \times \frac{31}{30} = \frac{62}{147}$$

۳۶- گزینه «۴»

اگر ضلع مربع بزرگ‌تر را  $a$  فرض کنیم، قطر دایره برابر با  $a$  و قطر مربع کوچک‌تر نیز برابر با  $a$  خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$a^2 = \text{مساحت مربع بزرگ‌تر}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} a^2$$

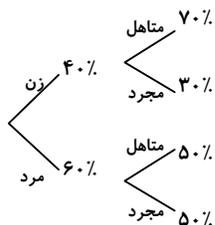
در ضمن مساحت مربع کوچک‌تر را به کمک فرمول مربوط به لوزی به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مربع کوچک‌تر} = \frac{a \times a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

حال احتمال مربوطه عبارت است از:

$$P = \frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت مربع بزرگ‌تر}} = \frac{\frac{\pi a^2}{4} - \frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 2}{4}$$

۳۷- گزینه «۲»



اگر بیشامد متاهل بودن را  $A$  و بیشامد مرد بودن را  $B_1$  بنامیم، آن‌گاه داریم:

از سوی دیگر هنگامی که سه صفحه در یک خط مشترکند (اعضای یک دسته صفحه‌اند) هر یک ترکیب خطی دوتای دیگر است. با کمی دقت معلوم می‌شود که صفحه سوم از جمع صفحات اول و دوم پدید آمده است. پس:

$$5 + b = 7 \Rightarrow b = 2$$

برای یافتن  $b$  می‌توان روش دیگری نیز انتخاب کرد. هر نقطه روی فصل مشترک صفحات اول و سوم، روی صفحه دوم نیز هست. نقطه‌ای با این شرط می‌یابیم:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1$$

$$(1, 1, 0) \in P_7 \Rightarrow 3 - 1 + 0 = b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + b = -4$$

۳۰- گزینه «۲»

تشخیص حالت فصل مشترک‌ها نسبت به یک‌دیگر، به وضعیت جواب دستگاه

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 & (1) \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 & (2) \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 & (3) \end{cases}$$

به روش حذفی معمولی سریع‌تر نتیجه می‌دهد.

$$\begin{aligned} (1), (2) \xrightarrow{\text{حذف } x_3} 3x_1 + 3x_2 = -1 \\ (2), (3) \xrightarrow{\text{حذف } x_3} 7x_1 + 5x_2 = -3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = -1 \\ 7x_1 + 5x_2 = -3 \end{cases}$$

اما چون دستگاه دو معادله دو مجهولی جواب دارد، دستگاه سه معادله سه مجهولی نیز جواب منحصر به فرد دارد، یعنی سه صفحه سه فصل مشترک، از یک نقطه می‌گذرند.

### ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

به ازای رو شدن هر یک از اعداد زوج، یک بار تاس می‌ریزیم. پس  $3 \times 6 = 18$  حالت امکان‌پذیر است. همچنین به‌ازای رو شدن هر عدد فرد، به همان تعداد سکه پرتاب می‌کنیم که تعدد حالت‌های ممکن در  $n$  بار پرتاب سکه، برابر  $2^n$  است.

در نتیجه  $4^2 = 2^3 + 2^3 + 2^1$  حالت در این شرایط امکان‌پذیر است. بنابراین تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$18 + 42 = 60$$

۳۲- گزینه «۳»

تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای برابر است با  $n(S) = \binom{9}{3} = 84$ . اگر  $H$  بیشامد آن

باشد که دقیقاً دو نفر گروه خونی یکسان داشته باشند، آنگاه تعداد عضوهای  $H$  به

$$\text{صورت } 6^3 = \binom{6}{2} \binom{3}{1} + \binom{6}{1} \binom{3}{2} = 45 + 18 = 63 \text{ به دست می‌آید. پس}$$

احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(H) = \frac{63}{84} = \frac{3}{4}$$

۳۳- گزینه «۴»

$$n(S) = 6^3 = 216$$

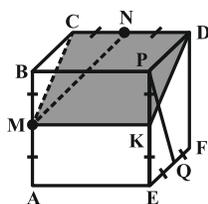
حالتی که مورد نظر نیست، آن است که حداقل یکی از سه رقم رو شده، زوج نباشد و مجموع کمتر یا مساوی ۶ باشد. این حالت‌ها عبارتند از:

$$1, 1, 1 \Rightarrow \frac{3!}{3!} = 1$$

$$1, 1, 2 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$1, 2, 2 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$1, 1, 3 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$



۴۴- گزینه «۲»

گزینه «۲» درست است. زیرا اگر خطی مانند  $d$  بر  $P$  عمود و با  $P'$  موازی باشد حتماً در  $P'$  خطی مانند  $d'$  موازی  $d$  وجود دارد که بر  $P$  عمود است. پس شرط عمود بودن دو صفحه  $P$  و  $P'$  که عمود بودن خطی از یکی بر دیگری است، خودبه خود برقرار است. گزینه (۱) نادرست است، زیرا اگر خطی از  $P$  بر فصل مشترک  $P$  و  $P'$  عمود باشد، شرط عمود بودن را ندارد و باید بر دو خط متقاطع از آن عمود باشد. گزینه (۳) نادرست است، زیرا صفحه  $P$  به شرطی بر  $P'$  عمود است که خطی مانند  $d$  از آن بر  $P'$  عمود باشد و شرط عمود بودن  $d$  بر  $P'$  عمود بودن  $d$  بر دو خط متقاطع از  $P'$  عمود است (نه هر دو خط دلخواه). گزینه (۴) نادرست است. لزومی ندارد تمام خطوط صفحه  $P$  بر صفحه  $P'$  عمود باشد. دو صفحه عمود بر هم، هریک دارای خطوطی هستند که با دیگری موازی است.

۴۵- گزینه «۱»

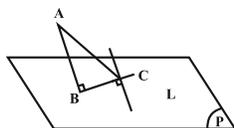
گزینه «۱»: خط  $\Delta$  بر خط  $D$  از صفحه  $P$  عمود است، بنابراین بر هر خط موازی با خط  $D$  نیز عمود می‌باشد. گزینه «۲»: چون (۱) درست است، گزینه «۲» نادرست می‌باشد. گزینه «۳»: خط  $\Delta$  با هر خط صفحه  $Q$  که بر خط  $D$  عمود باشد، موازی است. گزینه «۴»: خط  $\Delta$  با صفحه  $Q$  موازی است، اما با هر خطی از این صفحه موازی نیست.

۴۶- گزینه «۳»

اگر  $CA = CB$  باشد، آنگاه نقطه  $C$  باید روی صفحه عمودمنصف پاره خط  $AB$  قرار گیرد. اگر خط  $d$  و صفحه عمودمنصف  $AB$ ، متقاطع باشند، مسأله یک جواب دارد. اگر خط  $d$  با صفحه عمودمنصف  $AB$  موازی بوده و در خارج آن قرار گیرد، مسأله فاقد جواب است و در صورتی که خط  $d$  بر صفحه عمودمنصف  $AB$ ، منطبق شود، مسأله بی‌شمار جواب دارد.

۴۷- گزینه «۲»

خط  $AB$  بر صفحه  $P$  عمود است، پس بر تمامی خطوط این صفحه از جمله خط  $L$  عمود می‌باشد، یعنی  $L \perp AB$ . از طرفی طبق فرض  $L \perp BC$ . چون خط  $L$  بر دو خط متقاطع از صفحه مثلث  $ABC$  عمود می‌باشد، پس  $L$  بر این صفحه عمود است. در نتیجه  $L$  بر تمامی خطوط صفحه  $ABC$  از جمله  $AC$  نیز عمود می‌باشد.



۴۸- گزینه «۲»

فرض کنیم  $m_1, m_2, m_3$  به ترتیب نقاط وسط ضلع‌های  $AB, AC, BC$  باشد. هر صفحه‌ای که شامل هر کدام از خط‌های  $m_1m_2, m_1m_3, m_2m_3$  باشد و بر صفحه مثلث  $ABC$  عمود شود، موازی با خط  $L$  است و از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. تنها همین ۳ صفحه با ویژگی مورد نظر وجود دارند.

$$P(B_1 | A) = \frac{\frac{50}{100} \times \frac{60}{100}}{\frac{50}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{70}{100}} = \frac{3000}{5800} = \frac{30}{58} = \frac{15}{29}$$

۳۸- گزینه «۱»

اگر پیشامدهای انتخاب طرف‌های اول و دوم را به ترتیب با  $A$  و  $B$  و انتخاب مهره قرمز را با  $R$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$P(R) = P(R | A)P(A) + P(R | B)P(B) = \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{6}{25} = \frac{25 + 24}{100} = \frac{49}{100} = 0.49$$

۳۹- گزینه «۳»

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + \dots + P(X=5) = 1$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{18} [(a-1) + (a-2) + \dots + (a-5)] = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{18} (5a-15) = \frac{5}{6} \Rightarrow 5a-15=15 \Rightarrow 5a=30 \Rightarrow a=6$$

۴۰- گزینه «۱»

ابتدا احتمال آن که دومین سخنران فیزیکدان باشد را حساب می‌کنیم:

$$P = \text{دومین نفر فیزیکدان باشد} = P(\text{اولی ریاضیدان و دومی فیزیکدان باشد}) + P(\text{اولی فیزیکدان و دومی فیزیکدان باشد})$$

$$= \left(\frac{3}{8} \times \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}\right) = \frac{6+15}{56} = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

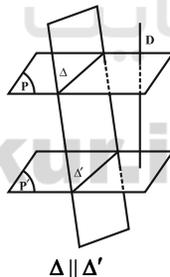
مشاهده می‌کنیم که شانس «دومی فیزیکدان باشد» با شانس «اولی فیزیکدان باشد» برابر است. بنابراین احتمال آن که نفر دوم و پنجم، فیزیکدان باشند، برابر آن است که نفرات اول و دوم فیزیکدان باشند، یعنی:

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

هندسه ۲

۴۱- گزینه «۴»

چون دو صفحه عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند، پس با توجه به تعامد  $P$  و  $P'$  بر خط  $D$ ،  $P \parallel P'$ . از سوی دیگر هر صفحه‌ای که یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند و فصل مشترک این صفحات، با هم موازی هستند.



۴۲- گزینه «۳»

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

۴۳- گزینه «۳»

$MK$  بر صفحه  $PEFD$  عمود است. پس  $MK$  بر  $PQ$  عمود است. از طرفی  $DK$  بر  $PQ$  عمود است. لذا  $PQ$  بر دو خط متقاطع  $MK$  و  $DK$  از صفحه  $CMKD$  عمود است و در نتیجه بر این صفحه عمود است. چون  $MN$  در این صفحه قرار دارد پس  $PQ \perp MN$ .

۵۳- گزینه «۲»

همان طور که از نمایش مسطح ساختار شبکه نیم رسانا مشخص است، یک نیم رسانای چهار ظرفیتی توسط اتم‌های پنج ظرفیتی آلیبده شده است. بنابراین نیم رسانای غیرذاتی از نوع  $n$  خواهد بود. در این نوع از نیم رساناهای غیرذاتی، الکترون اضافی روی تراز بی به نام تراز دهنده قرار می‌گیرد که در فاصله بسیار کمی زیر نوار رسانش قرار دارد.

۵۴- گزینه «۱»

اگر در یک مدار، پایانه مثبت مولد به  $p$  و پایانه منفی آن به  $n$  دیود وصل شود، دیود دارای پیش‌ولت موافق (پایاس مستقیم) است و از آن جریان عبور می‌کند و در صورتی که پایانه مثبت مولد به  $n$  و پایانه منفی آن به  $p$  دیود وصل شود، دیود دارای پیش‌ولت مخالف (پایاس معکوس) است و از آن جریانی عبور نمی‌کند.

با این توضیحات در مدار (الف) هر دو دیود دارای پیش‌ولت موافق هستند و از هر دو جریان عبور می‌کند. چون اختلاف پتانسیل در سر آن‌ها یکسان است، جریان عبوری از آن‌ها نیز یکسان و در نتیجه مقاومت الکتریکی آن‌ها نیز یکسان است. بنابراین اگر مقاومت الکتریکی هر دیود  $R$  فرض شود، مقاومت معادل مدار برابر با  $\frac{R}{۲}$  و عددی

که آمپر سنج ایده‌آل نشان می‌دهد برابر با  $I = \frac{۲E}{R}$  خواهد بود.

در مدار (ب)، دیود بالایی دارای پیش‌ولت موافق و دیود پایینی دارای پیش‌ولت مخالف است. بنابراین فقط از دیود بالایی جریان عبور می‌کند و با توجه به این که پیش‌ولت موافق آن با پیش‌ولت موافق دیودها در مدار (الف) یکسان است، جریان عبوری و در نتیجه مقاومت الکتریکی آن برابر با دیودها در مدار (الف) می‌شود و بنابراین آمپر سنج ایده‌آل

عددی برابر با  $I = \frac{E}{R}$  را نشان خواهد داد.

در مدار (پ) هر دو دیود دارای پیش‌ولت مخالف هستند و از هیچ کدام جریانی عبور نمی‌کند و آمپر سنج عدد صفر را نشان خواهد داد.

۵۵- گزینه «۲»

گزینه (۱): نادرست؛ اگر از دماهای بالا به سمت صفر کلون بررویم، اولین ماده‌ای که مقاومت ویژه الکتریکی خود را به‌طور کامل از دست می‌دهد  $Nb$  است.

گزینه (۲): درست؛ در دمای صفر کلون، تمام عناصر ذکر شده در جدول، گذار به حالت ابررسانایی را انجام داده‌اند و مقاومت ویژه الکتریکی تمام آن‌ها برابر با صفر و یکسان است.

گزینه (۳): نادرست؛ در دمای که مقاومت ویژه  $Al$  صفر است، این احتمال وجود دارد که دما همچنان بالاتر از دمای گذار  $Zn$  باشد.

گزینه (۴): نادرست؛ در دمای ۱۰ کلون، مقاومت ویژه هیچ یک از مواد ذکر شده در جدول برابر با صفر نیست.

۵۶- گزینه «۲»

اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌ها در هسته‌های سبک حدود میلیون الکترون ولت ( $MeV$ ) و در هسته‌های سنگین حدود کیلو الکترون ولت ( $keV$ ) است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

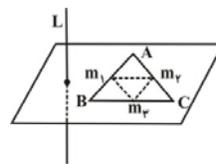
گزینه «۱»: انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته مانند انرژی الکترون‌های وابسته به اتم کوانتیده است و این نوکلئون‌ها نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

گزینه «۳»: هسته‌های برانگیخته نیز درست مانند اتم‌های برانگیخته می‌توانند با گسیل فوتون به حالت پایه برگردند. انرژی فوتون گسیل شده نیز برابر با اختلاف انرژی بین حالت برانگیخته و حالت پایه یا بین دو حالت برانگیخته است.

گزینه «۴»: انرژی واکنش شیمیایی در حدود چند الکترون ولت و انرژی لازم برای برانگیختگی هسته‌ها معمولاً در محدوده کیلو الکترون ولت تا میلیون الکترون ولت است؛ از این رو، هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

۵۷- گزینه «۳»

متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها، واپاشی بتا است، برای سایر گزینه‌ها داریم:

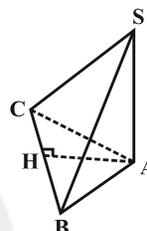


۴۹- گزینه «۳»

صفحه قاعده هرم، شامل خط  $BC$  و عمود بر خط  $SA$  است. به این ترتیب عمود مشترک دو خط متناظر  $SA$  و  $BC$ ، در صفحه  $ABC$  قرار دارد و از نقطه  $A$  بر خط  $BC$  عمود می‌شود، بنابراین ارتفاع  $AH$  عمود مشترک بین دو خط متناظر  $SA$  و  $BC$  می‌باشد.

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 27 = 36 \Rightarrow BC = 6$$

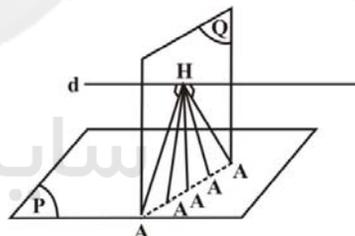
$$\Rightarrow BC \times AH = AB \times AC \Rightarrow 6AH = 9\sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



۵۰- گزینه «۱»

مکان هندسی خطوطی از فضا که در نقطه  $H$  بر خط  $d$  عمود باشند، صفحه‌ای عمود بر  $d$  در نقطه  $H$  است. (مثل صفحه  $Q$ )

تمامی پاره‌خطهایی که یک سر آن‌ها در نقطه  $H$  بر خط  $d$  ثابت و عمود هستند و یک سر آن‌ها روی فصل مشترک صفحات  $P$  و  $Q$  باشند، جواب این سؤال هستند.



فیزیک پیش‌دانشگاهی

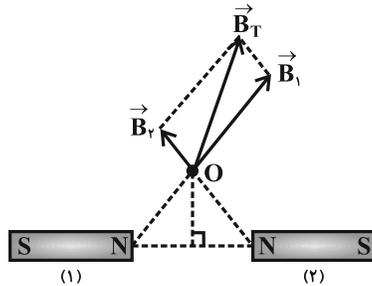
۵۱- گزینه «۴»

طبق نظریه نواری، الکترون‌ها تنها می‌توانند روی ترازهای انرژی که هر تراز مقدار انرژی ویژه خود را دارد، قرار گیرند. بنابراین ترازهای انرژی، ترازهایی گسسته هستند. ترازهای انرژی تشکیل نوارهایی را می‌دهند که هر نوار شامل تعداد بسیار زیادی ترازهای گسسته است که از نظر مقدار انرژی بسیار به هم نزدیک هستند ولی بین نوارهای مختلف از نظر انرژی ممکن است فاصله زیادی وجود داشته باشد. بنابراین انرژی نوارها نیز گسسته است.

۵۲- گزینه «۴»

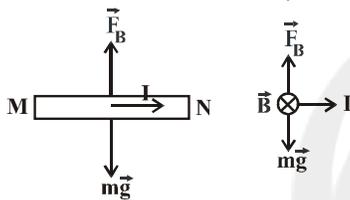
ساختار نواری نشان داده شده مربوط به یک جسم رسانا است که تنها الکترون‌های نوار رسانش (بخشی پر) در رسانش الکتریکی شرکت دارند. در مواد رسانا، با افزایش دما، مقاومت الکتریکی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر چون گاف انرژی بین نوار بخشی پر و نوار خالی در مواد رسانا زیاد است، با افزایش دما و برانگیختگی گرمایی، الکترون‌ها انرژی لازم برای گذار به نوار خالی را به‌دست نمی‌آورند. چون این جسم رسانا است، دارای مقاومت ویژه الکتریکی بسیار کم خواهد بود.

زیر، عقربه مغناطیسی (بسته به میزان قدرت آهنرباها) می‌تواند مطابق جهت گزینہ «۱» قرار گیرد.



۶۲- گزینه «۴»

برای آن که نیروی کشش نخ‌ها صفر شود، باید نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف بالا و برابر وزن سیم باشد. با توجه به جهت این نیرو و جهت میدان مغناطیسی، به کمک قاعده دست راست می‌توان دریافت جهت جریان سیم باید از M به N باشد. برای محاسبه جریان گذرا از سیم می‌توان نوشت:



$$F_B = mg \Rightarrow BI \ell \sin \alpha = mg$$

$$\Rightarrow 0.1 \times I \times 1 \times \sin 90^\circ = 20 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow I = 2A$$

۶۳- گزینه «۳»

خطهای میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم نازک، راست، بلند و حامل جریان به صورت دایره‌هایی هستند که مرکز آنها روی سیم حامل جریان قرار دارد. با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی حول سیم راست حامل جریان  $(B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R})$ ، اندازه میدان مغناطیسی با افزایش فاصله از سیم، کاهش می‌یابد. بنابراین خطوط میدان مغناطیسی در نقاط نزدیک‌تر به سیم فشرده‌تر از نقاط دورتر از سیم است، با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون سو به صورت ساعتگرد است.

۶۴- گزینه «۴»

ابتدا جریان را در مدار تک‌حلقه به دست می‌آوریم، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{(10 + 1) + 1} \Rightarrow I = 3A$$

چون دو نیم‌حلقه به صورت موازی به یکدیگر بسته شده‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم یکسان است و بنابراین جریان عبوری از هر یک، برابر است با:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \xrightarrow{R_2 = 2R_1} I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3A \Rightarrow 2I_2 + I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 1A, I_1 = 2A$$

برای تعیین جهت و محاسبه اندازه میدان مغناطیسی ناشی از جریان هر نیم‌حلقه در نقطه O، داریم:

$$B_1 = \mu_0 \frac{NI_1}{2r_1} \Rightarrow B_1 = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{2}{0.1} = 2\pi \mu T$$

$$\frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z-1} Z + {}^0_{+1} e^+$$

$$\frac{A}{Z} X^* \rightarrow \frac{A}{Z} X + {}^0 \gamma$$

$$\frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z+1} Y + {}^0_{-1} e^-$$

۵۸- گزینه «۱»

اختلاف جرم بین اجزای تشکیل‌دهنده یک هسته و جرم هسته که به انرژی تبدیل می‌شود را انرژی بستگی هسته اتم گوئیم. داریم:

$$B = \Delta mc^2 = [ZM_p + NM_n - M_X]c^2$$

برای هسته اتم هلیم  $({}^4_2\text{He})$ ، می‌توان نوشت:

$$B = [2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.002603]c^2$$

$$\Rightarrow B = 28 \times 10^{-3} \text{uc}^2 = 28 \times 10^{-3} \times 931.5 = 26.08 \text{MeV}$$

۵۹- گزینه «۳»

با استفاده از نمودار، برای دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  داریم:

$$N = \frac{N_0}{\gamma^n} \Rightarrow \gamma^n = \frac{N_0}{N}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \gamma^{n_1} = \frac{1.19}{1/25 \times 1.18} \Rightarrow n_1 = 3 \Rightarrow \frac{t_1}{T_{1/2}} = 3 \Rightarrow t_1 = 3T_{1/2} \\ \gamma^{n_2} = \frac{1.19}{6/25 \times 1.17} \Rightarrow n_2 = 4 \Rightarrow \frac{t_2}{T_{1/2}} = 4 \Rightarrow t_2 = 4T_{1/2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{4T_{1/2}}{3T_{1/2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{3}$$

۶۰- گزینه «۱»

انرژی تولیدی در این راکتور در هر ثانیه برابر است با:

$$E = P \cdot t = 200 \times 10^6 \times 1 \Rightarrow E = 2 \times 10^8 \text{J}$$

انرژی ناشی از هر شکافت بر حسب ژول برابر است با:

$$E_1 = 200 \times 10^6 \text{eV} = 200 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{J}$$

$$\Rightarrow E_1 = 2 \times 10^{-11} \text{J}$$

در نتیجه تعداد هسته‌هایی که در هر ثانیه باید شکافته شود، (n) برابر است با:

$$E = nE_1 \Rightarrow 2 \times 10^8 = n \times 2 \times 10^{-11} \Rightarrow n = \frac{10^8}{1/6 \times 10^{-11}}$$

$$\Rightarrow n = 6/25 \times 10^{18}$$

### فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

بر اساس شکل خطهای میدان مغناطیسی میان آهنرباها، متوجه می‌شویم که قطب‌های N دو آهنربا در مجاورت یکدیگر قرار گرفته‌اند. (در خارج از یک آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند). همچنین چون خطوط میدان مغناطیسی آهنربای سمت چپ، فضای بزرگتری را تحت تأثیر قرار داده است و خطوط میدان مغناطیسی در نزدیکی آن فشرده‌تر است، آهنربای سمت چپ قوی‌تر است. برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در نقطه O (فاصله‌های نزدیک بالای آهنرباها و روی عمودمنصف خط واصل دو آهنربا) یک قطب N فرضی در آن قرار می‌دهیم. جهت برآیند نیروهای وارد بر N فرضی، همان جهت میدان مغناطیسی است. لذا براساس شکل



۶۴- گزینه ۲»

ابتدا فاصله زمانی بین دو لحظه‌ای را که شار عبوری از یک حلقه نصف مقدار بیشینه خود می‌شود، برحسب دوره تناوب حساب می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3}$$

$$\frac{\Delta t = 0.2s}{\frac{2T}{3}} \Rightarrow 0.2 = \frac{2T}{3} \Rightarrow T = 0.3s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.3} \Rightarrow \omega = \frac{20\pi}{3} \text{ rad/s}$$

حالا معادله نیروی محرکه بر حسب زمان را می‌نویسیم:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t) = NBA\omega \sin(\omega t)$$

$$\frac{BA = \Phi_{\max}}{\varepsilon = 1.0 \times \frac{4}{100} \times \frac{2\pi}{0.3} \sin\left(\frac{20\pi}{3} t\right)}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{8.0\pi}{3} \sin\left(\frac{20\pi}{3} t\right) \xrightarrow{t = \frac{1}{20} s} \varepsilon = \frac{8.0\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{8.0\pi}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.0 \times \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \text{ (V)}$$

۷۰- گزینه ۱»

درصد تغییرات کمیته مانند X از رابطه  $\frac{\Delta x}{x_1} \times 100$  به دست می‌آید. حال با توجه به

رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر  $U = \frac{1}{2} LI^2$  می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right) \times 100$$

$$\frac{U = \frac{1}{2} LI^2}{\frac{\Delta U}{U_1} \times 100} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \times 100$$

$$\frac{\Delta U = 21}{U_1 = 100} \Rightarrow \frac{21}{100} = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \Rightarrow \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 1/21$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{1/21} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 1/1$$

حال درصد تغییرات شدت جریان را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta I}{I_1} \times 100 = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \times 100 = (1/1 - 1) \times 100 = 0/1 \times 100 = 0\%$$

فیزیک ۲

۷۱- گزینه ۲»

اگر عدد دماسنج مجهول را با X نشان دهیم، داریم:

$$\frac{x - 10}{130 - 10} = \frac{T - 273}{373 - 273} \Rightarrow T = \left(\frac{x - 10}{1/2}\right) + 273$$

$$\frac{x = 70}{\Rightarrow T = \frac{70 - 10}{1/2} + 273 \Rightarrow T = 323K}$$

۷۲- گزینه ۲»

با استفاده از رابطه دمای تعادل داریم:

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \theta_{\text{آب}} + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} \theta_{\text{مس}}}{m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}}} = m_{\text{آب}} = m_{\text{مس}}$$

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{c_{\text{آب}} \theta_{\text{آب}} + c_{\text{مس}} \theta_{\text{مس}}}{c_{\text{آب}} + c_{\text{مس}}} = \frac{4200 \times 10 + 400 \times 125}{4200 + 400} = 20^\circ C$$

برون سو  $B_p = \mu_0 \frac{NI_p}{2r_p} \Rightarrow B_p = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{0.2} = 0.5\pi \mu T$

چون  $B_1 > B_p$  است، بنابراین برابری میدان‌های مغناطیسی در مرکز مشترک دو نیم حلقه درون سو بوده و اندازه آن برابر است با:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_p \Rightarrow |\vec{B}_T| = |\vec{B}_1| - |\vec{B}_p| = 2\pi - 0.5\pi$$

$$\Rightarrow |\vec{B}_T| = 1.5\pi \mu T$$

۶۵- گزینه ۲»

طبق قاعده دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم (۱) در نقاط M و N در خلاف جهت هم و میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم (۲) در نقاط M و N در یک جهت است، بنابراین در یکی از نقاط M و N، میدان مغناطیسی ناشی از جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  هم جهت می‌شوند و چون جهت میدان در این دو نقطه با هم برابر است، لذا جهت میدان برابری جهت با جهت میدان ناشی از جریان  $I_1$  می‌باشد یعنی جهت میدان حاصل از جریان  $I_1$  در نقاط M و N برون سو است و در نتیجه طبق قاعده دست راست، جهت جریان  $I_1$  به سمت بالا می‌باشد.

چون فاصله نقطه N از سیم (۲) کمتر از فاصله نقطه M از سیم (۲) است، بنابراین اندازه میدان ناشی از جریان  $I_1$  در نقطه N بزرگتر از نقطه M است. با توجه به برابری اندازه میدان برابری در نقطه‌های M و N، باید میدان مغناطیسی ناشی از جریان  $I_1$  در نقطه N درون سو و در نقطه M برون سو باشد و در نتیجه طبق قاعده دست راست، جهت جریان  $I_1$  نیز به سمت بالا خواهد بود.

۶۶- گزینه ۳»

در موادی با خاصیت فرومغناطیس سخت، پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی، ماده خاصیت آهنربایی خود را حفظ می‌کند. به همین دلیل این مواد برای ساختن آهنرباهای دائمی مناسبند. در مقابل، در مواد فرومغناطیس نرم با حذف میدان مغناطیسی خارجی، خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند و این خاصیت، آن‌ها را برای ساختن آهنرباهای الکتریکی (غیردائم) مناسب ساخته است. یکی از کاربردهای مواد فرومغناطیس نرم، در هسته سیمولهاست. با این توضیحات گزینه «۳» پاسخ سوال است. نمونه‌ای از مواد فرومغناطیس سخت عبارتند از: فولاد (آهن به اضافه دو درصد کربن)، آلیاژهای دیگری از آهن، کبالت و نیکل.

۶۷- گزینه ۴»

تعداد دور حلقه‌ها به کمک رابطه القای فارادی به دست می‌آید:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -N \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \theta$$

$$\frac{\theta = 0, |\varepsilon| = 2V, A = 4 \times 10^{-4} m^2}{\Delta B = 0 - 1/2 = -1/2 T, \Delta t = 0.6 - 0 = 0.6 s}$$

$$3 = |-N \times \frac{4 \times 10^{-4} \times (-1/2)}{0.6}| \Rightarrow N = 375 \text{ دور}$$

۶۸- گزینه ۱»

جهت جریان القایی در ضلع AC باید از A به C باشد تا بتواند جریان تولیدی مولد را خنثی کرده و سبب خاموش شدن لامپ شود. اگر ضلع AC به سمت راست حرکت کند، شار گذرا از قاب افزایش می‌یابد و در نتیجه طبق قانون لنز جریان القایی در قاب ساعتگرد است تا با میدان مغناطیسی درون سوی خود مانع افزایش شار گردد. پس ضلع AC باید به سمت راست منتقل شود. می‌دانیم اگر سیمی به طول l با سرعت v خط‌های میدان B را به صورت عمودی قطع کند، نیروی محرکه  $\varepsilon = Blv$  در آن القا می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = Blv \Rightarrow 12 = 1.0 \times 0.6 \times v \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

$$Q = mL_F \Rightarrow \frac{kAt(T_H - T_C)}{L} = mL_F$$

$$\Rightarrow \frac{420 \times 2^3 \times 4 \times 10^{-4} \times 1.0^2 \times (70 - 0)}{1/2} = m \times 336 \times 10^3$$

$$\Rightarrow m = 25 \times 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$

۷۹- گزینه «۲»

هنگامی که در یخچال را باز می‌کنیم، گرما به روش همرفت انتقال می‌یابد و در نتیجه هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید. سایر گزینه‌ها درباره انتقال گرما به روش تابش درست است.

۸۰- گزینه «۳»

با اضافه کردن جیوه و افزایش ارتفاع آن در شاخه سمت چپ، ارتفاع ستون هوای محبوس در شاخه سمت راست یک سانتی‌متر کاهش می‌یابد. با توجه به قانون گازهای کامل، داریم:

$$T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\frac{V = Ah}{V = Ah} \Rightarrow P_1 h_1 = P_2 h_2$$

$$\frac{P_1 = P_0 + P' = 78 + 1 = 79 \text{ cmHg}}{h_1 = 5 \text{ cm}, h_2 = 5 - 1 = 4 \text{ cm}} \Rightarrow 79 \times 5 = P_2 \times 4$$

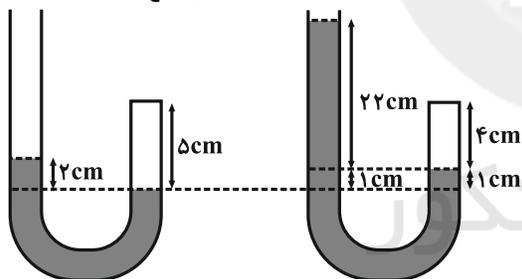
$$\Rightarrow P_2 = 98.75 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_0 + P'' \Rightarrow 98.75 = 78 + P''$$

$$\Rightarrow P'' = 20.75 \text{ cmHg}$$

این فشار ناشی از اختلاف ارتفاع در دو شاخه چپ و راست در حالت دوم است. بنابراین داریم:

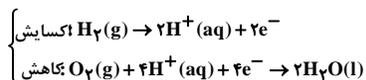
$$\text{افزایش ارتفاع جیوه در شاخه سمت چپ} = (22 + 1) - 2 = 21 \text{ cm}$$



شیمی پیش‌دانشگاهی

۸۱- گزینه «۳»

- سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن:
- ۱- گالوانی نوع یک است.
  - ۲- قابل شارژ نیست.
  - ۳- نیم‌واکنش‌ها:



۴- دارای ۳ جزء اصلی:

- ۱- غشا مبادله‌کننده پروتون
- ۲- الکترود آند
- ۳- الکترود کاتد
- ۴- نقش کاتالیزور را دارند.
- ۵- تولید آب مایع و انرژی الکتریکی

۷۳- گزینه «۳»

گرمایی که قطعه فلز از دست می‌دهد توسط آب دریافت می‌شود تا به تعادل گرمایی برسند. داریم:

$$Q = \text{فلز } \Delta\theta + C + \text{آب } \Delta\theta = 0 \Rightarrow m \text{ آب } C + Q = 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 420 \times (55 - 5) + 70 \cdot \Delta\theta = 0 \Rightarrow \text{فلز } \Delta\theta = -60 \Rightarrow \theta = 655^\circ \text{C}$$

۷۴- گزینه «۲»

با افزایش فشار روی آب، دمای نقطه جوش آن افزایش می‌یابد و با اضافه کردن ناخالصی‌ها، دمای نقطه انجماد آن کاهش می‌یابد.

۷۵- گزینه «۳»

لیوان شیشه‌ای و آب داخل آن گرما از دست می‌دهند و در مقابل، قطعه‌های یخ گرما می‌گیرند و ذوب می‌شوند و در نهایت مجموعه به دمای  $8/25^\circ \text{C}$  می‌رسد. چون اتلاف انرژی نداریم، داریم:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{شیشه}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{شیشه}} c_{\text{شیشه}} (\theta_e - \theta_{\text{شیشه}}) + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} (\theta_e - 0) = 0$$

$$\Rightarrow 50 \times 10^{-3} \times 360 \times (-14) + 0.5 \times 420 \times (-14) + n \times 20 \times 10^{-3} \times (336 \times 10^3 + 420 \times 8/25) = 0 \Rightarrow n = 4$$

قطعه یخ  $n = 4$

۷۶- گزینه «۱»

ابتدا باید میزان افزایش حجم ظرف و مایع را به‌طور جداگانه به ازای این تغییر دما محاسبه کرده و سپس از تفاضل این دو مقدار، میزان مایع سرریز شده را به‌دست آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 (\alpha \Delta\theta) = 1 \times 3 \times 10^{-5} \times 10 = 3 \times 10^{-4} \text{ lit} = 0.3 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 (\beta \Delta\theta) = 1 \times 5 / 10^4 \times 10 = 5 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 5 - 0.3 = 4.7 \text{ cm}^3$$

چون افزایش حجم مایع بیشتر از افزایش حجم ظرف است، بنابراین مقداری مایع از ظرف بیرون می‌ریزد که برابر است با:

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 5 - 0.3 = 4.7 \text{ cm}^3$$

۷۷- گزینه «۳»

رسانندگی گرمایی یخ  $\frac{W}{m \cdot K}$  است که خیلی کمتر از رسانندگی یک فلز مثلاً مس که  $\frac{W}{m \cdot K}$  است، می‌باشد. با پدید آمدن یخ بین هوا و آب دریاچه، یخ به مانند عایق عمل خواهد کرد و با افزایش ضخامت یخ، آهنگ انتقال گرما از آب به هوای بیرون کندتر شده و آهنگ یخ زدن آن هم کندتر می‌شود.

به همین دلیل اسکیموها از یخ برای ساختن خانه‌های یخی در برابر برف و طوفان استفاده می‌کنند.

۷۸- گزینه «۴»

در حالتی که آهنگ رسانش گرمایی ثابت است، داریم:

$$\frac{Q}{t} = k \frac{A(T_H - T_C)}{L} \Rightarrow Q = \frac{kAt(T_H - T_C)}{L}$$

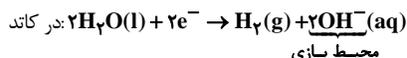
این گرما صرف ذوب شدن یخ صفر درجه سلسیوس می‌شود. داریم:

گزینه «۴»: ورودی C در این شکل مربوط به گاز  $H_2$  و ورودی D مربوط به گاز  $O_2$  است.

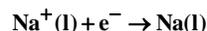
۸۴- گزینه «۲»

در هر دو حالت، یون‌های کلرید ( $Cl^-$ ) در آند اکسایش یافته و به صورت گاز کلر آزاد می‌شوند.

فقط برقکافت سدیم کلرید مذاب در سلول دانه انجام می‌شود. (رد گزینه «۱») در برقکافت محلول غلیظ  $NaCl$ ، در کاتد آب برای کاهش نسبت به یون  $Na^+$  برنده است و آب کاهش یافته و محیط بازی می‌شود و pH بالا می‌رود.



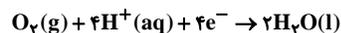
ولی در برقکافت سدیم کلرید مذاب، در کاتد یون‌های  $Na^+$  کاهش می‌شوند و تغییر pH ندارد.



پس در برقکافت سدیم کلرید مذاب، مقدار یون‌های  $Na^+$  کم می‌شود ولی در برقکافت محلول سدیم کلرید، یون‌های  $Na^+$  مصرف نمی‌شوند.

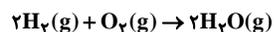
۸۵- گزینه «۴»

در گزینه «۱»: نیم‌واکنش کاهش در کاتد سلول‌های سوختی هیدروژن و متان یکسان و به صورت زیر است:



و نیم‌واکنش اکسایش در آند فرایند برقکافت آب در جهت عکس واکنش بالاست.

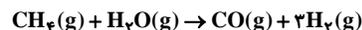
در گزینه «۲»: واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن به صورت زیر است:



و واکنش کلی برقکافت آب، عکس واکنش بالاست.

گزینه «۳»: طبق فکر کنید کتاب صفحه ۱۱۶ صحیح است.

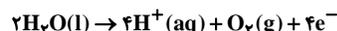
در گزینه «۴»: واکنش بخار آب با متان برای تأمین هیدروژن مورد نیاز سلول سوختی به صورت زیر است:



برای تأمین سوخت باید گاز  $H_2$  تولید شده را جداسازی و خالص نمود؛ زیرا وجود مقادیر اندک CO می‌تواند کاتالیزورها را در سلول سوختی مسموم کند و از کارایی آن‌ها بکاهد.

۸۶- گزینه «۱»

با توجه به  $E^\circ$  های داده شده، آب برای اکسایش در آند نسبت به فلز طلا برنده است و در آند آب اکسید می‌شود.



۶- چالش در کاربرد سلول‌های سوختی = تولید گاز هیدروژن در مقیاس زیاد سخت است.

۷- تأمین سوخت ( $H_2$ ):

۱- مصرف انرژی الکتریکی زیاد (صرفه اقتصادی ندارد) } معایب  
۲- آلاینده‌ی محیط زیست!

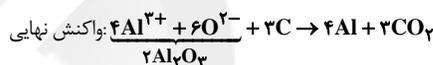
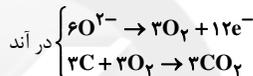
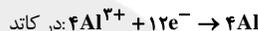


۱- صرفه اقتصادی دارد. }  
۲- گاز CO باعث کاهش کارایی سلول می‌شود.  
۳- آلاینده‌ی محیط زیست

با توجه به توضیحات ارائه شده موارد آ، ب، پ و ت مربوط به سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

۸۲- گزینه «۴»

واکنش‌های انجام شده در فرایند هال به صورت زیر است:



در این روش در آند کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. در کل به‌ازای تبادل ۱۲ مول الکترون، ۳ مول گاز تولید شده است؛ پس به‌ازای تولید هر مول گاز ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

به‌ازای برقکافت ۲ مول آلومینا، ۴ مول آلومینیم با جرم ۱۰۸ گرم

$$(108g) = 2 \text{ mol} \times 27 \frac{g}{\text{mol}} \times 2 \text{ mol}$$

$$(132g) = 2 \text{ mol} \times 44 \frac{g}{\text{mol}} \text{ تولید می‌شود.}$$

۸۳- گزینه «۳»

در این سلول،  $E^\circ$  نیم‌واکنش آندی ( $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$ ) برابر صفر است. با توجه به این که emf سلول برابر  $E_{\text{کاتد}}^\circ - E_{\text{آند}}^\circ$  است بنابراین

$$0 = E_{\text{کاتد}}^\circ - emf$$

رد سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: A و B در شکل به ترتیب نشان‌دهندهٔ نفوذ گاز در آند و جریان آب یا هوای سرد است.

توجه: در این سلول سوخت ( $H_2$ ) مصرف‌نشده از خروجی کنار آند خارج شده و بازگردانی می‌شود. بنابراین سمت چپ این سلول مربوط به آند است.

گزینه «۲»: برای تأمین سوخت  $H_2$  مورد نیاز این سلول یکی از روش‌ها، استفاده از برقکافت آب ( $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$ ) است که دو ایراد اساسی دارد:

۱- هزینهٔ بالا

۲- آلاینده بودن برای محیط زیست.

برقکافت	نیم واکنش اکسایش	نیم واکنش کاهش	برنده		فرآورده‌ها	
			رقابت آندی	رقابت کاتی	در آند	در کاتد
محلول رقیق سدیم کلرید	$2\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow 2\text{H}^+(aq) + \text{O}_2(g) + 4e^-$	$2\text{H}_2\text{O}(l) + 2e^- \rightarrow \text{H}_2(g) + 2\text{OH}^-(aq)$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{O}_2(g)$	$\text{H}_2(g)$
محلول غلیظ سدیم کلرید	$2\text{Cl}^-(aq) \rightarrow \text{Cl}_2(g) + 2e^-$	$2\text{H}_2\text{O}(l) + 2e^- \rightarrow \text{H}_2(g) + 2\text{OH}^-(aq)$	$\text{Cl}^-$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{Cl}_2(g)$	$\text{H}_2(g)$
سدیم کلرید مذاب	$2\text{Cl}^-(l) \rightarrow \text{Cl}_2(g) + 2e^-$	$\text{Na}^+(l) + e^- \rightarrow \text{Na}(l)$	$\text{Cl}^-$	$\text{Na}^+$	$\text{Cl}_2(g)$	$\text{Na}(l)$

بنابراین گزینه‌های «۱» تا «۳» غلط هستند که صورت درست این گزینه‌ها را در زیر می‌آوریم:

- بیان درست گزینه «۱»: تعداد الکترون‌های آزاد شده در نیم‌واکنش اکسایش محلول رقیق سدیم کلرید دو برابر الکترون‌های آزاد شده در نیم‌واکنش اکسایش سدیم کلرید مذاب است.

بیان درست گزینه «۲»: در برقکافت سدیم کلرید در دو حالت محلول رقیق و محلول غلیظ، فرآورده مشترک  $\text{H}_2(g)$  را داریم.

بیان درست گزینه «۳»: در برقکافت سدیم کلرید در دو حالت محلول رقیق و محلول غلیظ pH محلول اطراف کاتد افزایش می‌یابد.

نکته: در برقکافت محلول رقیق سدیم کلرید با گذشت زمان غلظت  $\text{NaCl}$  افزایش می‌یابد ولی مقدار آن ثابت است.

### شیمی ۳

#### ۹۱- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اتانول، پس از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است.

گزینه «۲»: هگزان، حلال بسیار مناسبی برای تعداد زیادی از ترکیب‌های ناقطبی است.

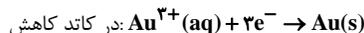
گزینه «۴»: از اتانول برای ضدعفونی کردن زخم‌ها و تولید مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی استفاده می‌شود. استون حلال مناسبی برای چربی‌ها، رنگ‌ها و انواع لاک‌هاست.

#### ۹۲- گزینه «۲»

اتانول یک ترکیب مایع است و از آن‌جا که نقطه جوش آن در فشار  $1\text{atm}$  از  $100^\circ\text{C}$  کم‌تر است، یک مایع فرار محسوب می‌شود. با توجه به متن کتاب درسی، نقطه جوش هر محلول دارای ماده حل‌شونده غیرفرار از حلال خالص آن بیش‌تر است (نه مایع فرار). بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

در این صورت در آند گاز اکسیژن آزاد شده و با تولید یون  $\text{H}^+$  محیط اسیدی می‌شود و pH کاهش می‌یابد. (پس گزینه‌های «۲» و «۴» درست است.)

در کاتد بین یون‌های  $\text{H}^+$  و  $\text{Au}^{3+}$  برای کاهش رقابتی پیش می‌آید که  $\text{Au}^{3+}$  به علت داشتن پتانسیل کاهشی بالاتر برنده است و غلظت آن به تدریج کم می‌شود.



ولی تیغه طلا در آند عملاً وارد واکنش نمی‌شود و تغییر جرم ندارد و تنها نقش انتقال الکترون را برعهده دارد.

#### ۸۷- گزینه «۴»

صورت درست سایر گزینه‌ها:

۱) در صنعت فلزسدیم را از برقکافت سدیم کلرید مذاب در سلول دانز تهیه می‌کنند. ۲) سلول دانز یک سلول الکترولیتی است که در کاتد آن، یون  $\text{Na}^+$  و در آند آن، یون  $\text{Cl}^-$  شرکت دارند. ۳) برای خودبه‌خودی انجام شدن فرایند تجزیه گرمایی  $\text{NaCl}$  به دمای بسیار بالایی حدود  $4267^\circ\text{C}$  نیاز است که تأمین چنین دمایی ممکن نیست.

#### ۸۸- گزینه «۴»

و اما صورت درست سایر گزینه‌ها:

۱) در صنعت فلزسدیم را از برقکافت سدیم کلرید مذاب در سلول دانز تهیه می‌کنند. ۲) سلول دانز یک سلول الکترولیتی است که در کاتد آن، یون  $\text{Na}^+$  و در آند آن، یون  $\text{Cl}^-$  شرکت دارند. ۳) برای خودبه‌خودی انجام شدن فرایند تجزیه گرمایی  $\text{NaCl}$  به دمای بسیار بالایی حدود  $4267^\circ\text{C}$  نیاز است که تأمین چنین دمایی ممکن نیست.

#### ۸۹- گزینه «۲»

در آبکاری، جنس الکترولیت باید از محلول نمک فلزی باشد که به‌عنوان پوشش به‌کار می‌رود.

#### ۹۰- گزینه «۴»

نکات برقکافت سدیم کلرید در سه حالت مذاب، محلول رقیق و محلول غلیظ را به صورت مقایسه‌ای در زیر بررسی می‌کنیم:

۹۳- گزینه «۲»

محلول  $C_2H_5OH$  غیرالکترولیت، محلول آمونیاک در آب، الکترولیت ضعیف، محلول  $AgNO_3$  الکترولیت قوی و در ظرف شماره (۱) پس از واکنش  $Na_2O$  با آب و تولید ۲ مول  $NaOH$  و ایجاد ۲ مول از هریک از یون‌های  $OH^-$  و  $Na^+$  می‌کند. چون تعداد ذرات درون این محلول بیش‌تر از سایر محلول‌ها است فشار بخار کم‌تری نسبت به محلول  $AgNO_3$  دارد.

۹۴- گزینه «۱»

بررسی موارد:

«الف»: لسیتین و صابون هردو تحت عنوان عامل امولسیون‌کننده عملکرد مشابهی دارند.

«ب»: زنجیره هیدروکربنی بخش غیرقطبی صابون می‌باشد و کربوکسیلات جزء بخش قطبی و آبدوست آن است.

«ج»: در صابون‌های مایع، کاتیون پتاسیم و آمونیوم و در صابون جامد، کاتیون سدیم می‌باشد.

«د»: سولفونات در پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب حل شده و سبب پایداری چربی در آب می‌شود.

۹۵- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فاز پخش‌کننده در آیرسول مایع، گاز و در امولسیون مایع است.

گزینه «۲»: فاز پخش‌شونده در آیرسول جامد و سول جامد، جامد است.

گزینه «۳»: فاز پخش‌کننده در کف جامد و ژل جامد است.

گزینه «۴»: فاز پخش‌شونده در آیرسول جامد، جامد و در امولسیون مایع است.

۹۶- گزینه «۳»

$2 = 6$  مولال  $3 \times$  ذره: سدیم‌کربنات

$3 = 12$  مولال  $4 \times$  ذره: سدیم فسفات

بنابراین محلول ۲ مولال سدیم‌کربنات در مقایسه با محلول ۳ مولال سدیم‌فسفات فشار بخار بالاتر و نقطه انجماد بالاتری دارد. هر چه غلظت مولال ذره‌های حل‌شونده غیرفرار در یک محلول بیش‌تر باشد، فشار بخار کم‌تر و نقطه انجماد پایین‌تر می‌شود.

۹۷- گزینه «۴»

سنگ پا کلویید گاز در جامد است، سوسپانسیون دارای ذرات با اندازه بزرگ‌تر از ۱۰۰ نانومتر می‌باشد، ذرات کلویید همگی بار یکسان دارند ولی مقدار بار آن‌ها متفاوت است.

۹۸- گزینه «۲»

محاسبه‌های کمی برای خواص کولیگاتیو فقط برای محلول‌های رقیق به کار می‌رود.

۹۹- گزینه «۴»

در محلول‌ها که ظاهری شفاف دارند، تعداد فازها یکی است. در ردیف دوم ویژگی‌های کلویید بیان شده است که نمونه‌های آن عبارت‌اند از: چسب مایع، رنگ‌های روغنی، ژله و... در ردیف سوم نوع مخلوط، سوسپانسیون است. زیرا ذرات آن ته‌نشین می‌شوند و ظاهری کدر یا مات دارد.

۱۰۰- گزینه «۲»

در محلول ۰/۱ مولال شکر، ۰/۱ مول حل‌شونده غیرفرار و در محلول ۰/۱ مولال سدیم کلرید، ۰/۲ مول حل‌شونده غیرفرار در آب حل شده است که در اولی ۰/۰۵ درجه سانتی‌گراد و در دومی ۰/۱ درجه سانتی‌گراد دمای جوش تغییر کرده است.

در نتیجه طبق خواص کولیگاتیو در محلول ۰/۱ مولال کلسیم کلرید به علت این‌که ۰/۳ مول حل‌شونده غیرفرار در آب حل می‌شود؛ میزان افزایش دمای جوش نیز سه برابر می‌شود و دمای شروع به جوش  $100/15^\circ C$  می‌شود.

شیمی ۲

۱۰۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به علت رزونانس در گرافیت، طول پیوند کربن - کربن در گرافیت کم‌تر است.

گزینه «۲»: به علت رزونانس، مرتبه پیوند در گرافیت بیش‌تر بوده و انرژی پیوند آن بیش‌تر از الماس است.

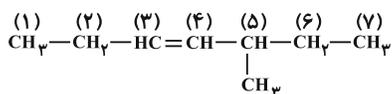
گزینه «۳»: مرتبه پیوند کربن - کربن در الماس برابر ۱ می‌باشد. اما در گرافیت هر اتم کربن با ۴ پیوند به ۳ کربن دیگر متصل است. پس مرتبه پیوند کربن -

کربن در گرافیت  $\frac{4}{3}$  است و به عبارت دیگر مرتبه پیوند کربن - کربن الماس،  $\frac{3}{4}$  مرتبه پیوند کربن - کربن گرافیت است.

گزینه «۴»: زاویه پیوندی در الماس  $109/5$  درجه و در گرافیت  $120$  درجه است.

۱۰۲- گزینه «۲»

(مهری فائق)



۵ - متیل - ۳ - هپتن

افزودن مواد آروماتیک به بنزین عدد اوکتان آن را افزایش می‌دهد.  
برای کاهش مشکلات زیست محیطی، تولید پلیمرهای زیست تخریب پذیر  
راه حل مناسب تری نسبت به بازیافت پلاستیک‌ها است.

۱۰۸- گزینه «۱»

فرمول عمومی الکل‌ها:  $C_nH_{2n+2}O$

جرم الکل‌ها:  $14n + 18 = 12n + 2 + 16$

فرمول عمومی آلدهیدها:  $C_nH_{2n}O$

جرم آلدهیدها:  $14n + 16 = 12n + 16$

جرم الکل‌ها ۰/۰۲ + جرم آلدهید = جرم الکل

جرم آلدهید = جرم الکل ۰/۹۸  $\Rightarrow$

$$\frac{\text{جرم آلدهید}}{\text{جرم الکل}} = 0.98 \Rightarrow \frac{14n + 16}{14n + 18} = 0.98$$

فرمول مولکولی الکل مورد نظر:  $C_6H_{14}O$

۱۰۹- گزینه «۳»

به دلیل آن که اکسیژن موجود در واحد تکرار شونده به یک  $-C=O$  می‌چسبد  
و پلیمری تشکیل می‌شود که تنها از گروه عاملی استری به وجود آمده است،  
گروه عاملی موجود در آن تنها استری می‌باشد.

۱۱۰- گزینه «۳»

گروه‌های عاملی در ساختار آسپارتام، استری، آمین، آمیدی و کربوکسیل  
است و گروه کتونی ندارد.

فرمول مولکولی آسپارتام  $C_4H_8N_2O_5$  است.

در ساختار آن ۹ اتم کربن دارای پیوند دوگانه هستند و هر کدام ۳ قلمرو  
الکترونی دارد. ۵ کربن دیگر دارای پیوند دوگانه نیستند. این کربن‌ها ۴ قلمرو  
الکترونی دارند.

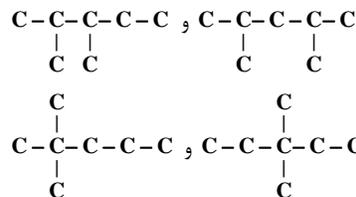
$$47 = (5 \times 4) + (9 \times 3) = \text{مجموع قلمروهای کربن}$$

در نفتالن ۵ و در آسپارتام ۶ پیوند دوگانه وجود دارد.



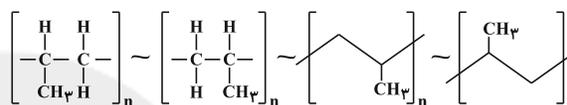
۱۰۳- گزینه «۳»

منظور دقیق از این سؤال این است که در زنجیر کربنی پنتان با جابه‌جایی دو  
گروه متیل چند ایزومر حاصل می‌شود.



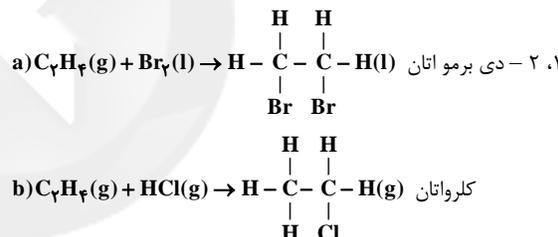
۱۰۴- گزینه «۳»

A، پلی‌پروپین می‌باشد که یک پلیمر است و ساختار آن به صورت زیر است:



۱۰۵- گزینه «۳»

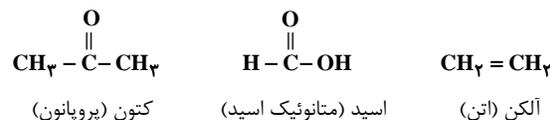
عبارت‌های آ و ب غلط است و مابقی عبارات درست هستند.



محصول واکنش (a)، مایع است و نام آن ۱، ۲-دی‌برمو اتان خواهد بود. در  
واکنش (b)،  $HCl$  گازی حضور دارد که در حالت گازی نام آن هیدروژن  
کلرید است.

۱۰۶- گزینه «۱»

گزینه «۱»: ساده‌ترین ترکیبات هر یک از گروه‌های ذکر شده به صورت زیر است:



گزینه «۲»: گاز مورد نظر بوتان است  $C_4H_{10} = 58 \text{ g.mol}^{-1}$

گزینه «۳»: بیش‌ترین جزء نفت خام، آلکان‌ها هستند.

گزینه «۴»:  $CO$  بدون بو است.

۱۰۷- گزینه «۳»

بوی گل‌های رز و محمدی ناشی از مولکول‌های آلی با گروه عاملی الکی در  
آن‌ها است.



سایت کنکور

**Konkur.in**



سایت کنکور

**Konkur.in**