

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و یانین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

مهندس عبدالعزیز - مدرس ریاضیات امضاء: ۰۹۳۷۱۲۲۲۰۳۵

۱-۱) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی با شرط  $A \subset B$  باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

$B \cap A' = \phi$  (۴) ✓  $A \cap B' = \phi$  (۳)  $A \cap B' = A$  (۲)  $B \cap A' = A$  (۱)

۱-۲) مجموعه  $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟

$B'$  (۴) ✓  $A$  (۳)  $A \cap B'$  (۲)  $A \cup B'$  (۱)

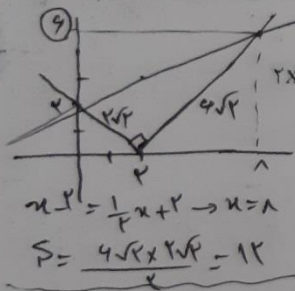
۱-۳) در مجموعه‌های چهار عضوی  $A = \{x+2, 1, 4, y\}$  و  $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد.

تعداد مجموعه‌ها به صورت  $\{(x, y), (z, t)\}$ ، کدام است؟  
 $\begin{cases} z=1 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$  (۳) ✓  
 $\begin{cases} z=4 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$  (۲)  
 $\begin{cases} z=1 \\ t=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$  (۱)

۱-۴) کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره  $q \Leftrightarrow p$  است؟

$(p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$  (۱) ✓  
 $(p \vee q) \vee \sim(p \wedge q)$  (۲)  
 $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$  (۳)  
 $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$  (۴)

۱-۵) باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x-1$  و  $2x+1$  به ترتیب،  $8$  و  $5$  است. باقی‌مانده تقسیم



$P(x)$  بر  $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

$2x+6$  (۳) ✓  $x+3$  (۲)  $-x+4$  (۱)

۱-۶) مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  و  $y = \frac{1}{x} + 2$ ، کدام است؟

$12$  (۴) ✓  $10$  (۳)  $9$  (۲)  $8$  (۱)

۱-۷) اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$  باشند، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

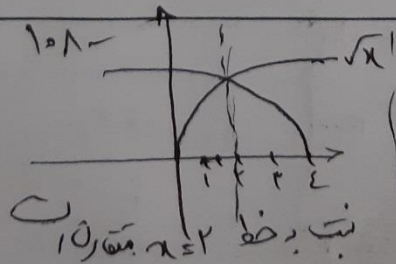
$\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۱) ✓

۱-۸) فریته نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را نسبت به محور  $oy$  تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را  $4$  واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$x = 2/5$  (۴)  $x = 2$  (۳) ✓  $x = 1/5$  (۲)  $x = 1$  (۱)

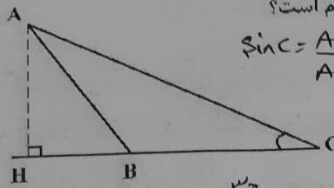
محل انجام محاسبات

۱۰۷-  $20 \rightarrow f^{-1} \rightarrow g^{-1} \rightarrow$  (۳) ✓  
 $20 \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow$  (۱) ✓  
 $x + \sqrt{x} = 20 \rightarrow x = 16$   
 $\frac{9x+6}{1-x} = 14 \rightarrow x = \frac{2}{5}$



نسبت خط  $x=2$  متقارن ۱۰۸-

۱۰۹- در شکل زیر، فرض کنید  $\sin C = \frac{5}{13}$  و  $CH = 9$ ، اندازه ارتفاع  $\Delta H$ ، کدام است؟



$$\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{5}{13} \rightarrow AC = \frac{13}{5} AH$$

۳/۲۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۳/۶ (۳)

۳/۷۵ (۴✓)

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 \rightarrow \frac{169}{25} AH^2 = AH^2 + 81$$

$$\frac{144}{25} AH^2 = 81 \rightarrow AH = \frac{9 \times 5}{12} = \frac{15}{4}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} \times \cos \alpha - \sin \frac{3\pi}{4} \times \sin \alpha = \cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha)$$

۱۱۰- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع دوم دایره مثلثاتی و  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ ، مقدار  $\cos(\frac{3\pi}{4} + \alpha)$ ، کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{91}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳✓)$$

$$-\frac{3}{5} \quad (۲)$$

۳/۷۵ (۴✓)

۳/۵ (۲)

۳/۶ (۳)

۳/۷۵ (۴✓)

$$\frac{\sqrt{199} - 2}{20} = \frac{14 - 2}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

۱۱۱- مجموع جوابهای معادله مثلثاتی  $\tan(3x)\tan(x) = 1$ ، در بازه  $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$1 + 7 + 11 + 19 = 19 \times 20 = 380$$

$$\frac{9\pi}{2} \quad (۳)$$

$$6\pi \quad (۲✓)$$

۵\pi \quad (۱)

$$\frac{191 + 110}{2} \times 20 = 3010$$

$$4010 \quad (۳✓)$$

$$4020 \quad (۲)$$

۴۱۲۰ (۱)

۱۱۲- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه،  $\frac{1}{10}$  جرم باقی مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می ماند؟ ( $\log 3 = 0,48$ )

$$240 \quad (۴)$$

$$270 \quad (۳)$$

$$300 \quad (۲)$$

۳۶۰ (۱)✓

۱۱۴- فرض کنید  $n \in \mathbb{N}$  حاصل  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{2n}}$ ، کدام است؟

$$-1 \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

۱ (۱)✓

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x}}{2 - \frac{2}{\sqrt{x+1}}} \xrightarrow{x=1} \frac{2 - \sqrt{1}}{2 - \frac{2}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$-\frac{4}{5} = -0,8 \quad (۳)$$

۱۱۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2\sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{2x+1}}$ ، کدام است؟

$$-0,6 \quad (۴)$$

$$-0,8 \quad (۳)$$

$$-1,2 \quad (۲✓)$$

-1,5 (۱)

۱۱۶- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$  یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار  $a$ ، کدام است؟

$$b=0$$

$$\frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$-\frac{2}{2} \quad (۱)✓$

محل انجام محاسبات

۱۱۱-  $\tan 2x = \frac{1}{\cot x} = \cot x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$   
 $k\pi = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$   
 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$   
 $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \dots$   
 $4\pi = \text{مجموع}$

121-A  $f(-1) = \frac{-2-3}{2-2-4} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

117- نمودار تابع  $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$  دارای خط‌های مجانب  $y = -1$  و  $x = -2$  است.  $f(-1)$  کدام است؟  
 صیغه  $y = -1 = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$   $\alpha = 2$

118- اگر  $f$  یک تابع مشتق‌پذیر،  $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$  و  $g'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟  
 $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$   $\alpha = 2$   $\beta = 2$   $\gamma = -1$

119- آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$  در بازه  $[5, 6]$  برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار  $x$  است؟  
 باسن صغی  $y' = \frac{-2x + 4}{\sqrt{21 - x^2}} = -1 \rightarrow 2x^2 - 11x - 17.5 = 0 \rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 140}}{4} = \frac{11 \pm 17.5}{4}$

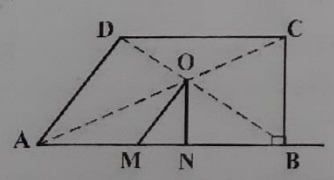
120- خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$  در نقطه  $x=4$  واقع بر آن، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟  
 باسن صغی  $f'(x) = \frac{5 - \frac{4}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{5 - \frac{2}{\sqrt{x}}}{x}$   $f'(4) = 1$

121- اگر  $\tan \alpha$  و  $\tan \beta$  برابر ریشه‌های معادله  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  باشند،  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟  
 باسن صغی  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})} = -1$

122- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه 9 و 16 واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟  
 باسن صغی  $\frac{5}{2}$

123- پاره خط AB به اندازه 8 واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های 3 و 7 واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟  
 (1) لوزی (2) متوازی‌الاضلاع (3) مستطیل (4) دوزنقه متساوی‌الساقین

124- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD ( $\hat{B} = 90^\circ$ )، پاره‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت  $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟  
 (1) 1 (2) 2 (3) کوچک‌تر از 1 (4) بزرگ‌تر از 1 کوچک‌تر از 2



محل انجام محاسبات

118-  $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x}) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot x^2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x)$   
 $g'(x) = f'(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot 2x \sqrt{1 + \tan^2 x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot (1 + \tan^2 x) + \dots$   
 $f'(2) = \frac{1}{2}$

120-  $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$   $f'(x) = \frac{5 - \frac{2}{\sqrt{x}}}{x}$   $f'(4) = \frac{5 - \frac{2}{2}}{4} = \frac{5 - 1}{4} = 1$   
 $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 4)$   $y = 1 + \frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = 2$

۱۴۶- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

۱۴۷- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه ای هستند. اگر  $P(A) = 0.4$ ،  $P(B|A) = 0.25$  و  $P(B) = 0.3$  باشد،  $P(B|A')$  کدام است؟

محل انجام محاسبات

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.25}{0.4} = \frac{5}{8}$$

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.4 \cdot 0.25 = 0.1$$

$$P(B \cap A') = P(B) - P(B \cap A) = 0.3 - 0.1 = 0.2$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{6}{91} = \frac{1}{15.16}$$

ریاضیات ۱۲۱-ا

۱۴۸- با توجه به نمودار میله ای فراوانی کمی گسسته، میانگین کدام است؟

$x_i$	7	12	13	17	19
$f_i$	12	18	25	10	25

$$\bar{x} = 13 = \frac{-7K - 18 + 25 + 10 + 19K}{10} = 1$$

$$\bar{x} = 14$$

پاسخ تشریحی سوالات دیفرانسیل کنکور ریاضی ۹۹ - مهندس عبدالمعید پرهیز

مدرس ریاضیات مدارس شهرستان بندرترکمن - گلستان ۰۹۳۷۱۲۲۲۰۳۵