

بہ ناک خدا

پاسخ سوالات ریاضی انسان

کنکور 99

@mrs-math

KonkuR.in

۱۰۱) اگر عبارت منفرجه، صفر نیاورد، حاصل عبارت

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x}$$

بدام است!

(۱) $\frac{1}{x}$ (۲) $\frac{1}{x-2}$ (۳) $\frac{2}{x}$ (۴) $\frac{x}{x-2}$

حل:

نکته: $x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x+1)(x+2)$

اتحاد جمله مشترک

نکته: $(x^2 - 4) = (x-2)(x+2)$

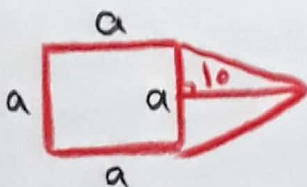
@mrs_math

نکته: $x^2 - 2x = x(x-2)$

$$\Rightarrow \frac{x(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x(x-2)} \Rightarrow \frac{x}{x(x+2)} - \frac{2}{x(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)}{x(x-2)} = \frac{1}{x} \Rightarrow \text{گزینه ۱}$$

۱۰۲) در شکل زیر مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث کرام است؟



35 (2)

30 (1)

45 (4)

40 (3)

حل:

طبق گفته مسئله داده‌ی زیر را داریم:

$$S_{\Delta} = \frac{2}{3} S_{\square} - \frac{8}{3}$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مقعره}}{2}, \quad \text{ارتفاع} = 10, \quad \text{مقعره} = a \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{a \times 10}{2} = 5a$$

$$S_{\square} = a^2$$

@mrs-math

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{\Delta} = 5a \\ S_{\square} = a^2 \end{cases} \Rightarrow 5a = \frac{2}{3} a^2 - \frac{8}{3} \Rightarrow \left(\text{طرفین را در 3 ضرب می‌کنیم} \right)$$

$$15a = 2a^2 - 8 \Rightarrow 2a^2 - 15a - 8 = 0$$

$$\Delta = 17 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 & \text{قانون} \\ x_2 = -\frac{1}{2} & \text{غیرقانون} \end{cases}$$

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{مقعره}}{2} = \frac{8 \times 10}{2} = 40 \Leftarrow S_{\Delta} \quad \text{خواسته نهایی مسئله:} \quad \text{گزینه 3}$$

۱۰: مجموع ریشه‌های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

12 (4)
6 (3)
4 (2)
-4 (1)

حل: $\Rightarrow \frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{(2x-1)(x-2) - (x-3)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{3}$

در این قسمت هم فرض می‌داریم

$\Rightarrow \frac{(2x^2 - 4x - x + 2) - (x^2 + 2x - 3x - 6)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ پس از آنکه ساده‌سازی به عبارت زیر می‌رسیم:

$\Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2 - 4} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ پس از آنکه ساده‌سازی به عبارت زیر می‌رسیم:

انتخاب فراد 2

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

خواسته نهایی مسئله، جمع ریشه‌های معادله است. دقت کنید که باید چهار حل معادله در دست آورده و ریشه‌ها را جمع کردن آنها از راه حل کوتاه‌تر استفاده کنید!!

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-12)}{1} = 12 \Rightarrow \text{نیزه 4} \\ b = -12 \\ a = 1 \end{array} \right.$$

دقت کنید S مجموع ریشه‌هاست.

۱۰۴ اگر $f = \{(5, 1), (3, 5), (6, 2), (4, 3)\}$ و $g = \{(5, 6), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$ کدام است؟

$$(2) \left\{ -3, 3, \frac{7}{3} \right\}$$

$$(1) \left\{ -3, 2, \frac{5}{3} \right\}$$

$$(4) \left\{ -2, 3, \frac{7}{3} \right\}$$

$$(3) \left\{ -2, 4, \frac{5}{3} \right\}$$

حل: f و g زوج مرتب‌ها به صورت (x, y) هستند. لازم است که ابتدا x ‌ها را مشترک در f و g را مشخص کنیم:

$$f = \{(3, 4), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\}$$

$$g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (4, 1)\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f+g = (3, 4+2) (5, 6+3) (1, 5+2) \Rightarrow f+g = (3, 6) (5, 9) (1, 7) \\ f-g = (3, 4-2) (5, 3-6) (1, 5-2) \Rightarrow f-g = (3, 2) (5, -3) (1, 3) \end{array} \right.$$

$$\frac{f+g}{f-g} = \frac{(3,6)(5,9)(1,7)}{(3,2)(5,-3)(1,3)} = \left\{ \left(3, \frac{6}{2}\right) \left(5, \frac{9}{-3}\right) \left(1, \frac{7}{3}\right) \right\}$$

بر. $\frac{f+g}{f-g} = \left\{ \frac{6}{2}, \frac{-9}{3}, \frac{7}{3} \right\} = \left\{ 3, -3, \frac{7}{3} \right\}$ **نزینه 2**

105) دو تابع با ضابطه های $f(x) = x^2 - 2x - 2$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ در نقطه ای

با یکدیگر قطع می شوند؟

@mrs-math

(2) -1 و $1 + \sqrt{2}$

(1) 3 و $1 - \sqrt{2}$

(4) -1 و $1 - \sqrt{2}$

(3) 3 و $1 + \sqrt{2}$

حل: لازم است که دو تابع را برابر با هم قرار دهیم، در نتیجه داریم:

$$x^2 - 2x - 2 = \frac{|x|}{x}$$

برای حل این معادله لازم است که قدر مطلق را حذف کنیم (ابتدای روش قدر مطلق را به دست می آوریم).

برای $x=0$: $\begin{cases} x > 0 \Rightarrow |x| = x \\ x < 0 \Rightarrow |x| = -x \end{cases}$

I) $x > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = \frac{x}{x} \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

دقت کنید $a+c=b$ یعنی $1+(-3)=-2$ در نتیجه روشها به صورت زیر می باشد:

$\begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \end{cases}$ **خ غ ق ق**

باتوجه به اینکه در حالت (I) : $x > 0$ است پس $x = 3$ قابل قبول است.

II) $x < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = \frac{-x}{x} \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$

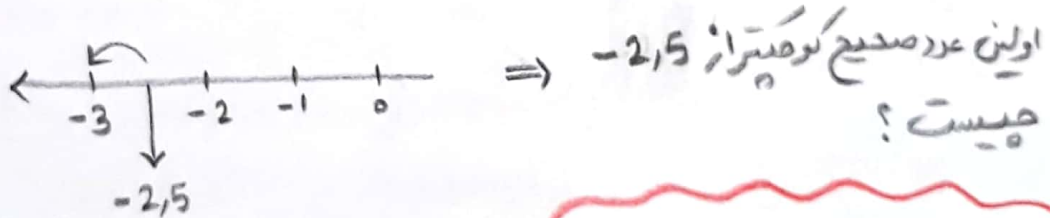
$\Delta = 2\sqrt{2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{2} & \text{غلط} \times \\ x_2 = 1 - \sqrt{2} & \text{صحیح} \checkmark \end{cases}$

باتوجه به اینکه در حالت (II) : $x < 0$ است پس $x = 1 - \sqrt{2}$ قابل قبول است.
پس در کل جوابها ما $(3, 1 - \sqrt{2})$ یعنی گزینه ① میباشد.

۱۰۶) اگر $f(x) = [2x - 1]$ باشد، مقدار $f(-\frac{3}{4}) + f(\frac{\sqrt{5}}{2})$ کدام است ؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

حل : $f(-\frac{3}{4}) = [2(-\frac{3}{4}) - 1] = [-\frac{3}{2} - 1] = [-1.5 - 1] = [-2.5]$



$\Rightarrow f(-\frac{3}{4}) = -3$

@mrs-math

$f(\frac{\sqrt{5}}{2}) = [2(\frac{\sqrt{5}}{2}) - 1] = [\sqrt{5} - 1]$

نکته : $4 < 5 < 9$
 $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 < < 3$

$\sqrt{5} = 2.۲۳۶$
 $\Rightarrow [2.۲۳۶ - 1] = [1.۲۳۶] = 1$
 $f(\frac{\sqrt{5}}{2}) = 1$

خواسته نهایی مسئله:

$$f\left(\frac{-3}{2}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -3 + 1 = -2 \rightarrow \text{گزینه (4)}$$

(107) در بسط عبارت $(a^2 + 4b)^3$ ضریب $a^4 b$ کدام است؟

$\begin{matrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{matrix}$

حل: در $(x+y)^n$ داریم:

$$\binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^4 b = (a^2)^2 b^1 \\ \Rightarrow \begin{cases} k=1, n-k=2, n=3 \\ x=a^2, y=4b \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \binom{3}{1} (a^2)^2 (4b)^1 = 3a^4(4b) = 12a^4b \quad \text{گزینه (4)}$$

(108) سهمی $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ در دو نقطه به طولهای 2 و 8 متقاطع اند. مشخصات رأس این سهمی کدام است؟

$\begin{matrix} (1, 9) & (2, 3) & (3, 12) & (4, 13) \end{matrix}$

حل: چونکه در دو نقطه متقاطع اند، پس آنها را برابر با هم قرار دهیم:

$$\frac{1}{2}x^2 + ax + b = 13 - x \rightarrow I$$

از آنجایی که سهمی و خط در دو نقطه $(x=2)$ و $(x=8)$ متقاطع اند پس $(x=2)$ و $(x=8)$ در I صدق میکنند:

$$\begin{cases} x=2 \Rightarrow -2 + 2a + b = 11 \Rightarrow 2a + b = 13 \\ x=8 \Rightarrow -32 + 8a + b = 5 \Rightarrow 8a + b = 37 \end{cases} \xrightarrow[\text{دستگاه}]{\text{بدر از حل}} \boxed{\begin{matrix} a=4 \\ b=5 \end{matrix}}$$

خواسته نهایی مسئله: مختصات رأس سهم، پس داریم:

$$\text{رأس سهمی} : (x, y) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

@mrs - math

$$\text{سهمی} : y = \frac{-1}{2}x^2 + 4x + 5$$

$$x_{\text{رأس سهمی}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-4}{-1} = 4$$

از آنجایی که x مربوط به رأس سهمی، بنابراین گزینه 4 صحیح است، دیگر گزینه‌ها صحیح نیستند. رأس سهمی نیست و جواب **گزینه 4** صحیح است.

۱۰۹) اگر در شاخص بهای کالا و خدمات، واحد اندازه‌گیری ۲ برابر شود، آن‌گاه تغییرات مقدار این شاخص، کدام است؟

- (۱) تغییر نمی‌کند
(۲) نصف می‌شود
(۳) دو برابر می‌شود
(۴) قابل پیش‌بینی نیست

حل: کاربرد کلاس ص ۵۹، تمرین دوم - ریاضی یازدهم - فصل ۳ !! ت

شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی ندارد.

گزینه ۱

۱۱۰) نرخ تورم کشور با فاصله‌های زمانی دو سال به صورت جدول زیر است. درون‌یابی

آن در سال نهم، کدام است؟

سال (x)	2	4	6	8	10
تورم (y)	14	18	12	20	26

- (۱) 22
(۲) 23
(۳) 24
(۴) 25

حل: نتایج و کتاب درسی ص 66 و 67 کتاب یازدهم:

$$x = 8 \text{ و } y = 20$$

$$x = 10 \text{ و } y = 26$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{26 - 20}{10 - 8} = \frac{6}{2} = 3$$

معادله خط: $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$x_0 = 8$$

$$y_0 = 20$$

$$m = 3$$

$$\Rightarrow y - 20 = 3(x - 8)$$

$$y - 20 = 3x - 24$$

$$y = 3x - 4$$

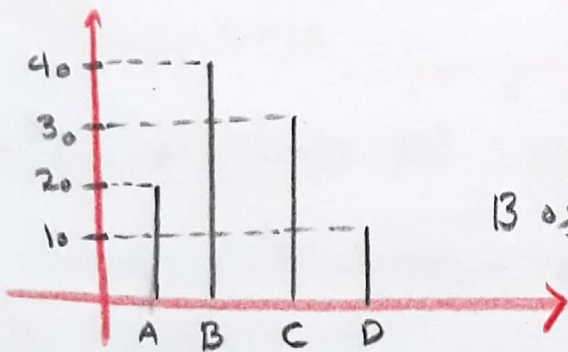
@mrs-math

درون یابی در سال نهم (x=9) خواسته شده:

$$y = 3(9) - 4 \Rightarrow y = 27 - 4 = 23$$

گزینه ②

۱۱۱) نمودار میله‌ای زیر، درصد تعداد عضوهای متغیر کیفی اسمی است. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به گروه B چند درجه است؟



۱۴۴ (2)

۱۳۲ (1)

۱۵۶ (4)

۱۵۰ (3)

$$\text{زاویه گروه B} = \frac{40}{100} \times 360 = 144$$

حل: گزینه ②

۱۱۲) گزاره $(p \leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow \neg p$ در کدام حالت نادرست است؟

۲) p و q درست

۱) p و q درست

۴) p و q درست

۳) p و q درست

حل:

P	q	$P \Rightarrow q$	$q \Rightarrow P$	$P \Leftrightarrow q$
>	>	>	>	>

$P \Leftrightarrow q$	P	$(P \Leftrightarrow q) \wedge P$
>	>	>

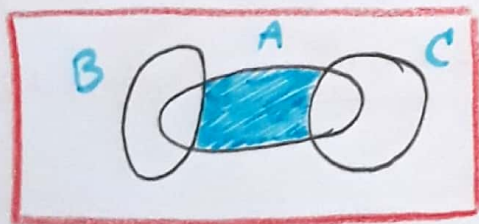
P	$\neg P$
>	ن

@mrs-math

$$\underbrace{((P \Leftrightarrow q) \wedge P)}_{>} \Rightarrow \underbrace{\neg P}_\text{ن} \quad \rightsquigarrow \quad \text{نادرست}$$

گزینہ ۲

۱۱۳) مجموعہ‌های A و B را C مطابق شکل زیر، مفروضه‌اند. کدام مورد برای نسبت سایه خورده نادرست است؟



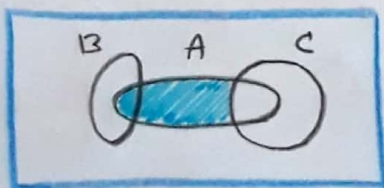
(1) $A \cap (B' \cap C')$

(2) $A \cap (B \cup C)'$

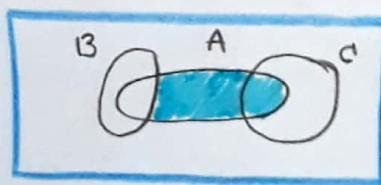
(3) $(A - C) \cap (A - B)$

(4) $(A - C) \cup (A - B)$

حل: درگزینہ ۴ داریم:

 $A - C$

آنچه در داخل A هست ولی داخل C نیست.

 $A - B$

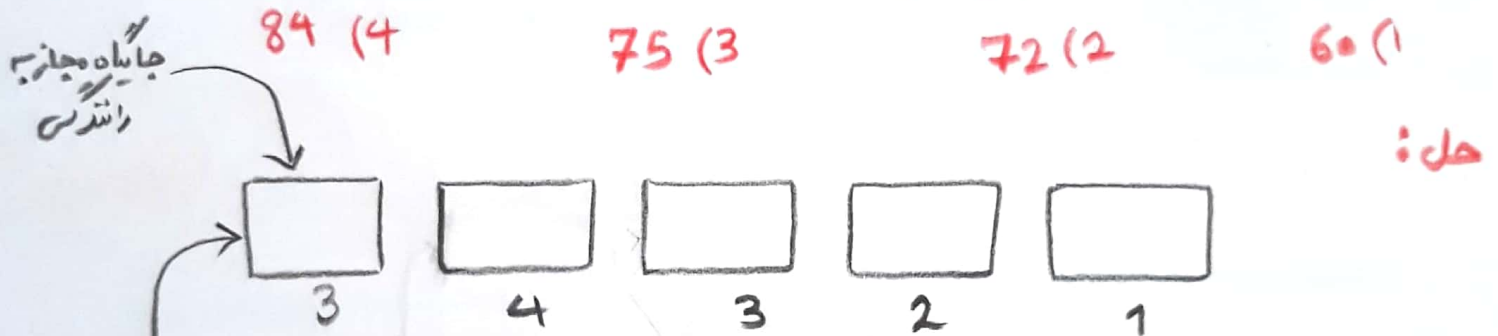
آنچه در داخل A هست ولی داخل B نیست.

تعریف اجتماع: اگر $(A-B)$ و $(A-C)$ دو مجموعه دلخواه باشند، منظور از اجتماع آنها، مجموعه‌ای است که تمام اعضای $(A-B)$ و تمام اعضای $(A-C)$ را داشته باشد.

@mrs-math

بر این حالت نشان دهنده سگ مانیت - درنتیج جواب گزینه 4 است.

114) در یک اتوبوس معمولی، 5 نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که 3 نفر آنها مجاز به نشستن باشند؟



گزینه 2) $\Rightarrow 3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 72$

همان چوبی که از 3 نفر در این جایگاه قرار بگیرد 4 نفر باقی می‌ماند.

115) در جعبه‌ای 5 مهره سفید و 4 مهره سیاه یکسان قرار دارد. به تعداد 3 مهره خارج می‌کنیم، با کدام احتمال 2 مهره سفید و یک مهره سیاه خارج می‌شود؟

$\frac{5}{14}$ (1) $\frac{3}{7}$ (2) $\frac{10}{21}$ (3) $\frac{11}{21}$ (4)

حل:

$$P = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{5!}{2!3!} \times \frac{4!}{1!3!}}{\frac{9!}{3!6!}} = \frac{10 \times 4}{84}$$

گزینه 3) $P = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$

۱۱۶) داده ها، آمار ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۱۸/۵، ۱۴/۵، ۱۲، ۱۵، ۱۵/۵، ۱۷ با نمودار جعبه ای نشان داده شده است. انحراف معیار داده ها داخل جعبه کدام است؟
 ۱/۵ (۱) ۱/۳ (۲) ۱/۲ (۳) ۱/۴ (۴)

حل: ابتدا داده ها را به صورت مرتب و به ترتیب می نویسیم:

۲۰ و ۱۸/۵ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۵/۵ و ۱۵ و ۱۴/۵ و ۱۳ و ۱۲
 Q_2

از آن جایی که تعداد داده ها فرد است پس میان عدد وسط و ۱۵/۵ می باشد.

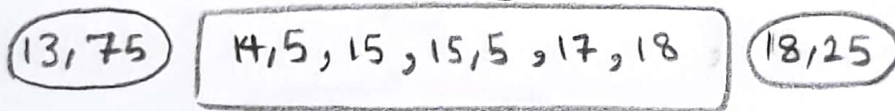
$$Q_1 = \frac{13 + 14,5}{2} = 13,75$$

$$Q_2 = 15,5$$

$$Q_3 = \frac{18 + 18,5}{2} = 18,25$$

@mrs-math

داخل جعبه



$$\text{میانگین داخل جعبه} = \frac{14,5 + 15 + 15,5 + 17 + 18}{5} = 16$$

$$\text{انحراف معیار} = 6^2 = \frac{(14,5-16)^2 + (15-16)^2 + (15,5-16)^2 + (17-16)^2 + (18-16)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2,25 + 1 + 0,25 + 1 + 4}{5} = 1,7$$

$$\Rightarrow 6^2 = 1,7 \rightarrow 6 = \sqrt{1,7} = 1,3$$

پسین ۲

(۱۱۷) در نمودار جعبه ای داده ها ۱۶، ۱۷، ۵، ۱۴، ۱۷، ۱۳، ۱۰، ۱۲، ۵، ۹، ۱۵ و ۱۳ تفاضل داده های ابتدا و انتهای جعبه کدام است؟

۴ (۴

۳، ۵ (۳

۳، ۲۵ (۲

۳ (۱

حل: ابتدا داده ها را به صورت رتبه ای بنویسیم:

۹، ۱۰، ۱۲، ۵، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۵

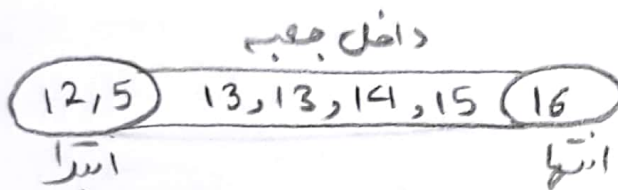
 Q_2

$$Q_1 = 12,5$$

$$Q_2 = \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$$

$$Q_3 = 16$$

@mrs-math



$$16 - 12,5 = 3,5$$

نرسیده ③

(۱۱۸) در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جمله های متوالی کدام است؟

۳ (۴

۲، ۵ (۳

۲ (۲

۱، ۵ (۱

حل:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 90 = \frac{9}{2} (2a_1 + 8d)$$

$$S_9 = 90$$

$$\frac{90 \times 2}{9} = 2a_1 + 8d$$

$$2a_1 + 8d = 20$$

$$a_1 + 4d = 10$$

I ۱۱۸

$$\begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)d \\ a_7 = 13 \end{cases} \Rightarrow \boxed{13 = a_1 + 6d} \text{ (II) کار}$$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 10 \\ a_1 + 6d = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 4d = -10 \\ a_1 + 6d = 13 \end{cases} \Rightarrow 2d = 3 \rightarrow \boxed{d = 1,5}$$

نیزه ①

۱۱) مجموع هشت جملی اول دنبالی هندسی ... 64، 32، 16، 8، 4، 2، 1، 0.5 است ؟

127 (4)

127,5 (3)

128 (2)

128,5 (1)

حل:

$$S_n = \frac{a_1 (1 - q^n)}{(1 - q)}$$

$$n = 8$$

$$a_1 = 64$$

$$q = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{64 (1 - (\frac{1}{2})^8)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_8 = \frac{64 (1 - \frac{1}{256})}{\frac{1}{2}}$$

$$S_8 = 128 (1 - \frac{1}{256})$$

$$S_8 = 128 - \frac{128}{256}$$

$$S_8 = 128 - \frac{1}{2} = 127,5$$

نیزه ③

(۱۲۰) جمله پنجم از دنباله اعداد با رابطه $a_1 = 2$ و $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ کدام است؟

$$\frac{42}{43} \quad (4)$$

$$\frac{10}{11} \quad (3)$$

$$\frac{32}{31} \quad (2)$$

$$\frac{22}{21} \quad (1)$$

حل:

$$n=1 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{1+a_1} \Rightarrow a_2 = \frac{2}{1+2} \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

$$n=2 \Rightarrow a_3 = \frac{2}{1+a_2} \Rightarrow a_3 = \frac{2}{1+\frac{2}{3}} \Rightarrow a_3 = \frac{6}{5}$$

$$n=3 \Rightarrow a_4 = \frac{2}{1+a_3} \Rightarrow a_4 = \frac{2}{1+\frac{6}{5}} \Rightarrow a_4 = \frac{10}{11}$$

$$n=4 \Rightarrow a_5 = \frac{2}{1+a_4} \Rightarrow a_5 = \frac{2}{1+\frac{10}{11}} \Rightarrow a_5 = \frac{22}{21}$$

نرین ①

@mrs-math

ریاضی ساده و خوشمزه

تفاوتی با سیرت