

استاد شریک

سوالات گنگور سراسری رشته ریاضی ۹۹

ریاضیات گسسته

"می دانستم اگر شکست بخورم، پشیمان نخواهم شد ولی اگر تلاش نکنم، حتماً پشیمان خواهم شد..."

۱۴۹- چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰ با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۴۹-گزینہ «۲» با توجیه قضیه تقسیم می توان رابطه را نوشت:  $a = bq + r$ ,  $(0 \leq r < q)$

$$a = 430q + q^2, (0 \leq q^2 < 430) \xrightarrow{a=9q, 0 \leq q \leq 20} q^2 + 430q \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow q = 2, 9, 11, 18, 20$$

۱۵۰- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها است. اگر مجموع این دو عدد

۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

۵۶ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

۱۵۰-گزینہ «۴» با توجیه رابطه داده شده و مفهوم ب.م.م می توان جواب را یافت:  $a = a'd, b = b'd \xrightarrow{(a',b')=1} [a, b] = a'b'd$

$$\begin{cases} [a, b] = 60(a, b) \\ a + b = 136 \end{cases} \Rightarrow a'd, b = b'd = 136 = 17 \times 8 \xrightarrow{(a'+b')d=17 \times 8} \begin{cases} a'b' = 60 \\ a' + b' = 17 \end{cases} \Rightarrow a' = 5, b' = 12$$

$$b - a = b'd - a'd = 12 \times 8 - 5 \times 8 = 56$$

۱۵۱- اگر عدد  $2^n - 1$  بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۵۱-گزینہ «۳» می دانیم با کمک خواص هم نهشتی می توان جواب را سریع یافت:  $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n]}$

$$\begin{cases} 2^2 \equiv 1 \pmod{7} \\ 2^5 \equiv 1 \pmod{31} \end{cases} \Rightarrow 2^{10} \equiv 1 \pmod{[7, 31] = 217} \xrightarrow{n=10k} n: 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

۱۵۲- عدد چهار رقمی  $\overline{aabb}$ ، مجذور عدد دو رقمی  $\overline{cc}$  است.  $a-b$ ، کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۱۵۲- گزینه «۱» ابتدا عدد را بسط می‌دهیم و به یک معادله یک یا چند مجهولی می‌رسیم، برای حل آن شرایط محدود کننده را نوشته و ارقام را پیدا می‌کنیم:

$$b + 10b + 100a + 1000a = (c + 10c)^2 \Rightarrow 100a + b = 11c^2 \Rightarrow c = 8, b = 4, a = 7 \Rightarrow a - b = 3$$

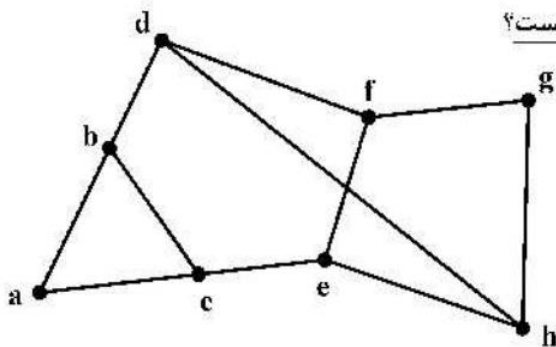
۱۵۳- اگر درجه رأس‌های یک گراف ۲، ۲، ۲، ۴، ۴ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۱۵۳- گزینه «۴» در گراف‌هایی که شکل مقارن دارند، یک نمونه از هر مدل دور را پیدا می‌کنیم و با توجه به تقارن مسئله تعداد دورها را پیدا می‌کنیم:

در گراف ۶ دور وجود دارد  $abca, adca, abcda, aefca, abcfea, aefcda$

۱۵۴- در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه گر مینیمال، نیست؟



- {a, e, g} (۱)  
 {a, f, g} (۲)  
 {b, c, g} (۳)  
 {c, f, h} (۴)

۱۵۴- گزینه «۱» مجموعه  $\{a, e, g\}$  رأس  $d$  را احاطه نمی‌کند، پس اصلاً "مجموعه احاطه گر نیست". سایر گزینه‌ها احاطه گر مینیمال هستند.

۱۵۵- در یک گراف ۷ رأسی غیر تهی و غیر کامل  $K$  - منتظم،  $K$  چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۵۵- گزینه «۲» در گراف مجموع درجه رؤس همواره زوج است:  $k.p = 2q$

$$p = 7 \xrightarrow{pk=2q} \forall k = 2q \Rightarrow k = 2n : k = 2, 4 \quad k = 0 \text{ تهی} \quad k = 6 \text{ کامل}$$

۱۴۲- تعداد جملات در بسط عبارت  $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

۱۴۲- گزینه «۴» تعداد جملات بسط  $(a+b+c)^n$  و تعداد جواب معادله  $x+y+z=n$  برابر است با:  $\binom{n+k-1}{k-1}$ 

$$(a+b+c)^{12} \xrightarrow{n=12, k=3} \binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

۱۴۳ در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴۳- گزینه «۲» طبق اصل لانه کبوتر (اصل جره) داریم: ابتدا ۳ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و سپس ۳ کتاب ریاضی  $9 = (3+2+3) + 1$ 

۱۴۴- به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

 $\frac{8}{15}$  (۴) $\frac{7}{15}$  (۳) $\frac{3}{5}$  (۲) $\frac{2}{5}$  (۱)۱۴۴- گزینه «۳» برای پیدا کردن تعداد اعداد بخش پذیر بر  $k$  می‌توان به کمک فرمول  $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$  عمل نمود. باید توجه داشت تعداد اعداد دو رقمی  $99 - 9 = 90$ 

$$\begin{cases} n(A) = \left\lfloor \frac{99}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{3} \right\rfloor = 33 - 3 = 30 \\ n(B) = \left\lfloor \frac{99}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{5} \right\rfloor = 19 - 1 = 18 \\ n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{99}{3 \times 5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{9}{3 \times 5} \right\rfloor = 6 - 0 = 6 \end{cases} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{30}{90} + \frac{18}{90} - \frac{6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

باران باش و بیار، نپرس کاسه های خالی از آن کیست... اهما یون شریک ۲۷۲۱ ۱۳۴ ۰۹۱۲