

استاد شریک

سوالات کنکور رشته ریاضی ۹۹ خارج کشور

ریاضیات گسسته

"صداقت ممکن است دوستان زیادی به تو ندهد، اما همیشه نوع درستی را به تو می دهد."

۱۴۹- فرض کنید خارج قسمت و باقی مانده تقسیم عدد طبیعی سه رقمی m بر 11 به ترتیب، 29 و 17 باشند. تعداد عددهای طبیعی m بخش پذیر بر 5 ، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۹-گزینۀ «۴» به کمک هم نشستی می توان تعداد عددهای طبیعی رایانفت: $m = 5m'$, $m \equiv 17 \pmod{29}$, $m = 29n + 17$ or $m = 29n + 17$

$$5m' \equiv 17k + 2(29) \pmod{29} \Rightarrow m = 5 \times 29k + 5 \times 15 \Rightarrow m = 145k + 75$$

دارای ۳ عدد طبیعی است: ۱۵۶ و ۱۵۷ و ۱۵۸ و ۱۵۹ $\Rightarrow k \leq 6$ $99 < 145k + 75 < 1000$

۱۵۰- در مجموعه اعداد طبیعی اگر $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

(۱) ۴۱ (۲) ۴۳ (۳) ۴۷ (۴) ۵۳

۱۵۰-گزینۀ «۴» با توجه به مفهوم ب.ب.م می توان جواب رایانفت: $\begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | (3n + 5)n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 3n^2 - 2n + 5 \\ d | 3n^2 + 5n \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 7n - 6 \\ d | 3n + 5 \end{cases} \Rightarrow d \mid \begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow d \mid 53 \stackrel{d \neq 1}{\Rightarrow} d = 53$$

۱۵۱- اگر عدد $1 - 2^m$ بر عدد 105 بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی m ، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۵۱-گزینۀ «۳» می دانیم با کمک خواص هم نشستی می توان جواب را سریع یافت: $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$

$$\begin{cases} 2^4 \equiv 1 \pmod{5} \\ 2^6 \equiv 1 \pmod{21} \end{cases} \Rightarrow 2^2 \equiv 1 \pmod{[5,21] = 105} \Rightarrow n = \left[\frac{105}{12} \right] = 8$$

۸ مقدار وجود دارد

۱۵۲- پنج برابر عدد دو رقمی \overline{aa} را در سمت چپ \overline{aa} قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه ۱۸۳۷ است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

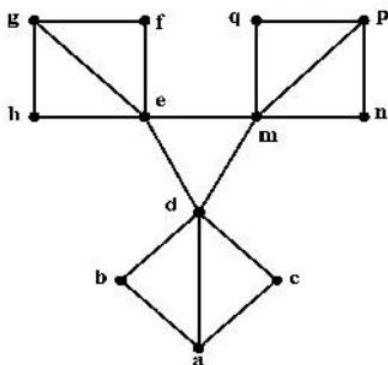
۱۵۲- گزینه «۱» با توجه به ارزش مکانی و بسط اعداد داده شده می‌توان به جواب رسید: $\overline{aa} = a + 10a = 11a \Rightarrow m = \overline{aa} = 00a$

$$m = 00\overline{aa} = 00a \Rightarrow \overline{(00a)aa} = \overline{(00a)a} = 100(00a) + 10a + a = 5011a = 1837 \times 3a \equiv 0 \pmod{1837}$$

۱۵۳- درجه رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۴، ۳، ۳ و ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۵۳- گزینه «۴» رأس f را کنار می‌گذاریم. اگر یال ed را اضافه کنیم، گراف کامل مرتبه ۵ ساخته می‌شود. تعداد دورهای گراف کامل مرتبه ۵ به طول ۴ برابر است با: $15 = \binom{5}{4} \times \frac{4!}{2} = 15$ ، حال دورهای به طول ۴ که یال ed را دارد حذف می‌کنیم: $9 = 15 - 3 \times 2$



۱۵۴- در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۵۴- گزینه «۱» ابتدا رئوس را می‌یابیم که احاطه‌گر باشند و سپس تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال را شمارش می‌کنیم:

سه مجموعه $\{a, d\}, \{g, e\}, \{m, f\}$ را در نظر می‌گیریم، از هر مجموعه یک عضو انتخاب کرده به کمک اصل ضرب جواب یافت می‌شود: $8 = \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$

۱۵۵- در یک گراف ۵ رأسی K - منتظم با بیشترین مقدار ممکن K ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۵۵- گزینه «۴» در گراف کامل مرتبه ۵ تعداد دورهای به طول ۴ برابر است با: $15 = \binom{5}{4} \times \frac{4!}{2}$

۱۴۲- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آنکه $x < 5$ باشد، کدام است؟

۲۸۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۱۴۲- گزینه «۴»

۱۴۳- حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

۱۴۳- گزینه «۲»

۱۴۴- یک تاس سالم را سه بار به‌طور متوالی پرتاب می‌کنیم، احتمال روشن شدن حداقل یک بار عدد ۶، کدام است؟

 $\frac{31}{72}$ (۴) $\frac{91}{216}$ (۳) $\frac{41}{108}$ (۲) $\frac{13}{36}$ (۱)

۱۴۴- گزینه «۳» از احتمال متم استفاده می‌کنیم، یعنی فرض می‌کنیم اصلاً "۶ نیاید": $p = 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$

باران باش و بار، نپرس کاسه‌های خالی از آن کیست... اهماون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۹۱۲.