



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۲۷ تیر ۹۹

(مباحث آزمون ۱۰ مرداد ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مسئول تولید آزمون غیر حضوری
عادل حسینی	مسئول دفترچه آزمون غیر حضوری
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
حسن خرمجو - ندا اشرفی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۷۴۰۰

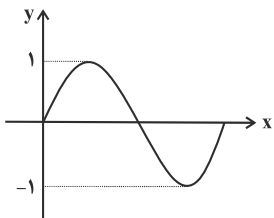
«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۲
تابع
صفحه‌های ۱ تا ۱۲

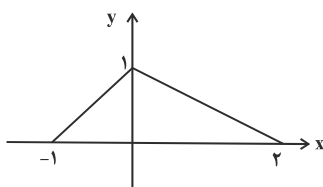
حسابان ۲

۱- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $y = 1 + 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ کدام است؟



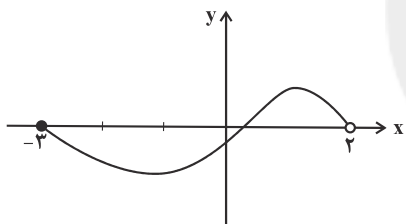
- (۱) $[-2, 2]$
- (۲) $[2, 4]$
- (۳) $[-2, 0]$
- (۴) $[-2, 4]$

۲- اگر نمودار تابع f به صورت شکل مقابل باشد، دامنه تابع $2f(-x-1) - 1$ کدام است؟



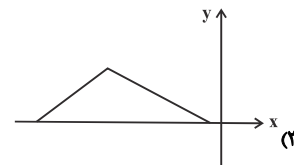
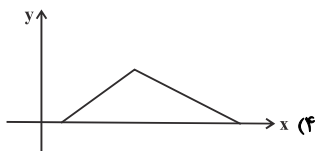
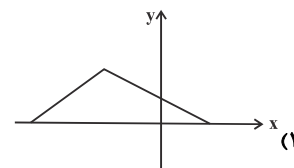
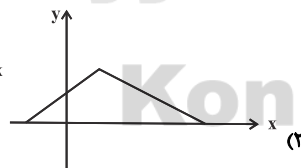
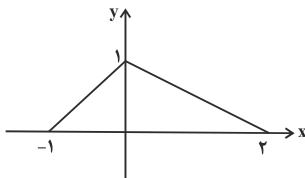
- (۱) $[-3, 0]$
- (۲) $[-1, 1]$
- (۳) $[0, 3]$
- (۴) $[0, 2]$

۳- اگر نمودار تابع f بصورت مقابل باشد، دامنه تابع $y = -3f(3x) + 2$ کدام است؟



- (۱) $[-27, 6]$
- (۲) $[-7, 8]$
- (۳) $\left[-1, \frac{2}{3}\right]$
- (۴) $[-9, 6]$

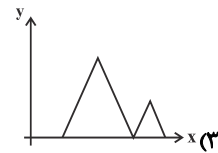
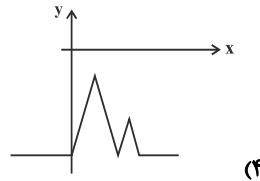
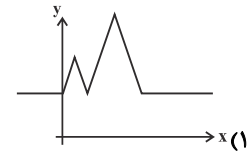
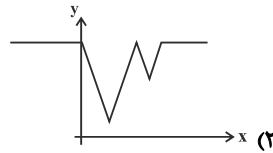
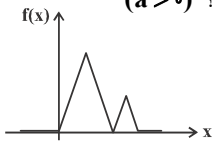
۴- نمودار تابع $y = f(2x-1)$ به صورت شکل مقابل است. نمودار تابع $y = f(x+1)$ کدام است؟



۵- تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را با دامنه $[0, 9]$ در نظر بگیرید. برد تابع $g(x) = \frac{1}{3}f(x-1)$ شامل چند عدد صحیح است؟

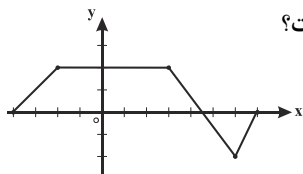
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۶- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، کدام گزینه می تواند نشان دهنده نمودار تابع $f(ax) + b$ باشد؟ ($a > 0$)



۷- نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x - 5) - 7$ قرار دارد. $a - b$ کدام است؟

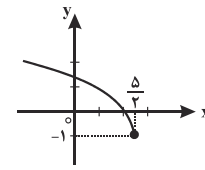
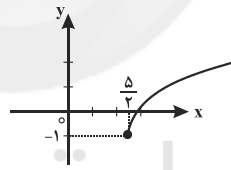
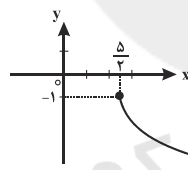
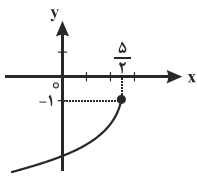
- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴



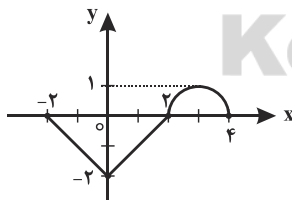
۸- نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. دامنه تابع $y = 2f(2x - 1)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۸

۹- نمودار تابع $y = \sqrt{5 - 2x} - 1$ کدام است؟



۱۰- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، حدود m کدام باید باشد تا معادله $|f(2x) + 1| - m = 0$ چهار ریشه داشته باشد؟



- (۱) $0 \leq m \leq 1$
 (۲) $0 \leq m \leq 2$
 (۳) $0 < m \leq 1$
 (۴) $0 < m \leq 2$

هندسه ۳
 ماتریس و کاربردها
 صفحه های ۹ تا ۱۹

هندسه ۳

۱۱- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $a_{ij} = i - j$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعریف $b_{ij} = \begin{cases} j - i & ; i < j \\ i + j & ; i \geq j \end{cases}$ دو

ماتریس باشند، مجموع درایه های بالای قطر اصلی ماتریس $A + B$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۱



۱۲- اگر $A = \begin{bmatrix} m & 3 & 4 \\ 4 & n-1 & 8 \\ 6 & 9 & k+1 \end{bmatrix}$ ، $B = [i + ij]_{3 \times 3}$ و $A = B$ باشد، آنگاه حاصل $m + n + k$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۲۵

۱۳- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $B = [b_{ij}]_{3 \times 5}$ و $C = AB$ باشد، درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس C از کدام رابطه به دست می آید؟

- (۱) $\sum_{i=1}^3 a_{vi} b_{i3}$ (۲) $\sum_{i=1}^3 a_{vi} b_{i2}$ (۳) $\sum_{i=1}^3 a_{i2} b_{vi}$ (۴) $\sum_{i=1}^3 a_{i3} b_{vi}$

۱۴- اگر $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a + b + e$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۱۵- اگر α و β ، ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 5 \end{bmatrix} = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۵۴ (۳) ۴۴ (۴) معادله جواب ندارد.

۱۶- اگر $[2 \ 1] \times A = [3 \ 5]$ و $[-1 \ 2] \times A = [-1 \ 2]$ باشد، حاصل $[8 \ 9] \times A$ کدام است؟

- (۱) $[1 \ 9]$ (۲) $[1 \ -9]$ (۳) $[-1 \ 9]$ (۴) $[-1 \ -9]$

۱۷- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر $(A + B)^2 + C = A$ باشد، آنگاه ماتریس C کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۱۸- اگر $A = [a_{ij}]$ ، $B = [b_{ij}]$ دو ماتریس 3×3 با این ویژگی باشند، که $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : i \leq j \\ 0 & : i > j \end{cases}$ و $a_{ij} = \begin{cases} 1 & : i + j = 2k \\ 0 & : i + j = 2k + 1 \end{cases}$ ، $b_{ij} =$

آنگاه سطر اول ماتریس $(A - B)^2$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $[0 \ -1 \ 0]$ (۲) $[0 \ -1 \ 1]$ (۳) $[0 \ 0 \ 1]$ (۴) $[0 \ 0 \ -1]$

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B_{3 \times 2}$ ، دو ماتریس باشند به طوری که $AB = BA$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های روی قطر فرعی

ماتریس B کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) نامشخص (۴) -۱

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون اول A^5 کدام است؟

- (۱) ۳۲۴ (۲) ۱۲۴ (۳) ۲۴۳ (۴) ۴۲۳



ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته
آشنایی با نظریه اعداد
صفحه‌های ۱ تا ۸

۲۱- حکم «اگر A و B ، دو ماتریس هم مرتبه باشند و $AB = \bar{O}$ ، آنگاه $A = \bar{O}$ یا $B = \bar{O}$ » مفروض است. برای درستی این حکم از روش استفاده می‌کنیم.

- (۱) اثبات- استدلال استنتاجی
(۲) رد- مثال نقض
(۳) اثبات- برهان خلف
(۴) رد- برهان خلف

۲۲- به ازای کدام عبارت زیر، گزاره «اگر $x=1$ باشد، آنگاه ...» قضیه‌ای است که عکس آن لزوماً برقرار نیست؟ ($x \in \mathbb{R}$)

- (۱) $(x-1)(x^2+x+1)=0$
(۲) $(x-1)(x^2+2x-3)=0$
(۳) $(x-1)(x^2-2x+1)=0$
(۴) $(x-1)(x^2+1)=0$

۲۳- در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ از طریق اثبات بازگشتی، رابطه بدیهی به دست آمده کدام است؟ (x و y دو عدد حقیقی مثبت هستند).

- (۱) $(x+y)^2 > 0$
(۲) $x^2 + y^2 > 0$
(۳) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$
(۴) $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$

۲۴- اگر p و q دو عدد طبیعی باشند به طوری که $p^2 = 2q^3$ ، آنگاه چند مقدار برای زوج مرتب (q, p) وجود دارد؟

- (۱) هیچ
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۸

۲۵- در اثبات به روش بازگشتی و مراحل انجام شده باید برگشت پذیر باشند.

- (۱) از درستی فرض به درستی حکم می‌رسیم.
(۲) از درستی فرض به یک گزاره بدیهی (درست) می‌رسیم.
(۳) از نادرستی حکم به نادرستی فرض می‌رسیم.
(۴) از درستی حکم به یک گزاره بدیهی (درست) می‌رسیم.

۲۶- کامران، احمد، علی، داوود و ابراهیم ۵ عضو تیم بسکتبال مدرسه هستند. در مورد قد آنها می‌دانیم که دو نفرشان از علی کوتاه‌ترند، داوود از کامران کوتاه‌تر است، احمد کوتاه‌ترین نیست و داوود از علی بلندتر است. کدام نتیجه‌گیری در مورد ترتیب قد آنها نادرست است؟

- (۱) دو نفرشان از علی بلندترند.
(۲) ۳ نفرشان از داوود کوتاه‌ترند.
(۳) ابراهیم کوتاه‌ترین فرد است.
(۴) دو نفر از احمد کوتاه‌ترند.

۲۷- مجموع ۴ عدد فرد متوالی همواره مضرب k است. بزرگ‌ترین مقدار k کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۶

۲۸- کدام دو عدد مثال نقضی برای «حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویاست» می‌باشد؟

- (۱) $\sqrt{27}, 3\sqrt{3}$
(۲) $4\sqrt{3}-1, \sqrt{48}+1$
(۳) $3\sqrt{2}, 5\sqrt{9}$
(۴) $3\sqrt{3}-1, 1+\sqrt{2}$

۲۹- کدام عدد کلیت حکم «به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $f(n) = n^2 + n + 41$ عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

۳۰- برای کدام یک از گزاره‌های زیر، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

- (۱) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه $|a+b| = |a| + |b|$.
(۲) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند به طوری که $a \geq b$ ، آنگاه $\frac{b}{a} \leq 1$ ($a \neq 0$).
(۳) اگر a یک عدد حسابی زوج باشد، آنگاه $2^a + 1$ اول است.

(۴) برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ داریم: $(1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{1}{n-1}) \dots (1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{n}$

فیزیک ۳

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۳۱- در حرکت بر روی خط راست، کدام یک از عبارات‌های زیر الزاماً در مورد بردارهای جابه‌جایی در

بازه‌های زمانی مختلف، درست است؟

(۱) هم‌اندازه هستند. (۲) برابری آن‌ها برابر با صفر است.

(۳) اندازه تغییرات آن‌ها نسبت به زمان ثابت است. (۴) هم‌راستا هستند ولی می‌توانند هم‌سو نباشند.

۳۲- در ابتدای یک روز بهاری، شما از خانه خارج می‌شوید و در انتهای آن به خانه برمی‌گردید. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح

است؟

(۱) تندی متوسط شما طی این روز برابر با صفر است.

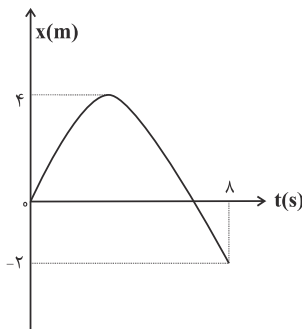
(۲) مسافت طی شده توسط شما طی این روز برابر با صفر است.

(۳) سرعت متوسط شما طی این روز برابر با صفر است.

(۴) اندازه بردار جابه‌جایی شما برابر با مسافت طی شده توسط شما طی این روز است.

۳۳- نمودار مکان - زمان متحرکی روی محور X ها مطابق شکل مقابل است. نسبت مسافت طی شده توسط متحرک به اندازه

جابه‌جایی آن در بازه زمانی صفر تا ۸ ثانیه کدام است؟



۱ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۰/۲ (۴)

۳۴- بردار مکان شخصی که روی محور X ها در حال دویدن است، در دو لحظه t_1 و t_2 برابر با \vec{d}_1 و \vec{d}_2 است. اگر $t_1 < t_2$ باشد،

کدام یک از عبارات‌های زیر الزاماً صحیح است؟

$$s_{av} < v_{av} \quad (۴) \quad s_{av} = v_{av} \quad (۳) \quad \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1} \quad (۲) \quad s_{av} = \frac{|\vec{d}_2 - \vec{d}_1|}{t_2 - t_1} \quad (۱)$$

۳۵- متحرکی در جهت منفی محور X حرکت می‌کند. کدام یک از حالت‌های داده شده در جدول زیر نمی‌تواند متعلق به این متحرک

باشد؟

مکان آغازین (m)	مکان پایانی (m)	جابه‌جایی (m)	سرعت متوسط (m/s)
$-۲/\vec{i}$	$-۸/\vec{i}$		
		$-۱۲\vec{i}$	
			$۳\vec{i}$
$۷/۲\vec{i}$	$۱/۳\vec{i}$		

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

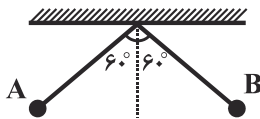


- ۳۶- متحرکی روی محور x حرکت می کند و در یک بازه زمانی مشخص، اندازه بردار جابه جایی آن، کمتر از مسافت طی شده توسط آن است. کدام یک از عبارتهای زیر الزاماً صحیح است؟
- (۱) جهت حرکت این متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است.
 - (۲) در انتهای بازه زمانی، جهت بردار مکان و بردار جابه جایی یکسان است.
 - (۳) طی این بازه زمانی، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط آن یکسان است.
 - (۴) بردار جابه جایی متحرک در جهت منفی محور x ها است.

- ۳۷- رباتی روی یک خط راست با تندی متوسط $۲۰ \frac{m}{s}$ به جلو حرکت می کند. پس از $۵۰۰m$ حرکت، ربات روی همان مسیر $۱۵s$ با تندی متوسط $۱۲ \frac{m}{s}$ باز می گردد. اندازه سرعت متوسط ربات در ۴۰ ثانیه آغاز حرکت چند متر بر ثانیه است؟

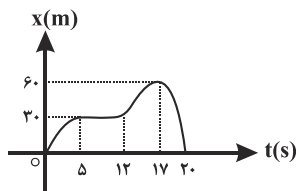
- (۱) $۱۴/۵$ (۲) $۱۰/۵$ (۳) ۸ (۴) ۱۷

- ۳۸- مطابق شکل زیر آونگی از نقطه A رها می شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطه B در طرف مقابل می رسد. اگر اندازه سرعت متوسط گلوله آونگ $۱/۵ \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) $\sqrt{3}\pi$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) π

- ۳۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۲۰

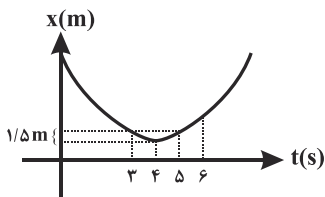


ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

- ۴۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۳

ثانیه دوم حرکت $۲/۵ \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) صفر (۲) $۱/۵$ (۳) ۲ (۴) $۲/۵$

شیمی ۳

شیمی ۳
تاریخچه صابون + پاکیزگی
محیط
صفحه‌های ۱ تا ۱۰

۴۱- چند مورد از مطالب زیر صحیح است؟

(الف) روغن زیتون در هگزان محلول و در آب نامحلول بوده و تعداد هیدروژن‌های آن دو برابر تعداد کربن‌هایش است.

(ب) وازلین به‌طور میانگین به‌صورت آلکانی سیرشده و خطی در نظر گرفته می‌شود.

(پ) در ساختار الکترون - نقطه‌ای اوره، نسبت تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.

(د) آب برخلاف هگزان می‌تواند پاک‌کننده مناسبی برای ضدیخ باشد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- درصد جرمی اکسیژن در استر حاصل از واکنش استئاریک اسید و اتیلن گلیکول چه‌قدر است و با مصرف شدن یک مول الکل،

چند گرم آب تولید می‌شود؟ (استئاریک اسید: $\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$) ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

۱) ۵۴-۱/۰۷۷

۲) ۵۴-۱۰/۷۷

۳) ۳۶-۱۰/۷۷

۴) ۳۶-۱/۰۷۷

۴۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها نقش پررنگی در سلامت، بهداشت و امید به زندگی ایفا می‌کنند.

۲) به ماده‌ای که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا جسم وجود دارد، آلاینده می‌گویند.

۳) برای داشتن هوای پاک، محیط بهداشتی و لباس پاکیزه باید آلودگی‌ها را از بین برد.

۴) اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های هیدروکسیل انتهایی ختم می‌شوند.

۴۴- امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور، با هم است، زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و در کل،

شاخص امید به زندگی در مناطق در مقایسه با مناطق کمتر است.

۱) مشابه - کم برخوردار - توسعه یافته و برخوردار - کم‌برخوردار

۲) متفاوت - توسعه یافته و برخوردار - توسعه یافته و برخوردار

۴۵- چه تعداد از مواد زیر در آب نامحلول‌اند؟

* عسل * گریس * $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ * $\text{C}_{25}\text{H}_{50}\text{O}_2$ * وازلین * نمک خوراکی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۴۶- در یک کارخانه صابون سازی اگر روزانه $2/875$ کیلوگرم عنصر فلزی در ساختار صابون های جامدی که در آنها تعداد اتم های کربن زنجیره هیدروکربنی برابر ۱۵ است به کار رود و جرم هر قالب صابون $69/5$ گرم باشد، ماهانه (۳۰ روز) چند قالب صابون تولید می شود؟ ($O = 16, H = 1, C = 12, Na = 23, K = 39; g.mol^{-1}$)

۱) ۵۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۵۰۰۰ (۴) ۱۵۰۰۰

۴۷- به ترتیب از راست به چپ، چه تعداد از ویژگی های زیر، ویژگی مشترک کلویدها و محلول ها است و چه تعداد از آنها فقط مربوط به سوسپانسیون ها است؟

* همگن بودن * ته نشین شدن * پخش کردن نور * پایداری

۱) ۲-۲ (۲) ۲-۱ (۳) ۱-۱ (۴) ۲-۳

۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

۱) پارچه های نخی نسبت به پارچه های پلی استر، چسبندگی کمتری به چربی ها دارند.

۲) با افزایش دما، راحت تر می توانیم سطح لباس ها را به کمک صابون از چربی ها پاک کنیم.

۳) وجود کاتیون های فلزهای گروه اول جدول تناوبی در آب سبب کاهش قدرت پاک کنندگی صابون ها می شود.

۴) صابون همانند الکل شش کربنه، هم دارای بخش قطبی و هم دارای بخش ناقطبی است.

۴۹- مقداری صابون جامد را در ۲ مترمکعب محلول حاوی منیزیم کلرید با چگالی $1 g.ml^{-1}$ حل می کنیم. پس از مدتی $292/5$ گرم نمک خوراکی به دست می آید. غلظت منیزیم کلرید در محلول اولیه بر حسب ppm چقدر بوده است؟

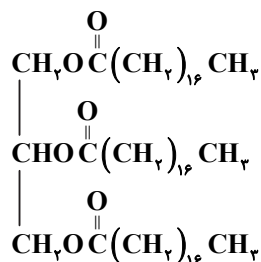
($Cl = 35/5, Mg = 24, Na = 23; g.mol^{-1}$)

۱) ۲۳۷/۵ (۲) ۱۱۸/۷۵

۳) ۲۳/۷۵ (۴) ۱۱/۸۷۵

۵۰- از آبکافت $5/34$ کیلوگرم از استر زیر با بازده ۷۵ درصد، چند گرم اسید چرب به دست می آید در صورتی که محصول دیگر

واکنش ترکیبی با فرمول $C_p H_x O_p$ باشد؟ ($O = 16, C = 12, H = 1; g.mol^{-1}$)



۱) ۵۱۱۲ (۲) ۳۸۳۴

۳) ۶۸۱۶ (۴) ۱۲۷۸



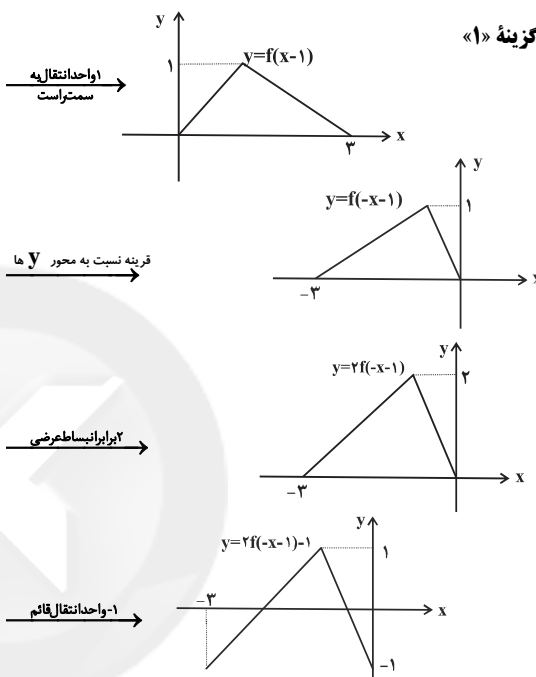
حسابان ۲

گزینه «۴» -۱

$$-1 \leq f(x) \leq 1 \Rightarrow -1 \leq f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 2f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq 1 + 3f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 4 \Rightarrow -2 \leq y \leq 4$$

گزینه «۱» -۲



گزینه «۳» -۳

اگر قرار دهیم $g(x) = 3x$ ، در آن صورت با تابع $f(g(x))$ سر و کار داریم.

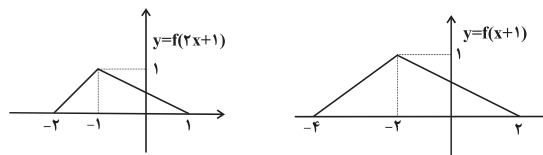
$$D_{f(g(x))} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{R \mid -3 \leq g(x) < 2\}$$

$$\Rightarrow -3 \leq 3x < 2 \xrightarrow{+3} -1 \leq x < \frac{2}{3}$$

ضریب ۳- و جمع با ۲ تأثیری روی دامنه ندارد.

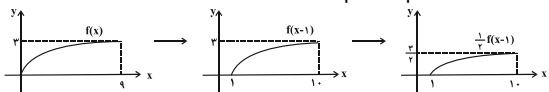
گزینه «۱» -۴

ابتدا نمودار تابع $y = f(2x-1)$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(2(x+1)-1) = f(2x+1)$ به دست آید. اکنون طول هر نقطه از این نمودار را دو برابر می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(2\left(\frac{x}{2}\right)+1) = f(x+1)$ به دست آید.



گزینه «۲» -۵

نمودار $g(x)$ را رسم می‌کنیم.



بنابراین برد تابع $g(x)$ برابر $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ است که شامل دو عدد صحیح است.

گزینه «۴» -۶

اگر فرمول کلی تغییر شکل تابع را به صورت $cf(ax+d)+b$ در نظر بگیریم، چون در سؤال $a > 0$ و $c = 1$ است، لذا هیچ نوع قرینه عمل قرینه کردنی نخواهیم داشت و گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند. در گزینه «۳» انتقال افقی داریم اما چون $d = 0$ است، امکان پذیر نیست. اما گزینه «۴» می‌تواند حاصل انتقال عمودی و انقباض افقی $f(x)$ باشد، بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

گزینه «۲» -۷

$$\begin{cases} 2a - 5 = -1 \Rightarrow a = 2 \\ b = 2f(-1) - 7 = 2(2) - 7 = -3 \end{cases} \Rightarrow a - b = 0$$

گزینه «۳» -۸

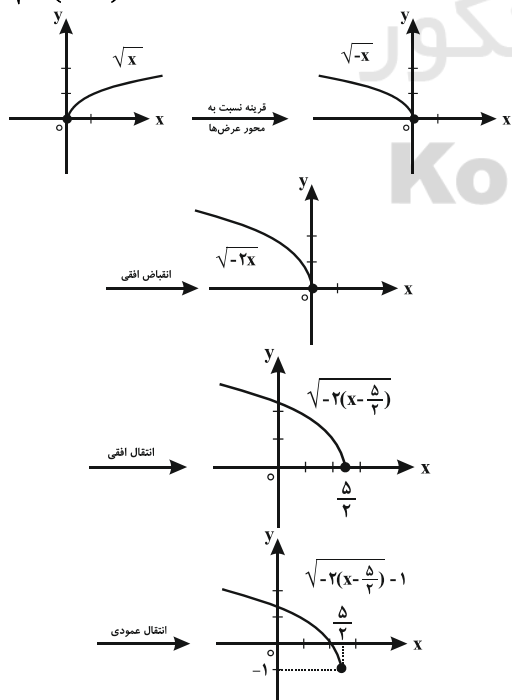
دامنه تابع f ، بازه $[-4, 7]$ می‌باشد. بنابراین:

$$-4 \leq 2x - 1 \leq 7 \Rightarrow -3 \leq 2x \leq 8 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 4$$

اعداد صحیح موجود در بازه $\left[-\frac{3}{2}, 4\right]$ عبارت‌اند از: $-1, 0, 1, 2, 3, 4$

گزینه «۱» -۹

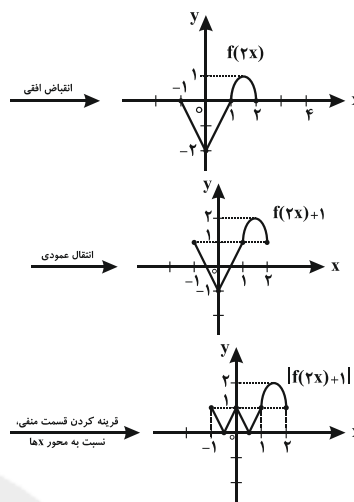
$$y = \sqrt{-2\left(x - \frac{5}{2}\right)} - 1$$





گزینه «۳» - ۱۰

معادله را به فرم $|f(2x) + 1| = m$ می‌نویسیم. نمودار $|f(2x) + 1|$ را رسم می‌کنیم.



مطابق نمودار، برای این که خط $y = m$ نمودار را در ۴ نقطه قطع کند باید $0 < m \leq 1$ باشد.

هندسه ۳

گزینه «۱» - ۱۱

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

اگر به تعریف ماتریس‌های A و B دقت کنیم، درایه‌های بالای قطر اصلی آنها قرینه‌اند، پس مجموع این درایه‌ها صفر است. نکته: در ماتریس $[a_{ij}]_{n \times n}$

- $i < j \rightarrow$ درایه‌های بالای قطر اصلی
- $i = j \rightarrow$ درایه‌های روی قطر اصلی
- $i > j \rightarrow$ درایه‌های پایین قطر اصلی

گزینه «۲» - ۱۲

طبق تعریف ماتریس B داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، پس درایه‌های آنها باید نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند:

$$\begin{cases} m = 2 \\ n - 1 = 6 \Rightarrow n = 7 \\ k + 1 = 12 \Rightarrow k = 11 \\ m + n + k = 2 + 7 + 11 = 20 \end{cases}$$

گزینه «۲» - ۱۳

طبق تعریف ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$C_{2 \times 3} = A \times B \text{ سطر دوم } \times \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{bmatrix}$$

$$= a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} = \sum_{i=1}^3 a_{2i}b_{i3}$$

گزینه «۱» - ۱۴

واضح است که A ، ماتریسی 1×3 می‌باشد، بنابراین اگر $A = [x \ y \ z]$ در نظر گرفته شود، آنگاه داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times [x \ y \ z] = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x & 2y & 2z \\ x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \end{cases} = \begin{cases} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

حال: $a + b + e = 2x + 2y + 3y = 2x + 5y = 2(3) + 5(1) = 11$

گزینه «۳» - ۱۵

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -x + 2 & -2 - 2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} = -x^2 + 2x - 10 - 10x$$

$$= -x^2 - 8x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x + 10 = 0$$

اولاً توجه کنید که چون $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 10 > 0$ ، پس معادله دو ریشه حقیقی دارد.

ثانیاً می‌دانیم: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$ در معادله بالا داریم:

$$\alpha + \beta = S = -8 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = P = 10$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-8)^2 - 2(10) = 64 - 20 = 44$$

گزینه «۱» - ۱۶

با توجه به معادلات داده شده، A یک ماتریس 2×2 است.

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a + c = 3 \\ 2b + d = 5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 4c = -1 \\ 3b + 4d = 2 \end{cases} \quad (2)$$

دو برابر معادلات (۲) را با معادلات (۱) جمع می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases} (2a + c) + 2(3a + 4c) = 3 + 2(-1) \Rightarrow 8a + 9c = 1 \\ (2b + d) + 2(3b + 4d) = 5 + 2(2) \Rightarrow 8b + 9d = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \end{bmatrix}$$



۱۷- گزینه «۴»

$$A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = A - (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۸- گزینه «۳»

نخست دو ماتریس را با نوشتن درایه‌هایشان مشخص و سپس $A-B$ را پیدا می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A-B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A-B)^2 = \text{سطر اول } (A-B) \times \text{سطر اول } (A-B) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۹- گزینه «۱»

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$AB = BA = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a-c & 2b-d \\ a+2c & b+2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+b & -a+2b \\ 2c+d & -c+2d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2a-c = 2a+b \Rightarrow -c = b \Rightarrow b+c = 0$$

۲۰- گزینه «۳»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = 3A \Rightarrow A^4 = 9A^2 = 9 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix} = 27A$$

$$A^5 = 27A^2 = 27 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix} = 81A = \begin{bmatrix} 81 & 81 \\ 162 & 162 \end{bmatrix}$$

$$A^5 = 243 = 81 + 162 = \text{مجموع درایه‌های ستون اول } A^5$$

ریاضیات گسسته

۲۱- گزینه «۲»

از مثال نقض برای رد کردن حکم استفاده می‌کنیم.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \bar{0} \text{ و } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \bar{0}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{0}$$

۲۲- گزینه «۲»

$$(x-1)(x^2+2x-3) = 0 \text{ : گزینه «۲»}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3) = 0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-3) باشد. پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست. درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

۲۳- گزینه «۳»

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

$$\xrightarrow{\times(\sqrt{xy})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 4\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow x + y + 2\sqrt{xy} \geq 4\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow x + y - 2\sqrt{xy} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$$

با توجه به آن که تمامی روابط بازگشت‌پذیر هستند، پس حکم ثابت می‌شود.

۲۴- گزینه «۱»

اگر $p^3 = 2q^3$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{2} = \frac{p}{q}$ ؛ اما با توجه به این که $p, q \in \mathbb{N}$ ، این

تساوی امکان ندارد چون $\sqrt[3]{2}$ گویا نیست. پس هیچ مقدار طبیعی برای q, p نداریم.

البته دقت کنید که $p = q = 0$ در این معادله صدق می‌کند، اما این جواب‌ها جزء اعداد طبیعی نیستند.

۲۵- گزینه «۴»

گزینه ۱: تعریف استدلال استنتاجی با برهان مستقیم است.
گزینه ۲: هیچگونه استدلالی برای درستی حکم قضیه نیست.
گزینه ۳: برهان خلف است که در اینجا نیز مراحل انجام شده لازم نیست برگشت پذیر باشند.

۲۶- گزینه «۴»

دست کم دو نفر از علی کوتاهتر هستند. با توجه به آن که او از داوود و داوود از کامران کوتاهتر است، پس علی نفر سوم است.
احمد هم نفر آخر نیست، پس چهارم است. در نتیجه ترتیب قد آنها به ترتیب زیر است: قد ابراهیم > قد احمد > قد علی > قد داوود > قد کامران

۲۷- گزینه «۲»

چهار عدد فرد متوالی به صورت $2k+1$ و $2k+3$ و $2k+5$ و $2k+7$ هستند که مجموع آنها $8k+16$ بوده و همواره بر ۸ بخش‌پذیر است.

۲۸- گزینه «۴»

در گزینه «۱» حاصل ضرب برابر ۲۷ و در گزینه «۲» حاصل ضرب برابر ۴۷ است که هر دو عدد گویا هستند. در گزینه «۳» $5\sqrt{9}$ عددی گنگ نیست.



۲۹- گزینه «۴»

$$n = 40 \Rightarrow f(n) = 40^2 + 40 + 41 = 40(40+1) + 41$$

$$\Rightarrow f(40) = 40 \times 41 + 41 = 41(40+1) = 41 \times 41$$

پس $f(40)$ اول نیست.

۳۰- گزینه «۴»

گزینه «۱»: $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow |-2+1| \neq |-2| + |1|$

گزینه «۲»: $\begin{cases} a = -5 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > b \\ \frac{b}{a} \leq 1 \end{cases}$

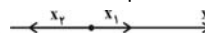
اول نیست. $a = 6 \Rightarrow 2^6 + 1 = 65$ گزینه «۳»

گزینه «۴»: $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{n-2}{n-1} \times \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$

فیزیک ۳

۳۱- گزینه «۴»

در حرکت بر روی خط راست، چون روی یک خط حرکت انجام می‌شود، بنابراین بردارهای جابه‌جایی الزاماً هم‌راستا هستند ولی می‌توانند هم‌سو نباشند.



۳۲- گزینه «۳»

طبق تعریف، چون مکان اولیه و نهایی شما یکسان است، بنابراین جابه‌جایی شما برابر با صفر است و در نتیجه سرعت متوسط شما برابر با صفر خواهد بود. دقت کنید چون مسافت طی شده توسط شما برابر با صفر نیست، تنیدی متوسط حرکت شما برابر با صفر نیست.

۳۳- گزینه «۳»

مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = |4-0| + |-2-4| = 10 \text{ m}$$

اندازه جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$d = |-2-0| = 2 \text{ m}$$

$$\frac{l}{d} = \frac{10}{2} = 5$$

بنابراین:

۳۴- گزینه «۲»

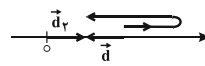
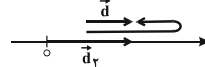
چون از نوع حرکت شخص اطلاعی نداریم، بنابراین نمی‌توان گفت مسافت طی شده توسط شخص برابر با اندازه بردار جابه‌جایی آن است. در نتیجه گزینه (۱) نادرست است. از طرفی چون همواره مسافت طی شده برابر یا بزرگتر از اندازه بردار جابه‌جایی است، در نتیجه گزینه (۳) الزاماً ممکن است صحیح نباشد و گزینه (۴) نیز نادرست است.

۳۵- گزینه «۳»

چون متحرک در جهت منفی محور X حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن باید منفی باشد. بنابراین تنها حالت (۳) نمی‌تواند متعلق به این متحرک باشد.

۳۶- گزینه «۱»

گزینه «۱» درست: چون اندازه بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده توسط متحرک است، پس جهت حرکت متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است. گزینه «۲» نادرست: دو حالت زیر را در نظر بگیرید.



گزینه «۳» نادرست: طبق تعریف تنیدی متوسط و سرعت متوسط، تنیدی متوسط طی این بازه زمانی بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط است. گزینه «۴»: الزامی به منفی بودن جهت بردار جابه‌جایی طی این حرکت نیست.

۳۷- گزینه «۳»

مدت زمانی که ربات با تنیدی متوسط $20 \frac{m}{s}$ مسیر مستقیمی به طول 500 m را طی می‌کند، برابر است با:

$$t_{\text{رفت}} = \frac{\text{رفت}}{(s_{\text{av}})_{\text{رفت}}} = \frac{500}{20} = 25 \text{ s}$$

بنابراین در 40 ثانیه ابتدایی حرکت، مدت زمان برگشت ربات برابر است با: $15 \text{ s} = t_{\text{برگشت}} \Rightarrow t_{\text{برگشت}} = 40 - 25 = 15 \text{ s}$

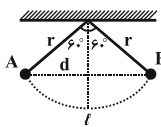
مسافتی که ربات طی 15 s با تنیدی متوسط $12 \frac{m}{s}$ برمی‌گردد، برابر است با:

$$l_{\text{برگشت}} = (s_{\text{av}})_{\text{برگشت}} \times t_{\text{برگشت}} = 12 \times 15 = 180 \text{ m}$$

با توجه به تعریف سرعت متوسط، در 40 ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{t_{\text{کل}}} = \frac{500 - 180}{40} \Rightarrow v_{\text{av}} = 8 \frac{m}{s}$$

۳۸- گزینه «۲»



بر اساس تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\sin \alpha = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r \sin \alpha$$

$$d = v_{\text{av}} t \Rightarrow r \sin \alpha = 1/5 \times 2 \Rightarrow r \sin 60^\circ = 1/5$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ m}$$

حال بر اساس تعریف تنیدی متوسط، چون گلوله آونگ $\frac{1}{3}$ محیط دایره را طی می‌کند، می‌توان نوشت:

$$l = \frac{2\pi r}{3}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{l}{t} = \frac{2\pi r}{3} = \frac{\pi \sqrt{3}}{3} \Rightarrow s_{\text{av}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \frac{m}{s}$$

۳۹- گزینه «۳»

برای تعیین تنیدی متوسط در این مدت، باید مسافت پیموده شده را بیابیم. بنابراین داریم: (در این مدت متحرک ابتدا 60 m را در جهت محور X و سپس 60 m را در خلاف جهت محور X حرکت کرده است.)

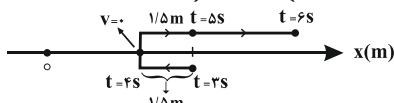
$$s_{\text{av}} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l = 60 + (-60) = 0}{\Delta t = 20 \text{ s}} \Rightarrow s_{\text{av}} = \frac{120}{20} \Rightarrow s_{\text{av}} = 6 \frac{m}{s}$$

۴۰- گزینه «۲»

در ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در 3 ثانیه دوم را می‌یابیم (بین دو لحظه $t = 3 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$). با معلوم بودن s_{av} داریم:

$$s_{\text{av}} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{\text{av}} = 7/5 \frac{m}{s}}{\Delta t = 3 \text{ s}} \rightarrow 2/5 = \frac{l}{3} \Rightarrow l = 7/5 \text{ m}$$

از طرفی با توجه به مسیر حرکت و نیز نمودار $x-t$ که یک سهمی است، مسیر حرکت متحرک به صورت زیر است:



$$l = 1/5 + 1/5 + d \Rightarrow l = 4/5 \text{ m}$$

و برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$v_{\text{av}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4/5}{3} \Rightarrow v_{\text{av}} = 1/5 \frac{m}{s}$$



شیمی ۳

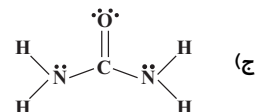
گزینه ۳

تنها مورد «الف» نادرست است.

فرمول شیمیایی روغن زیتون به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است؛ بنابراین تعداد هیدروژن‌ها ۲ برابر تعداد کربن‌ها نیست.

بررسی موارد درست:

(ب) فرمول شیمیایی وازلین به صورت $C_{25}H_{52}$ است که با فرمول همگانی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) مطابقت دارد.

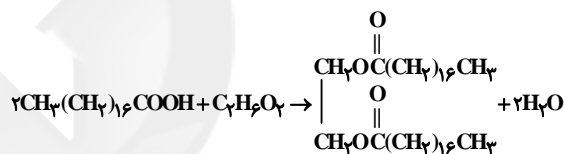


$$\frac{\text{جفت الکترون های پیوندی}}{\text{جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$

(د) ضد یخ که همان اتیلن گلیکول است، در آب محلول و در هگزان نامحلول است.

گزینه ۳

واکنش مورد نظر را می‌نویسیم و سپس موازنه می‌کنیم:



جرم مولی استر حاصل را به دست آورده و درصد جرمی اکسیژن را در آن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی O} = \frac{\text{جرم O}}{\text{جرم مولکول}} \times 100 = \frac{64}{594} \times 100 \approx 10.77\%$$

حال جرم آب تولیدی با مصرف یک مول الکل را محاسبه می‌کنیم:

$$?\text{g H}_2\text{O} = 1\text{mol الکل} \times \frac{1\text{mol H}_2\text{O}}{1\text{mol الکل}} \times \frac{18\text{g H}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} = 36\text{g H}_2\text{O}$$

گزینه ۴

اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهای (COOH) ختم می‌شوند.

گزینه ۴

امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم متفاوت است. امید به زندگی در مناطق توسعه یافته و برخوردار، در مقایسه با مناطق کم برخوردار بیشتر است.

گزینه ۳

گريس، $C_{57}H_{104}O_6$ و وازلین در آب نامحلول‌اند.

گزینه ۴

صابون مورد نظر جامد بوده و فرمول آن به صورت RCOONa است که R در آن، C_nH_{2n+1} می‌باشد. طبق گفته صورت سؤال تعداد کربن‌های زنجیره هیدروکربنی برابر ۱۵ بوده و فرمول صابون به صورت $C_{15}H_{31}CO_2Na$ خواهد بود.

$$?\text{ قالب صابون} = \frac{2}{1875\text{kgNa}} \times \frac{1000\text{g}}{1\text{kg}} \times \frac{1\text{molNa}}{23\text{gNa}} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{molNa}}$$

$$\text{صابون} \times \frac{278\text{g صابون}}{1\text{mol صابون}} \times \frac{1\text{ قالب}}{69/5\text{g صابون}} = 500\text{ قالب صابون}$$

در این کارخانه روزانه ۵۰۰ قالب صابون تولید می‌شود. پس در یک ماه ۱۵۰۰۰ (۳۰ × ۵۰۰) قالب صابون تولید می‌شود.

گزینه ۳

ویژگی مشترک کلوبیدها و محلول‌ها مورد چهارم می‌باشد. ته نشین شدن فقط مخصوص سوسپانسیون‌هاست.

گزینه ۳

قدرت صابون در آب‌های سخت که شامل یون‌های کلسیم و منیزیم (کاتیون فلزهای گروه دوم) هستند، کاهش می‌یابد.

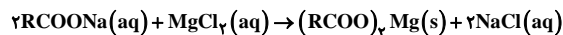
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پارچه‌های نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استر، چسبندگی کمتری به چربی‌ها دارند.

گزینه «۲»: افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را افزایش می‌دهد.

گزینه «۴»: صابون همانند الکل‌ها دارای هر دو بخش قطبی و ناقطبی می‌باشد.

گزینه ۲



$$?\text{g MgCl}_2 = 292 / 5\text{g NaCl} \times \frac{1\text{mol}}{58 / 5\text{g}} \times \frac{1\text{mol MgCl}_2}{2\text{mol NaCl}} \times \frac{95\text{g}}{1\text{mol}}$$

$$= 237 / 5\text{g MgCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

$$= \frac{237 / 5\text{g MgCl}_2}{2\text{m}^3 \times \frac{1000\text{L}}{1\text{m}^3} \times \frac{1000\text{mL}}{1\text{L}} \times \frac{1\text{g}}{1\text{mL}}} \times 10^6 = 118 / 75\text{ppm}$$

گزینه ۲

فرمول استر مورد نظر $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد.

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



جرم مولی اسید چرب و استر داده شده را محاسبه می‌کنیم. جرم مولی اسید چرب: ۲۸۴ گرم بر مول و جرم مولی استر: ۸۹۰ گرم بر مول می‌باشد.

$$?\text{ استر} = \frac{1000\text{g استر}}{1\text{kg استر}} \times \frac{1\text{mol استر}}{890\text{g استر}} \times 5 / 284\text{kg} = 5 / 24\text{kg}$$

$$\text{اسید چرب} = \frac{75}{100} \times \frac{284\text{g اسید چرب}}{1\text{mol اسید چرب}} \times \frac{1\text{mol اسید چرب}}{284\text{g اسید چرب}} = 75$$

بازده درصدی