

۱۰۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

$B \cap A' = \emptyset$ (۴) $A \cap B' = \emptyset$ (۳) $A \cap B' = A$ (۲) $B \cap A' = A$ (۱)

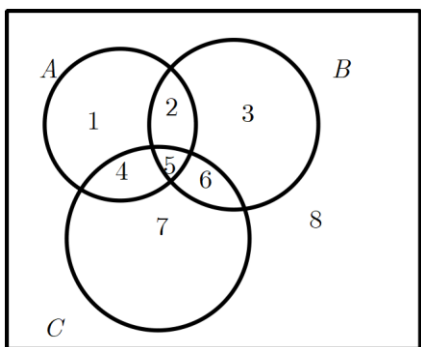
۱۰۱- گزینه ۴ واضح است که سه گزینه دیگر درست هستند.

۱۰۲- مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

B' (۴) A (۳) $A \cap B'$ (۲) $A \cup B'$ (۱)

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) \\ = \{1, 4\} \cup \{1, 4, 7, 8\} = B'$$

۱۰۲- گزینه ۴



۱۰۳- در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد.

تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

۶ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۱۰۳- گزینه ۳

$$\begin{cases} x+2=5 \rightarrow x=3 \\ y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=1 \\ t-1=4 \rightarrow t=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2=7 \rightarrow x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=4 \\ t-1=1 \rightarrow t=2 \end{cases}$$

زیرا

۱۰۴- کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

$$(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q) \quad (۲)$$

$$(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q) \quad (۱)$$

$$(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q) \quad (۴)$$

$$(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q) \quad (۳)$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

$$\equiv [\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

۱۰۴- گزینه ۱

۱۰۵- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب، ۸ و ۵ است. باقی مانده تقسیم

$P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

$$2x - 2 \quad (۴)$$

$$2x + 6 \quad (۳)$$

$$x + 2 \quad (۲)$$

$$-x + 4 \quad (۱)$$

$$p(x) = (2x^2 - x - 1)q(x) + ax + b$$

$$p(1) = 8 \rightarrow a + b = 8$$

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \rightarrow -\frac{1}{2}a + b = 5$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 6 \Rightarrow R = 2x + 6$$

۱۰۵- گزینه ۳

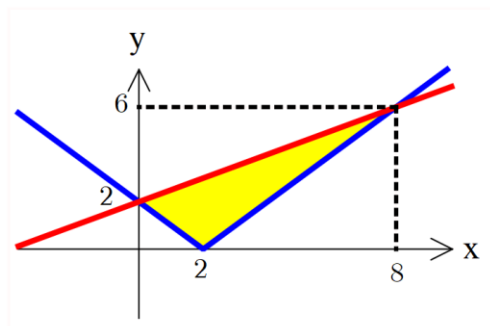
۱۰۶- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \frac{1}{2}x + 2$ و $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ ، کدام است؟

$$12 \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

$$9 \quad (۲)$$

$$8 \quad (۱)$$



۱۰۶- گزینه ۴

مساحت قسمت رنگی = مساحت ذوزنقه - سفیدها

$$S = \left(\frac{(2+6) \times 8}{2} \right) - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{6 \times 6}{2} \right) = 12$$

۱۰۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

۱۰۷- گزینه ۱

$$f^{-1}(20) = ?$$

$$x + \sqrt{x} = 20 \rightarrow \sqrt{x} = 20 - x \rightarrow x^2 - 41x + 400 = 0$$

$$(x - 25)(x - 16) = 0 \rightarrow x = 16$$

$$g^{-1}(16) = ?$$

$$\frac{9x+6}{1-x} = 16 \Rightarrow 16 - 16x = 9x + 6 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

۱۰۸- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$$x = 2,5 \quad (4)$$

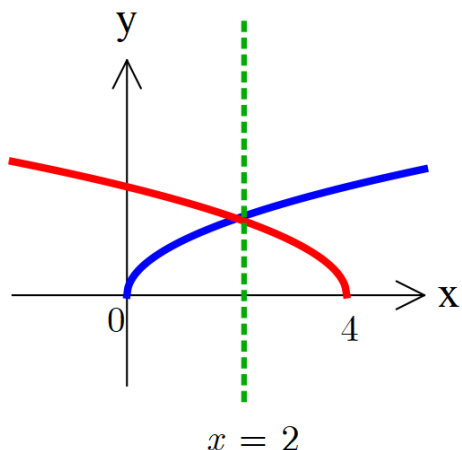
$$x = 2 \quad (3)$$

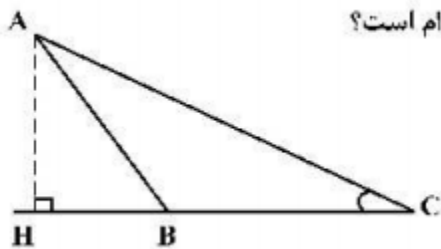
$$x = 1,5 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

۱۰۸- گزینه ۳

دو نمودار $y = \sqrt{x}$ و $y = \sqrt{-(x-4)}$ را رسم میکنیم.





۱۰۹- در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{25}$

(۲) $\frac{3}{5}$

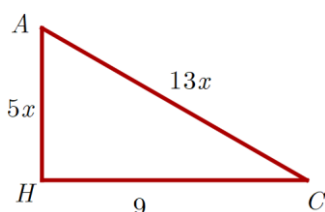
(۳) $\frac{3}{6}$

(۴) $\frac{3}{75}$

۱۰۹- گزینه ۴

چون مقدار \sin را داریم میتوان به این صورت در نظر گرفت:

با نوشتن رابطه فیثاغورث داریم:



$$(13x)^2 = (5x)^2 + 81 \rightarrow x^2 = \frac{81}{144} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$AH = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = \frac{3}{75}$$

۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۱) $-\frac{4}{5}$

۱۱۰- گزینه ۳

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) &= \cos\frac{11\pi}{4} \cos\alpha - \sin\frac{11\pi}{4} \sin\alpha \\ &= \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{-7\sqrt{2}}{10}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

۱۱۱- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\tan(3x)\tan(x) = 1$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{11\pi}{2}$ (۴) $\frac{9\pi}{2}$ (۳) 6π (۲) 5π (۱)

۱۱۱- گزینه ۲

$$\tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

و جوابهای قابل قبول در بازه داده شده عبارتند از:

$$3x = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$x_1 = \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, x_2 = \frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, x_3 = \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, x_4 = \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6\pi$$

۱۱۲- اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شمارهٔ آن دسته باشد، یعنی

$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ مجموع اعداد واقع در دستهٔ بیستم، کدام است؟

3980 (۴) 4010 (۳) 4020 (۲) 4120 (۱)

۱۱۲- گزینه ۳

جمله اول هر دسته را میتوان به فرم $\frac{n(n-1)}{2} + 1$ و جمله آخر هر دسته را میتوان به فرم

$\frac{n(n-1)}{2} + 1 + (n-1)$ در نظر گرفت. پس جمله اول و آخر دسته بیستم به این صورت است:

$$\text{جمله اول } \frac{20 \times 19}{2} + 1 = 191 \quad \text{جمله آخر } 191 + (20 - 1) = 210$$

از عدد ۱۹۱ تا ۲۱۰ تعداد ۲۰ جمله داریم پس: $S = \frac{20}{2}(191 + 210) = 4010$

۱۱۳- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی مانده را از دست

بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می ماند؟ ($\log 3 = 0,48$)

$$240 \text{ (4)} \quad 270 \text{ (3)} \quad 300 \text{ (2)} \quad 360 \text{ (1)}$$

۱۱۳- گزینه ۱

$$24 \times \left(\frac{90}{100}\right)^t = 8 \rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t = \frac{1}{3} \quad \text{وقتی ۱۰ درصد کم میشه یعنی ۹۰ درصد میمونه پس:}$$

$$t(\log 9 - \log 10) = (-\log 3)$$

از طرفین لگاریتم میگیریم داریم:

$$t = \frac{-0,48}{2 \times 0,48 - 1} = 12 \quad \text{پس ۱۲ ماه طول میکشد این اتفاق بیفتد}$$

$$t = 12 \times 30 = 360 \quad \text{یعنی}$$

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ کدام است؟

$$-1 \text{ (4)} \quad -\frac{1}{3} \text{ (3)} \quad \frac{1}{3} \text{ (2)} \quad 1 \text{ (1)}$$

۱۱۴- گزینه ۱

$$\frac{2^{2n} \times 2 - \frac{2}{2^{2n}}}{2 \times 2^{2n} + 3 \times \frac{2}{2^{2n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2^{2n})^2 \times 2 - 2}{(2^{2n})^2 \times 2 + 6} = 1$$



۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}}$ کدام است؟

-۵/۶ (۴)

-۵/۸ (۳)

-۱/۲ (۲)

-۱/۵ (۱)

۱۱۵- گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} \xrightarrow{\text{hop}} = \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{2}} = \frac{-6}{5} = -1/2$$

۱۱۶- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

 $-\frac{3}{2}$ (۱)

۱۱۶- گزینه ۱

با توجه به شروط داده شده باید در نقاط $x = 2, x = 0$ پیوستگی ها بررسی شوند.

$$x = 0 \rightarrow (0-1)[0^+] = 0 + 0 + b$$

$$x = 2 \rightarrow (2-1)[2^-] = 4 + 2a + b$$

داریم:

$$b = 0 \rightarrow a = \frac{-3}{2}$$



۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

(۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $1/75$ (۴) $-1/5$

۱۱۷- گزینه ۱

$$y = -1 \rightarrow \frac{-2}{a} = -1 \rightarrow a = 2$$

$$2x^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{2} \rightarrow -1 = \frac{-b}{2} \rightarrow b = 2 \\ P = \frac{c}{2} \rightarrow -2 = \frac{c}{2} \rightarrow c = -4 \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{-2 - 3}{2 - 2 - 4} = \frac{5}{4} = 1/25$$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۱۱۸- گزینه ۲

$$g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

$$g'(x) = \frac{2 \tan x (1 + \tan^2 x)}{2\sqrt{1 + \tan^2 x}} f'(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \times f'(2) \rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$



۱۱۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21-x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۲) $4 + \sqrt{2}$ (۱)

۱۱۹- گزینه ۴

$$\frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = f'(x) \rightarrow -1 = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21-x^2} + 4x}$$

$$\rightarrow \sqrt{21-x^2} + 4x = x - 2 \rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\Delta' = 50$$

$$x = \frac{4 + 5\sqrt{2}}{2}, x = \frac{4 - 5\sqrt{2}}{2} \otimes$$

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

3 (۴) 2 (۳) -1 (۲) -4 (۱)

۱۲۰- گزینه ۳

$$x = 4 \rightarrow y = 8$$

$$f'(x) = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-4)}{(\sqrt{x})^2} \rightarrow m = \frac{3}{2}$$

$$y - 8 = \frac{3}{2}(x - 4) \xrightarrow{x=0} y = 2$$

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۳ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

۱۲۱- گزینه ۴

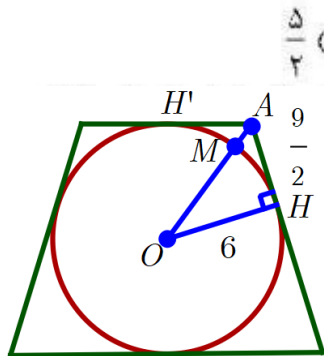
$$S = \tan \alpha + \tan \beta = \frac{-3}{2}$$

$$P = \tan \alpha \tan \beta = \frac{-1}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{-3}{2}}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = -1$$



۱۲۲- یک دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟



(۳) ۲

(۲) $\sqrt{3}$ (۱) $\frac{3}{2}$

۱۲۲- گزینه ۱

اگر دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌های x, y بر یک دایره محیط شود

$$r = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \rightarrow OH = 6 \text{ پس: } \frac{\sqrt{xy}}{2} \text{ خواهد بود.}$$

$$\text{از طرفی } AH = AH' = \frac{x}{2} = \frac{9}{2}$$

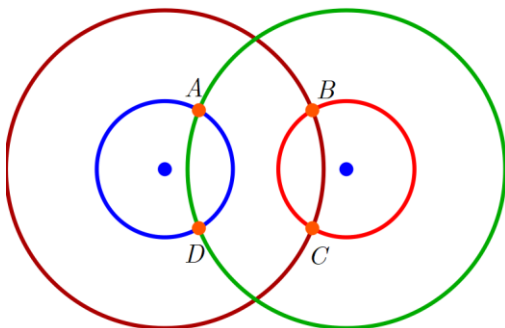
با استفاده از فیثاغورث داریم: $OA = \frac{15}{2}$ سوال مقدار AM را خواسته است.

$$AM = OA - OM = \frac{15}{2} - 6 = \frac{3}{2}$$

۱۲۳- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهار ضلعی هستند؟

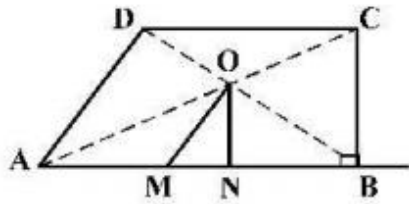
- (۲) متوازی‌الاضلاع
(۴) دوزنقه متساوی الساقین

- (۱) لوزی
(۳) مستطیل



۱۲۳- گزینه ۳

۱۲۴- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب



موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) کوچک‌تر از ۱
(۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

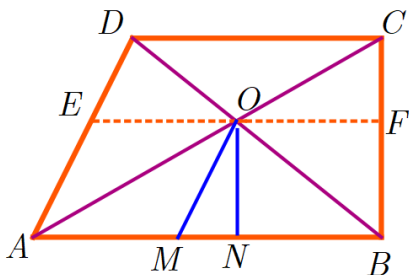
۱۲۴- گزینه ۱

از نقطه محل تلاقی دو قطر موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم:

چهارضلعی $OEAM$ متوازی الاضلاع پس: $OE = AM$

چهارضلعی $OFBN$ متوازی الاضلاع پس: $OF = BN$

چون $OE = OF$ لذا: $AM = BN$ پس جواب گزینه ۱ است.



۱۲۵- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو

قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره خط، کدام است؟

(۴) $\sqrt{57}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{53}$

(۱) ۷

۱۲۵- گزینه ۲

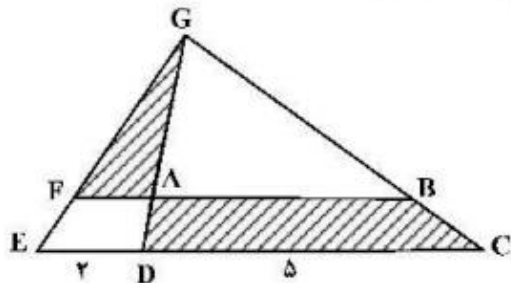
اگر در یک دوزنقه با قاعده‌های x, y خطی موازی قاعده‌های دوزنقه رسم شود بطوریکه طول پاره خط رسم

شده $\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$ باشد، آنگاه مساحت دو دوزنقه ایجاد شده برابر است و برعکس

پس طول پاره خط رسم شده برابر $\sqrt{\frac{5^2 + 9^2}{2}} = \sqrt{53}$ خواهد بود.



۱۲۶- در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟



۴۰ (۱)

۳۶ (۲)

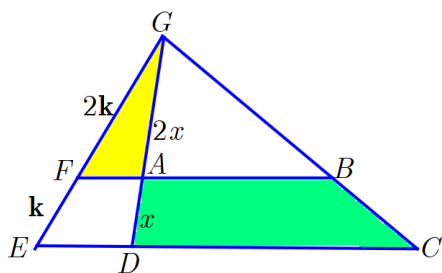
۳۲ (۳)

۲۴ (۴)

۱۲۶- گزینه ۳ طبق تالس نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت اضلاع است

$$\text{تالس در مثلث } GDC: \frac{2}{3} = \frac{AB}{5} \rightarrow AB = \frac{10}{3}$$

$$\text{تالس در مثلث } ADE: \frac{2}{3} = \frac{AF}{2} \rightarrow AF = \frac{4}{3}$$



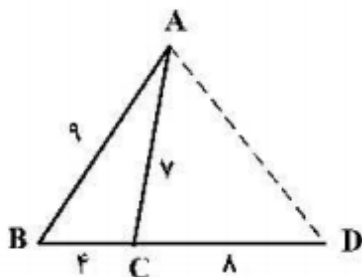
$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 2h}{\frac{1}{2} \left(\frac{10}{3} + 5 \right) \times h} = \frac{4}{25} = 16\%$$

۱۲۷- در شکل روبه‌رو، اندازه پاره خط AD ، کدام است؟

۹ (۱)

 $3\sqrt{10}$ (۲)

۱۰ (۳)

 $6\sqrt{3}$ (۴)

۱۲۷- گزینه ۱

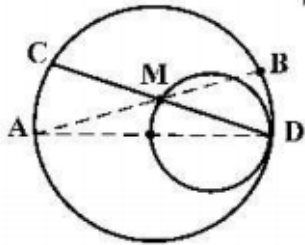
طبق قضیه استوارت داریم:

$$9^2 \times 8 + x^2 \times 4 = 7^2 \times 12 + 4 \times 8 \times 12$$

$$\xrightarrow{\div 4} 81 \times 2 + x^2 = 49 \times 3 + 8 \times 12$$

$$\rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = 9$$

۱۲۸- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و اندازه کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ ، کدام است؟



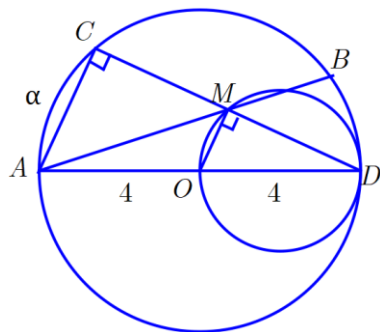
کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۶
(۴) ۱۲

۱۲۸- گزینه ۴

طبق فرمول طول کمان داریم: $\frac{L}{2\pi R} = \frac{\alpha}{360}$ با جایگذاری داریم: $\frac{4\pi}{2\pi \times 4} = \frac{\alpha}{360} \rightarrow \alpha = 60$

لذا: $\hat{D} = 30^\circ$



ضلع روبرو به زاویه ۶۰ درجه $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{وتر}$

$$MD = 2\sqrt{3}$$

$$AC \parallel OM \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{CM} = \frac{4}{4} \rightarrow CM = 2\sqrt{3}$$

طبق روابط طولی در دایره داریم: $MA \times MB = MC \times MD = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 12$

۱۲۹- چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط

شکسته AMNB، کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۹

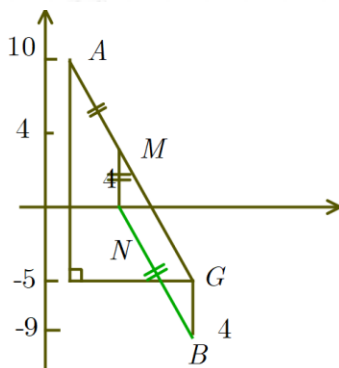
(۲) ۲۰

(۱) ۲۱

۱۲۹- گزینه ۱

به اندازه MN از نقطه B بالای می آییم در مثلث قائم الزاویه درست شده

داریم: $AG = 17$ پس کوتاه ترین مسیر نشان داده شده $17 + 4 = 21$



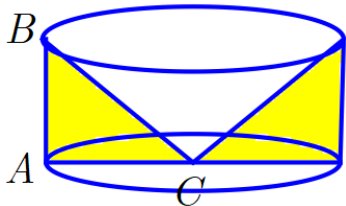
۱۳۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $۲\sqrt{۶}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

$$۸۰\pi \quad (۴)$$

$$۷۵\pi \quad (۳)$$

$$۷۰\pi \quad (۲)$$

$$۶۰\pi \quad (۱)$$



۱۳۰- گزینه ۴

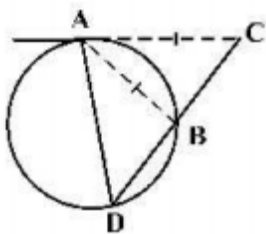
ارتفاع برابر ۵ و شعاع قاعده برابر $۲\sqrt{۶}$ است.

$$V = \pi R^2 h = \pi (2\sqrt{6})^2 \times 5 = 120\pi \quad \text{استوانه}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{6})^2 \times 5 = 40\pi \quad \text{مخروط}$$

$$\text{جواب} = 120\pi - 40\pi = 80\pi$$

۱۳۱- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



$$BC = BA \quad (۱)$$

$$BD = AC \quad (۲)$$

$$BC = BD \quad (۳)$$

$$DA = DC \quad (۴)$$

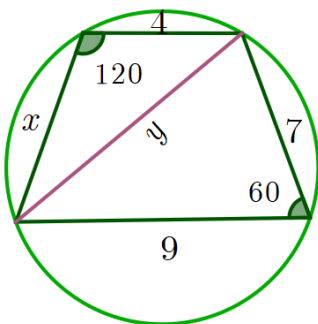
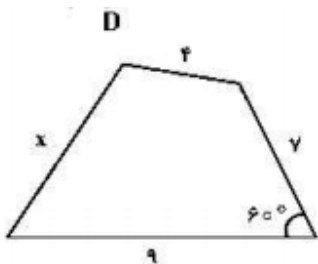
$$\text{پس دو مثلث } ABC, ADC \text{ مشابهند} \quad \hat{A}_1 = \frac{AB}{2}, \hat{D} = \frac{AB}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{AC} \rightarrow \cancel{AB} \times AC = AD \times BC$$

میدانیم اگر از نقطه ای خارج دایره مماس بر دایره رسم کنیم طول مماس واسطه هندسی بین قطعات قاطع است:

$$AC^2 = CB \times CD$$

$$AD \times BC = CB \times CD \Rightarrow AD = CD \quad \text{از مقایسه ی روابط اخیر داریم:}$$



۱۳۲- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x+2)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{51}$

(۲) $\sqrt{55}$

(۳) $\sqrt{57}$

(۴) $\sqrt{59}$

۱۳۲- گزینه ۲

قابل محاط بودن یعنی مجموع زوایای روبرو ۱۸۰ درجه است.

طبق قضیه کسینوس ها داریم:

$$y^2 = 9^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \frac{1}{2} = 67$$

دوباره در مثلث روبروی قضیه کسینوس ها را مینویسیم:

$$y^2 = x^2 + 4^2 - 2x \times 4 \times \frac{-1}{2} = 67 \rightarrow x = -2 + \sqrt{55}$$

$$x + 2 = \sqrt{55}$$

۱۳۳- کوچک ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ محور Xها را با کدام طول، قطع می کند؟

(۴) $3, -2$

(۳) $2, -1$

(۲) $0, -2$

(۱) $1, -3$

۱۳۳- گزینه ۱

کوچک ترین دایره خواسته شده دایره ای است که AB قطر آن باشد

$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \Rightarrow r = \sqrt{13}$$

معادله دایره خواسته شده با شعاع فوق و مرکز وسط AB:

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 13 \xrightarrow{y=0} (x+1)^2 = 13 - 9 = 4$$

$$\begin{cases} x+1 = 2 \rightarrow x = 1 \\ x+1 = -2 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = 2 \rightarrow x = 1 \\ x+1 = -2 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

۱۳۴- از بین دایره‌های گذرا از نقطه $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ها، بزرگ‌ترین شعاع دایره، کدام است؟

$$\frac{22}{9} \quad (4)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

$$\frac{17}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

۱۳۴- گزینه ۲

مرکز دایره را $O(\alpha, \beta)$ میگیریم.

$$OC = |\alpha| \quad \text{و} \quad OB = \frac{|4\alpha + 3\beta|}{5}$$

$$\text{و} \quad OA = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\beta + 4)^2}$$

میدانیم این سه رابطه با هم برابر هستند

$$\begin{cases} \beta = -3\alpha \Rightarrow * \\ \alpha = 3\beta \otimes \end{cases} \quad \text{اگر } OB = OC \Rightarrow \frac{|4\alpha + 3\beta|}{5} = |\alpha| \quad \text{پس:}$$

$$\frac{|4\alpha + 3(-3\alpha)|}{5} = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (-3\alpha + 4)^2} \quad \text{با جایگذاری * داریم:}$$

$$\alpha^2 = \alpha^2 + 1 - 2\alpha + 9\alpha^2 + 16 - 24\alpha$$

که از بین دو جواب به دست آمده R_r جواب است.

$$9\alpha^2 - 26\alpha + 17 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \rightarrow R_r = 1 \\ \alpha = \frac{17}{9} \rightarrow R_r = \frac{17}{9} \end{cases}$$

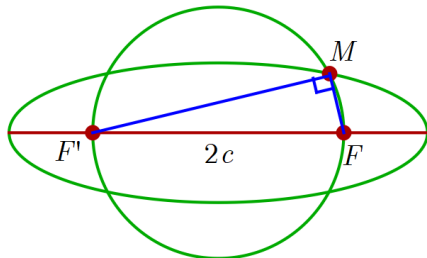


۱۳۵- در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله نقطه M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

۳ (۴)

 $4 - \sqrt{2}$ (۳) $2/5$ (۲) $4 - 2\sqrt{2}$ (۱)

۱۳۵- گزینه ۳



با توجه به اندازه‌های قطر بیضی: $2a = 8, 2b = 2\sqrt{7}$
پس: $c = 3$

میدانیم در هر بیضی: $MF + MF' = 2a = 8$

$$MF + MF' = 8 \Rightarrow MF^2 + MF'^2 + 2MF \times MF' = 64$$

$$\Rightarrow 36 + 2MF \times MF' = 64 \Rightarrow MF \times MF' = 14$$

$$\begin{cases} MF + MF' = 8 \\ MF \times MF' = 14 \end{cases} \Rightarrow MF = 4 - \sqrt{2}, MF' = 4 + \sqrt{2}$$

۱۳۶- اگر نقطه $F(-2, -25)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچک‌ترین مقدار b ، کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

۱۳۶- گزینه ۲

$$y^2 + ay + bx + 1 = 0 \Rightarrow \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 = -b\left(x - \frac{4+a^2}{4b}\right)$$

راس سهمی: $S\left(\frac{4+a^2}{4b}, \frac{-a}{2}\right)$ چون سهمی رو به چپ یا راست باز می‌شود پس: $\frac{-a}{2} = -2 \rightarrow a = 4$

با توجه به عدد پشت پرانتز: $4p = -b \rightarrow p = \frac{-b}{4}$

$$\frac{4+a^2}{4b} + \frac{b}{4} = \frac{-1}{4} \xrightarrow{a=4} \frac{20}{4b} + \frac{b}{4} = \frac{-1}{4} \rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

طول کانون این سهمی:



۱۳۷ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^T کدام است؟

$$\begin{array}{l} (1) \begin{bmatrix} 30 & 6 & 64 \end{bmatrix} \\ (2) \begin{bmatrix} 30 & 6 & 78 \end{bmatrix} \\ (3) \begin{bmatrix} 24 & 8 & 86 \end{bmatrix} \\ (4) \begin{bmatrix} 30 & 6 & 86 \end{bmatrix} \end{array}$$

گزینه ۴ - ۱۳۷

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 2 & 24 \\ -2 & -3 & -7 \\ 4 & 1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 6 & 86 \\ -2 & -2 & -36 \\ 14 & 4 & 42 \end{bmatrix} \text{ پس: } A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۳۸ - از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X کدام است؟

$$\begin{array}{l} (1) \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \\ (2) \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \\ (3) \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \\ (4) \begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

گزینه ۳ - ۱۳۸

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

در رابطه داده شده برای یافتن ماتریس مورد نظر:

$$X = A^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} B^{-1} = A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

۱۳۹- جوابهای معادله $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

۲، ۵ (۴)

۱، ۵ (۳)

۱، ۴ (۲)

۱، -۴ (۱)

۱۳۹- گزینه ۳

$$-4 \begin{vmatrix} 2-x & 1 \\ 2 & 3-x \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2-x \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

با بسط داریم:

$$(x-1)(x-5) = 0 \rightarrow x = 1, x = 5$$

۱۴۰- اندازه اضلاع مثلث قائم الزاویه‌ای، به صورت $2x+3$ و $2x+1$ ، $x+1$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

۳۹ (۴)

۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)

۱۴۰- گزینه ۱

$$(2x+3)^2 = (2x+1)^2 + (x+1)^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 9 + 12x = 4x^2 + 1 + 4x + x^2 + 1 + 2x$$
 با فیثاغورث داریم:

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

$$S = \frac{15 \times 8}{2} = 60$$
 پس مساحت مثلث: ۶۰

۱۴۱- تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

۱۴۱- گزینه ۲

$$\text{یکان صفر } 9 \times 8 \times 7 \times 1 = 504 \quad \text{یکان ۵: } 8 \times 8 \times 7 \times 1 = 448$$

$$\text{پس تعداد کل برابر است با } 504 + 448 = 952$$

۱۴۲- تعداد جملات در بسط عبارت $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

۱۴۲- گزینه ۴

تعداد جملات یعنی محاسبه کنیم چند جمله به صورت $a^x b^y c^z$ داریم که $x + y + z = 12$

$$\text{با حل معادله سیاله فوق داریم:} \quad \binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91 = \text{تعداد}$$

۱۴۳ در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا

مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴۳- گزینه ۲

طبق اصل لانه کبوتر باید تعداد $(2+3+3)+1$ کتاب برداریم چون کتاب های هنر دو تاست هر دورا

برمیداریم و از هر کدام از بقیه موضوعات هم ۳ کتاب برمیداریم. این بدترین حالت ممکن است که هیچ ۴ کتابی هم موضوع نیستند. اکنون اگر یک کتاب دیگر برداریم حتما با یکی از قبلی ها تشکیل ۴ کتاب هم موضوع میدهد.

۱۴۴- به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

$$\frac{8}{15} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

۱۴۴ - گزینه ۳ کل اعداد دورقمی $90 = 10 \times 9$ تاست

$$\left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30 = \text{تعداد مضرب ۳ ها}$$

$$\left[\frac{99}{5} \right] - \left[\frac{9}{5} \right] = 19 - 1 = 18 = \text{تعداد مضرب ۵ ها}$$

$$\left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6 = \text{تعداد هم مضرب ۳ و هم مضرب ۵}$$

$$n(A \cup B) = \frac{30}{90} + \frac{18}{90} - \frac{6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

۱۴۵- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لاقل یکی از تاس‌های روشده ۲ باشد، کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۱)$$

۱۴۵ - گزینه ۳

مجموع اعداد رو شده فرد $A =$ پس: $n(A) = \frac{6 \times 6 \times 6}{2} = 108$ زیرا در نصف حالات مجموع زوج و در

نصف حالات مجموع فرد است.

لاقل یکی ۲ بیاید $B =$ (۲ و ۴ و فرد) که ۳! جایابی دارد یا (۲ و ۶ و فرد) که ۳! جایابی دارد یا (۲ و ۲ و فرد) که ۳ حالت جایابی دارد $n(A \cap B) = 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 45$

$$\text{پس: } P(B|A) = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$



۱۴۶- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{11}{18} \quad (2) \quad \frac{25}{36} \quad (3) \quad \frac{13}{18} \quad (4)$$

۱۴۶- گزینه ۲

در ظرف اول که احتمال انتخاب آن $\frac{1}{3}$ است هیچ مهره سیاهی نیست پس $\frac{1}{3} \times 0$

در ظرف دوم که احتمال انتخاب آن $\frac{1}{3}$ است تمام مهره ها سیاه است پس: $\frac{1}{3} \times 1$

در ظرف سوم که احتمال انتخاب آن هم $\frac{1}{3}$ است لااقل یک سیاه یعنی یا یکی سیاه یا یکی سفید یا هر دو سیاه

$$\text{پس: } \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{1}\binom{5}{1} + \binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} = \frac{11}{18} = \text{جواب}$$

۱۴۷- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = 0.4$ ، $P(B|A) = 0.25$ و $P(B) = 0.3$ باشد، $P(B|A')$ کدام است؟

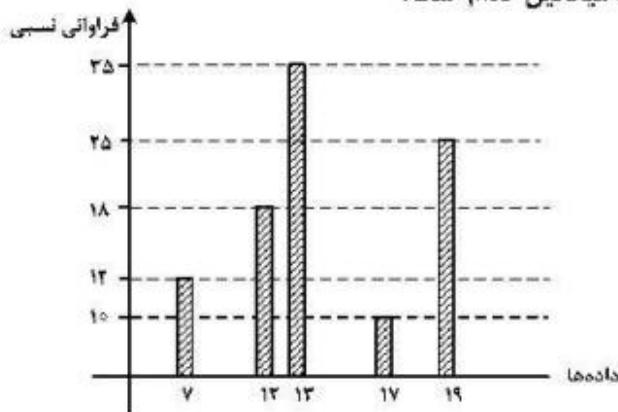
$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{5} \quad (4)$$

۱۴۷- گزینه ۲

$$P(B|A) = 0.25 \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.25 \rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

۱۴۸- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟



- ۱۳ (۱)
۱۳/۸ (۲)
۱۴ (۳)
۱۴/۲ (۴)

۱۴۸- گزینه ۳

کل داده‌ها $100 = 10 + 12 + 18 + 25 + 35$ تا است

$$\bar{x} = \frac{12}{100} \times 7 + \frac{18}{100} \times 12 + \frac{25}{100} \times 13 + \frac{10}{100} \times 17 + \frac{19}{100} \times 25 = 14$$

پس: ۱۴

اشکال سوال: در سوال داده شده باید مجموع فراوانی نسبی‌ها ۱ شود. در صورتی که باید مینوشتند فراوانی نه فراوانی نسبی

۱۴۹- چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی‌مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰ با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۱۴۹- گزینه ۲

$$a = 430q + q^2 \quad q^2 < 430^*$$

$$a \equiv 0 \rightarrow 430q + q^2 \equiv 0 \rightarrow -2q + q^2 \equiv 0$$

$$q(q-2) \equiv 0 \rightarrow \begin{cases} q \equiv 0 \xrightarrow{*} q = 9, 18 \\ q \equiv 2 \xrightarrow{*} q = 2, 11, 20 \end{cases}$$

از آنجاییکه a مضرب ۹ است داریم:

پس کلاً ۵ عدد پیدا کردیم.

۱۵۰- کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

۵۶ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲)

۴۲ (۱)

۱۵۰- گزینه ۴

$$[a, b] = 60(a, b), \quad a + b = 136 = 17 \times 8$$

ب.م.م دو عدد را d می گیریم. پس دو عدد به صورت $a = md, b = nd$ بوده است که $(m, n) = 1$

$$[a, b] = [md, nd] = mnd \quad \text{پس ک.م.م آنها به صورت:}$$

$$mnd = 60d \rightarrow mn = 60$$

داریم: $a + b = 136 \rightarrow (m + n)d = 17 \times 8$ به دنبال دو عدد نسبت به هم اول n, m هستیم:

$$\left. \begin{array}{l} a = 12 \times 8 = 96 \\ b = 5 \times 8 = 40 \end{array} \right\} \rightarrow a - b = 56 \quad \text{پس: } d = 8 \quad \text{یعنی:} \quad \begin{array}{l} m = 12 \\ n = 5 \end{array} \quad \text{داریم:}$$

۱۵۱- اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

گزینه ۳ از آنجاییکه $217 = 7 \times 31$

$$\text{میدانیم: } 2^3 \equiv 1 \rightarrow 2^{15} \equiv 1$$

$$\text{و همچنین میدانیم: } 2^5 \equiv 1 \rightarrow 2^{31} \equiv 1$$

از دو رابطه فوق نتیجه میگیریم: $2^{15k} \equiv 1 \rightarrow 2^{7 \times 31} \equiv 1$ با مقایسه این رابطه با سوال داده شده باید $n = 15k$ باشد

یعنی: $n = 15, 30, 45, 60, 75, 90$ یعنی ۶ عدد پیدا کردیم

۱۵۲- عدد چهار رقمی \overline{aabb} ، مجذور عدد دو رقمی \overline{cc} است. $a-b$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵۲- گزینه ۲

$$\overline{aabb} = 1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11(100a + b) = 11(\overline{a \cdot b})$$

$$\overline{cc}^2 = (10c + c)^2 = (11c)^2 = 121c^2$$

$$11(\overline{a \cdot b}) = 121c^2 \rightarrow (\overline{a \cdot b}) = 11c^2$$

چون سمت راست بر ۱۱ بخشپذیر است. پس عدد $(\overline{a \cdot b})$ هم باید بر ۱۱ بخشپذیر باشد. یعنی $a + b$ بر ۱۱ بخشپذیر است. $a + b = 11k$.

یعنی: $۲ + ۹$ یا $۴ + ۷$ بوده است. $۲ - ۹$ درگزینه ها نیست پس: $۴ - ۷$ جواب است.

۱۵۳- اگر درجه رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

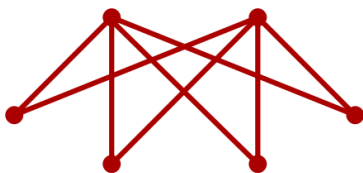
۴ (۲)

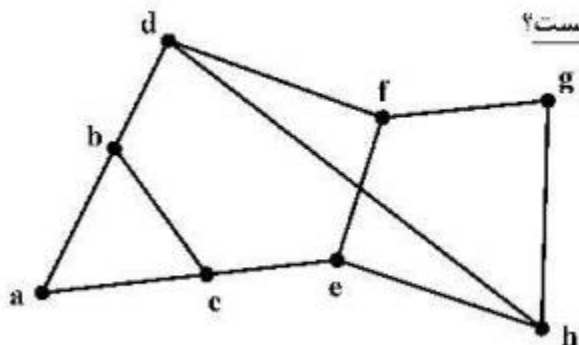
۳ (۱)

۱۵۳- گزینه ۴

همه دورهای این گراف، دور به طول ۴ هستند

کلا ۶ دور داریم.





۱۵۴- در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه گر مینیمال، نیست؟

- (۱) $\{a, e, g\}$
 (۲) $\{a, f, g\}$
 (۳) $\{b, c, g\}$
 (۴) $\{c, f, h\}$

۱۵۴- گزینه ۱

زیرا این مجموعه اصلا احاطه گر نیست. هیچکدام به d وصل نیستند.

۱۵۵- در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل K - منتظم، K چند عدد می تواند اختیار کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۵- گزینه ۲

گراف های V -منتظمی که میتوان با V راس کشید باید k زوج باشد زیرا $Vk = 2q$

پس: $k = ۰$ که غیرقابل قبول است زیرا در سوال گفته شده غیرتهی

$$k = ۲$$

$$k = ۴$$

$k = ۶$ که اینهم غیرقابل قبول است زیرا گراف کامل میشود که سوال گفته غیر کامل

پس دو مقدار ۲ و ۴ قابل قبول هستند.