

پاسخ تشریحی کنکور ۹۹ داخل کشور - درس حسابان

۱۰۱- اگر $A \subseteq B$ داریم:

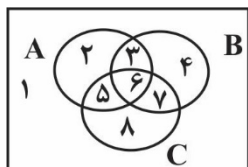
$$A - B = \emptyset$$

$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = B$$

اما هیچ نظری راجع به $B - A$ نمی‌توان داد و $B \cap A' = \emptyset$ یا $B - A = \emptyset$ نادرست است.

۱۰۲- شکلی مناسب رسم می‌کنیم؛ داریم:

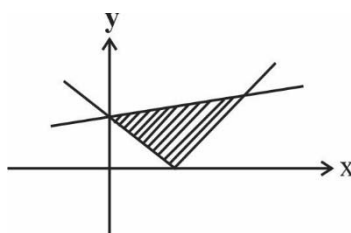


$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap (B' \cup A) - B) = \{2, 5\} \cup (\{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 8\} - \{3, 4, 6, 7\})$$

$$= \{2, 5\} \cup \{1, 2, 5, 8\} = \{1, 2, 5, 8\} = B'$$

۱۰۵- با توجه به گفته سؤال داریم $p(-1) = 8$ و $p(-\frac{1}{p}) = 5$ ؛ پس در گزینه‌ها، عبارتی درست است که این دو شرط برایش برقرارباشد و فقط $2x + 6$ به این صورت است.

۱۰۶-



$$y = |x - 2|$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

رئوس مثلث $A(0, 2)$ و $B(2, 0)$ و $C(8, 6)$ هستند.

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)| = \frac{1}{2} |0 + 8 + 16| = 12$$

۱۰۷-

$$g^{-1}(f^{-1}(20)) = ?$$

ابتدا $f^{-1}(20)$ را می‌یابیم:

$$x + \sqrt{x} = 20 \Rightarrow x = 16$$

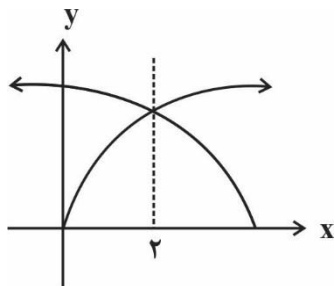
حال باید $x = 16$ را وارد g^{-1} کنیم، یعنی g را برابر ۱۶ قرار می‌دهیم:

$$\frac{9x+6}{1-x} = 16 \Rightarrow 9x+6 = 16-16x \Rightarrow 25x = 10 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

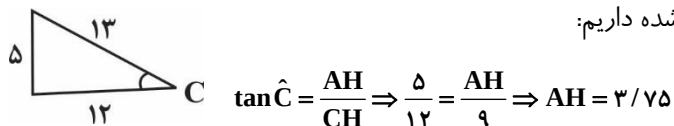
۱۰۸-

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{۴ واحد به راست}} y = \sqrt{-(x-4)}$$

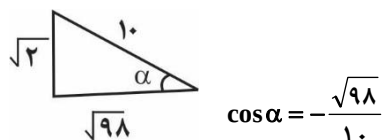
پس توابع $y = \sqrt{x}$ و $y = \sqrt{-x+4}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:نمودارها نسبت به $x=2$ متقارن هستند.



۱۰۹- اگر $\sin \hat{C} = \frac{5}{13}$ داریم؛ $\tan \hat{C} = \frac{5}{12}$ پس در مثلث گفته شده داریم:



۱۱۰- اگر $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ و α در ربع دوم باشد، داریم:



حال داریم:

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) &= \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)\cos\alpha - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\sin\alpha = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{98}}{10}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) \\ &= 0.7 - 0.1 = 0.6 = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

-۱۱۱

$$\tan(3x)\tan x = 1 \xrightarrow{+\tan x} \tan 3x = \cot x \Rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow x = \left\{ \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \right\} \Rightarrow \text{مجموع} = 6\pi$$

۱۱۲- آخرین عدد دسته ۱۹ ام برابر است با $\frac{19 \times 20}{2}$ یعنی ۱۹۰ پس دسته بیستم به این شکل است:

$$191, \dots, 210 \Rightarrow S = \frac{(210 + 191)20}{2} = 4010$$

۱۱۳- هر ماه مقدار عنصر $\frac{9}{10}$ برابر می شود، پس بعد از گذر x ماه داریم:

$$f(x) = 24\left(\frac{9}{10}\right)^x \Rightarrow 24\left(\frac{9}{10}\right)^x = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^x = \frac{1}{3}$$

از طرفین لگاریتم در مبنای ده می گیریم:

$$x(\log 9 - \log 10) = \log\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x(0.954 - 1) = -0.477 \Rightarrow -0.046x = -0.477 \Rightarrow x = 12$$

پس ۱۲ ماه یعنی ۳۶۰ روز لازم داریم.

$$2^{1-2n} = 0$$

۱۱۴- وقتی $n \rightarrow +\infty$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1}} = 1$$

پس حاصل حد برابر است با:

-۱۱۵

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x} + 1} \stackrel{\text{HOP}}{=} \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}} = \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}} = \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}} = -1/2$$

-۱۱۶

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x], & 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b, & x \geq 2 \end{cases} \quad x \leq 0$$

برای پیوستگی در صفر داریم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= 0 \\ f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= b \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= 1 \\ f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= 4 + 2a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۱۱۷- مجانب افقی $y = -1$ است پس داریم: $\frac{-2}{a} = -1$ و $a = 2$ و چون $x = 1$ و $x = -2$ مجانب قائم هستند؛ مخرج به صورت

است: $2(x-1)(x+2)$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2(x-1)(x+2)} \Rightarrow f(-1) = 1/25$$

۱۱۸- از طرفین عبارت مشتق می گیریم:

$$g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x}) \Rightarrow g'(x) = \frac{2 \tan x (1 + \tan^2 x)}{2\sqrt{1 + \tan^2 x}} f'(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

اگر $x = \frac{\pi}{3}$ قرار دهیم داریم:

$$g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{2 \times \sqrt{3} \times 4}{2 \times 2} f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه داریم $f'(2) = \frac{1}{4}$

-۱۱۹

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{\sqrt{21 - 36 + 24} - \sqrt{21 - 25 + 20}}{6 - 5} = \frac{3 - 4}{6 - 5} = -1$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21 - x^2 + 4x}} = \frac{-x + 2}{\sqrt{21 - x^2 + 4x}}$$

$$\frac{-x + 2}{\sqrt{21 - x^2 + 4x}} = -1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm 1 \cdot \sqrt{2}}{4} = 2 \pm \frac{5}{2} \sqrt{2}$$

۱۲۰- نقطه روی منحنی $(4, 8)$ است و برای شیب داریم:

$$f'(x) = \frac{(\Delta)\sqrt{x} - (\frac{1}{2\sqrt{x}})(\Delta x - 4)}{x} = \frac{1 \cdot 0 - 4}{4} = -\frac{3}{2}$$

معادله این خط $y = \frac{3}{2}x + 2$ است.

۱۲۱- از معادله داریم:

$$P = \tan \alpha \times \tan \beta = -\frac{1}{2} \text{ و } S = \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$$