

از خدا پروا کنید تا پروا نکنید.

۱-۵ به ازای یک مقدار  $a$ ، چند جمله‌ای  $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$  بر  $2x-1$  بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده  $P(x)$  بر  $x+2$ ، کدام است؟

- (۱)  $-10$  (۲)  $-8$  (۳)  $4$  (۴)  $6$

۱-۵ گزینه «۱» تابع  $p(x)$  را به صورت روبرو در نظر گرفته و شروع به حل می‌کنیم:  $p(x) = (2x-1)Q(x)$

۱-۶ نمودارهای دو تابع  $y = |x-2| + |x+1|$  و  $y = x+7$ ، در دو نقطه  $A$  و  $B$  متقاطع هستند. اندازه پاره خط  $AB$ ، کدام است؟

- (۱)  $8\sqrt{2}$  (۲)  $12$  (۳)  $13$  (۴)  $10\sqrt{2}$

۱-۶ گزینه «۴»

۱-۷ با فرض  $x \geq 2$ ؛  $f(x) = x^2 - 4x + 9$  و  $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل  $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ ، کدام است؟

- (۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $5$  (۴)  $6$

۱-۷ گزینه «۴» با توجه به ترکیب توابع و مفهوم وارون یک تابع داریم:  $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9) = f^{-1}[g^{-1}(-9)]$

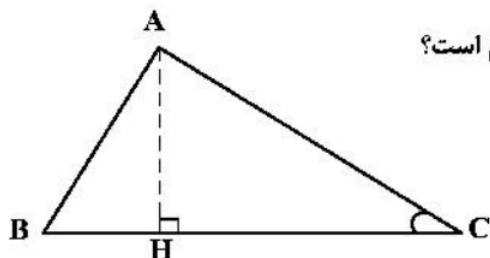
$$g^{-1}(-9) = b \Rightarrow g(b) = -9 \Rightarrow \frac{3-b}{2} = -9 \Rightarrow b = 21$$

$$f^{-1}(21) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 21 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 9 = 21 \Rightarrow \alpha = 6 \quad (x \geq 2)$$

۱-۸ ابتدا قرینه نمودار تابع  $f(x) = (x-1)^2$  را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را  $4$  واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟

- (۱)  $0, 2$  (۲)  $-1, 1$  (۳)  $-1, 2$  (۴)  $-2, 1$

۱-۸ گزینه «۲» با کمک ترسیم قرینه نسبت به مبدأ مختصات و انتقال روی محور عرض ما داریم:



۱۰۹- در شکل زیر،  $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$  و  $AC = 96$ . اندازه ارتفاع  $AH$ ، کدام است؟

- (۱) ۴۸  
(۲) ۵۶  
(۳) ۶۴  
(۴) ۷۲

۱۰۹-گزینه «۳» ابتدا مقدار  $AC = 3$ ،  $\tan C = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$  را در نظریه کیریم:

$$\sin C = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC \times \sin C \Rightarrow AH = 96 \times \frac{2}{3} = 64$$

۱۱۰- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی و  $\tan \alpha = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $\sin(\frac{13\pi}{4} + \alpha)$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{5}$  (۲)  $-\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۱۰-گزینه «۴» ابتدا نسبت مثلثاتی خواسته شده را ساده نموده و به کمک فرمول نسبت های مثلثاتی زوایای مرکب جواب را می یابیم:

$$\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha - \sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) \xrightarrow{\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{4}{5}$$

۱۱۱- جواب های معادله مثلثاتی  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ ، کدام است؟

- (۱)  $x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۲)  $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$   
(۳)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۴)  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

۱۱۱-گزینه «۱» برای حل معادله مثلثاتی باید ابتدا نسبت ها را به کمک فرمول بسط داده و ساده کنیم:  $\sin(a+b), \cos(a+b)$

$$\sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \cos x + \cos x \times \frac{1}{2} - \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 2x \Rightarrow \cos x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

۱۱۲- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد.

یعنی  $\dots, \{7, 9, 11\}, \{3, 5\}, \{1\}$ . در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

- (۱) ۱۵۶۳ (۲) ۱۵۸۹ (۳) ۱۶۳۹ (۴) ۱۶۵۱

۱۱۲-گزینه «۳»

۱۱۳- در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم.

پس از چند روز غلظت آن  $\frac{1}{3}$  غلظت اولیه می‌شود؟ ( $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 3 = 0.48$ )

- ۲۰ (۱)      ۲۴ (۲)      ۳۰ (۳)      ۳۲ (۴)

۱۱۳-گزینۀ «۲»

۱۱۴- فرض کنید  $n \in \mathbb{N}$ . حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$  ، کدام است؟

- ۰ (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      ۰ (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۴)

۱۱۴-گزینۀ «۲» برای پیدا کردن حد در بی‌نهایت و رفع ابهام حد  $\infty$  می‌توان از حدی که می‌توان استفاده نمود:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$

۱۱۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$  ، کدام است؟

- ۲ (۱)       $-\sqrt{2}$  (۲)       $\sqrt{2}$  (۳)      ۲ (۴)

۱۱۵-گزینۀ «۱» برای رفع ابهام حدود  $\frac{0}{0}$ ، می‌توان از قاعده هسپیتال استفاده نمود:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  (Hop)  $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}} - \frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{-1}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = -2$$

۱۱۶- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $f(x) = [x] \sin \pi x$  ;  $|x| \leq 2$  ، کدام است؟

- ۳ (۱)      ۲ (۲)      ۱ (۳)      صفر (۴)

۱۱۶-گزینۀ «۴»

۱۱۷- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$  ، فقط یک مجانب قائم  $x = 2$  دارد. اگر  $f(3) = 6$  باشد، معادلهٔ مجانب افقی آن، کدام است؟

- $y = -1$  (۱)       $y = -\frac{1}{2}$  (۲)       $y = \frac{1}{2}$  (۳)       $y = \frac{3}{2}$  (۴)

۱۱۷-گزینۀ «۲» با توجه به وجود فقط یک مجانب قائم در تابع یعنی مخرج دارای ریشه مضاعف است:  $2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2$

$$f(3) = 6 \Rightarrow 6 = \frac{9a + 21}{2(3-2)^2} \xrightarrow{b=-8, c=8} a = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 7x}{2x^2 - 8x + 8} = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$$

۱۱۸- اگر  $f$  یک تابع مشتق پذیر،  $g(x) = f\left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right)$  و  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  باشند، مقدار  $f'\left(\frac{1}{3}\right)$  کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)

$-\frac{4}{3}$  (۳)

$-\frac{3}{4}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۱)

۱۱۸- گزینه «۲» برای پیدا کردن جواب از مشتق تابع مرکب استفاده می کنیم:  
 $y = f(u) \Rightarrow y' = u' f'(u)$

۱۱۹- فرض کنید نمودارهای دو تابع  $y = x\sqrt{x}$  و  $y = x^2 + ax + b$  در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱۹- گزینه «۴»

۱۲۰- در تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4}\right](x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$  مقدار  $f'(2) - f'(5)$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

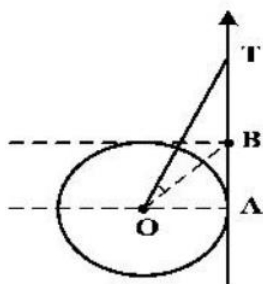
$\frac{2}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۱۲۰- گزینه «۱»

۱۲۱- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر  $BT = 2$  باشد، مقدار  $\tan(\widehat{TOB})$  کدام است؟



$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۱۲۱- گزینه «۳»

باران باش و بیار، نپرس کاسه های خالی از آن کیست... / بهایون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۰۹۱۲