



# آزمون غیر حضوری

## دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۱۲ اردیبهشت ۹۹

(مباحث ۲۶ اردیبهشت ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرمجو	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۷۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

حسابان ۲

حسابان ۲

مشتق، کاربردهای مشتق  
صفحه‌های ۷۱ تا ۱۴۴

۲ (۴)

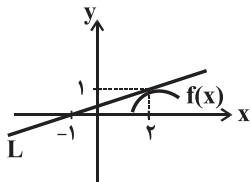
۱- خط  $y = 4x + a$  بر نمودار تابع  $y = x^2 - 2$  مماس است. مقدار  $a$  کدام است؟  
۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

۲- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{3}{2}$  و  $h(x) = f(2x)$  باشد،  $h'(1)$  کدام است؟  
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{2a}{\sqrt{x}} + 3x & ; x \geq 1 \\ bx^2 + 6 & ; x < 1 \end{cases}$  در  $x=1$  مشتق پذیر باشد، حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟  
۵ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۴- اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x$  باشد، خط مماس نمودار تابع  $g \circ f$  در چند نقطه موازی محور طول‌ها است؟  
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

۵- در شکل مقابل خط  $L$  بر نمودار تابع  $f$  در نقطه‌ای به طول  $x=2$  مماس است. شیب خط مماس بر نمودار تابع  $g(x) = \sqrt{f(\sqrt{x})}$  در  $x=4$  کدام است؟



۱ (۱)  $\frac{1}{6}$   
۲ (۲)  $\frac{1}{12}$   
۳ (۳)  $\frac{1}{24}$   
۴ (۴)  $\frac{1}{48}$

۶- اگر  $f(x) = \sin^2(f'(x))$  و  $f'(0) = \frac{\pi}{4}$  باشد، مقدار  $f''(0)$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{\pi}{2}$   
۲ (۲)  $\frac{\pi}{4}$   
۳ (۳)  $\pi$   
۴ (۴)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{8}$

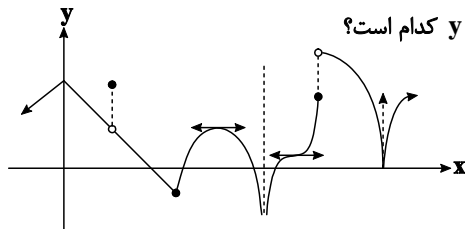
۷- مشتق دوم تابع  $f(x) = (2x-1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{x}}$  در  $x = \frac{1}{2}$  کدام است؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۸- نقطه  $M(x, y)$  روی نمودار تابع  $y = \sqrt{7x+4}$  در حال حرکت است. اگر  $d$  فاصله نقطه  $M$  از مبدأ مختصات باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر  $d$  نسبت به  $x$  در نقطه  $x=5$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{15}{16}$   
۲ (۲)  $\frac{17}{16}$   
۳ (۳)  $\frac{19}{16}$   
۴ (۴)  $\frac{21}{16}$

۹- شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x+2)$  را نمایش می‌دهد. تعداد نقاط بحرانی تابع  $y = f(x)$  کدام است؟



۶ (۱)  
۷ (۲)  
۸ (۳)  
۱۰ (۴)

۱۰- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع با ضابطه  $f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x^2}$  کدام است؟

۱ (۱)  $\{-1, 1\}$   
۲ (۲)  $\{-4, 0, 1\}$   
۳ (۳)  $\{-2, 0, 2\}$   
۴ (۴)  $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

۱۱- تابع  $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + 2x + b & ; x < 1 \end{cases}$  فقط یک نقطه بحرانی به طول  $x=c$  دارد. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)



۱۲- تابع  $f(x) = [\sqrt{x}] - x$  در بازه  $(0, 9)$  به ترتیب از راست به چپ چند ماکزیمم نسبی و چند مینیمم نسبی دارد؟  $([ ])$ ، نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۲، صفر (۲) ۱، ۱ (۳) صفر، ۲ (۴) ۱، ۲

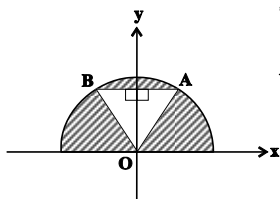
۱۳- کدام گزینه در مورد نمودار تابع  $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 5$  صحیح است؟

- (۱) دو ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی دارد. (۲) دو مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی دارد.  
(۳) یک ماکزیمم نسبی و دو عطف دارد. (۴) یک مینیمم نسبی و دو عطف دارد.

۱۴- با ۴۰ متر سیم می‌خواهیم دور یک زمین به شکل قطاع یک دایره را محصور کنیم. شعاع دایره کدام باشد تا مساحت زمین بیشترین مقدار ممکن باشد؟

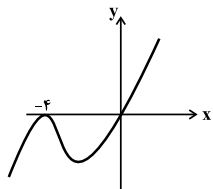
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۵- مثلث  $OAB$  مطابق شکل، زیر نمودار  $y = \sqrt{2-x^2}$  محاط شده‌است، به گونه‌ای که یک رأس آن روی مبدأ مختصات و ۲ رأس دیگر آن روی نمودار قرار دارند. اگر مساحت قسمت هاشورخورده در شکل کمترین مقدار ممکن باشد، اندازه میانه وارد بر ضلع  $AB$  کدام است؟



- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۶- نمودار تابع  $y = xf(x-1) = ax^3 + bx^2 + 8x$  مطابق شکل زیر است. بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تابع  $y = xf(x)$  نزولی باشد، کدام است؟



- (۱)  $[-2, -1]$  (۲)  $[-5, -\frac{5}{3}]$  (۳)  $[\frac{5}{3}, 5]$  (۴)  $[1, 2]$

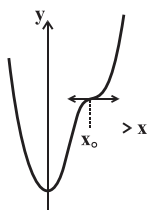
۱۷- به ازای چه مقادیری از  $m$ ، تابع  $y = 2x^3 + 3mx^2 + 24x + 9$  اکیداً یکنواست؟

- (۱)  $-4\sqrt{2} \leq m \leq 4\sqrt{2}$  (۲)  $-8 \leq m \leq 8$   
(۳)  $0 < m \leq 8$  (۴)  $-4 \leq m \leq 4$

۱۸- نمودار تابع  $f(x) = x^2 + k^2 \cos x$  نقطه عطف ندارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $|k| \leq 1$  (۲)  $|k| \leq \sqrt{2}$  (۳)  $|k| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $|k| \geq \frac{1}{2}$

۱۹- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + ax^2 + b$  را نمایش می‌دهد. مقدار  $a$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۲۰- معادله  $x^3 - 6x^2 - k + 1 = 0$  سه جواب حقیقی متمایز دارد. کمترین مقدار صحیح  $k$  کدام است؟

- (۱) -۳۰ (۲) -۳۱ (۳) -۳۲ (۴) -۳۳

**هندسه ۳**

**هندسه ۳**

آشنایی با مقاطع مخروطی، بردارها صفحه‌های ۴۷ تا ۸۴

۲۱- خط هادی یک سهمی، خط  $y = 1$  و کانون آن نقطه  $F(3, 5)$  است. این سهمی محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{31}{3}$  (۴)  $\frac{33}{8}$

۲۲- در یک سهمی، خط هادی و محور تقارن به ترتیب خطوط  $x = 4$  و  $y = 4$  بوده و نقطه  $A(9, 7)$  از آن سهمی است. کدام یک از نقاط زیر می‌تواند رأس سهمی باشد؟

- (۱)  $S(\frac{9}{2}, 4)$  (۲)  $S(\frac{11}{2}, 4)$  (۳)  $S(\frac{13}{2}, 4)$  (۴)  $S(\frac{15}{2}, 4)$



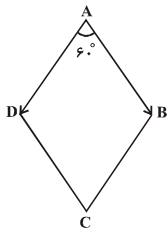
۲۳- عمق دو آینه سهموی در مرکز آنها به ترتیب  $30^\circ$  و  $40^\circ$  سانتی متر و قطر قاعده این آینه‌ها به ترتیب  $60$  و  $100$  سانتی متر است. اگر فاصله کانونی آینه دوم برابر  $a$  باشد، فاصله کانونی آینه اول کدام است؟

- (۱)  $4a$       (۲)  $48a$       (۳)  $54a$       (۴)  $6a$

۲۴- وجه‌های یک مکعب مستطیل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات  $x=1, x=3, x=-1, y=3, y=-1, z=2$  و  $z=-2$  هستند. کدام یک از نقاط زیر روی یکی از وجه‌های این مکعب و غیر واقع بر یال‌های آن است؟

- (۱)  $A = (1, 3, 2)$       (۲)  $B = (3, 1, -2)$   
 (۳)  $C = (0, -1, 1)$       (۴)  $D = (2, 0, -2)$

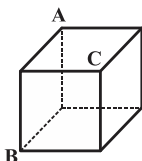
۲۵- مطابق شکل، لوزی  $ABCD$  با طول ضلع  $2$  واحد و زاویه  $\hat{A} = 60^\circ$  مفروض است. طول بردار  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  کدام است؟



- (۱)  $2$   
 (۲)  $4$   
 (۳)  $2\sqrt{3}$   
 (۴)  $4\sqrt{3}$

۲۶- اگر  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{5}$  و  $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{15}$  باشد، طول تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر راستای بردار  $\vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       (۲)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۲۷- شکل مقابل مکعبی به ضلع  $2$  است. حاصل  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$  کدام است؟

- (۱)  $-4$   
 (۲)  $-2\sqrt{2}$   
 (۳)  $-4\sqrt{2}$   
 (۴)  $-8$

۲۸- دو بردار  $\vec{a} = (1, 2, m)$  و  $\vec{b} = (n, 1, 2)$  مفروض‌اند. تصویر بردار  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$ ‌ها برابر  $1$  و طول تصویر بردار  $\vec{c}$  روی صفحه

$xy$  برابر  $2$  است. مجموع مقادیر  $n$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳)  $2$       (۴)  $-2$

۲۹- مساحت مثلث  $ABC$  با سه رأس  $A = (2, 3, 1), B = (-1, 0, 4), C = (1, 2, 1)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       (۲)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       (۳)  $3\sqrt{2}$       (۴)  $3\sqrt{3}$

۳۰- به ازای کدام مقدار  $m$ ، چهار نقطه  $A = (1, 0, 2), B = (-1, 2, 0), C = (3, 1, 1), D = (0, 1, m)$  روی یک صفحه قرار دارند؟

- (۱) صفر      (۲)  $-1$       (۳)  $1$       (۴)  $\frac{1}{2}$



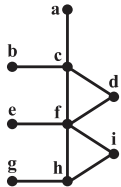
**ریاضیات گسسته**

**ریاضیات گسسته**

گراف و مدل سازی -  
ترکیببات (شمارش)  
صفحه‌های ۴۳ تا ۸۵

۳۱- در یک گراف از مرتبه ۸ که دارای یک  $\gamma$ - مجموعه با اندازه یک باشد، حداکثر تعداد اعضای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال کدام است؟

- (۱) ۵      (۲) ۶      (۳) ۷      (۴) ۸



۳۲- با افزودن کدام یال به گراف  $G$  در شکل مقابل، عدد احاطه‌گری آن تغییر می‌کند؟

- (۱)  $ab$       (۲)  $di$

- (۳)  $fg$       (۴)  $fb$

۳۳- گراف  $P_8$  چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۳۴- با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵ و ۵، چند عدد هفت‌رقمی می‌توان ساخت به طوری که ارقام زوج و فرد در آنها یک در میان قرار گیرند؟

- (۱) ۱۸      (۲) ۳۶      (۳) ۷۲      (۴) ۱۴۴

۳۵- معادله  $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ ، چند جواب صحیح با شرط  $x_i \geq i + 1$  ( $i = 1, 2, 3$ ) دارد؟

- (۱) ۶      (۲) ۸      (۳) ۱۰      (۴) ۱۲

۳۶- تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  کدام است؟

- (۱) ۴۵      (۲) ۴۸      (۳) ۷۸      (۴) ۹۳

			۴
x		۱	
۳	y	۲	
		z	

۳۷- حاصل  $x + y + z$  در مربع لاتین شکل مقابل کدام است؟

- (۱) ۶      (۲) ۸      (۳) ۱۰      (۴) ۱۲

۳۸- چند تابع پوشا از مجموعه  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  به مجموعه  $R = \{1, 2, 3, 4\}$  می‌توان تعریف کرد که شامل زوج مرتب‌های  $(1, 1)$  و  $(2, 2)$  باشند؟

- (۱) ۱۱۰      (۲) ۱۲۵      (۳) ۱۳۵      (۴) ۱۵۰

۳۹- از مجموعه اعداد دو رقمی مضرب ۳، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم در میان اعداد انتخابی، دست کم دو عضو با مجموع ۹۶ وجود دارند؟

- (۱) ۱۳      (۲) ۱۵      (۳) ۱۷      (۴) ۱۹

۴۰- فرض کنید  $A$  زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی باشد که اعضای آن به جز ۲، ۳ و ۵، بر هیچ عدد اول دیگری بخش پذیر نباشند. حداقل چند عضو از مجموعه  $A$  انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب حداقل دو عضو از میان آنها، قطعاً مربع کامل است؟

- (۱) ۱۱      (۲) ۹      (۳) ۷      (۴) ۵

**فیزیک ۳**

**فیزیک ۳**

نوسان و موج، برهم‌کنش‌های  
موج، آشنایی با فیزیک اتمی  
آشنایی با فیزیک هسته‌ای  
صفحه‌های ۷۴ تا ۱۵۶

۴۱- اگر پرتوی نوری در امتداد قائم از بالا به پایین بتابد، در لحظه‌ای که جهت میدان الکتریکی سازنده پرتوی نور در نقطه‌ای به سمت شرق است، جهت میدان مغناطیسی سازنده پرتوی نور به کدام سمت خواهد بود؟

- (۱) شمال      (۲) جنوب

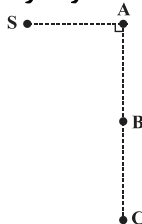
- (۳) بالا      (۴) غرب



۴۲- عقرب‌های ماسه‌ای وجود طعمه را با امواجی که بر اثر حرکت طعمه در ساحل شنی ایجاد می‌شود، احساس می‌کنند. این امواج در دو نوع عرضی با تندی  $50 \frac{m}{s}$  و طولی با تندی  $150 \frac{m}{s}$  در سطح ماسه منتشر می‌شوند. اگر این دو موج با اختلاف زمانی ۴ms به پای عقرب برسند، فاصله طعمه تا عقرب چند سانتی‌متر است؟

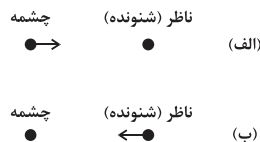
- (۱) ۳۰ (۲) ۰/۳ (۳) ۴۰ (۴) ۰/۴

۴۳- در شکل زیر یک چشمه صوتی در نقطه S قرار دارد. اختلاف تراز شدت صوت در نقاط B و C چند برابر اختلاف تراز شدت صوت در نقاط A و B است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ،  $SA = AB = BC$ ) و اتلاف انرژی نداریم.



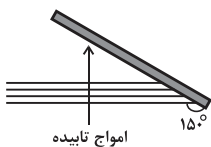
- (۱) ۱ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۴۴- شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک ناظر (شنونده) را در دو وضعیت مختلف نشان می‌دهد. در کدام وضعیت طول موجی که ناظر دریافت می‌کند، کمتر از طول موجی است که چشمه به طرف او گسیل می‌کند؟



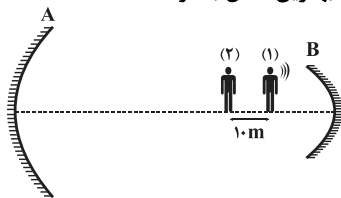
- (۱) فقط (الف) (۲) فقط (ب) (۳) هر دو (۴) هیچکدام

۴۵- شکل زیر موج تختی را نشان می‌دهد که بر مانع تختی تابیده شده است. زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده، چند درجه است؟



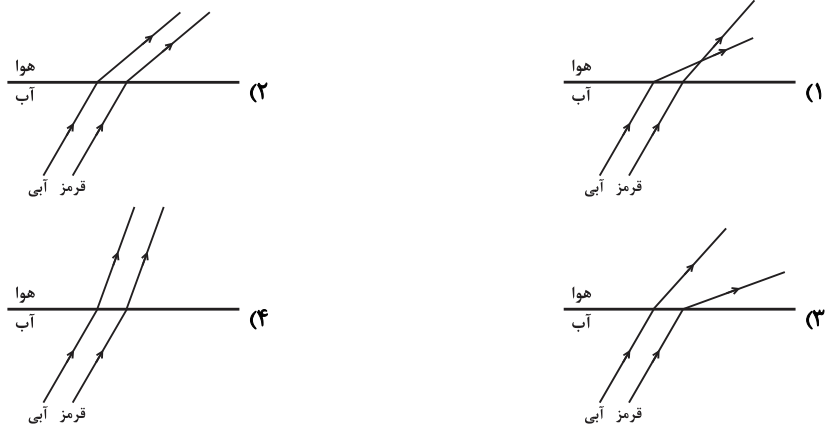
- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۵

۴۶- شکل زیر دو سطح کاو A و B را نشان می‌دهد که در فاصله ۵۰ متری هم قرار دارند. شخص اول در کانون سطح کاو B قرار داشته و شروع به صحبت کردن می‌کند. فاصله کانونی سطح کاو A دو برابر فاصله کانونی سطح کاو B و برابر ۲۰m می‌باشد. شخص دوم که ۱۰ متر عقب‌تر از شخص اول قرار دارد، چند متر و در چه جهتی جابه‌جا شود تا بازتاب صدای شخص اول را به بهترین شکل بشنود؟



- (۱) ۲۰، چپ (۲) ۲۰، راست (۳) ۱۰، راست (۴) ۱۰، چپ

۴۷- دو پرتوی تک‌رنگ آبی و قرمز با زاویه تابش یکسان و به‌طور مایل، از آب به سطح جدایی آب و هوا می‌تابند. در کدام گزینه مسیر پرتوهای شکست این دو پرتو به درستی نشان داده شده است؟





۴۸- دو تار مرتعش هم طول و هم جنس به صورت جداگانه بین دو نقطه محکم بسته شده و هر دو در حال ارتعاش، بسامد اصلی خود را تولید می کنند. اگر قطر و نیروی کشش تار اول، دو برابر قطر و نیروی کشش تار دوم باشد، بسامد اصلی تار اول چند برابر بسامد اصلی تار دوم است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۹- اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش با دو انتهای بسته برابر با  $130 \text{ Hz}$  است. اگر هنگام تولید بسامد مربوط به هماهنگ بیشتر (از این دو هماهنگ)، در طول تار ۴ گره ایجاد شود، بسامد هماهنگ دیگر چند هرتز است؟

- (۱) ۱۳۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۳۹۰ (۴) ۴۲۰

۵۰- مطابق شکل زیر، یک لوله صوتی مقابل یک دیافراگم قرار دارد و پیستون به تدریج از لحظه نشان داده شده با تندی  $8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  به پایین حرکت می کند. چند ثانیه پس از این، لوله برای اولین بار صدای دیافراگم را تشدید می کند؟ (تندی صوت در هوای درون لوله  $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.)

$f = 165 \text{ Hz}$



- (۱) ۲۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۶/۲۵ (۴) ۳/۱۲۵

۵۱- در یک لوله صوتی، طول لوله  $1/5$  برابر طول موج حاصل است. این لوله دارای ..... است و لوله مد ..... را تولید کرده است.

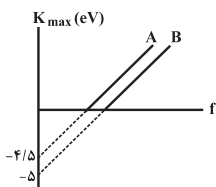
- (۱) دو انتهای باز - دوم (۲) یک انتهای بسته - دوم (۳) دو انتهای باز - سوم (۴) یک انتهای بسته - سوم

۵۲- در آزمایش فوتوالکتریک، چگونه می توان انرژی جنبشی فوتوالکتردها را کاهش داد؟ (فرض کنید آزمایش فوتوالکتریک رخ می دهد.)

- (۱) افزایش شدت نور فرودی (۲) از نور بنفش به جای نور زرد استفاده می کنیم.  
(۳) از نور نارنجی به جای نور سبز استفاده می کنیم. (۴) از دو لامپ با نور زرد به جای یک لامپ با نور زرد استفاده می کنیم.

۵۳- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها در آزمایش فوتوالکتریک بر حسب بسامد نور فرودی برای دو فلز A و B مطابق شکل زیر است. به

ازای کدامیک از طول موج های زیر برای نور فرودی بر حسب نانومتر، پدیده فوتوالکتریک در هر دو فلز رخ می دهد؟ ( $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )



- (۱) ۲۸۰ (۲) ۲۶۵ (۳) ۲۵۵ (۴) ۲۴۵

۵۴- در آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد فوتون تابیده به سطح فلز را  $n$  برابر کنیم، بیشینه تندی خروج فوتوالکتردها از سطح فلز  $\sqrt{3}$  برابر می شود. در این صورت کدامیک از عبارتهای زیر صحیح است؟

- (۱)  $1 < n < 3$  (۲)  $1 < n < \sqrt{3}$  (۳)  $n > \sqrt{3}$  (۴)  $n > 3$

۵۵- در اتم هیدروژن، هنگامی که الکترون از مدار  $n$  به مدار پایه ( $n' = 1$ ) سقوط می کند، انرژی آن ۲۵ برابر می شود. اگر الکترون از مدار  $n$  به مدار  $n' = 2$  سقوط کند، طول موج فوتون گسیلی در محدوده کدام طیف از امواج الکترومغناطیسی قرار خواهد داشت؟

- (۱) فروسرخ (۲) مرئی (۳) فرابنفش (۴) پرتوهای گاما

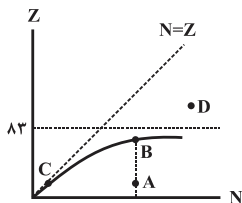
۵۶- در یک اتم هیدروژن، الکترون در تراز  $n = 3$  قرار دارد. اگر فوتونی با انرژی  $E_R$  به این اتم بتابانیم، چه اتفاقی ممکن است رخ دهد؟

( $E_R =$  یک ریذبرگ)

- (۱) فوتون ورودی با اتم برانگیخته نمی تواند برهم کنشی داشته باشد.  
(۲) الکترون با جذب فوتون ورودی به تراز  $n = 4$  می رود.  
(۳) الکترون با جذب فوتون ورودی به تراز  $n = 5$  می رود.  
(۴) الکترون با گسیل القایی به تراز  $n = 2$  می رود.



۵۷- نمودار تغییرات  $Z$  بر حسب  $N$  برای هسته‌های پایدار و پرتوزا مطابق شکل است. با توجه به نمودار کدام گزینه نادرست است؟



(۱) هسته  $B$ ، هسته پایدار سنگین است.

(۲) برای هسته  $C$ ، عدد جرمی دو برابر عدد اتمی است.

(۳) هسته‌های  $A$  و  $B$  ایزوتوپ هستند.

(۴) هسته  $D$  می‌تواند ناپایدار باشد.

۵۸- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

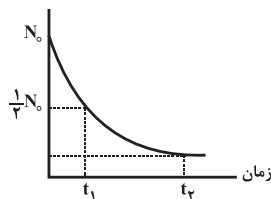
(۱) به حاصل ضرب کاستی جرم هسته در مربع تندی نور، انرژی بستگی هسته گفته می‌شود.

(۲) هر نوکلئون می‌تواند به تمام نوکلئون‌های هسته نیروی هسته‌ای وارد کند.

(۳) نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد هستند و تنها در فاصله‌ای کمتر از ابعاد هسته اثر می‌کنند.

(۴) فرایند تقسیم یک هسته سنگین به دو هسته با جرم کمتر را شکافت هسته‌ای می‌گویند.

۵۹- در یک نمونه از ماده‌ای پرتوزا، نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر  $t_1 = 3t_2$  باشد، پس از



گذشت زمان  $t_2$  چند درصد از این ماده واپاشیده شده است؟

(۲) ۱۲/۵

(۱) ۸۷/۵

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

۶۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند بیشتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

(ب) در واکنش گداخت، دو هسته کم‌جرم، باید به قدر کافی به هم نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگاه‌دارد.

(پ) در هم‌جوشی هسته‌های دو ایزوتوپ هیدروژن، هسته هلیوم و یک پروتون پرنرژی تولید می‌شود.

(ت) در واکنش گداخت، دما باید بسیار بالا باشد تا هسته‌ها با انرژی جنبشی زیاد به هم برخورد کنند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

**شیمی ۳**

فصل‌های ۳ و ۴

صفحه‌های ۶۵ تا ۱۲۱

**شیمی ۳**

۶۱- کدام مطلب صحیح است؟

(۱) آنتالپی فروپاشی شبکه با بار الکتریکی کاتیون برخلاف بار الکتریکی آنیون رابطه مستقیم دارد.

(۲) هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده پیوند کووالانسی قوی‌تری دارد.

(۳) گشتاور دوقطبی گوگرد تری اکسید همانند اتین، صفر است.

(۴) کوارتز و ماسه، به ترتیب از نمونه‌های خالص و ناخالص ترکیبی هستند که فراوانی آن در پوسته جامد کره زمین بیش از ۹۰ درصد است.

۶۲- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد گرافن درست است؟

(الف) تک لایه‌ای از گرافیت است که اتم‌های کربن در آن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند.

(ب) همانند گرافیت، دارای ساختاری شفاف و انعطاف‌پذیر است.

(پ) آلوتروپ دیگر عنصر سازنده آن، برای ساختن مته مورد استفاده قرار می‌گیرد.

(ت) مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



۶۳- کدام گزینه نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) جرم مولی پارازایلن با جرم مولی بنزآلدهید یکسان است.  
 (۲) درصد جرمی کربن در نفتالن از درصد جرمی کربن در پارازایلن بیشتر است.  
 (۳) شمار اتم های با عدد اکسایش منفی یک، در پارازایلن و ترفتالیک اسید یکسان است.  
 (۴) بنزن، ترفتالیک اسید و پارازایلن از جمله ترکیبات آروماتیک موجود در نفت خام می باشند.

۶۴- کدام یک از مقایسه های زیر نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) شعاع یونی:  $S^{2-} > Cl^{-} > Al^{3+}$  (۲) آنتالپی فروپاشی شبکه:  $LiF > LiCl > KF$   
 (۳) طول پیوند:  $Si-Si > Si-C > Si-O$  (۴) درصد جرمی کربن: اتانویک اسید > گلوکز > آسپرین

۶۵- از بین ترکیب های زیر چه تعداد از آنها به ترتیب دارای ویژگی های الف، ب و پ می باشند؟



الف) مولکول هایی که اتم های سازنده آن در یک صفحه قرار ندارند. (ساختار سه بعدی دارند)  
 ب) در گستره دمایی زیادی به صورت مایع بوده و به همین دلیل در فناوری تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرند.

پ) اتم مرکزی دارای بار جزئی مثبت ( $+\delta$ ) بوده ولی مولکول در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.

- (۱) ۳، ۱، ۳ (۲) ۳، ۰، ۲ (۳) ۳، ۱، ۱ (۴) ۴، ۱، ۴

۶۶- کدام یک از معادله های زیر برای نمایش معادله واکنش فروپاشی شبکه بلور آلومینیم اکسید درست است؟



۶۷- بیشترین چگالی بار در بین کاتیون پایدار فلزهای  $^{12}Mg$ ،  $^{13}Al$  و  $^{20}Ca$  و کمترین چگالی بار در بین آنیون پایدار نافلزهای  $^{9}F$ ،  $^{16}S$  و  $^{17}Cl$  به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام است؟

- (۱)  $Cl, Al$  (۲)  $S, Ca$  (۳)  $F, Al$  (۴)  $F, Mg$

۶۸- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف) آلاینده های خروجی از آگزوز خودروها شامل هیدروکربن ها، کربن مونواکسید، نیتروژن مونواکسید و گوگرددی اکسید است.  
 ب) مبدل کاتالیستی باعث از بین رفتن تمام آلاینده های خروجی از آگزوز خودروها می شود.  
 پ) واکنش  $NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \longrightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$  در تمام مبدل های کاتالیستی انجام می شود.  
 ت) در سطح سرامیک ها درون مبدل کاتالیستی، توده های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۶۹- اگر در واکنش بین مولکول های دو اتمی گازی شکل  $X_2$  و  $Y_2$ ، سرعت واکنش رفت کمتر از سرعت واکنش برگشت بوده و آنتالپی واکنش برگشت برابر با  $b - a$  کیلوژول باشد، چند مورد از نتیجه گیری های زیر همواره درست خواهند بود؟ (a و b به ترتیب انرژی فعال سازی واکنش های رفت و برگشت هستند.)

- الف)  $b > a - b$  (ب)  $a > b - a$  (پ)  $a > b$  (ت)  $b < a - b$   
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۰- در سامانه ای در حال تعادل که واکنش گرماده زیر در آن انجام می گیرد، غلظت  $H_2S$ ،  $0.4$  مولار است. چند مورد از تغییرات زیر می تواند



الف) نصف کردن حجم ظرف  
 ب) خارج کردن مقداری HI از سامانه واکنش  
 پ) افزایش دمای انجام واکنش  
 ت) افزایش  $0.4$  مول  $H_2S$  به ظرف واکنش

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۷۱- اگر ثابت تعادل واکنش تبدیل گاز نیتروژن دی اکسید به دی نیتروژن تترا اکسید در دماهای  $20^\circ\text{C}$ ،  $25^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  درجه سلسیوس به صورت زیر باشد و در دمای اتاق،  $23^\circ\text{C}$  گرم گاز قهوه‌ای رنگ را وارد ظرف ۲ لیتری واکنش کنیم، چند گرم از گاز دیگر در مخلوط تعادلی واکنش وجود خواهد داشت؟ ( $\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )

$$(K_1 = 2 \times 10^{-2}, K_2 = 5 \times 10^3, K_3 = 4 : \text{mol}^{-1} \cdot \text{L})$$

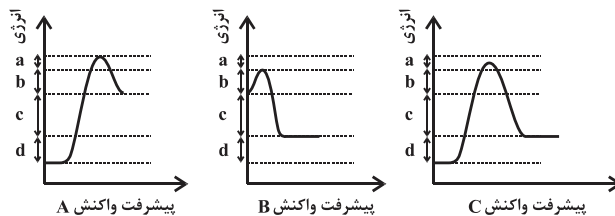
۳۴۵ (۴)

۵۷/۵ (۳)

۱۸۴ (۲)

۲۷۶ (۱)

۷۲- با توجه به نمودارهای زیر کدام گزینه صحیح است؟ (نمودارها در یک مقیاس رسم شده‌اند).



(۱)  $|\Delta H|$  واکنش B به اندازه  $|\Delta H|$  واکنش C از  $|\Delta H|$  واکنش A کمتر است.

(۲) انرژی فعالسازی واکنش رفت A به اندازه  $|\Delta H|$  واکنش A از انرژی فعالسازی واکنش رفت B بیشتر است.

(۳) انرژی فعالسازی واکنش برگشت B به اندازه  $|\Delta H|$  واکنش B از انرژی فعالسازی واکنش برگشت A کمتر است.

(۴) انرژی فعالسازی واکنش رفت B به اندازه  $|\Delta H|$  واکنش A از انرژی فعالسازی واکنش برگشت B بیشتر است.

۷۳- کدام گزینه در مورد مبدل‌های کاتالیستی و کاتالیزورها درست است؟

(۱) بر روی سطح این قطعه سرامیکی کاتالیزگرهای روییدیم (Rb)، پلاتین (Pt) و پالادیم (Pd) نشانده شده است.

(۲) این مبدل‌ها برای مدت طولانی کار می‌کنند و کارایی آنها هرگز کاهش نمی‌یابد.

(۳) این مبدل‌ها باعث می‌شوند حتی در روزهای سرد زمستان آلاینده‌ای از آگزوز خودرو خارج نشود.

(۴) کاتالیزگرها باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته و واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام ندهند.

۷۴- کدام گزینه در مورد تولید گاز آمونیاک به روش هابر نادرست است؟

(۱) واحد ثابت تعادل واکنش آن  $\text{mol}^{-2} \cdot \text{L}^2$  است.

(۲) در شرایط بهینه ( $P = 20 \text{ atm}$ ،  $T = 450^\circ\text{C}$  و کاتالیزگر آهن)، تنها ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

(۳) با استفاده از اختلاف دمای جوش مخلوط گازها و با سرد کردن آنها در دمای  $-40^\circ\text{C}$  آمونیاک مایع جدا می‌شود.

(۴) با افزایش فشار و دما و استفاده از کاتالیزگر می‌توان ثابت تعادل این واکنش را افزایش داد و آمونیاک بیشتری به دست آورد.

۷۵- پیش‌بینی پیشرفت چه تعداد از واکنش‌های داده شده، درست است؟

واکنش تعادلی	تغییر اعمال شده	نتیجه تغییر
$\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{HI}(\text{g})$	خارج کردن مقداری فراورده	تولید HI
$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$	افزایش فشار	تولید $\text{NH}_3$
$2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{SO}_3(\text{g})$	افزایش حجم	تولید $\text{SO}_2$ و $\text{O}_2$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ صفر



۷۶- در یک سامانه ۴ لیتری، تعادل  $\text{CO(g)} + \text{H}_2\text{O(g)} \rightleftharpoons \text{CO}_2\text{(g)} + \text{H}_2\text{(g)}$  با ۲ مول از هر یک از واکنش‌دهنده‌ها و ۹ مول از هر فراورده برقرار است. اگر در دمای ثابت ۳ مول از هر یک از مواد واکنش‌دهنده را به این سامانه بسته اضافه کنیم، پس از برقراری تعادل جدید به تقریب چند مول فراورده خواهیم داشت؟

- ۱) ۲/۵۵      ۲) ۵/۱      ۳) ۱۵/۵۵      ۴) ۲۲/۹

۷۷- چند مورد از عبارتهای زیر دربارهٔ تأثیر عوامل گفته شده بر روی تعادل درست است؟

الف) با افزودن یک مول گاز  $\text{CO}_2$  به تعادل گازی  $\text{CO} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CO}_2 + \text{H}_2$ ، برای برقراری تعادل جدید مقدار  $\text{H}_2$  مصرفی کمتر از یک مول خواهد بود.

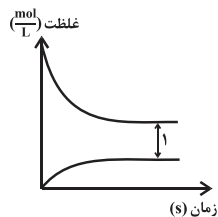
ب) از آنجا که کاهش دما در سامانهٔ تعادلی گازی  $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{SO}_3$  منجر به افزایش میزان  $\text{SO}_3$  می‌شود، واکنش گرماگیر است.

پ) کاهش حجم در سامانهٔ تعادلی  $2\text{NO(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightleftharpoons 2\text{NO}_2\text{(g)}$  باعث جابه‌جایی تعادل در جهت رفت می‌شود.

ت) اگر مقداری محلول نقره نیترات به تعادل  $\text{PbCl}_2\text{(s)} \rightleftharpoons \text{Pb}^{2+}\text{(aq)} + 2\text{Cl}^-\text{(aq)}$  اضافه کنیم، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

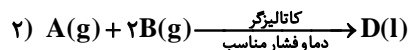
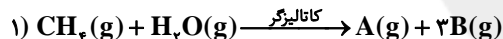
- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۷۸- اگر نمودار روبه‌رو مربوط به واکنش تعادلی  $2\text{A(g)} \rightleftharpoons \text{B(g)}$  با ثابت تعادل  $\frac{\text{L}}{\text{mol}}$  ۰/۲۵ باشد، غلظت اولیهٔ A چند مول بر لیتر بوده است؟ (حجم ظرف را ۲ لیتر در نظر بگیرید.)



- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۸

۷۹- با توجه به واکنش‌های روبه‌رو چه تعداد از عبارتهای بیان شده درست است؟



الف) پایداری گاز A از پایداری کربن دی‌اکسید کمتر است.

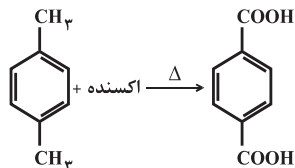
ب) تغییر عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (۱) برابر ۶ می‌باشد.

پ) ترکیب D مایعی بی‌رنگ و بسیار سمی است و در تبدیل PET به مونومرهای سازنده‌اش نیز کاربرد دارد.

ت) گاز A در واکنش (۲) نقش کاهنده را دارد.

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۱      ۴) ۴

۸۰- با توجه به واکنش تهیه ترفتالیک اسید از پارازایلن در شرایط مناسب، کدام مطلب نادرست است؟ ( $\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )



۱) مجموع عدد اکسایش همهٔ کربن‌های ترفتالیک اسید برابر ۲ می‌باشد.

۲) به ازای مصرف ۰/۱ مول پارازایلن، ۱۶/۱ گرم ترفتالیک اسید حاصل می‌شود.

۳) برای افزایش بازده تولید ترفتالیک اسید، به جای یون پرمنگنات، می‌توان از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب استفاده کرد.

۴) اگر مادهٔ اکسنده یون پرمنگنات باشد، به  $\text{MnO}_2$  تبدیل می‌شود که تغییر عدد اکسایش آن برابر ۳ می‌باشد.



حسابان ۲

گزینه «۳»

راه حل اول:

$$y = x^2 - 2 \Rightarrow y' = 2x$$

$$x = 2: \text{طول نقطه مماس} = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$y = x^2 - 2 \xrightarrow{x=2} \text{عرض نقطه تماس} = 2$$

$$y = x^2 - 2 \xrightarrow{y=2} \text{خط مماس} : y = 4x + a \Rightarrow 2 = 8 + a \Rightarrow a = -6$$

راه حل دوم:

چون خط بر سهمی مماس است، معادله  $x^2 - 2 = 4x + a$  داشته باشد. باید جواب مضاعف داشته باشد:

$$\Rightarrow x^2 - 4x - a - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4a + 24 = 0 \Rightarrow a = -6$$

گزینه «۳»

حاصل حد  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  (در صورت وجود) را مشتق تابع  $f$  نامیده و با  $f'(a)$  نشان می‌دهیم.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\gamma+h) - f(\gamma)}{h} = f'(\gamma) = \frac{3}{2}$$

$$h(x) = f(2x) \Rightarrow h'(x) = 2f'(2x)$$

$$\xrightarrow{x=1} h'(1) = 2f'(2) \Rightarrow h'(1) = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = b + 6 \Rightarrow 2a - b = 3 \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3 - \frac{a}{\sqrt{x^3}} & ; x \geq 1 \\ 2bx & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\text{شرط مشتق پذیری} : f'_+(1) = f'_-(1)$$

$$\Rightarrow 3 - a = 2b \Rightarrow a + 2b = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = \frac{9}{5}, b = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} = 3$$

گزینه «۱»

برای آنکه خط مماس بر منحنی  $\text{gof}(x)$  موازی محور طول‌ها باشد، باید شیب آن برابر صفر باشد. بنابراین معادله  $(\text{gof})'(x) = 0$  را حل می‌کنیم:

$$(\text{gof})'(x) = f'(x) \times g'(f(x)) = 0$$

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ g'(x) = x^2 - x - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} \times (f^2 - f - 6) = 0 \xrightarrow{f=\sqrt{x}} \frac{1}{2\sqrt{x}} (x - \sqrt{x} - 6) = 0$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Rightarrow x - 6 = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } ^2} x^2 - 12x + 36 = x$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=4 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

$x = 4$  در معادله صدق نمی‌کند.

گزینه «۳»

شیب خط  $L$ ، برابر است با مشتق تابع  $f$  در  $x = 2$ .

$$\Rightarrow f'(\gamma) = \frac{1}{3} \text{ و } f(\gamma) = 1$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{(f(\sqrt{x}))'}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}}$$

$$\Rightarrow g'(4) = \frac{\frac{1}{2} f'(\gamma)}{2\sqrt{f(\gamma)}} = \frac{\frac{1}{2} f'(\gamma)}{2} = \frac{1}{4}$$

گزینه «۲»

$$f(x) = \sin^2(f'(x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = f''(x) \times 2 \sin(f'(x)) \times \cos(f'(x))$$

$$= f''(x) \times \sin(2f'(x)) \xrightarrow{x=0} f'(0) = f''(0) \times \sin(2f'(0))$$

$$\frac{f'(0) = \frac{\pi}{4}}{f'(0)} \rightarrow f'(0) = f''(0) \times \sin\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\Rightarrow f''(0) = f'(0) = \frac{\pi}{4}$$

گزینه «۳»

$$f'(x) = 4(2x-1)\sqrt{x+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{x+\frac{1}{2}}} (2x-1)^2$$

حال باید از  $f'$  مشتق بگیریم برای محاسبه مقدار مشتق در یک نقطه خاص، اگر عامل صفرکننده داشته باشیم کافی است فقط از آن عامل مشتق بگیریم. اگر توان عامل صفرکننده بیش از یک باشد، مشتق در آنجا صفر است. پس داریم:

$$f''\left(\frac{1}{2}\right) = 8\sqrt{x+\frac{1}{2}} \Big|_{x=\frac{1}{2}} = 8$$

گزینه «۲»

$$d = \sqrt{x^2 + (\sqrt{7x+4})^2} = \sqrt{x^2 + 7x + 4}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2x+7}{2\sqrt{x^2+7x+4}}$$

$$\xrightarrow{x=5} d' = \frac{10+7}{2\sqrt{25+35+4}} = \frac{17}{16}$$

گزینه «۲»

می‌دانیم نقاط بحرانی یک تابع، نقاطی از دامنه تابع هستند که مشتق تابع در آن‌ها یا صفر است یا موجود نیست. از طرفی انتقال افقی تأثیری بر روی تعداد نقاط بحرانی تابع ندارد، پس کافی است نقاط بحرانی همین نمودار داده شده را بیابیم.

۱۳- گزینه «۳»

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 2x + 5 \Rightarrow f'(x) = -x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$f''(x) = -2x + 4 = -(2x-2) = -2(x-1)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

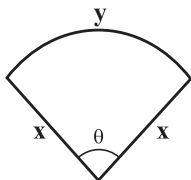
با تعیین علامت  $f'$  و  $f''$  داریم:

x	0	1	2
$f''$	-	+	-
$f'$	+	-	-
f	↗	↘	↘

max نسبی
عطف
عطف

بنابراین نمودار تابع  $f$  دارای یک نقطه ماکزیمم نسبی و دو نقطه عطف است.

۱۴- گزینه «۲»



مطابق شکل داریم:

$$2x + y = 40 \Rightarrow y = 2(20 - x)$$

مساحت قطاعی با زاویه  $\theta$  رادیان از دایره‌ای به شعاع  $r$  برابر است با

$$\Rightarrow S(x) = \frac{1}{2}x^2\theta = \frac{1}{2}x^2\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}xy$$

بنابراین داریم:

$$= \frac{1}{2}x(2(20-x)) = -x^2 + 20x$$

رأس سهمی  $S(x)$  نقطه  $(10, 100)$  است؛ یعنی به ازای شعاع  $x=10$ ،

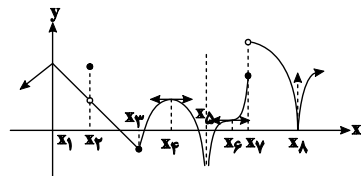
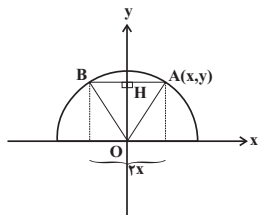
مساحت قطاع حداکثر مقدار ممکن خواهد بود.

۱۵- گزینه «۱»

با توجه به ثابت بودن کل مساحت سطح محصور بین نمودار تابع و محور  $x$ ها،

برای آن که مساحت قسمت هاشورخورده، کم‌ترین مقدار ممکن شود، لازم

است که مساحت مثلث  $OAB$  بیش‌ترین مقدار باشد.



$x_1, x_3$ : نقطه گوشه‌ای  $\Leftarrow$  مشتق ناپذیر

$x_2, x_4$ : ناپیوسته  $\Leftarrow$  مشتق ناپذیر

$x_5, x_6$ : دارای خط مماس افقی  $\Leftarrow f'$  در آن‌ها برابر صفر است.

$x_8$ : دارای خط مماس قائم  $\Leftarrow$  مشتق ناپذیر

ضمناً دقت کنید که  $x_5$  متعلق به دامنه نبوده و بحرانی نیست. پس تعداد نقاط

بحرانی ۷ است:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7, x_8$

۱۰- گزینه «۴»

$$f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2x)\sqrt{x^2} + \frac{2}{2\sqrt{x}}(x^2 - 1) = \frac{2x^2 - 2}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

هم‌چنین در  $x=0$  مشتق وجود ندارد.

پس مجموعه نقاط بحرانی تابع برابر  $\left\{-1, 0, 1\right\}$  است.

۱۱- گزینه «۴»

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & ; x \geq 1 \\ 2x + 2 & ; x < 1 \end{cases}$$

چون  $f'(-1) = 0$  است، حتماً بحرانی است. در نتیجه  $c = -1$ .

پس تابع  $f$  نباید نقطه بحرانی دیگری داشته باشد، بنابراین  $f$  در  $x=1$  باید

مشتق مخالف صفر داشته باشد:

$$\text{پیوستگی} \rightarrow a = 1 + 2 + b \Rightarrow a - b = 3 \quad (*)$$

$$\text{مشتق پذیری} \rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 + 2 \Rightarrow a = 8$$

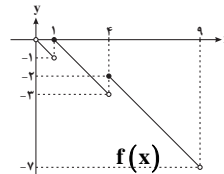
$$\rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow a + b + c = 8 + 5 + (-1) = 12$$

۱۲- گزینه «۱»

می‌توان تابع را در بازه مذکور به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} -x & ; 0 < x < 1 \\ 1-x & ; 1 \leq x < 4 \\ 2-x & ; 4 \leq x < 9 \end{cases}$$



نمودار دارای ۲ ماکزیمم نسبی در  $x=1$  و  $x=4$  و فاقد مینیمم نسبی است.



$$-1 \leq -\cos x \leq 1 \Rightarrow -k^2 \leq -k^2 \cos x \leq k^2$$

$$2 - k^2 \leq 2 - k^2 \cos x \leq 2 + k^2$$

برای این که  $f''(x)$  همواره نامنفی باشد باید داشته باشیم:

$$2 - k^2 \geq 0 \Rightarrow |k| \leq \sqrt{2}$$

برای این که  $f''(x)$  همواره نامثبت باشد باید داشته باشیم:

$$2 + k^2 \leq 0$$

که این رابطه امکان پذیر نیست.

$$\Rightarrow |k| \leq \sqrt{2}$$

۱۹- گزینه «۳»

$$f'(x) = 8x^3 - 24x^2 + 24x$$

نقطه  $x = x_0$ ، نقطه عطف تابع است که خط مماس بر نمودار تابع در این نقطه افقی است. این یعنی  $x = x_0$  باید صفرهای هر دو تابع  $f'$  و  $f''$  باشد. بنابراین تابع  $f'$ ، حتماً باید به صورت زیر باشد:

$$f'(x) = 8x^3 - 24x^2 + 24ax = 8x(x - x_0)^2$$

$$= 8x^3 - 16x_0x^2 + 8x_0^2x$$

که از برابری این دو ضابطه به سادگی نتیجه می شود:

$$x_0 = \frac{3}{2}, a = 9$$

۲۰- گزینه «۱»

معادله را به صورت  $x^3 - 6x^2 = k - 1$  بازنویسی می کنیم. برای بررسی جواب های این معادله، کافی است نقاط برخورد نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2$  و خط  $y = k - 1$  را بررسی کنیم.

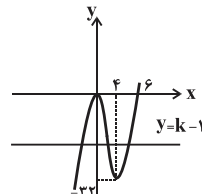
$$f(x) = x^3 - 6x^2 = x^2(x - 6)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ x = 4 \Rightarrow f(4) = -32 \end{cases}$$

با تعیین علامت  $f'$  داریم:

	+	0	-	0	+
$f'$		↗		↘	
		نسبی	نسبی		
		max	min		

بنابراین نمودارهای مورد نظر، مطابق شکل زیر هستند:



برای این که این دو نمودار، سه نقطه برخورد داشته باشند؛ کافی است نامعادله  $-32 < k - 1 < 0$  برقرار باشد.

$$\Rightarrow -31 < k < 1$$

کمترین مقدار صحیح  $k$ ،  $-30$  است.

اگر مختصات رأس  $A$  از مثلث را  $(x, y)$  در نظر بگیریم، قاعده مثلث  $(AB)$  برابر  $2x$  و ارتفاع مثلث  $(OH)$  برابر  $y$  خواهد بود. پس مساحت این مثلث

$$S = \frac{1}{2}(AB)(OH) = \frac{1}{2}(2x)(y) = xy$$

متساوی الساقین برابر است با:

$$\Rightarrow S(x) = x\sqrt{2-x^2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0 \Rightarrow 1 \times \sqrt{2-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}} \times x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2-x^2) - x^2}{\sqrt{2-x^2}} = 0 \Rightarrow 2 - 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{\text{در ربع اول}} x = 1$$

$$\Rightarrow OH = y = \sqrt{2-x^2} \xrightarrow{x=1} y = 1$$

حال از آن جا که در مثلث متساوی الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم منطبق اند، مقدار میانه نیز برابر ۱ خواهد بود.

۱۶- گزینه «۲»

واضح است که نمودار تابع  $y = xf(x-1)$  در  $x = -4$  بر محور  $x$  مماس است. بنابراین داریم:

$$xf(x-1) = ax^3 + bx^2 + 8x = ax(x+4)^2$$

$$\Rightarrow ax^3 + bx^2 + 8x = a(x^2 + 8x + 16)$$

$$= ax^3 + 8ax^2 + 16a \Rightarrow \begin{cases} b = 8a \\ 8 = 16a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 4$$

$$\Rightarrow xf(x-1) = \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + 8x \Rightarrow f(x-1) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 8$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 4(x+1) + 8 = \frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{25}{2}$$

$$\Rightarrow xf(x) = \frac{1}{2}x^3 + 5x^2 + \frac{25}{2}x$$

$$\Rightarrow (xf(x))' = \frac{3}{2}x^2 + 10x + \frac{25}{2}$$

برای اینکه تابع  $y = xf(x)$  نزولی باشد، مشتق آن باید نامثبت باشد:

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x^2 + 10x + \frac{25}{2} \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-\frac{5}{3}, -5\right]$$

۱۷- گزینه «۴»

یک تابع پیوسته هنگامی یکنواست که علامت مشتق در آن تغییر نکند.

$$y' = 6x^2 + 6mx + 24$$

پس باید مشتق عبارت که در اینجا یک تابع درجه دوم است تغییر علامت ندهد، یعنی  $\Delta \leq 0$  باشد.

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36(m^2 - 16) \leq 0 \Rightarrow m^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4$$

۱۸- گزینه «۲»

توجه کنید که

$$f'(x) = 2x - k^2 \sin x \Rightarrow f''(x) = 2 - k^2 \cos x$$

چون نمودار تابع  $f$  نقطه عطف ندارد پس علامت  $f''(x)$  باید همواره نامنفی باشد یا باید همواره نامثبت باشد.

هندسه ۳

گزینه ۴»

خط هادی سهمی، خطی افقی است، بنابراین سهمی قائم است و با توجه به مختصات کانون، دهانه سهمی رو به بالا است. فاصله کانون تا خط هادی سهمی، دو برابر فاصله کانونی سهمی است، بنابراین داریم:

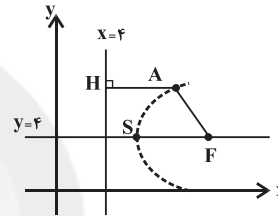
$$2a = 5 - 1 = 4 \Rightarrow a = 2$$

با توجه به این که رأس سهمی دقیقاً وسط خط هادی و کانون سهمی قرار دارد، پس  $S(3, 3)$  رأس سهمی است و در نتیجه داریم:

$$(x-3)^2 = 8(y-3) \xrightarrow{x=0} 9 = 8(y-3)$$

$$\Rightarrow y - 3 = \frac{9}{8} \Rightarrow y = \frac{33}{8}$$

گزینه ۱»



خط هادی سهمی، خطی قائم است، بنابراین سهمی افقی است و چون نقطه A در سمت راست خط هادی است، پس دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود. می‌دانیم هر نقطه روی سهمی از خط هادی و کانون آن به یک فاصله است و در ضمن کانون همواره روی محور تقارن سهمی قرار دارد. پس با فرض  $F(x, 4)$  داریم:

$$|AH| = |AF| \Rightarrow 9 - 4 = \sqrt{(9-x)^2 + (4-4)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 = (9-x)^2 + 0 \Rightarrow 9-x = \pm 5 \Rightarrow x = 13 \text{ یا } 5$$

و چون S وسط کانون و خط هادی قرار دارد، پس در صورتی که  $F(13, 4)$  باشد، رأس سهمی نقطه  $S(\frac{17}{2}, 4)$  و در صورتی که  $F(5, 4)$  باشد، رأس سهمی نقطه  $S(\frac{9}{2}, 4)$  است.

گزینه ۲»

اگر a فاصله کانونی، d قطر قاعده و h عمق (گودی) یک آینه سهموی باشد، آنگاه رابطه  $a = \frac{d^2}{16h}$  برقرار است. داریم:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \left(\frac{60}{100}\right)^2 \times \frac{40}{30}$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{4}{3} = \frac{9}{25} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{25}$$

$$\xrightarrow{a_2=a} \frac{a_1}{a} = 0 / 25 \Rightarrow a_1 = 0 / 25a$$

گزینه ۴»

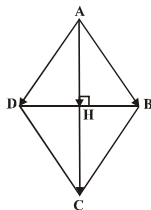
$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ z = -2 \end{cases}$$

قرار دارد ولی روی هیچ یک از یال‌های مکعب واقع نیست. نقطه  $A(1, 3, 2)$  یکی از رأس‌های مکعب (محل تقاطع سه یال) است. نقطه  $B(3, 1, -2)$  نیز روی یکی از یال‌های مکعب واقع شده که محل تقاطع دو وجه به معادلات

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ z = -2 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x = 3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

واقع شده است.

گزینه ۳»



مطابق شکل، قطر بزرگ لوزی حاصل برآیند دو بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{AD}$  می‌باشد. اگر H محل برخورد قطرهای کوچک و بزرگ لوزی باشد، آنگاه داریم:

$$|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = 2|\vec{AH}| \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AD}| = 2|\vec{AH}|$$

مثلث ABD مثلثی متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد است که طول ارتفاع آن برابر  $|\vec{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}(2) = \sqrt{3}$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$$|\vec{AB} + \vec{AD}| = 2|\vec{AH}| = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۲»

$$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{85} \Rightarrow |2\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = 85$$

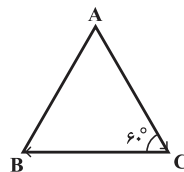
$$\Rightarrow 4|\vec{a}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2 = 85$$

$$\Rightarrow 16 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 45 = 85 \Rightarrow 12\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$$

اگر بردار  $\vec{a}'$  تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر راستای بردار  $\vec{b}$  باشد، داریم:

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

گزینه ۱»



BC، AC و AB، هر سه قطر وجه‌های مکعب هستند، پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و زاویه ACB برابر  $60^\circ$  خواهد بود. چون انتهای بردار  $\vec{AC}$  بر ابتدای بردار  $\vec{CB}$  منطبق است، پس زاویه بین دو بردار  $\vec{AC}$  و  $\vec{CB}$ ، مکمل زاویه ACB یعنی برابر  $120^\circ$  است و داریم:

$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = |\vec{AC}| |\vec{CB}| \cos 120^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$



۲۸- گزینه «۲»

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (4 - m, mn - 2, 1 - 2n)$$

تصویر بردار  $\vec{c}$  روی محور  $x$  ها برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$4 - m = 1 \Rightarrow m = 3$$

طول تصویر بردار  $\vec{c}$  روی صفحه  $xz$  برابر ۲ است، در نتیجه داریم:

$$2 = \sqrt{(4 - m)^2 + (1 - 2n)^2} \xrightarrow{m=3} (1 - 2n)^2 = 3$$

$$\Rightarrow 1 - 4n + 4n^2 = 3 \Rightarrow 4n^2 - 4n - 2 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{(-4) \pm \sqrt{16 + 32}}{8} = \frac{-4 \pm \sqrt{48}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{3}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

۲۹- گزینه «۱»

ابتدا دو بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  را تشکیل می‌دهیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{AB} &= (-3, -3, 3) \\ \vec{AC} &= (-1, -1, 0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = (3, -3, 0)$$

مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۳۰- گزینه «۳»

شرط آن که چهار نقطه  $A, B, C, D$  روی یک صفحه باشند آن است که سه بردار  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  هم‌صفحه باشند، به عبارتی  $\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 0$  باشد.

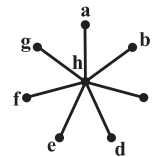
$$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 0 \Rightarrow (-2, 2, -2) \cdot ((2, 1, -1) \times (-1, 1, m - 2)) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & m - 2 \end{vmatrix} = -6m + 6 = 0 \Rightarrow m = 1$$

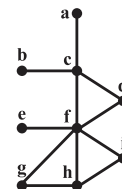
ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

چون گراف دارای یک  $\gamma$ -مجموعه با اندازه یک است، پس قطعاً رأسی در گراف وجود دارد که با تمام رئوس دیگر گراف مجاور باشد. حال اگر هیچ دو رأس دیگری در گراف مجاور یکدیگر نباشند، آنگاه مطابق شکل، مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  است، یعنی حداکثر تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای برابر ۷ است.



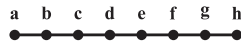
۳۲- گزینه «۳»



مجموعه  $\{c, f, h\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای گراف  $G$  است، پس عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است. حال با افزودن یال  $fg$ ، مجموعه  $\{c, f\}$  قادر به احاطه تمام رئوس گراف است. پس عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ خواهد بود. در صورت افزودن هر یک از یال‌های  $ab$ ،  $di$  و  $fb$  به گراف  $G$ ، عدد احاطه‌گری گراف باز هم برابر ۳ است.

۳۳- گزینه «۴»

عدد احاطه‌گری گراف  $P_8$ ، برابر  $\frac{8}{4} = 2$  است.



مطابق شکل، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف  $P_8$  عبارت‌اند از:

$$\{a, d, g\}, \{b, d, g\}, \{b, e, g\}, \{b, e, h\}$$

دقت کنید که در هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف، یک رأس از میان  $a$  و  $b$  و یک رأس از میان  $g$  و  $h$  باید موجود باشد و بین هر دو رأس موجود در مجموعه احاطه‌گر مینیمم، حداکثر باید به اندازه دو رأس فاصله وجود داشته باشد.

۳۴- گزینه «۱»

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$$

مطابق شکل تعداد حالت‌هایی که ۴ رقم فرد و ۳ رقم زوج می‌تواند به صورت یک در میان قرار گیرند، برابر  $4! \times 3!$  است. با توجه به این که هر یک از ارقام ۲، ۳ و ۵، دو بار تکرار شده‌اند، تعداد اعداد هفت رقمی مورد نظر برابر است با:

$$\frac{4! \times 3!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{24 \times 6}{8} = 3 \times 6 = 18$$

۳۵- گزینه «۱»

با توجه به شرط  $x_i \geq i + 1$  ( $i = 1, 2, 3$ ) سه متغیر  $y_1, y_2, y_3$  را می‌توان در معادله جایگزین کرد:

$$x_1 = y_1 + 2, x_2 = y_2 + 3, x_3 = y_3 + 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 2$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله برابر است با:

$$\binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

۳۶- گزینه «۲»

حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{11-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی معادله برابر است با:  $45 + 3 = 48$





۳۷- گزینه «۴»

		۳	۴
۴		۱	
۲	۴	۲	
		۴	

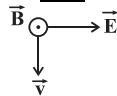
درایه واقع در سطر اول ستون سوم این مربع لاتین قطعاً برابر ۳ است، چون در سطر اول عدد ۴ و در ستون سوم اعداد ۱ و ۲ موجود هستند. در نتیجه درایه واقع در سطر چهارم ستون سوم یعنی  $Z$ ، قطعاً برابر ۴ است. در سطر سوم یکی از درایه‌ها باید برابر ۴ باشد که چون در ستون چهارم، عدد ۴ وجود دارد، لزوماً ۴ باید در ستون دوم این سطر قرار داده شود، یعنی  $Y = 4$  است. همچنین در سطر دوم نیز یکی از درایه‌ها باید برابر ۴ باشد که چون در ستون‌های دوم تا چهارم، عدد ۴ موجود است، فقط درایه ستون اول از این سطر می‌تواند برابر ۴ شود، پس  $X = 4$  است. در نتیجه  $X + Y + Z = 12$  است.

اعداد  $a$  یا  $b$  وجود دارد. در نتیجه با انتخاب ۹ عضو از مجموعه  $A$ ، قطعاً حداقل دو عضو وجود دارند که توان‌های هر سه پایه از نظر زوج یا فرد بودن، دقیقاً مانند یکدیگر بوده و در نتیجه حاصل ضرب آنها مربع کامل است.

فیزیک ۳

۴۱- گزینه «۲»

طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت باز دست راست در جهت میدان الکتریکی و انگشت شست در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی (پرتوی نور) باشد، جهت چرخش چهار انگشت (یا کف دست) در جهت میدان مغناطیسی خواهد بود که در این سؤال به سمت جنوب خواهد شد.



۴۲- گزینه «۱»

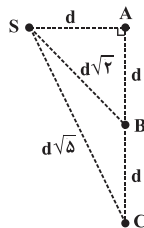
موج طولی را با  $L$  و موج عرضی را با  $T$  نشان می‌دهیم. طبق رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، اختلاف زمانی رسیدن دو موج را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta t = \Delta t_T - \Delta t_L \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_T} - \frac{\Delta x}{v_L}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \Delta x \left( \frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right) \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta t}{\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L}}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{50} - \frac{1}{150}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{2}{150}} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

۴۳- گزینه «۲»



اختلاف تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بین دو نقطه را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right)$$

$$\frac{I = \frac{P}{A}}{4\pi r^2} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه  $A$  و  $B$  داریم:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{d\sqrt{2}}{d} \right)^2 = 3$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه  $B$  و  $C$  داریم:

$$\beta_B - \beta_C = 10 \log \left( \frac{r_C}{r_B} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{d\sqrt{5}}{d\sqrt{2}} \right)^2$$

۳۸- گزینه «۱»

هر کدام از این توابع به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$f = \{(1,1), (2,2), (3,0), (4,0), (5,0), (6,0)\}$$

اگر مجموعه این دسته از توابع را با  $S$  و زیر مجموعه‌هایی از  $S$  که برد آنها به ترتیب فاقد ۳ و فاقد ۴ باشد را با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$|S| = 4^2 = 256$$

$$|A| = |B| = 3^2 = 81$$

$$|A \cap B| = 2^2 = 16$$

در این صورت مجموعه توابع پوشا معادل مجموعه  $\bar{A} \cap \bar{B}$  است. داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 256 - (81 + 81 - 16) = 256 - 146 = 110$$

۳۹- گزینه «۴»

اعداد دو رقمی مضرب ۳ عبارت‌اند از ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...، ۹۶ و ۹۹، که در مجموع ۳۰ عدد هستند.

حالت‌هایی که مجموع دو عدد از میان این اعداد برابر ۹۶ است، عبارت‌اند از  $(12, 84)$ ،  $(15, 81)$ ، ... و  $(45, 51)$  که شامل ۱۲ گروه است. همچنین اعداد ۴۸، ۸۷، ۹۰، ۹۳، ۹۶ و ۹۹ در هیچ گروهی نیستند.

در بدترین حالت از هر گروه یک عضو و تمام اعداد بدون گروه را انتخاب می‌کنیم (روی هم  $18 + 6 + 12 = 36$  عضو) و در انتخاب نوزدهم مطمئن هستیم که قطعاً دو عدد با مجموع ۹۶ وجود دارد.

۴۰- گزینه «۲»

اگر  $a$  و  $b$  دو عضو از اعضای مجموعه  $A$  باشند، آنگاه می‌توان آنها را به صورت  $a = 2^{\alpha_1} \times 3^{\beta_1} \times 5^{\gamma_1}$  و  $b = 2^{\alpha_2} \times 3^{\beta_2} \times 5^{\gamma_2}$  نمایش داد. در این صورت حاصل ضرب آنها به صورت  $ab = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \times 3^{\beta_1 + \beta_2} \times 5^{\gamma_1 + \gamma_2}$  بوده و زمانی مربع کامل است که تمامی توان‌های آن زوج باشد و این موضوع در حالتی ممکن است که توان‌های پایه‌های مشابه در  $a$  و  $b$  همزمان هر دو زوج و یا هر دو فرد باشند. چون سه پایه مختلف وجود دارد پس در مجموع  $2 \times 2 \times 2 = 8$  حالت مختلف برای زوج یا فرد بودن توان‌ها در هر کدام از



۴۸- گزینه «۱»

بسامد تار مرتعشی که دو انتهای آن بسته است از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$  به دست می آید و سرعت انتشار موج عرضی در طول آن از روابط زیر محاسبه می شود.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho V}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{v}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

با توجه به داده های مسئله می توان نوشت:

$$f_n = \frac{n}{2L} \times \frac{v}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \times \frac{L'}{L} \times \frac{D'}{D} \sqrt{\frac{F}{F'} \times \frac{\rho'}{\rho}}$$

$$\xrightarrow[n=n'=1, L=L']{D=2D', F=2F', \rho=\rho'} \frac{f}{f'} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2 \times 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴۹- گزینه «۲»

می دانیم که در تار مرتعش با دو انتهای ثابت، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی  $(f_{n+1} - f_n)$  برابر با  $f_1$  است، بنابراین برای بسامد بیشتر که ۴ گره دارد، هماهنگ سوم آن تولید شده و برای بسامد هماهنگ سوم داریم:

$$f_3 = 3f_1$$

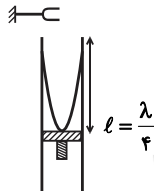
بدیهی است که برای تولید بسامد هماهنگ دیگر (هماهنگ کمتر) داریم:

$$f_4 = 2f_1 = 2 \times 130 \Rightarrow f_4 = 260 \text{ Hz}$$

۵۰- گزینه «۳»

در ابتدا طول موجی که در لوله هنگام تشدید بسامد دیاپازون تولید می شود را می یابیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{165} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$



حال برای اینکه اولین بار بسامد دیاپازون تشدید شود، باید طول این لوله یک انتها بسته برابر  $\frac{\lambda}{4}$  باشد. بنابراین داریم:

$$l = v \Delta t \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 330 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\lambda}{4 \times 330} = \frac{200}{1320} \text{ s} = \frac{5}{33} \text{ s}$$

۵۱- گزینه «۳»

در لوله های صوتی، فاصله گره های مجاور از هم برابر با  $\frac{\lambda}{2}$  و فاصله گره ها از شکم های مجاور برابر با  $\frac{\lambda}{4}$  است. از آنجایی که طول این لوله صوتی برابر با

$$\frac{3\lambda}{2}$$

است، نمی تواند «یک انتها بسته» باشد زیرا نخستین مُد لوله صوتی یک

انتها بسته دارای طولی معادل  $\frac{\lambda}{4}$  است که در مُدهای بعدی طولی معادل  $\frac{\lambda}{2}$  به

$$= 10 \log \frac{5}{2} = 10(\log 5 - \log 2)$$

$$\xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2} \beta_B - \beta_C = 10(1 - 2(\log 2)) = 4$$

بنابراین:

$$\frac{\beta_B - \beta_C}{\beta_A - \beta_B} = \frac{4}{3}$$

۴۴- گزینه «۱»

زمانی که ناظر (شونده) ساکن بوده و چشمه صوتی به آن نزدیک می شود (حالت الف)، فاصله جبهه های موج در جلوی چشمه صوتی کمتر از پشت آن خواهد شد و بنابراین ناظر ساکنی که چشمه صوتی به آن نزدیک می شود، طول موج کوتاه تری را نسبت به وضعیتی که چشمه صوتی ساکن باشد، اندازه می گیرد. زمانی که چشمه ساکن است و ناظر به آن نزدیک می شود، طول موج در جلو و عقب چشمه صوتی یکسان است.

۴۵- گزینه «۲»

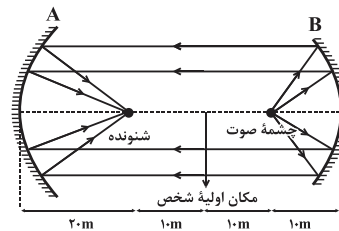
زاویه ای که جبهه های موج تخت با سطح مانع تخت می سازند معادل زاویه ای است که پرتوی تابیده با خط عمود بر سطح مانع تخت (زاویه تابش) می سازد. بنابراین زاویه بین جبهه های موج تابیده و بازتابیده معادل زاویه بین پرتوی تابش و بازتابش از سطح مانع تخت است. در نتیجه طبق توضیحات داده شده و قانون بازتاب عمومی داریم:

$$\theta = 30^\circ = \text{زاویه بازتابش} \Rightarrow \theta = 30^\circ = \text{زاویه تابش}$$

$$\Rightarrow \theta = 60^\circ = \text{زاویه بین پرتوهای تابش و بازتابش} = \text{زاویه بین جبهه های موج تابیده و بازتابیده}$$

۴۶- گزینه «۴»

وقتی شخص اول موج صوتی ایجاد می کند، به دلیل این که شخص در کانون سطح کاو B قرار دارد، پرتوهای موج همگی موازی محور اصلی از سطح کاو B بازتاب می کنند. چون این پرتوها موازی محور اصلی به سطح کاو A می رسند، پس بازتاب آن ها همگی از فاصله کانونی سطح کاو A عبور می کنند. پس شخص دوم باید روی کانون سطح کاو A قرار گیرد. یعنی طبق شکل شخص باید ۱۰m در جهت چپ (به سمت کانون سطح کاو A) حرکت کند.



۴۷- گزینه «۱»

پس از برخورد مایل پرتوهای موازی به سطح مشترک آب و هوا، پرتویی که دارای بسامد بیشتری است، بیشتر منحرف می شود. دلیل این پدیده هم وابستگی ضریب شکست یک محیط به بسامد نور عبوری از آن محیط است که برای پرتوهای با بسامد بیش تر (طول موج کمتر) بیش تر است.



$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 + \frac{2(K_{\max})_1}{(K_{\max})_1 + W_0} \Rightarrow n > 1 \\ n = 3 - \frac{2W_0}{(K_{\max})_1 + W_0} \Rightarrow n < 3 \end{cases} \Rightarrow 1 < n < 3$$

۵۵- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن، داریم:

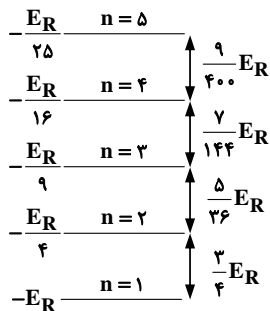
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow \frac{E_n}{E_{n'}} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{1}{n^2} \Rightarrow n = 5$$

بنابراین الکترون ابتدا در تراز  $n = 5$  قرار داشته است.

با گذار الکترون از تراز  $n = 5$  به تراز  $n' = 2$ ، پرتویی از رشته بالمر گسیل می‌شود و ناحیه طیف این پرتوها در محدوده فرابنفش و مرئی است و طبق متن کتاب درسی به ازا  $n = 3, 4, 5, 6$ ، طول‌موج‌های گسیلی رشته بالمر در محدوده نور مرئی هستند.

۵۶- گزینه «۴»

انرژی ترازهای الکترون در اتم هیدروژن  $(E_n = -\frac{E_R}{n^2})$  و اختلاف انرژی آن‌ها در شکل زیر مشخص شده است.



چون الکترون ابتدا در تراز  $n = 3$  قرار دارد و انرژی فوتون تابشی برابر با اختلاف انرژی ترازهای  $n = 2$  و  $n = 3$  است، بنابراین الکترون با گسیل القایی به تراز  $n = 2$  می‌رود.

۵۷- گزینه «۳»

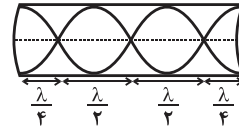
هسته‌های A و B دارای N یکسان هستند. هسته‌های ایزوتوپ دارای Z برابر و N متفاوت هستند، پس گزینه «۳» نادرست است. هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۸۳ ناپایدارند. برای هسته C،  $Z = N$  است، بنابراین  $A = Z + N = 2Z$  خواهد بود.

۵۸- گزینه «۲»

هر نوکلئون فقط به نزدیکترین نوکلئونهای مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند. بنابراین گزینه «۲» صحیح نیست.

آن افزوده می‌شود. بنابراین این لوله مطابق شکل زیر «دو انتها باز» است و مد سوم خود (دارای ۳ گره) را تولید کرده است، داریم:

$$L = \frac{3\lambda}{2} = 1.5\lambda$$



۵۲- گزینه «۳»

افزایش شدت نور فرودی، فقط تعداد فوتوالکترون‌ها را افزایش می‌دهد و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۴» نادرست می‌باشند. از طرفی در طیف نور مرئی فرمز بیشترین طول‌موج و بنفش کمترین طول‌موج را دارد.

بنفش-نیلی-آبی-سبز-زرد-نارنجی-قرمز

↑  
کاهش طول موج

اگر طول‌موج نور به کار رفته بلندتر باشد، بسامد آن کمتر است ( $hf$  کاهش می‌یابد) و لذا انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها کاهش خواهد یافت. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

۵۳- گزینه «۴»

بسامد آستانه فلز برابر است با:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda_0} = \frac{W_0}{h} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_{0A} = \frac{1240}{4/5} = 275 \text{ nm} \\ \lambda_{0B} = \frac{1240}{5} = 248 \text{ nm} \end{cases}$$

برای اینکه پدیده فوتوالکتریک رخ دهد طول‌موج نور فرودی باید از طول‌موج آستانه کمتر باشد. گزینه «۴» از هر دو طول‌موج آستانه کوچکتر است.

۵۴- گزینه «۱»

هنگامی که بیشینه تندی خروج فوتوالکترون‌ها  $\sqrt{3}$  برابر می‌شود، بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها سه برابر خواهد شد.

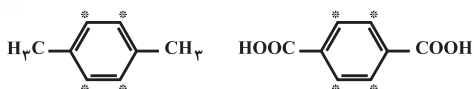
$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = 3$$

حال طبق معادله فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow hf = K_{\max} + W_0$$

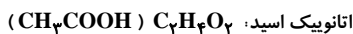
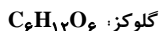
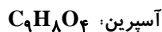
$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{(K_{\max})_2 + W_0}{(K_{\max})_1 + W_0}$$

$$\frac{f_2 = nf_1}{(K_{\max})_2 = 2(K_{\max})_1} \rightarrow n = \frac{2(K_{\max})_1 + W_0}{(K_{\max})_1 + W_0}$$



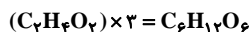
## ۶۴- گزینه «۴»

فرمول مولکولی:



جرم مولی آسپرین و گلوکز یکسان و برابر ۱۸۰g می‌باشد. بنابراین درصد جرمی کربن در آسپرین بیشتر است زیرا شمار اتم‌های کربن در آن بیشتر است.

با مقایسه فرمول‌های مولکولی گلوکز و اتانویک اسید مشاهده می‌شود که درصد جرمی کربن در هر دو ترکیب یکسان است. زیرا:



(۱) شمار لایه‌های الکترونی  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Cl}^-$  یکسان و از  $\text{Al}^{3+}$  بیشتر است.  $\text{S}^{2-}$  شمار پروتون‌های هسته کمتر و بار منفی بیشتری دارد پس شعاع یونی آن بزرگتر است.

(۲) با توجه به نمودار صفحه ۸۰ مقایسه به‌درستی صورت گرفته است.

(۳) با توجه به شعاع اتمی آنها:  $\text{Si} > \text{C} > \text{O}$

## ۶۵- گزینه «۱»

الف)  $\text{NaCl}$ ، یک ترکیب یونی است بنابراین به‌کار بردن کلمه مولکول برای آن نادرست است و  $\text{NH}_3$ ،  $\text{CCl}_4$ ،  $\text{CH}_4$  ساختار سه‌بعدی دارند.

ب)  $\text{NaCl}$  در دمای ۸۰۱ درجه ذوب و در دمای ۱۴۱۳ درجه سلسیوس می‌جوشد و به خاطر گستره دمایی بالای آن در فناوری تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پ) در ترکیب‌های  $\text{CO}_2$ ،  $\text{CCl}_4$ ،  $\text{SO}_3$ ، اتم مرکزی بار جزئی مثبت (+۸) داشته و مولکول‌ها ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

## ۶۶- گزینه «۲»

آنتالپی فروپاشی شبکه یونی، گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی سازنده است.

## ۶۷- گزینه «۱»

کاتیون پایدار فلزهای داده شده، به‌ترتیب به صورت  $\text{Mg}^{2+}$ ،  $\text{Al}^{3+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  هستند که در این میان  $\text{Al}^{3+}$  با توجه به داشتن کمترین شعاع و بیشترین بار الکتریکی، بالاترین چگالی بار را خواهد داشت. کمترین چگالی بار نیز در بین آنیون‌های  $\text{F}^-$ ،  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Cl}^-$  متعلق به  $\text{Cl}^-$  خواهد بود که بار الکتریکی آن کمتر از  $\text{S}^{2-}$  بوده و شعاع آن از  $\text{F}^-$  بزرگتر است. (توجه داشته باشید که علیرغم کوچکتر بودن شعاع  $\text{Cl}^-$  در مقایسه با  $\text{S}^{2-}$ ، به علت بیشتر بودن تأثیر میزان بار الکتریکی بر چگالی بار، این کمیت در  $\text{S}^{2-}$  بیشتر از  $\text{Cl}^-$  خواهد بود.)

## ۵۹- گزینه «۱»

با توجه به نمودار، چون پس از زمان  $t_1$ ، تعداد هسته‌های باقی‌مانده نصف شده است پس  $t_1 = T_{\frac{1}{2}}$  است. یعنی  $t_1 = 3T_{\frac{1}{2}} = 3t_2$  خواهد بود و در نتیجه

تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از زمان  $t_2$  برابر با  $\frac{1}{8}N_0$  است.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=3} N = \frac{1}{8}N_0$$

یعنی تعداد هسته‌های واپاشی شده بعد از زمان  $t_2$  برابر با  $N' = \frac{7}{8}N_0$  است.

$$\frac{N'}{N_0} \times 100 = \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

## ۶۰- گزینه «۲»

مورد «الف» نادرست است چون در واکنش «گداخت» مجموع جرم محصولات کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است و این اختلاف جرم سبب آزاد شدن

$$\text{مقدار زیادی انرژی می‌شود. } (E = mc^2)$$

مورد «ب» نادرست است. چون در این فرایند هسته هلیوم و یک نوترون پرنرژی تولید می‌شود.

## شیمی ۳

## ۶۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: آنتالپی فروپاشی شبکه با بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطه مستقیم دارد.

گزینه «۲»: مطابق یک قاعده کلی تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص معیاری برای مقایسه نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده مایع است.

گزینه «۴»: کوآرتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس هستند که فراوان‌ترین اکسید روی زمین است اما فراوانی آن بیش از ۹۰٪ نیست.

## ۶۲- گزینه «۳»

به غیر از عبارت «ب»، بقیه موارد درست هستند.

گرافن برخلاف گرافیت ساختاری شفاف و انعطاف‌پذیر دارد. توجه داشته باشید که گرافن از کربن ساخته می‌شود و آلوتروپ دیگر کربن (یعنی الماس) در ساخت مته استفاده می‌شود.

## ۶۳- گزینه «۴»

ترفتالیک اسید در نفت خام وجود ندارد و آن را از اکسایش پارازایلن تهیه می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست. با توجه به فرمول‌های مولکولی آنها، پارازایلن ( $\text{C}_8\text{H}_{10}$ ) و بنزالدهید ( $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ ) جرم مولی برابری دارند.

(۲) درست. زیرا نسبت C به H در نفتالن بیشتر است. (از دو هیدروکربن،

درصد کربن در هیدروکربنی بیشتر است که نسبت  $\frac{C}{H}$  بزرگتری دارد.)

(۳) درست. اتم‌های کربن ستاره‌دار همگی دارای عدد اکسایش ۱- می‌باشند.

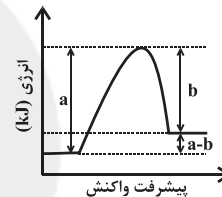


۶۸- گزینه ۱

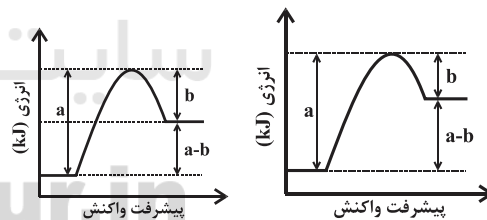
بررسی موارد نادرست:  
«ب»: مبدل کاتالیستی موجب کاهش آلاینده‌های خروجی می‌شود نه از بین رفتن تمام آن‌ها.  
«پ»: واکنش داده شده، در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی انجام می‌شود.

۶۹- گزینه ۳

از آنجا که سرعت واکنش رفت کمتر از سرعت واکنش برگشت است، می‌توان گفت که انرژی فعال‌سازی واکنش رفت بیشتر از انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت بوده و در نتیجه این واکنش در جهت رفت گرماگیر بوده و  $\Delta H > 0$  دارد. از طرفی در این واکنش نیز مانند هر واکنش دیگری مقدار  $\Delta H$  واکنش‌های رفت و برگشت، عکس یکدیگر بوده و خواهیم داشت:  
 $\Delta H_{\text{رفت}} = -\Delta H_{\text{برگشت}} = -(b-a) \text{kJ} = (a-b) \text{kJ}$   
به این ترتیب یکی از نمودارهای فرضی تغییرات انرژی بر حسب پیشرفت واکنش آن به صورت زیر خواهد بود:



با توجه به این نمودار قطعاً  $a > b$  بوده و  $a > b - a$  نیز خواهد بود. اما توجه داشته باشید که نمی‌توان در مورد مقایسه مقدار  $b$  و  $a - b$  نظر قطعی داد. چرا که ممکن است مانند نمودار رسم شده  $b > a - b$  باشد و یا اینکه مانند نمودارهای زیر  $b = a - b$  بوده و یا اینکه  $b < a - b$  باشد. توجه داشته باشید که در تمام این حالت‌ها  $a > b - a$  و  $a > b$  خواهد بود.

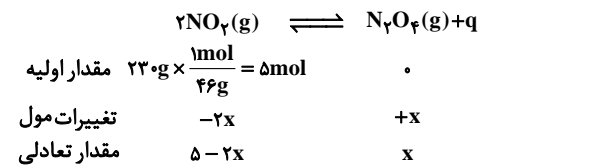


۷۰- گزینه ۱

بررسی موارد:  
الف) با نصف کردن حجم ظرف، ابتدا غلظت  $\text{H}_2\text{S}$  دو برابر می‌شود اما با توجه به اصل لوشاتلیه تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و غلظت  $\text{H}_2\text{S}$  در تعادل جدید بیشتر از  $0/8$  خواهد بود.  
ب) با خارج کردن واکنش‌دهنده‌ها از ظرف واکنش تعادل در جهت برگشت پیش می‌رود.  
پ) واکنش، واکنشی گرماگیر بوده که با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. پس غلظت  $\text{H}_2\text{S}$  در تعادل جدید کمتر از  $0/4$  خواهد بود.  
ت) با افزایش  $0/4$  مول  $\text{H}_2\text{S}$  درون ظرف، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت  $\text{H}_2\text{S}$  در تعادل جدید کمتر از  $0/8$  مولار خواهد بود.

۷۱- گزینه ۲

واکنش انجام شده، واکنشی گرماگیر است و با افزایش دما ثابت تعادل آن کاهش می‌یابد پس در دمای اتاق ثابت تعادل این واکنش برابر  $K_p$  می‌باشد.



$$K = 4 = \frac{[\text{N}_2\text{O}_4]}{[\text{NO}_2]^2} \Rightarrow 4 = \frac{\left(\frac{x}{\Delta}\right)}{(\Delta - 2x)^2} \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \text{ ق.ق} \\ 3/125 \text{ ق.ق} \end{cases}$$

دقت کنید که مقدار عبارت  $5 - 2x$  به ازای  $x = 3/125$  منفی می‌شود.

$$? \text{g N}_2\text{O}_4 = 2 \text{ mol N}_2\text{O}_4 \times \frac{92 \text{ g N}_2\text{O}_4}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_4} = 184 \text{ g N}_2\text{O}_4$$

۷۲- گزینه ۱

با توجه به جدول زیر، گزینه «۱» صحیح است.

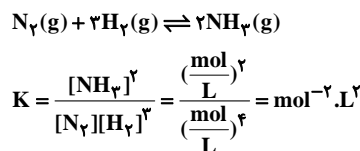
c + d	$\Delta H$ واکنش A	a + b + c + d	رفت $E_a$ واکنش A
-c	$\Delta H$ واکنش B	a + b	برگشت $E_a$ واکنش A
d	$\Delta H$ واکنش C	b	رفت $E_a$ واکنش B
		b + c	برگشت $E_a$ واکنش B

۷۳- گزینه ۴

بررسی گزینه‌های نادرست:  
گزینه «۱»: کاتالیزگر رودیم (Rh) به کار رفته و رویدیم نادرست است.  
گزینه «۲»: پس از مدتی از کارایی مبدل‌ها کاسته می‌شود.  
گزینه «۳»: با وجود مبدل کاتالیستی، در گازهای خروجی از آگزوز خودروها به هنگام روشن و گرم شدن خودرو به‌ویژه در روزهای سرد زمستان گازهای  $\text{C}_x\text{H}_y$ ،  $\text{NO}$  و  $\text{CO}$  بیشتری مشاهده می‌شود.

۷۴- گزینه ۴

گزینه «۱» درست:



گزینه «۲»: با توجه به متن کتاب درسی درست است.  
گزینه «۳»: درست است زیرا دمای جوش آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن به ترتیب ۳۳-، ۱۹۶- و ۲۵۳- درجه سلسیوس است.  
گزینه «۴»: نادرست؛ زیرا ثابت تعادل فقط در اثر تغییر دما تغییر می‌کند.

۷۵- گزینه ۴

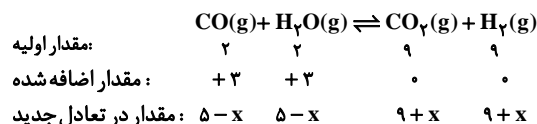
طبق اصل لوشاتلیه، با کاهش حجم (افزایش فشار)، واکنش تعادلی در جهتی پیش می‌رود که تعداد مول کمتری از مواد در ظرف واکنش وجود داشته باشند. همچنین با افزایش حجم (کاهش فشار) واکنش در جهت تعداد مول بیشتر پیشرفت می‌کند. همچنین با خارج کردن فرآورده‌ها از ظرف واکنش، واکنش در جهت رفت پیشرفت می‌کند.

گزینه «۴» - ۷۶

با توجه به یکسان بودن تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش، می‌توان برای تعیین ثابت تعادل از حجم سامانه صرف نظر کرد. بنابراین مقدار K برابر است با:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{9 \times 9}{2 \times 2} = 20/25$$

با افزودن ۳ مول از هر واکنش دهنده به سامانه خواهیم داشت:



در نتیجه می‌توان گفت:

$$K = 20/25 = \frac{(9+x)^2}{(5-x)^2} \Rightarrow 4/5 = \frac{9+x}{5-x} \Rightarrow x = 2/45$$

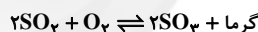
مجموع تعداد مول فراورده‌ها پس از برقراری تعادل جدید برابر است با:

$$(9+x) + (9+x) = 18 + 2x = 18 + 2 \times 2/45 = 22/9$$

گزینه «۳» - ۷۷

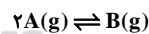
تنها عبارت نادرست، مورد «ب» است.

کاهش دما منجر به جابه‌جایی تعادل در جهت تولید گرما خواهد شد. از آنجا که این تغییر باعث تولید  $SO_3$  نیز شده است، گرما در طرفی است که  $SO_3$  در آن وجود دارد:



در مورد «ت» با افزودن محلول نقره نیترات، بین  $Ag^+$  و  $Cl^-$  واکنش انجام شده و با کاهش غلظت  $Cl^-$ ، تعادل در جهت تولید آن (در جهت رفت) پیش می‌رود.

گزینه «۳» - ۷۸



مول در لحظه اولیه	y	۰
مول در تعادل	y-2x	x

با توجه به نمودار اختلاف غلظت تعادلی A و B برابر است با:

$$[A]_{\text{تعادلی}} - [B]_{\text{تعادلی}} = 1 \Rightarrow \frac{y-2x}{2} - \frac{x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y - 2x = 2 + x$$

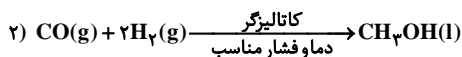
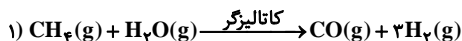
$$K = \frac{[B]}{[A]^2} = \frac{\frac{x}{2}}{\left(\frac{y-2x}{2}\right)^2} = \frac{\frac{x}{2}}{\left(\frac{2+x}{2}\right)^2} = \frac{2x}{x^2 + 4x + 4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ mol}$$

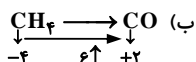
$$y - 2x = 2 + x \Rightarrow y = 2 + 2x = 6 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow [A_0] = \frac{y}{V} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{mol}}{L}$$

گزینه «۲» - ۷۹



الف) پایداری گاز کربن مونوکسید ( $CO$ ) از پایداری کربن دی‌اکسید ( $CO_2$ ) کمتر است.

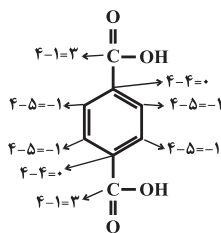


ب) متانول مایعی بی‌رنگ و بسیار سمی است و یکی از کاربردهای آن تبدیل PET به مونومرهای سازنده‌اش می‌باشد.

ت) در واکنش (۲) گاز  $CO$  کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

گزینه «۲» - ۸۰

گزینه «۱»:



گزینه «۲»:

$$\text{ترفتالیک اسید } \frac{\text{mol}}{\text{mol}} \times \text{پاراازایلن} = 0 \text{ / } \frac{\text{mol}}{\text{mol}} = \text{ترفتالیک اسید } g?$$

$$\times \frac{166 \text{ g}}{\text{mol}} = 16/6 \text{ g ترفتالیک اسید}$$

گزینه «۳»: با توجه به متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۴»:

