

۱۲۶- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ ، کدام است؟

- ۱)  $1+2\sqrt{3}$       ۲)  $2\sqrt{3}$       ۳)  $1+\sqrt{3}$       ۴)  $1$

گزینه ۱

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-\epsilon+\sqrt{3}}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$$

۱۲۷- جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدر نسبت دنباله هندسی، کدام است؟

- ۱)  $\frac{4}{3}$       ۲)  $\frac{3}{2}$       ۳)  $2$       ۴)  $\frac{9}{4}$

گزینه ۴

$$a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 10d$$

$$q = \frac{a_1 + 6d}{a_1 + 2d} = \frac{a_1 + 10d}{a_1 + 6d} = \frac{a_1 + 6d - (a_1 + 10d)}{a_1 + 2d - (a_1 + 6d)} = \frac{9d}{4d} = \frac{9}{4}$$

۱۲۸- فرض کنید باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x-4$  و  $x+2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند، باقی مانده تقسیم

$p(x^2) + 4p(-x)$  بر  $x-2$ ، کدام است؟

- ۱)  $7$       ۲)  $1$       ۳)  $0$       ۴)  $-1$

گزینه ۱

$$P(4) = 3$$

$$P(-2) = 1$$

$$P(2^2) + 4P(-2) = 3 + 4 = 7$$

۱۲۹- معادله درجه دوم  $2x^2 + mx + m + 6 = 0$  دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر  $m$  کدام است؟  
 (۱)  $(-4, 0)$  (۲)  $(-4, -2)$  (۳)  $(-6, 0)$  (۴)  $(-6, -4)$

گزینه ۴

گزینه های ۱ و ۳ غلط  $\Delta < 0$   $\rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 0$  :  $m = -2$   
 بد

گزینه ۲ غلط  $\Delta < 0$  :  $2x^2 - 3x + 3 = 0$   $m = -3$   
 بد

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله  $3 < \frac{2x-1}{x+1} < -1$ ، کدام است؟

(۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $(4, +\infty)$  (۳)  $\mathbb{R} - [-4, 0]$  (۴)  $\mathbb{R} - [-4, -1]$

گزینه ۳

گزینه های ۱ و ۲ غلط  $3 < \frac{11}{4} < -1$  :  $x = -5$  خوب

گزینه ۴ غلط  $3 < -1 < -1$  :  $x = 0$  بد

۱۳۱- فرض کنید  $A(-1, 9)$  رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  گذرا بر نقطه  $(3, 1)$  باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۱)  $(5, -7)$  (۲)  $(5, -9)$  (۳)  $(2, 5)$  (۴)  $(1, 5)$

گزینه ۲

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

اس  $A(-1, 9)$

$$\hookrightarrow a - b + c = 9 \rightarrow c = \frac{17}{2}$$

$$(3, 1) \rightarrow 9a + 3b + c = 1$$

$$8a + 4b = -8 \rightarrow 2a + b = -2 \rightarrow b = -1$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{17}{2} \rightarrow (5, -9)$$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 2x$ ;  $(x > 1)$  مفروض است. قرینه نمودار آن نسبت به محور  $x$ ها را،  $۱۶$  واحد در امتداد محور  $y$ ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$۲\sqrt{۵} \quad (۴)$$

$$۵\sqrt{۲} \quad (۳)$$

$$۶\sqrt{۲} \quad (۲)$$

$$۴\sqrt{۵} \quad (۱)$$

گزینه ۱

$$f(x) = x^p - px \xrightarrow{\text{قرینه محور } x \text{ ها}} f(x) = -x^p + px$$

$$\xrightarrow{+۱۶ \text{ محور } y \text{ ها}} f(x) = -x^p + px + ۱۶ = x^p - px$$

$$x^p - px - ۸ = 0 \rightarrow (x - ۴)(x + ۲) = 0$$

$$x = ۴ \text{ ق ق ق}$$

$$\left| \begin{array}{c} ۴ \\ ۸ \end{array} \right| \text{ نقطه} \quad \left| \begin{array}{c} ۰ \\ ۰ \end{array} \right| \text{ مبدأ} \quad \text{فاصله} \quad \sqrt{۱۶ + ۶۴} = ۴\sqrt{۵}$$

۱۳۳- در بازه  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = (x-1)^2$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 4x^2$  است. بیشترین مقدار  $b-a$ ، کدام است؟

$$\frac{۵}{۲} \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

گزینه ۲

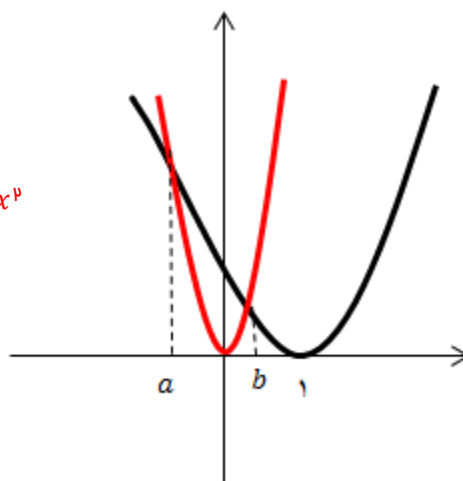
$$(x-1)^p > 4x^p$$

$$(x-1)^p = 4x^p$$

$$|x-1| = 2x^p \rightarrow x \geq 1 \text{ نه}$$

$$\rightarrow x < 1 \rightarrow -x+1 = 2x^p$$

$$2x^p + x - 1 = 0 \rightarrow x = -1, x = \frac{1}{p}$$



۱۳۴- اگر  $f(x) = [x] - x$  و  $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

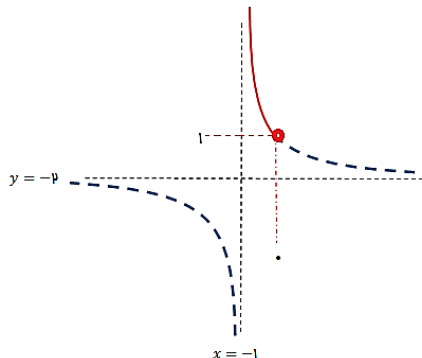
- (۱)  $(-1, 1)$       (۲)  $(-1, 1)$       (۳)  $[1, +\infty)$       (۴)  $(-\infty, 1)$

گزینه ۳

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} (-1, 0] \quad x \neq -1 \xrightarrow{g} \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\text{اشتراک } (-1, 0] \xrightarrow{g} [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$$



۱۳۵- فرض کنید  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  باشد. حاصل  $g(3) + g(15)$  کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۱      (۳) ۱۰      (۴) ۸

گزینه ۳

$$x + 2\sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = 15 \rightarrow x = 9$$

$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{1}{2x}$  بر دامنه  $(0, +\infty)$  مفروض است. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{2}{2}$       (۲)  $-\frac{3}{4}$       (۳)  $-1$       (۴)  $-\frac{1}{2}$

گزینه ۴

$$f^{-1}(x) = -x$$

$x = -2 \Rightarrow$

$$f^{-1}(-1) = 1$$

$$f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$x = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = x - \frac{1}{2x}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1$$

$$\text{ضرب} = -\frac{1}{2}$$

۱۳۷- اگر  $\log_3 2 = \frac{5}{8}$  باشد. آنگاه  $\log_{18} 8$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (د)}$$

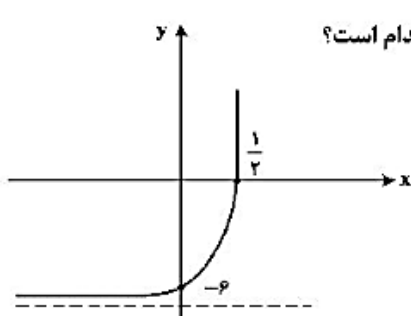
$$\frac{8}{11} \text{ (ب)}$$

$$\frac{5}{7} \text{ (ز)}$$

$$\frac{15}{22} \text{ (ا)}$$

گزینه پ

$$\log_{18}^{\wedge} = \frac{\log_{\mu}^{\wedge}}{\log_{\nu}^{\wedge}} = \frac{\mu \log_{\mu}^{\nu}}{\nu \log_{\mu}^{\nu} + \log_{\mu}^{\nu}} = \frac{\frac{15}{8}}{\frac{\mu}{8} + \frac{5}{8}} = \frac{15}{\mu + 5} = \frac{15}{22} = \frac{5}{7}$$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -9 + (\frac{1}{\mu})^{ax+b}$  است.  $f(2)$ ، کدام است؟

$$234 \text{ (ا)}$$

$$108 \text{ (ب)}$$

$$72 \text{ (ز)}$$

$$18 \text{ (د)}$$

گزینه ا

$$f(x) = -9 + (\frac{1}{\mu})^{ax+b}$$

$$-9 + (\frac{1}{\mu})^b = -4 \rightarrow \mu^{-b} = \mu \rightarrow b = -1$$

$$-9 + (\frac{1}{\mu})^{\frac{a}{2}-1} = 0 \rightarrow (\mu)^{1-\frac{a}{2}} = \mu^2$$

$$1 - \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = -2$$

$$f(x) = -9 + (\frac{1}{\mu})^{-2x-1} \quad \dots \quad f(2) = -9 + \mu^5 = 234$$

۱۳۹- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2}$  را در نظر بگیرید.  $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

$$\log_2(3 + \sqrt{5}) \text{ (د)}$$

$$\log_2(2 + \sqrt{5}) \text{ (ب)}$$

$$\log_2(1 + \sqrt{5}) \text{ (ز)}$$

$$\log_2(-1 + \sqrt{5}) \text{ (ا)}$$

گزینه ب

$$\mu^x - (\frac{1}{\mu})^x = 4 \rightarrow \mu^x = A$$

$$A^p - 4A - 1 = 0 \quad \dots \quad f^{-1}(p) = \log_{\mu}^{(p+\sqrt{5})}$$

$$A = p + \sqrt{5} \text{ ق ق} \quad \mu^x = p + \sqrt{5}$$

$$A = p - \sqrt{5} \text{ غ ق} \quad x = \log_{\mu}^{(p+\sqrt{5})}$$

۱۴۰- حاصل عبارت  $\tan(285)\tan(-165) - \sin(1095)\cos(255)$  کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند)

- (۱)  $\sin^2(15)$       (۲)  $\cos^2(15)$       (۳)  $-\sin^2(15)$       (۴)  $-\cos^2(15)$

گزینه ۴

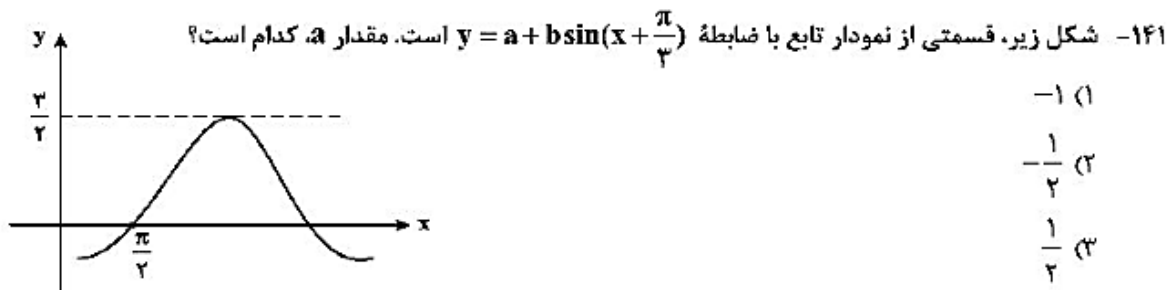
$$\tan(285)\tan(-165) - \sin(1095)\cos(255) = -1 + \sin^2 15 = -\cos^2 15$$

$$\tan(285) = \tan(270 + 15) = -\cot 15$$

$$\tan(-165) = -\tan(180 - 15) = \tan 15$$

$$\sin(1095) = \sin(4\pi + 15) = \sin 15$$

$$\cos(255) = \cos(270 - 15) = -\sin 15$$



- (۱) -۱  
(۲)  $-\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴) ۱

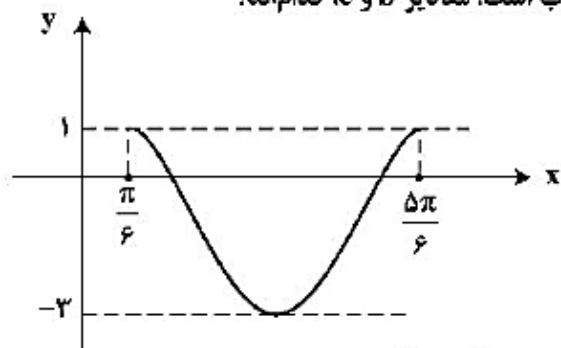
گزینه ۳

$b < 0$  با توجه به شکل  $\sin$  برعکس  $a + |b| = \frac{3}{2} \rightarrow a - b = \frac{3}{2}$

$$\left(\frac{\pi}{3}, 0\right) \rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه تناوب است. مقادیر  $b$  و  $c$ ، کدامند؟



$$b=3, c=-1 \quad (1)$$

$$b=3, c=-2 \quad (2)$$

$$b=\frac{3}{2}, c=-2 \quad (3)$$

$$b=\frac{3}{2}, c=-1 \quad (4)$$

گزینه ۱

$$T = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2 \rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max: |a| + c = 1 \\ \max: -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 4c = -4 \rightarrow c = -1 \rightarrow \text{گزینه ۲ غلط}$$

۱۴۳- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی  $f \sin(3x) \cos(3x) = 1$ ، در بازه  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

گزینه ۳

$$f \sin(3x) \cos(3x) = \frac{1}{f}$$

$$x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36}$$

$$\sin 6x = \frac{1}{f}$$

$$0 \leq \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \leq \frac{\pi}{4}$$

$$6x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{24}$$

$$0 \leq 12k + 5 \leq 18$$

$$0 \leq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{24} \leq \frac{\pi}{4} \rightarrow 0 \leq 12k + 1 \leq 18$$

$$-5 \leq 12k \leq 13$$

$$-1 \leq 12k \leq 17$$

$$-\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{17}{12}$$

$$-\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{17}{12}$$

$$k = 0, 1$$

$$k = 0, 1$$

معادله ۴ جواب دارد

۱۴۴- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$  در  $x = \frac{\pi}{2}$  پیوسته است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$       (۲)  $1$       (۳)  $-1$       (۴)  $-\frac{1}{5}$

گزینه ۴

$$a = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\sin^2 x - \cos x}{-\sin^2 x} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{4\cos^2 x + \sin x}{-2\cos^2 x} = \frac{-4+1}{2} = -\frac{3}{2}$$

۱۴۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{4}{17}$       (۲)  $-\frac{6}{17}$       (۳)  $-\frac{5}{12}$       (۴)  $-\frac{6}{11}$

گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2 \rightarrow n = 3 \quad a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{12x^2 - 12x}{4x^2 + 14x} = \frac{3-6}{\frac{1}{2}+7} = \frac{-3}{\frac{15}{2}} = -\frac{4}{17}$$

۱۴۶- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  و  $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه  $x = 2$  مشترک‌اند.

مقدار  $b$ ، کدام است؟

(۱)  $4$       (۲)  $5$       (۳)  $6$       (۴)  $7$

گزینه ۴

$$f(2) = g(2) \rightarrow 4 = 4a + 2b \rightarrow 2a + b = 2$$

$$f'(2) = g'(2) \rightarrow -3 = 4a + b$$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \quad \begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a + b = -3 \end{cases} \rightarrow a = -\frac{5}{2} \quad b = 7$$

$$g'(x) = 2ax + b$$



۱۴۷- مقدار مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^2}$  در نقطه  $x = -2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۴

$$f(-2) = 4$$

$$\ln f(x) = \frac{2}{3} \ln(2x - x^2) - \ln(3x + 5)$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{3} \left( \frac{2-2x}{2x-x^2} - \frac{3}{3x+5} \right)$$

$$f'(-2) = \frac{4}{3} \left( -\frac{3}{4} + 3 \right) = \frac{4}{3} \left( \frac{9}{4} \right) = 4$$

گزینه ۱

۱۴۸- مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

۱ + \sqrt{3} (۴)

-1 + \sqrt{3} (۳)

1 + \sqrt{5} (۲)

-1 + \sqrt{5} (۱)

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} = m$$

$$(m-1)x^2 - 2x + m + 3 = 0$$

$$\Delta' = 1 - (m-1)(m+3)$$

$$m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$m = -1 \pm \sqrt{5} \rightarrow m = -1 + \sqrt{5} \text{ ق ق } , m = -1 - \sqrt{5} \text{ ق ق}$$

۱۴۹- کوتاهترین فاصله نقطه  $A(5, 0)$  از نقاط منحنی به معادله  $y = \sqrt{2x+7}$ ، کدام است؟

۳\sqrt{2} (۴)

۵ (۳)

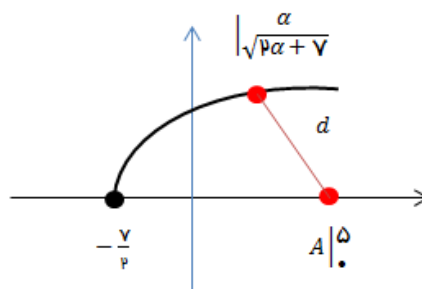
۴/۵ (۲)

۴ (۱)

گزینه ۱

$$d = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + 2\alpha + 7}$$

$$d_{\min} = \sqrt{1 + 8 + 7} = 4$$



$$d' = \frac{\alpha - 5 + 1}{\sqrt{(\alpha - 5)^2 + 4\alpha + 7}} = 0 \rightarrow \alpha = 4$$

۱۵۰- به چند طریق می توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

۱۵۰ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۲۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

گزینه ۴

$$3 \times \frac{5!}{1! \times 1! \times 3!} + \frac{3 \times 5!}{1! \times 2! \times 2!} = 60 + 90 = 150$$

۱۵۱- ۱۰ نفر در یک صف ایستاده اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن ها، در کنار هم نیستند؟

 $\frac{9}{10}$  (۴) $\frac{4}{5}$  (۳) $\frac{3}{4}$  (۲) $\frac{2}{3}$  (۱)گزینه ۳

$$\text{کنار هم هستند} \quad \frac{2 \times 9!}{10!} = \frac{1}{5}$$

$$\text{کنار هم نیستند} \quad 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

۱۵۲- داده های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۸، ۱۰ و ۱۰ مفروض اند. ضریب تغییرات داده ها، کدام است؟  $\left(\sqrt{\frac{2}{7}} \cong 0,534\right)$

۰,۳۰ (۴)

۰,۲۵ (۳)

۰,۲۰ (۲)

۰,۱۵ (۱)

گزینه ۲

۲, ۲, ۰, ۰, ۰, -۱, -۳

$$\delta^2 = \frac{2(2)^2 + (-1)^2 + (-3)^2}{7} - (0)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{18}{7} \rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 1,602$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{X}_{\text{اصلی}}} = \frac{1,602}{8} \cong 0,2$$

$$\bar{X}_{\text{کوچک}} = ۰ \quad \bar{X}_{\text{اصلی}} = ۸$$

۱۵۳- اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات  $y + 2x = 16$ ،  $y - x = 2$  و  $y = 0$  هستند. اندازه میانه نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه مختصات کدام است؟

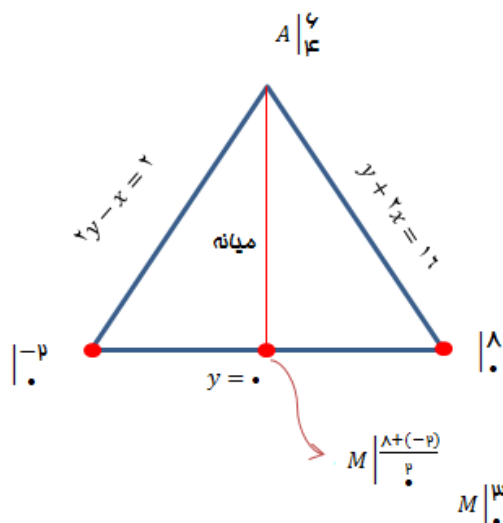
- (۱)  $2\sqrt{5}$       (۲) ۵      (۳)  $3\sqrt{3}$       (۴) ۶

گزینه ۲

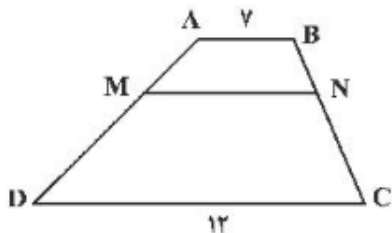
$$\begin{cases} y + 2x = 16 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

$$\Delta y = 20 \rightarrow y = 4, x = 6$$

$$\text{اندازه} = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$



۱۵۴- در ذوزنقه  $ABCD$ ، پاره خط  $MN$  موازی قاعده‌ها و  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  است. اندازه  $MN$ ، کدام است؟

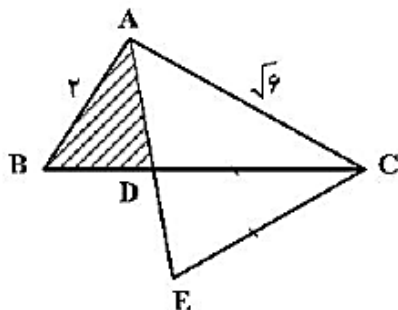


- (۱) ۸  
(۲)  $8,75$   
(۳) ۹  
(۴)  $9,5$

گزینه ۳

$$x = \frac{(2)(12) + 3(7)}{2+3} = \frac{45}{5} = 9$$

۱۵۵- در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  و  $CE = CD$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث  $ABD$  و  $ACE$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{2}{3}$   
 (۳)  $\frac{3}{4}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

گزینه ۲

مثلث‌های  $ABD$ ،  $ACE$  متشابه

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACE}} = \left(\frac{AD}{CE}\right)^2 = \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$