

اگر انسانها قدر فرصت را بدانند، هیچگاه از کفش بند و دار استغاده نمی کنند. «آلبرت اینشتین»

۱۲۶- حاصل عبارت $(2-\sqrt{3})^{-1} + \frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}}$ ، کدام است؟

- (۱) $1+2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) ۱

۱۲۷- گزینه «۱» ابتدا عبارت داده شده را تا حد امکان ساده می کنیم و سپس با گویا کردن منخرج کسرها، شروع به ساده کردن می کنیم:

۱۲۷- جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدر نسبت دنباله هندسی، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۲۷- گزینه «۴»

۱۲۸- فرض کنید باقی مانده تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x-4$ و $x+2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقی مانده تقسیم

$p(x^2) + 4p(-x)$ بر $x-2$ ، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) -۱

۱۲۸- گزینه «۱»

۱۲۹- معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر m کدام است؟
 (۱) $(-4, 0)$ (۲) $(-4, -2)$ (۳) $(-6, 0)$ (۴) $(-6, -4)$

۱۲۹- گزینه «۴» برای آنکه معادله درجه دوم دارای دو ریشه مثبت باشد، باید مهین (دلنا) بزرگ تر از صفر باشد و $S > 0, P > 0$

۱۳۰- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-1}{x+1} < -1$ ، کدام است؟
 (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(4, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, -1]$

۱۳۰- گزینه «۳» برای پیدا کردن مجموعه جواب نامعادله مضاعف می توان از روش های مختلفی استفاده نمود که به یکی از آنها اشاره می شود:

۱۳۱- فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟
 (۱) $(5, -7)$ (۲) $(5, -9)$ (۳) $(2, 5)$ (۴) $(1, 5)$

۱۳۱- گزینه «۲» نقاط داده شده در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ صدق می کنند

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x; (x > 1)$ ، مفروض است. قرینه نمودار آن نسبت به محور x ها را، 16 واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

(۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۳۲- گزینه «۱» باقرینه تابع نسبت به محور طول ها، و در امتداد محور عرض ها تابع انتقال یافته را می نویسیم:

۱۳۳- در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = (x-1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^4$ است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟
 (۱) 1 (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 2 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۳۳- گزینه «۲» برای آنکه تابع $g(x)$ در بالای تابع $f(x)$ قرار گیرد، باید نامعادله را نوشته و حل نماییم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow \sqrt{x} < (2x-1)^2 \Rightarrow \Rightarrow \text{Max}(b-a) = \frac{1}{2}$$

۱۳۴- اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 1]$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

۱۳۴- گزینه «۳» می‌دانیم $0 \leq u - [u] < 1$

۱۳۵- فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد. حاصل $g(3) + g(15)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۱۳۵- گزینه «۳» با توجه به مفهوم تابع مرکب $g(x) = f^{-1}(x)$ داریم: $f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$

$$\begin{cases} g(3) = f^{-1}(3) = a \Rightarrow a + 2\sqrt{a} = 3 \Rightarrow a = 1 \\ g(15) = f^{-1}(15) = b \Rightarrow b + 2\sqrt{b} = 15 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1 + 9 = 10$$

۱۳۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول

قطع می‌کند؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) -1 (۴) $-\frac{1}{2}$

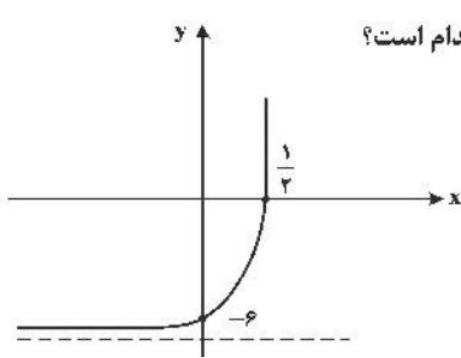
۱۳۶- گزینه «۴» می‌دانیم نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را در نقطه $(-a, a)$ قطع می‌کند ($a > 0$)

$$f^{-1}(-a) = a \Rightarrow f(a) = -a \Rightarrow a - \frac{1}{2a} = -a \Rightarrow 4a^2 = 1 \xrightarrow{a>0} a = \frac{1}{2}$$

۱۳۷- اگر $\log_3 2 = \frac{5}{8}$ باشد، آنگاه $\log_{18} 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{22}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{8}{11}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۳۷- گزینه «۲» با استفاده از خاصیت‌های لگاریتم شروع به ساده کردن می‌کنیم: $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ ، $\log_a a = 1$ ، $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$



۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -9 + (\frac{1}{3})^{ax+b}$ است. کدام است $f(2)$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۳۴
- (۲) ۱۰۸
- (۳) ۷۲
- (۴) ۱۸

۱۳۸- گزینه (۱) با استفاده از شکل داده شده، مختصات تقاطع بر خورده با محورهای مختصات را در تابع قرار می دهیم: $f(\frac{1}{2}) = 0, f(0) = -6$

$$\begin{cases} f(0) = -9 + (\frac{1}{3})^b = -6 \\ f(\frac{1}{2}) = -9 + (\frac{1}{3})^{\frac{a}{2}+1} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = -4 \xrightarrow{f(x) = -9 + (\frac{1}{3})^{-4x-1}} f(2) = -9 + 3^9 = 234$$

۱۳۹- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2}$ را در نظر بگیرید. کدام است $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

- (۱) $\log_2(-1 + \sqrt{5})$
- (۲) $\log_2(1 + \sqrt{5})$
- (۳) $\log_2(2 + \sqrt{5})$
- (۴) $\log_2(3 + \sqrt{5})$

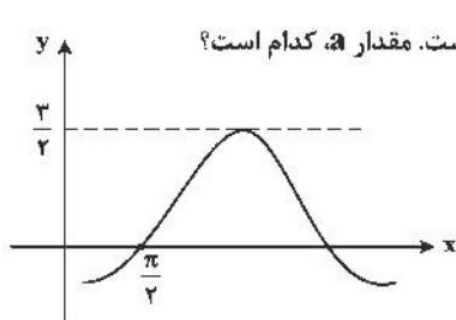
۱۳۹- گزینه (۳) با استفاده از تعریف وارون تابع جواب به سادگی پیدا می شود: $f(a) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$

$$f(a) = 2 \Rightarrow \frac{2^a - (\frac{1}{2})^a}{2} = 2 \Rightarrow 2^a - \frac{1}{2^a} = 4 \xrightarrow{2^a > 0} \begin{cases} 2^a = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow a = \log_2(2 + \sqrt{5}) \\ 2^a = 2 - \sqrt{5} \times \end{cases}$$

۱۴۰- حاصل عبارت $\tan(285)\tan(-165) - \sin(1095)\cos(255)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

- (۱) $\sin^2(15)$
- (۲) $\cos^2(15)$
- (۳) $-\sin^2(15)$
- (۴) $-\cos^2(15)$

۱۴۰- گزینه (۴) با توجه به دایره مثلثاتی شروع به ساده کردن زوایای کنیم:



۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. مقدار a ، کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

۱۴۱-گزینہ (۳)

$$\text{Max}(f) = |b| + a = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow a + b\cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$



۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ ، در یک بازه تناوب است. مقادیر b و c ، کدام اند؟

(۱) $b=3, c=-1$

(۲) $b=3, c=-2$

(۳) $b=\frac{3}{2}, c=-2$

(۴) $b=\frac{3}{2}, c=-1$

۱۴۲-گزینہ (۱) با توجه به نمودار داده شده، می‌تیم تابع در سمت راست محور عرض با قرار دارد. پس a و b هم علامت نیستند: $ab < 0$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{5\pi}{6} - \left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = 3$$

۱۴۳- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $4\sin(3x)\cos(3x) = 1$ ، در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ، کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۴۳-گزینہ (۳)

۱۴۴- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته است؟

(۴) $-1/5$

(۳) -1

(۲) ۱

(۱) $1/5$

۱۴۴-گزینہ (۴)

۱۴۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} f(x)$ کدام است؟

$$-\frac{6}{11} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$-\frac{6}{17} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{17} \quad (1)$$

۱۴۵- گزینه «۲» در محاسبه حد در بی نهایت، حد پرتوان مورد استفاده قرار گرفته، ضمناً "حدود کسری زمانی برابر عدد مخالف صفر است که درجه صورت و مخرج برابر باشد:

۱۴۶- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار b ، کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۴۶- گزینه «۴» برای آنکه یک تابع در یک نقطه مشتق پذیر باشد، ابتدا باید در نقطه فوق پیوسته باشد پس مشتق چپ و مشتق راست در نقطه فوق برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Rightarrow -2 - 2b + c = 2 \Rightarrow -2b + c = 4 \\ f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow -(-2) + b = \frac{-2}{2\sqrt{5 - (-2)}} \Rightarrow b = \frac{-7}{3}, c = \frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۴۷- مقدار مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^2}$ ، در نقطه $x = -2$ ، کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۱۴۷- گزینه «۴» از فرمول های مشتق، مشتق تابع را در نقطه $x = 2$ محاسبه می کنیم: $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ، $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u'v}{v^2}$ ، $(u^n)' = nu^{n-1}u'$

$$f'(-2) = 6$$

۱۴۸- مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

$$1 + \sqrt{3} \quad (4)$$

$$-1 + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$1 + \sqrt{5} \quad (2)$$

$$-1 + \sqrt{5} \quad (1)$$

۱۴۸- گزینه «۱» به کمک مشتق و برابری با صفر نقطه ماکسیمم نسبی را محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow$$

۱۴۹- کوتاه‌ترین فاصله نقطه $A(5, 0)$ از نقاط منحنی به معادله $y = \sqrt{2x+7}$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۵ (۴) $3\sqrt{2}$

۱۴۹-گزینه «۱»

۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۰

۱۵۰-گزینه «۴»

۱۵۱- ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد موردنظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{9}{10}$

۱۵۱-گزینه «۳»

۱۵۲- داده‌های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۸، ۱۰ و ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $\left(\sqrt{\frac{2}{7}} \cong 0,5334\right)$

- (۱) ۰,۱۵ (۲) ۰,۲۰ (۳) ۰,۲۵ (۴) ۰,۳۰

۱۵۲-گزینه «۲» برای محاسبه ضریب تغییرات، انحراف معیار را محاسبه نموده و بر میانگین داده‌ها تقسیم می‌کنیم. باید توجه داشت: $\overline{X_{ax+b}} = a\bar{X} + b$

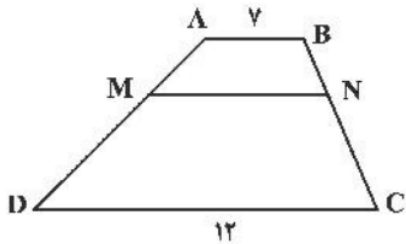
$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow C.V = 0,20$$

۱۵۳- اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$ ، $2y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازه میانه نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۵ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۶

۱۵۳-گزینہ (۲)

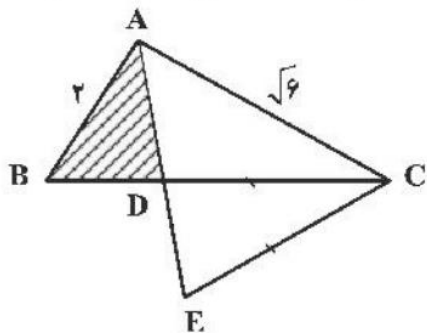
۱۵۴- در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه MN ، کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) $8\frac{2}{5}$
(۳) ۹
(۴) $9\frac{5}{8}$

۱۵۴-گزینہ (۳) با توجه قضیه تالس و تعمیم آن داریم:

۱۵۵- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ACE و ABD ، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۵۵-گزینہ (۲)

باران باش و بیار، نپرس کاسه های خالی از آن کیست... / همایون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۰۹۱۲