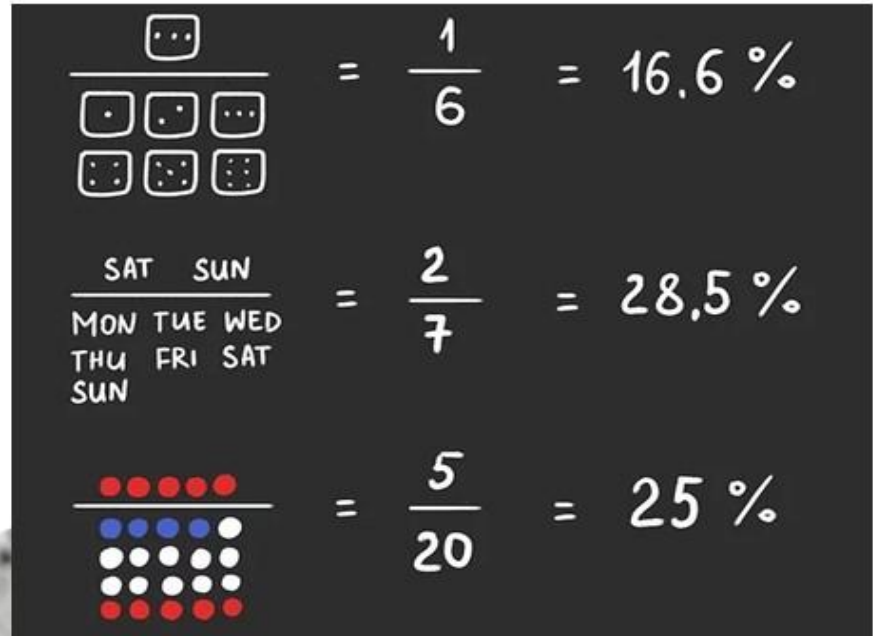


# آمار و احتمال



## پدیده تصادفی:

پدیده تصادفی یا اتفاقی به سیستم‌هایی گفته می‌شود که رفتارشان **قابل پیش‌بینی نیست**. به معنای واضح‌تر می‌توان گفت قوانین و پارامترهایی در مسئله مورد بررسی ما نقش دارند که گاهی به دلیل پیچیدگی‌های فراوان و گاهی به دلیل عدم دانش کافی، قادر به بررسی آن‌ها نیستیم. به عنوان مثال، برای فهم بهتر مطلب پرتاب یک تاس را در نظر بگیرید. شما هیچگاه قبل از پرتاب تاس نمی‌توانید از عدد تاس رو شده مطمئن باشید، مثلاً بگویید: عدد رو شده ۵ خواهد بود چون عوامل متعددی بر روی تاس اثر می‌گذارند مانند: سرعت پرتاب تاس، نحوه چرخش تاس و بسیاری از عوامل دیگر، که فهمیدن و محاسبه آن‌ها نیازمند فیزیک بسیار پیچیده می‌باشد. از این رو چون نمی‌توانیم با قطعیت بگوییم که عدد رو شده چند است می‌گوییم: مقدار عدد رو شده در پرتاب تاس تصادفی است. اما اگر روزی دستگاهی ساخته شود که همه محاسبات را انجام دهد و عدد رو شده را به ما بدهد، آن گاه می‌گوییم عدد رو شده در پرتاب تاس تصادفی نیست.

## فضای نمونه:

در نظریه احتمال فضای نمونه یا فضای نمونه‌ای به مجموعه تمام نتایج ممکن از یک آزمایش تصادفی (پدیده تصادفی) است که آن را با نماد  $\Omega$  یا  $\Omega$  یا  $\Omega$  نشان می‌دهند. پیامد هر آزمایش تصادفی، تنها یکی از اعضای  $S$  خواهد بود. به عنوان مثال، برای آزمایش پرتاب سکه، فضای نمونه برابر است با مجموعه {شیر، خط} و برای یک تاس شش وجهی، فضای نمونه برابر با مجموعه {۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶} است. در یک رویکرد ساده به احتمالات، **هر زیر مجموعه‌ای از فضای نمونه را می‌توان یک پیشامد تصادفی نامید**. با این حال، این تعریف زمانی که فضای نمونه نامتناهی باشد مشکل‌ساز می‌شود.

## مثال:

فضای نمونه فرزندان یک خانواده سه فرزندی را بنویسید و سپس در این فضای نمونه، پیشامد تصادفی  $A$  را به گونه‌ای تعریف کنید که تعداد فرزندان پسر بیشتر از فرزندان دختر باشد.

## پاسخ:

فضای نمونه به صورت زیر خواهد بود: ( $g$  نماد فرزندان دختر و  $b$  نماد فرزندان پسر است).

$$S: \{(g,g,g)(g,g,b)(g,b,g)(b,g,g)(b,b,g)(b,g,b)(g,b,b)(b,b,b)\}$$

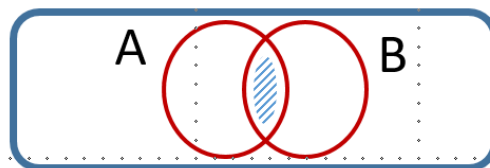
$$A: \{(b,b,b)(b,b,g)(b,g,b)(g,b,b)\}$$

## محاسبه تعداد اعضای فضای نمونه:

$2^n$	پرتاب $n$ سکه یا $n$ بار پرتاب سکه
$6^n$	پرتاب $n$ تاس یا $n$ بار پرتاب تاس
$2^n$	جنسیت فرزندان یک خانواده $n$ فرزندی

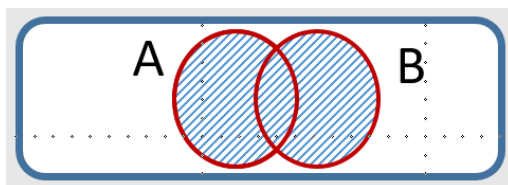
## اعمال روی پیشامدها:

اشتراک پیشامدها



منظور از  $A \cap B$  این است که دو پیشامد A و B به طور هم زمان رخ دهند. یعنی هم پیشامد A رخ دهد و هم پیشامد B رخ دهد.

اجتماع پیشامدها



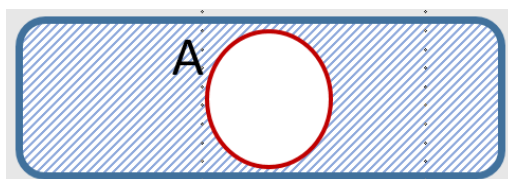
منظور از  $A \cup B$  این است که پیشامد A یا پیشامد B یا هر دوی آنها رخ دهند. همچنین در صورتی که گفته شود، حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهد، منظور اجتماع دو پیشامد است.

پیشامدهای ناسازگار

اگر اشتراک دو پیشامد A و B تهی باشد، یعنی دو پیشامد A و B نمی توانند باهم اتفاق بیافتند و به آنها پیشامدهای ناسازگار گفته می شود. اما اگر دو پیشامد با یکدیگر اشتراک داشته باشند، به آنها سازگار یا مستقل می گوئیم. همچنین سه پیشامد که دو به دو ناسازگار باشند به صورت زیر نمایش داده می شوند:

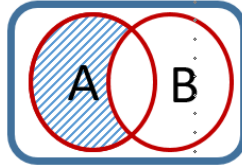
$$A \cap B = B \cap C = C \cap A = \phi$$

متمم یک پیشامد



به پیشامد رخ ندادن پیشامد A، متمم آن پیشامد می گویند و آن را با  $A'$  نمایش می دهند. پیشامد  $A'$  زمانی رخ می دهد که A رخ ندهد. متمم یک پیشامد و خود پیشامد ناسازگارند. خواص پیشامد متمم: (منظور از S فضای نمونه است).

$$\begin{cases} A \cap A' = \phi \\ A \cup A' = S \end{cases}$$



تفاضل پیشامد B از پیشامد A را با A-B نمایش می دهند و منظور از آن این است که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.

### احتمال:

به طور ساده، احتمالات به انگلیسی به شانس وقوع یک حادثه گفته می شود.

احتمال معمولاً مورد استفاده برای توصیف نگرش ذهن نسبت به گزاره‌هایی است که ما از حقیقت آن‌ها مطمئن نیستیم. گزاره‌های مورد نظر معمولاً از فرم "آیا یک رویداد خاص رخ می‌دهد؟" و نگرش ذهن ما از فرم "چقدر اطمینان داریم که این رویداد رخ خواهد داد؟" است. میزان اطمینان ما، قابل توصیف به صورت عددی می‌باشد که این عدد مقداری بین ۰ و ۱ را گرفته و آن را احتمال می‌نامیم. هر چه احتمال یک رویداد بیشتر باشد، ما مطمئن تر خواهیم بود که آن رویداد رخ خواهد داد. در واقع میزان اطمینان ما از اینکه یک واقعه (تصادفی) اتفاق خواهد افتاد.

احتمال رخ دادن پیشامد A در فضای نمونه S را با  $P(A)$  نمایش می دهند. برای محاسبه این احتمال کافی است، تعداد اعضای مجموعه A که با  $n(A)$  نمایش داده می شود و تعداد حالت های مطلوب نام دارد بر تعداد اعضای فضای نمونه یعنی  $n(S)$  که تعداد تمام حالت های ممکن است، تقسیم کنیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

از آنجایی که پیشامد A زیر مجموعه ای از فضای نمونه S است، بنابراین  $0 \leq n(A) \leq n(S)$  خواهد بود. بنابراین همان طور که بالا نیز اشاره شد،  $0 \leq P(A) \leq 1$  خواهد بود.

احتمال صفر به معنی اتفاق نیافتادن (غیر ممکن بودن) پیشامد A و احتمال یک به معنی وقوع قطعی و ۱۰۰٪ پیشامد A است.

فرمول محاسبه احتمال	توصیف نمودار	نمودار ون	پیشامد
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A یا B هر دو اتفاق می افتند. حداقل یکی - دست یکی		$A \cup B$
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ $P(A \cap B) = 0$ اگر دو پیشامد ناسازگار باشند:	A و B هر دو اتفاق می افتند.		$A \cap B$
$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	A اتفاق نمی افتد.		$\bar{A}$
$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ $B \subseteq A \rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B)$	A اتفاق می افتد ولی B اتفاق نمی افتد.		$A - B$
$P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$ $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$	فقط A یا فقط B اتفاق می افتند و نه هر دو.		$A \Delta B$
$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$	حداقل یکی اتفاق نمی افتد یا حداکثر یکی اتفاق می افتد.		$\bar{A} \cup \bar{B}$
$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$	A و B اتفاق نمی افتند.		$\bar{A} \cap \bar{B}$

## آمار:

آمار شاخه‌ای از ریاضیات است که به گردآوری، تحلیل، تفسیر، ارائه و سازمان‌دهی داده‌ها می‌پردازد. آمار را باید علم و عمل استخراج، بسط، و توسعه دانشهای تجربی انسانی با استفاده از روش‌های گردآوری، تنظیم، پرورش، و تحلیل داده‌های تجربی (حاصل از اندازه‌گیری و آزمایش) دانست. علم آمار، علم فن فراهم کردن داده‌های کمی و تحلیل آن‌ها به منظور به دست آوردن نتایجی که اگرچه احتمالی است، اما در خور اعتماد است.

### تعریف آمار و علم آمار :

**آمار**، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. **علم آمار** مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد **پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی** می‌شود.

با هدف به دست آوردن آمار افراد چاق و درصد این افراد، فرض کنیم بخواهیم تعداد کل افراد چاق را که در این شهر زندگی می‌کنند، بشماریم یا به عبارت دیگر سرشماری کنیم.

### تعریف جامعه یا جمعیت

مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره‌ی یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد، **جامعه** یا **جمعیت** نامیده می‌شود و هریک از این افراد یا اشیا را **عضو جامعه** می‌نامند.

### تعریف اندازه یا حجم جامعه

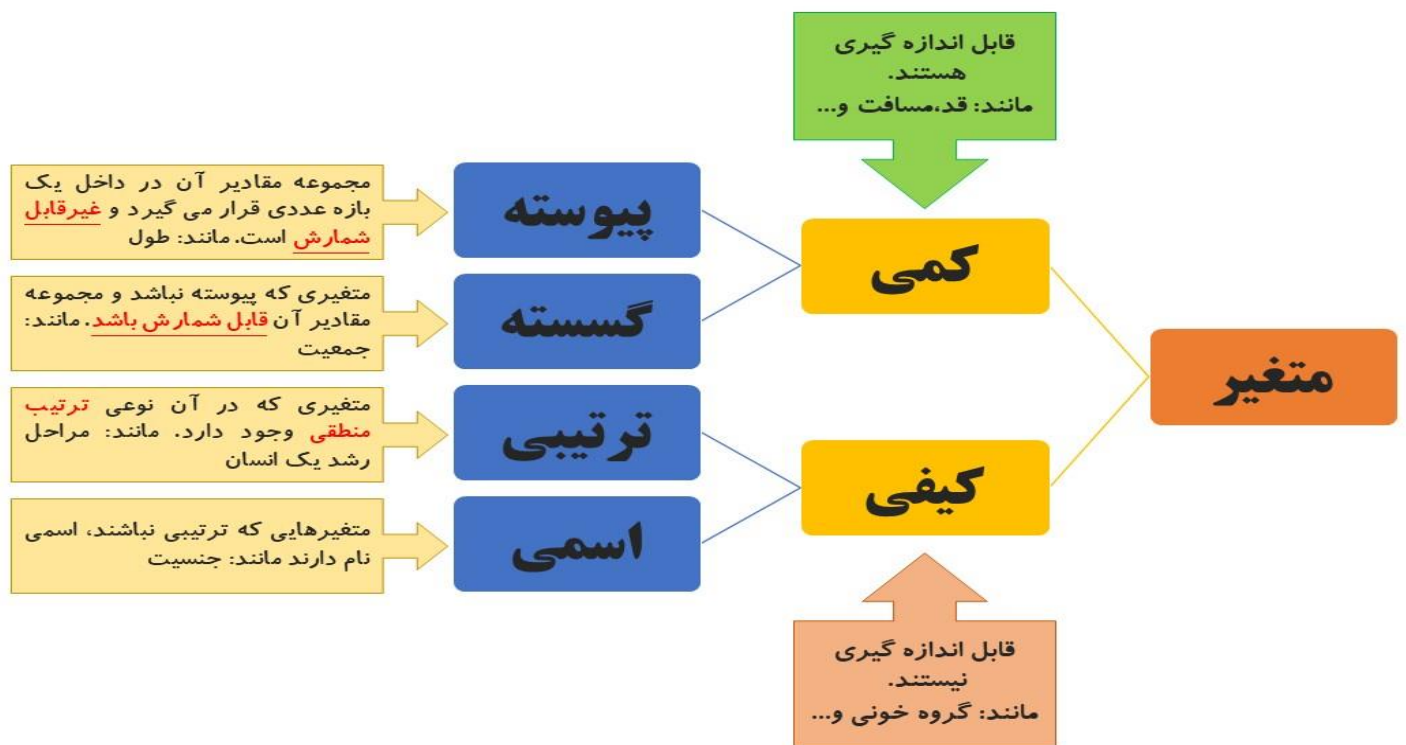
تعداد اعضای جامعه را **اندازه جامعه** یا **حجم جامعه** گویند. به عنوان مثال، دانش‌آموزان یک مدرسه می‌توانند یک جامعه باشند و هریک از دانش‌آموزان مدرسه عضو این جامعه هستند.

### تعریف نمونه

بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب شود، **نمونه** گویند و هریک از افراد یا اشیای انتخاب شده را **عضو نمونه** گویند.

### تعریف اندازه یا حجم نمونه

تعداد اعضای نمونه را **اندازه نمونه** یا **حجم نمونه** گویند. به عنوان مثال دانش‌آموزان یک کلاس به عنوان یک نمونه از دانش‌آموزان مدرسه هستند و هریک از دانش‌آموزان کلاس، عضو نمونه محسوب می‌شوند.



**تعریف متغیرهای کمی**  
 متغیرهایی را که قابل اندازه گیری اند، «متغیرهای کمی» گویند. به عنوان مثال تعداد فرزندان خانواده و وزن افراد متغیرهای کمی اند.

**تعریف متغیرهای کیفی**  
 متغیرهایی را که قابل اندازه گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند. به عنوان مثال گروه خونی افراد و پاسخ سؤال «میزان لذت بردن از آشپزی» متغیرهای کیفی اند.

**تعریف متغیر پیوسته**  
 متغیری است که اگر دو مقدار  $a$  و  $b$  را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند. به عنوان مثال وزن یک دانش آموز می تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو رقم باشد.

**تعریف متغیر گسسته**  
 متغیر گسسته، متغیری است که پیوسته نباشد. به عنوان مثال تعداد فرزندان یک خانواده متغیر گسسته است.

**متغیر ترتیبی**: متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد. به عنوان مثال سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)

**متغیر اسمی (غیر ترتیبی)**: متغیری کیفی است که ترتیبی نیست؛ مانند جنسیت (زن و مرد)

به خودک تا که دریا بر خرد، در خو بستن پیراست...