



آزمون غیر حضوری

دروس اختصاصی دوازدهم ریاضی

۱۰ مرداد ۹۹

(مباحث ۲۴ مرداد ۹۹)

گروه فنی و تولید:

محمد اکبری	مدیر تولید آزمون
عادل حسینی	مسئول دفترچه بخش اختصاصی
مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری	گروه مستندسازی
ندا اشرفی	حروف نگار و صفحه آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۷۴۰۰

«تمام داراییها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



حسابان ۱

حسابان ۱

تابع
صفحه‌های ۳۷ تا ۷۰

۱- اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} 9-x^2 & x \neq -3 \\ x+3 & x = -3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^2-5x+6 & x \neq 2 \\ B & x = 2 \end{cases}$ با هم مساوی باشند،

مقدار $A+B$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۷ (۴) ۷

۲- بُرد تابع $f(x) = (-1)^{[x]}([x]-x)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-1, 1)$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(-1, 1]$

۳- اگر توابع f و g با یک به یک باشند، آن‌گاه کدام یک از توابع زیر همواره یک به یک است؟

- (۱) $f+g$ (۲) $f-g$ (۳) $f \cdot g$ (۴) $f \circ g$

۴- اگر $f^{-1}: [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ، آنگاه $f(3)$ کدام است؟
 $f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۱۸

۵- ضابطه معکوس تابع $y = x + \sqrt{x}$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$ (۲) $f^{-1}(x) = (\sqrt{x-2} + 1)^2$

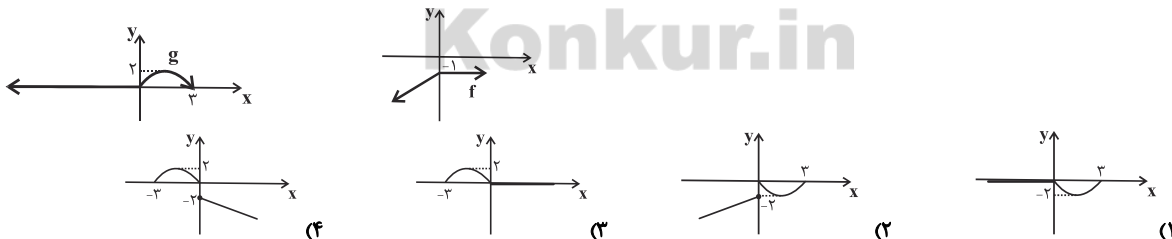
(۳) $f^{-1}(x) = x - \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$ (۴) $f^{-1}(x) = \sqrt{x} + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

۶- اگر $f = \{(1, 2), (0, 3), (-2, 2), (1, -1), (5, 1)\}$ و $g = \{(1, 0), (5, -1), (3, 0), (2, -1), (-2, 5)\}$ در این صورت حاصل ضرب

مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب تابع $\frac{-f^2-1}{2fg}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) -۴ (۴) ۴

۷- اگر نمودارهای f و g به صورت‌های زیر باشد، نمودار $f \cdot g$ کدام است؟



۸- اگر $f = \{(2, 3), (3, 1), (1, 4)\}$ و $g = \{(2, 2), (4, 1), (3, 5)\}$ باشد، برد تابع $f \circ g + g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $\{3\}$ (۲) $\{5\}$ (۳) $\{2\}$ (۴) $\{8\}$

۹- اگر $f(x) = \sqrt{-x}$ و $g(x) = 2 - \sqrt{x+1}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

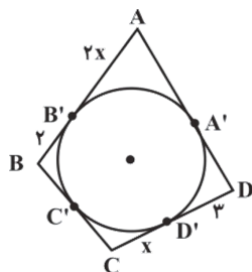
۱۰- اگر $f(x) = x^2 - 8x + 12$ و $g(x) = -x + \sqrt{-x}$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $f \circ g(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) +۵ (۳) +۳ (۴) -۵



هندسه ۲
دایره
صفحه‌های ۲۰ تا ۳۱

هندسه ۲



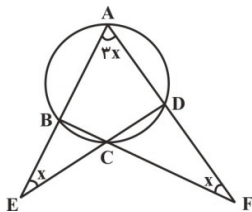
۱۱- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD یک چهارضلعی محیطی است. اگر

محیط این چهارضلعی ۲۲ واحد باشد، طول x کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۲

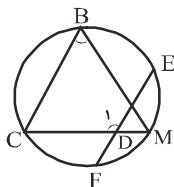
۱۲- مثلثی به طول اضلاع ۴، ۵ و ۷ مفروض است. نسبت قطعاتی که دایره محاطی داخلی مثلث بر روی ضلع کوچک‌تر جدا می‌سازد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{5}$



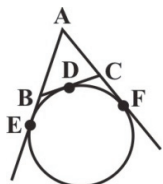
۱۳- در شکل مقابل، x چند درجه است؟

- (۱) $22/5$
(۲) ۲۵
(۳) $27/5$
(۴) ۳۰



۱۴- در شکل زیر M وسط کمان EF، $\widehat{B} = 60^\circ$ و $\widehat{M} = 70^\circ$ است. اندازه $\widehat{C} + \widehat{D}$ چند درجه است؟

- (۱) ۱۸۰
(۲) ۱۷۰
(۳) ۱۷۵
(۴) ۱۶۵



۱۵- در شکل روبه‌رو اگر $BC = 3/5$ ، $AC = 5$ و $AB = 4$ باشد، اندازه BE کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $2/25$
(۳) $2/5$
(۴) $2/75$

۱۶- مستطیل ABCD و نقطه دلخواه M روی دایره محیطی آن به شعاع R مفروض‌اند. مجموع مربعات فواصل M از چهار رأس مستطیل کدام است؟

- (۱) $4R^2$
(۲) $6R^2$
(۳) $8R^2$
(۴) $10R^2$

۱۷- اگر شعاع دایره محاطی چهارضلعی ABCD برابر ۴ واحد و $AD + BC = 15$ باشد، مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟

- (۱) ۶۰
(۲) ۷۵
(۳) ۹۰
(۴) ۱۰۵

۱۸- نقطه O واقع بر صفحه چهارضلعی ABCD از چهار ضلع آن به یک فاصله است. اگر $AB = x + 1$ ، $BC = x - 3$ ، $DC = 2x + 3$ و

$AD = 3x$ باشد، محیط چهارضلعی کدام است؟

- (۱) ۳۵
(۲) ۴۰
(۳) ۴۵
(۴) ۵۰

۱۹- مساحت دایره محاطی یک شش ضلعی منتظم برابر 27π است. مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

- (۱) $54\sqrt{3}$
(۲) $48\sqrt{2}$
(۳) $36\sqrt{3}$
(۴) $24\sqrt{2}$

۲۰- نقطه E محل تلاقی قطرهای چهارضلعی محیطی ABCD است. اگر $\widehat{ADB} = 48^\circ$ و $BC = EC$ ، \widehat{BEC} چند درجه است؟

- (۱) ۶۶
(۲) ۶۴
(۳) ۶۲
(۴) ۶۰



آمار و احتمال

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات -

احتمال

صفحه‌های ۲۶ تا ۵۱

۲۱- اگر A, B, C سه مجموعه دلخواه باشند، حاصل $(A - B') \cup (A - C') \cup (A - (B \cup C))$ برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) $A \cap B$
 (۳) $A \cap (B \cap C)$ (۴) $A \cap (B \cup C)$

۲۲- اگر $A_n = [\frac{1}{n}, 1]$ باشد، $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ کدام است؟

- (۱) $[\frac{1}{10}, 1]$ (۲) $[\frac{1}{10}, 1)$ (۳) $(\frac{1}{10}, 1]$ (۴) $(\frac{1}{10}, 1)$

۲۳- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۲ نفر در آزمون جبر و ۱۴ نفر در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هیچ آزمونی شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۴- اگر $(X - B)' \cap (X \cap B)' = A$ ، آنگاه مجموعه X همواره برابر با کدام است؟

- (۱) A' (۲) A (۳) B (۴) B'

۲۵- اگر $A \cap B = \{a, d\}$ ، $A = \{a, b, c, d\}$ و مجموعه $(A \cup B) \times (B - A)$ دارای ۵ عضو باشد، تعداد اعضای مجموعه B کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۶- در آزمایش پرتاب ۳ تاس، پیشامد ظاهر شدن فقط یک عدد ۶، چند عضو دارد؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۹۱ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۰۸

۲۷- در پرتاب ۳ تاس، احتمال آن که حاصلضرب سه عدد رو شده، عددی اول باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{72}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۸- کیسه‌ای محتوی ۴ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره سفید است. اگر به طور تصادفی ۶ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آن که تعداد مهره‌های آبی خارج شده، دو برابر تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{15}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{7}{30}$

۲۹- فرض کنید $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه یک آزمایش و $P(a) = \frac{i+1}{5}$ ، $P(b) = \frac{1}{6}$ ، $P(c) = \frac{1}{3}$ و $P(d) = \frac{1}{3}$ باشد. احتمال این که

پیشامد $\{a, b\}$ رخ دهد، کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{48}$ (۲) $\frac{25}{48}$ (۳) $\frac{31}{48}$ (۴) $\frac{15}{48}$



۳۰- در یک تاس ناسالم، $P(1) = P(2) = \frac{1}{8}$ و $P(3) = P(4) = 2P(5) = \frac{1}{16}$ است. در پرتاب این تاس، احتمال اینکه شماره رو شده زوج باشد، چقدر است؟

$\frac{18}{32}$ (۴)

$\frac{16}{32}$ (۳)

$\frac{25}{32}$ (۲)

$\frac{17}{32}$ (۱)

فیزیک ۲

۳۱- ظرفیت خازن تخت ...

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن - جریان
الکتریکی و مدارهای جریان
مستقیم
صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

(۱) با بار روی صفحه‌های خازن متناسب است.

(۲) با عکس ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن متناسب است.

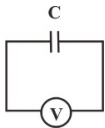
(۳) با اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات خازن متناسب است.

(۴) با عکس فاصله بین صفحات خازن متناسب است.

۳۲- مطابق شکل زیر، خازنی که بین صفحات آن هوا می‌باشد، توسط مولدی شارژ شده و از آن جدا می‌شود. در این حالت ولت‌سنج ایده‌آل،

ولتاژ دو سر آن را ۱۰۰ ولت نشان می‌دهد. اگر دی‌الکتریک به ضریب K بین صفحات خازن قرار دهیم، ولت‌سنج ایده‌آل ۲۵ ولت را

نشان می‌دهد. K کدام است؟



۷۵ (۴)

۷/۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۳۳- مساحت سطح مشترک صفحه‌های خازن تختی 60 cm^2 و دی‌الکتریک بین آن‌ها هوا می‌باشد. اگر $1/2 \mu\text{C}$ بار الکتریکی در آن

ذخیره شده باشد، اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن چند ولت بر متر است؟ $(\epsilon_0 = 8 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

$2/5 \times 10^9$ (۴)

$2/5 \times 10^{12}$ (۳)

$2/5 \times 10^2$ (۲)

$2/5 \times 10^6$ (۱)

۳۴- دو سر خازن تختی را که دی‌الکتریک بین صفحات آن هوا است، به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم و پس از شارژ شدن، از باتری جدا

می‌کنیم. اگر فاصله بین دو صفحه آن را ۲۵ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۲۰٪ کاهش می‌یابد.

(۲) ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

(۳) ۲۰٪ افزایش می‌یابد.

(۴) ۲۵٪ کاهش می‌یابد.

۳۵- از سیمی شدت جریان 0.8 آمپر می‌گذرد. در مدت ۲۰ ثانیه چند الکترون به طور خالص از مقطع سیم عبور می‌کند؟

$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

10^{17} (۴)

10^{18} (۳)

10^{19} (۲)

10^{20} (۱)

۳۶- طول یک سیم فلزی همگن 40 cm و مقاومت الکتریکی آن برابر با 10Ω است. سیم را ذوب کرده و از آن سیم همگنی با مقاومت

الکتریکی 4Ω می‌سازیم. طول این سیم جدید چند سانتی‌متر است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۱۶ (۲)

۴ (۱)



۳۷- دو سیم هم جنس A و B در اختیار داریم. اگر جرم سیم A سه برابر جرم سیم B و قطر سیم A، نصف قطر سیم B باشد، مقاومت

الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

- ۴ (۱) ۴۸ (۲) ۱۲ (۳) ۳ (۴)

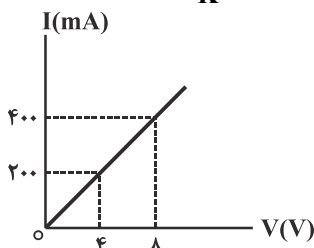
۳۸- پیچهای از ۱۰۰ دور سیم از جنس نقره به شعاع مقطع ۲mm تشکیل شده و به دور استوانه‌ای به قطر ۴۰cm پیچیده شده است.

مقاومت الکتریکی سیم پیچیده شده چند اهم است؟ ($\rho_{\text{نقره}} = 1/6 \times 10^{-8} \Omega.m$)

- ۰/۱۶ (۱) ۰/۴ (۲) ۱/۶ (۳) ۴ (۴)

۳۹- شکل زیر، نمودار جریان عبوری بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی را برای یک رسانای اهمی در دمای $20^\circ C$ نشان می‌دهد. اگر دما را

به $420^\circ C$ برسانیم، مقاومت این رسانا چند اهم خواهد شد؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه رسانا برابر با $\frac{1}{5} \times 10^{-3} / K$ است و از

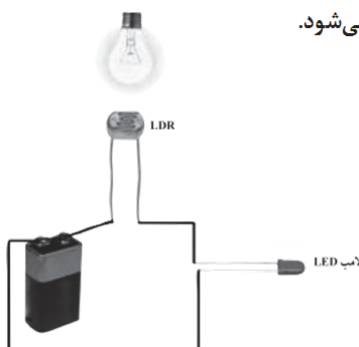


افزایش طول و مساحت سیم در اثر افزایش دما صرف نظر شود.)

- ۱۴۰ (۱) ۱۴ (۲) ۵۶ (۳) ۵۶۰ (۴)

۴۰- در شکل زیر، یک LDR در مداری ساده به یک لامپ LED متصل شده است و یک لامپ روشنایی در بالای LDR قرار دارد، با

روشن شدن لامپ روشنایی، مقاومت LDR می‌یابد و لامپ LED می‌شود.



- (۱) کاهش - روشن
(۲) افزایش - خاموش
(۳) کاهش - خاموش
(۴) افزایش - روشن

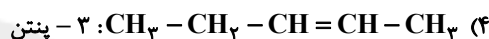
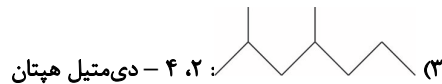
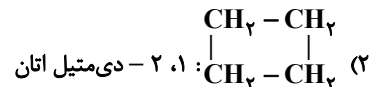
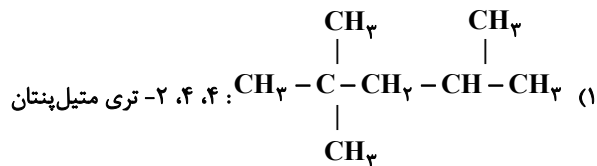
شیمی ۲

۴۱- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) بعضی از آلکان‌ها در آب محلول هستند.
(۲) آلکان‌ها هیدروکربن‌هایی هستند که هیچ تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند.
(۳) بنزین و نفت خام مخلوطی از چند هیدروکربن می‌باشند.
(۴) شستن دست با بنزین پوست دست را مرطوب می‌کند.

شیمی ۲
قدردهای زمینی را بدانیم +
در پی غذای سالم
صفحه‌های ۳۰ تا ۵۸

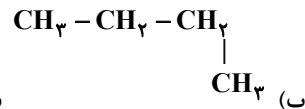
۴۲- کدام نام گذاری صحیح می باشد؟



۴۳- چند مورد از موارد زیر از لحاظ درستی یا نادرستی با عبارت زیر مطابقت دارند؟

«تعداد ترکیب‌های شناخته شده از اتم نیتروژن کم تر از اتم کربن است.»

(آ) $\text{O} = \text{C} = \text{O}$ ساختار لوویس کربن دی اکسید را نشان می دهد.



(پ) در نفت خام هم سیکلوآلکان و هم بنزن یافت می شود.

(ت) آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند که در آن‌ها هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم‌های کربن کناری متصل شده اند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۴- کدام گزینه از لحاظ درستی و نادرستی همانند عبارت زیر نمی باشد؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

« اولین عضو خانواده آلکان‌ها در بیش تر گیاهان وجود دارد و به عنوان عمل آورنده استفاده می شود.»

(۱) از واکنش اتن با برم مایع، ترکیبی سیر شده به وجود می آید.

(۲) تمامی مواد رفتاری وابسته به ساختار خود دارند.

(۳) نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ کربن می باشد.

(۴) در مولکول نفتالن درصد جرمی کربن کم تر از ۹۰٪ می باشد.

۴۵- تعداد اتم‌ها در با متفاوت است و تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در با

یکسان می باشد.

(۱) سیکلوهگزان - بنزن - اتن - ۱، ۲- دی برمواتان (۲) کربن دی اکسید - گوگرد دی اکسید - بنزن - سیکلوهگزان

(۳) نفتالن - بنزن - بوتان - اتانول (۴) بوتان - پروپن - سیکلوهگزان - ۱- هگزن



۴۶- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- ۱) گرانروی به میزان تمایل ماده برای جاری شدن می‌گویند.
 - ۲) نقطه جوش $C_{12}H_{26}$ از $C_{21}H_{44}$ بیش‌تر است.
 - ۳) گشتاور دوقطبی برخی آلکان‌ها دقیقاً صفر است.
 - ۴) با بزرگ شدن زنجیر کربنی فراریت آلکان‌ها افزایش می‌یابد.
- ۴۷- پاسخ صحیح سه پرسش زیر در کدام گزینه آمده است؟

(آ) برای به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید خارج شده از نیروگاه‌ها از چه ترکیبی استفاده می‌شود؟

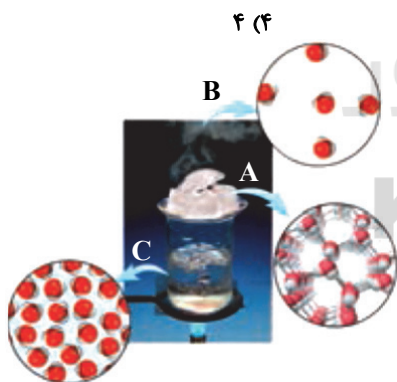
(ب) در برج تقطیر دما از پایین به بالا چگونه تغییر می‌کند؟

(پ) کدام یک فراورده واکنش سوختن بنزین نمی‌باشد؟ ($NO_2 - CO$)

- ۱) کلسیم اکسید - افزایش می‌یابد - CO
- ۲) کلسیم اکسید - افزایش می‌یابد - NO_2
- ۳) کلسیم اکسید - کاهش می‌یابد - NO_2
- ۴) کلسیم کربنات - کاهش می‌یابد - CO

۴۸- چه تعداد از موارد نادرست‌اند؟

- میزان انرژی ماده غذایی، به جرم ماده بستگی دارد و آزاد شدن آن می‌تواند موجب تغییر دما شود.
- مواد غذایی همانند سوخت‌هایی مثل بنزین و الکل، در هنگام سوختن، انرژی آزاد می‌کنند.
- ارزش مواد غذایی در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان است.
- یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی موجود در مواد غذایی، سوزاندن آن‌هاست.



۴۹- کدام مقایسه زیر درباره سه حالت آب نادرست است؟

- ۱) میزان نیروی جاذبه بین ذرات سازنده: $B < C < A$
- ۲) میزان تندی حرکت ذرات سازنده: $A < C < B$
- ۳) مجموع انرژی گرمایی ذرات سازنده: $A < C < B$
- ۴) میزان چگالی: $B < C < A$

۵۰- در ظرفی ۳۶ گرم آب با دمای $10^\circ C$ و گلوله‌ای از جنس آلومینیم به جرم ۲۱ گرم با دمای $60^\circ C$ در مجاورت هم قرار دارند دمای مجموعه آب و گلوله پس از رسیدن به تعادل دمایی تقریباً چند کلوین است؟ (از تغییر دمای ظرف صرف‌نظر کنید).

$$(C_{Al} = 0.9, c_{H_2O} = 4.2 : J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})$$

- | | |
|------------|------------|
| ۴۴/۴۵ (۲) | ۱۵/۵۶ (۱) |
| ۲۵۷/۴۴ (۴) | ۲۸۸/۵۶ (۳) |



ریاضی ۱

ریاضی ۱
 مثلثات + توان‌های گویا و
 عبارتهای جبری
 صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸

۵۱- اگر $\tan \alpha (1 + \cos \alpha) < 0$ و $\frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} < 1$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول
 (۲) دوم
 (۳) سوم
 (۴) چهارم

۵۲- اگر نقطه $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی را 84° - نسبت به مبدأ مختصات دوران دهیم به نقطه $P'(\alpha, \beta)$ می‌رسیم. مقدار

$\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) -1
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 (۴) 1

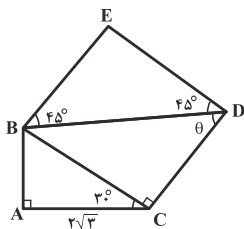
۵۳- زاویه بین دو خط $\sqrt{3}x - y = 1$ و $\sqrt{3}y - x = 1$ چند درجه است؟

- (۱) 45°
 (۲) 15°
 (۳) 30°
 (۴) 22.5°

۵۴- اگر $\tan \theta = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\cos^2 \theta - 3 \sin \theta \cos \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{17}$
 (۲) $\frac{10}{17}$
 (۳) $-\frac{5}{17}$
 (۴) $-\frac{10}{17}$

۵۵- در شکل زیر، اگر $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ باشد، اختلاف طول پاره‌خطهای BD و ED تقریباً کدام است؟



- (۱) $1/4$
 (۲) $1/8$
 (۳) $2/2$
 (۴) $2/6$

۵۶- با توجه به رابطه $2 = 3 \cos x + \frac{1}{3 \cos x}$ ، اگر x در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، $\cot x$ کدام است؟

- (۱) $-4\sqrt{2}$
 (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $-2\sqrt{2}$
 (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۵۷- اگر $A = \frac{(\sqrt{-2})(\sqrt[3]{(-5)^9})(\sqrt{-16})}{\sqrt[3]{256}}$ باشد، حاصل $\sqrt{A - \frac{1}{4}}$ کدام است؟

- (۱) $1/5$
 (۲) $1/25$
 (۳) $1/25$
 (۴) $1/2$

۵۸- کدام یک از اعداد زیر مضرب صحیح عبارت $\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + \sqrt{11} - 6\sqrt{2}$ است؟

- (۱) 68
 (۲) $6(\sqrt{2} - 1)$
 (۳) $12(\sqrt{2} + 1)$
 (۴) 78



۵۹- اگر $A = \sqrt[3]{7+4\sqrt{3}} \times (2-\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$ باشد، مقدار A چند برابر $\sqrt{20}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

۶۰- اگر $a^2 + b^2 = 6ab$ باشد، حاصل $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ کدام است؟ ($a \neq b$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

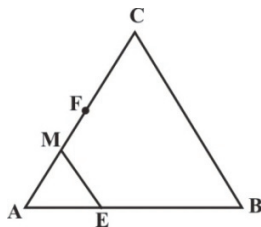
هندسه ۱

هندسه ۱
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
صفحه‌های ۲۸ تا ۴۴

۶۱- نقطه E واقع بر ضلع DC از مستطیل ABCD در فاصله ۱۲ واحد از B واقع است. اگر $DE = 2EC$ ،

نقطه تلاقی AC و BE در چه فاصله‌ای از B واقع است؟

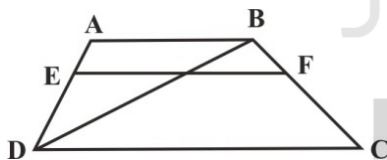
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹



۶۲- در شکل زیر، $FC = \frac{2}{5}AC$ و $AE = \frac{2}{5}AB$ است. پاره خط AF را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. اگر نقطه تقسیم نزدیک تر به F باشد، نسبت $\frac{EM}{BC}$ مساوی کدام عدد است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶۳- در دوزنقه ABCD که در آن $AB = 5$ ، $CD = 8$ و $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{1}{2}$ می‌باشد، طول پاره خط EF کدام است؟

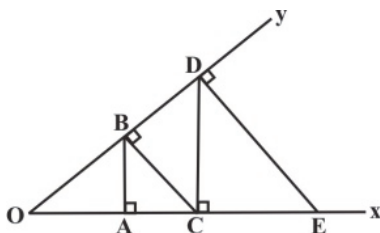


- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{13}{3}$ (۴) ۵

۶۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۶ و ۸، مساحت مثلثی که توسط ارتفاع و میانه وارد بر وتر ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{8}$ (۲) $\frac{4}{48}$ (۳) $\frac{3}{36}$ (۴) $\frac{3}{16}$

۶۵- در شکل روبه‌رو BA و DC بر Ox و CB و ED بر Oy عمودند. اگر $OE = 3OA = 9$ ، آنگاه طول OC کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) $3\sqrt{3}$



فیزیک ۱

فیزیک ۱

کار، انرژی و توان
صفحه‌های ۳۷ تا ۷۰

۶۶- مودار سرعت - زمان حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است.

علامت کار برابند نیروهای وارد بر جسم در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 ، به ترتیب از راست به

چپ چگونه است؟

(۱) مثبت، منفی

(۲) منفی، منفی

(۳) مثبت، مثبت

(۴) منفی، مثبت

۶۷- اتومبیلی به جرم 800 kg از حال سکون و در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از 10 s تندی آن به $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می‌رسد.

اگر در این مدت 40 kJ از انرژی اتومبیل در اثر اصطکاک تلف شود، توان موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

(۱) ۲۰۰

(۲) ۲۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۲

۶۸- در شرایط خلأ، جسمی به جرم m را با سرعت اولیه v_0 از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر حداکثر فاصله این گلوله از سطح

زمین H باشد، فاصله نقطه‌ای که انرژی جنبشی جسم سه برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن است، تا بالاترین نقطه مسیر چند برابر

H است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

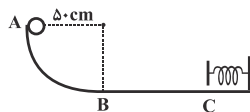
(۴) $\frac{2}{3}$

۶۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 200 g از نقطه A با تندی v_0 روی سطح ربع دایره‌ای به شعاع 50 cm به پایین پرتاب می‌شود و در

نقطه C روی سطح افقی به فنری برخورد می‌کند. اگر 20% درصد انرژی مکانیکی اولیه جسم، در اثر اصطکاک در طول مسیر تلف شود،

v_0 چند متر بر ثانیه باشد تا بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر 44 J شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و سطح افقی به

عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود).



(۱) ۸

(۲) $\sqrt{62}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

۷۰- توان ورودی یک بالابر 5 kW است. این بالابر می‌تواند جسمی به جرم 2000 kg را در مدت 1 دقیقه با تندی ثابت 12 متر بالا ببرد. به

مرور زمان، بازده این بالابر 5% درصد کاهش می‌یابد. در حالت جدید این بالابر همان کار را در مدت چند ثانیه انجام خواهد داد؟

$$\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

(۱) ۱۶۰

(۲) ۱۲۸

(۳) ۶۴

(۴) ۸۰



شیمی ۱

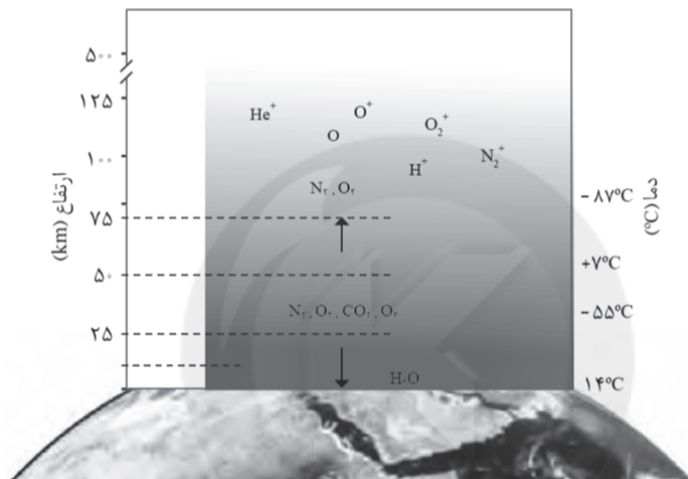
۷۱- کدام گزینه عبارت درستی را بیان می‌کند؟

شیمی ۱

کیهان، زادگاه الفبای هستی +
ردپای گازها در زندگی
(تا ترکیب اکسیژن با فلزها و نافلزها)
صفحه‌های ۳۴ تا ۶۰

- (۱) در نمک خوراکی، کاتیون به آرایش گاز نجیبی می‌رسد که در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.
(۲) هیچ‌یک از فلزات دسته p با تشکیل کاتیون، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.
(۳) فلزات گروه ۱ همگی توانایی رسیدن به آرایش پایدار هشت‌تایی گازهای نجیب را دارند.
(۴) در کلسیم فسفید، آنیون و کاتیون به آرایش الکترونی مشابهی می‌رسند.

۷۲- با توجه به شکل زیر، تمام گزینه‌ها صحیح هستند، به جز:



- (۱) در لایه‌های هواکره با افزایش ارتفاع، تعداد ذره‌های مولکول‌های هوا در واحد حجم به صورت پیوسته کاهش می‌یابد.
(۲) تغییرات آب و هوایی در نزدیک‌ترین لایه به زمین ایجاد می‌شود که با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.
(۳) فاصله حدود ۵۰ تا ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، شیب نمودار دما برحسب ارتفاع مثبت است.
(۴) در لایه‌ای از هواکره که در آن گونه‌های یونی وجود دارد، چگالی هوا از سایر لایه‌ها کم‌تر است.

۷۳- چند مورد از عبارت‌های زیر، نادرست هستند؟ ($\text{He} = 4, \text{Ar} = 40, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- آ- گاز آرگون را نمی‌توان به روش تقطیر جزء‌به‌جزء با درصد خلوص بالا تهیه کرد.
ب- منابع زیرزمینی برای تولید گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی استفاده می‌شود، در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند.
پ- سبک‌ترین گاز نجیب هلیوم است و از گاز آرگون برای تهیه محیط بی اثر برای جوش کاری استفاده می‌شود.
ت- گازهای خروجی در تقطیر جزء‌به‌جزء هوای مایع به ترتیب نیتروژن، آرگون و اکسیژن هستند که به ترتیب جرم مولی نمی‌باشند.

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۷۴- با توجه به واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \xrightarrow[20.0\text{atm}]{55.0^\circ\text{C}} 2\text{NH}_3(\text{g})$ ، تمام گزینه‌ها صحیح هستند، به جز:

- (۱) از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کند، بنابراین تعداد اتم‌های فرآورده‌ها با واکنش‌دهنده‌ها برابر است.
(۲) با انجام واکنش، دما تا 55.0°C افزایش می‌یابد.
(۳) همانند معادله واکنش سوختن متان، نشان دهنده تغییر شیمیایی است.
(۴) فشار لازم برای انجام واکنش 20.0atm است.



۷۵- تعداد جفت الکترون های پیوندی در HCN ، مشابه تعداد جفت الکترون های پیوندی در کدام موارد زیر است؟

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ت - CO_2 | پ - NH_3 | ب - CF_4 | آ - OF_2 |
| ۴) آ و پ و ت | ۳) ب و ت | ۲) ب و پ | ۱) آ و ب و ت |

۷۶- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

الف- در هواکره ذراتی که فقط از یک پروتون تشکیل شده اند، دیده می شود.

ب- کاتیون های موجود در هواکره، همگی پایدارند و به آرایش گاز نجیب رسیده اند.

پ- فشار هوا در سطح زمین، حدود 10^6 برابر فشار هوا در ارتفاع ۷۵ کیلومتری سطح زمین است.

ت- دما در انتهای لایه تروپوسفر به حدود 218K - می رسد.

- | | | | |
|------|------|------|------|
| ۴) ۴ | ۳) ۳ | ۲) ۲ | ۱) ۱ |
|------|------|------|------|

۷۷- با توجه به واکنش: $a\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + b\text{BaCl}_2 + c\text{H}_2\text{O} \rightarrow d\text{BaCrO}_4 + e\text{HCl} + f\text{KCl}$ پس از موازنه، کدام رابطه برقرار است؟

- | | | | |
|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| ۴) $a + f = d + e$ | ۳) $2d = 2a + c$ | ۲) $a + b = e - f$ | ۱) $a + c - b = 0$ |
|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|

۷۸- عبارت کدام گزینه نادرست است؟

۱) هنگام ریختن هوای مایع درون یک بالن در دمای اتاق، مخلوط شروع به جوشیدن می کند و بخار می شود.

۲) به گازهای هلیوم، نئون، آرگون، کریپتون و زنون گازهای کمیاب گفته می شود.

۳) اگر دمای هوای مایع را تا 198°C - افزایش دهیم، هیچ مایعی در ظرف باقی نمی ماند.

۴) با گرم کردن هوای مایع به ترتیب گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن از ظرف خارج می شوند.

۷۹- تمام موارد نادرست می باشند به جز.....

۱) حدود $\frac{3}{4}$ از جرم هوا کره در نزدیک ترین لایه به زمین (استراتوسفر) قرار دارد.

۲) از گاز نیتروژن برای نگهداری نمونه های بیولوژیک در پزشکی برخلاف صنعت سرماسازی استفاده می شود.

۳) پخش عمده هوا کره را ۲ گاز نیتروژن و هیدروژن تشکیل می دهند.

۴) انبیب وسیله ای می باشد که برای تقطیر مواد طراحی شده است و برای گرم کردن مخلوطها و جمع آوری و هدایت بخار آنها استفاده می شود.

۸۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱) معادله نمادی برخلاف معادله نوشتاری می تواند حاوی اطلاعاتی درباره شرایط انجام واکنش باشد.

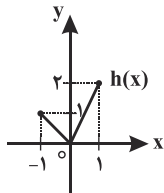
۲) لزوماً تمامی واکنش های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می کنند.

۳) در واکنش گاهزای هیدروژن و اکسیژن، می توان از پلاتین (Pt) به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

۴) نماد ($\xrightarrow{1200^\circ\text{C}}$) به این معنی می باشد که با انجام شدن واکنش، دما 1200°C تغییر می کند.

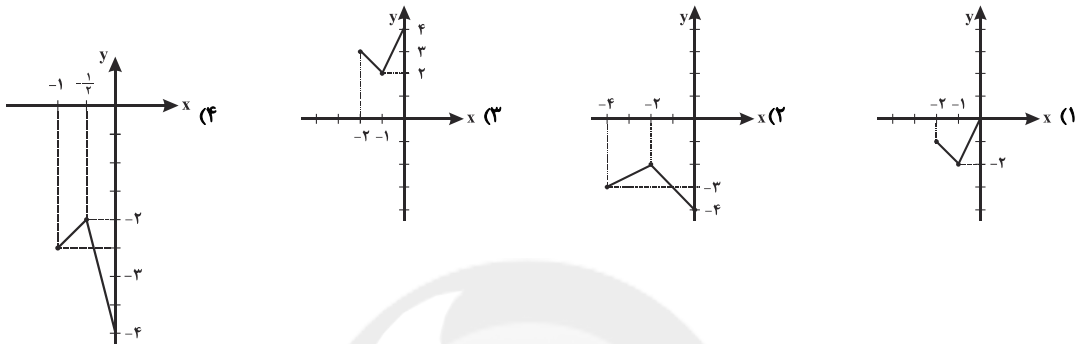
حسابان ۲

حسابان ۲
تابع
صفحه‌های ۱ تا ۱۸



۸۱- نمودار تابع $h(x) = f(x-1) - 2$ مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه نمودار

تابع $-f\left(\frac{x}{2}\right)$ را به درستی نشان می‌دهد؟



۸۲- نمودار تابع $f(x) = (x+1)^2$ را در راستای محورهای مختصات دو واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل کرده‌ایم تا نمودار تابع

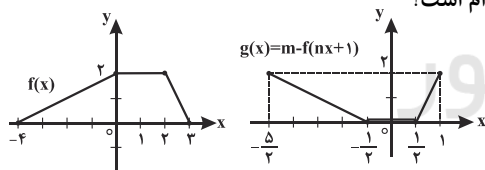
$g(x)$ به دست آید. عرض نقطه تلاقی دو نمودار f و g کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۸۳- اگر دامنه تعریف تابع $y = f(2-x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد، دامنه تعریف تابع $f(3x+4)$ کدام است؟

- (۱) $\left[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $[0, 3]$ (۴) $[1, 2]$

۸۴- با توجه به نمودارهای $f(x)$ و $g(x) = m - f(nx+1)$ حاصل $2m+n$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) ۳

۸۵- مساحت محصور بین محورهای مختصات و خط واصل بین نقاط تلاقی منحنی به معادله $y = (x+1)^3$ با آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۸۶- کدام تابع در دامنه خود، اکیداً صعودی است؟

- (۱) $f(x) = 2^{-x}$ (۲) $g(x) = |x+2|$ (۳) $h(x) = \sqrt{2-x}$ (۴) $k(x) = \log_{\sqrt{3}} x$

۸۷- مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{1}{10}}(x+1) < \log_{\frac{1}{10}}(2x-3)$ کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ (۴) $(-\infty, 4)$

۸۸- کدام یک از توابع زیر در طول دامنه تعریف خود نزولی است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

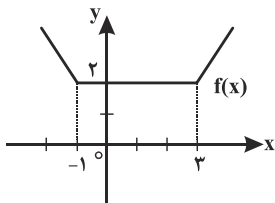
- (۱) $y = x + |x|$ (۲) $y = x - [x]$ (۳) $y = |x| + |x-1|$ (۴) $y = x \left(\frac{1}{[x]} + \frac{1}{[-x]} \right)$



۸۹- اگر f در مجموعه اعداد حقیقی اکیداً نزولی باشد، دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{f(|x|) - f(2)}$ کدام است؟

- (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $[-2, 2]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $[-3, 2]$

۹۰- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = f(2 + |x|)$ در آن صعودی باشد، کدام است؟



- (۱) $[-2, +\infty)$

- (۲) $[1, +\infty)$

- (۳) $[-1, +\infty)$

- (۴) $[-3, +\infty)$

هندسه ۳

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها

صفحه‌های ۹ تا ۲۱

۹۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1/2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس AB کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 21 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -18 & -26 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -7 & 1/2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -19 & 8 \\ 22 & -6 \end{bmatrix}$

۹۲- ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ با درایه‌های $A = \begin{cases} i^2 - j & ; i > j \\ i + j & ; i = j \\ j^2 - i & ; i < j \end{cases}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ با درایه‌های $b_{ij} = ij$ مفروض‌اند. حاصل

$$\sum_{k=1}^3 a_{1k} b_{k2} \text{ چقدر است؟}$$

- (۱) ۴۶ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۹۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $A^2 + AB + 3B$ کدام است؟

- (۱) $3I$ (۲) $6I$ (۳) $9I$ (۴) $12I$

۹۴- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$ باشد و $A^2 = 2A + 13I$ ، آنگاه ماتریس A کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

۹۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^{12} + A^{13}$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۹۶- اگر ماتریس A به صورت $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، $A + A^2 + A^4 + A^6$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$



۹۷- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، اگر $a_{ij} = \begin{cases} 2; & i \neq j \\ 1; & i = j \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 4A$ برابر کدام است؟

- (۱) $3A$ (۲) $5A$ (۳) $3I$ (۴) $5I$

۹۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

۹۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 24 & 8 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 24 & 8 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C^2 کدام است؟

- (۱) 16 (۲) 18 (۳) 20 (۴) 24

۱۰۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^7 - A^4$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

ریاضیات گسسته

۱۰۱- کدام یک از عبارتهای زیر، یک قضیه دوشروطی است؟ ($a, k \in \mathbb{R}$)

- (۱) اگر $a + \frac{1}{a} \geq 2$ باشد، آنگاه $a + \frac{1}{a^2} \geq 2$ است. (۲) اگر $a > 0$ باشد، آنگاه $a \neq -1$ است.
 (۳) اگر α و β دو عدد گنگ باشند، آنگاه $\alpha - \beta$ گویاست. (۴) اگر $k^3 > k^2$ باشد، آنگاه $k > 1$ است.

۱۰۲- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

- (۱) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳، در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
 (۲) اگر n عددی طبیعی و n^2 مضرب ۸ باشد، آنگاه n مضرب ۴ است.
 (۳) به ازای هیچ دو عدد اول p و q ، عدد $p + q$ اول نیست.
 (۴) عدد ۸ را نمی‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

۱۰۳- اگر $a^2 \mid a + b$ ، آنگاه کدام رابطه زیر لزوماً صحیح نیست؟

- (۱) $a^2 \mid b^2$ (۲) $a \mid 3b - 2a$ (۳) $a^2 \mid a - b$ (۴) $a^2 \mid a^2 + b^2$

۱۰۴- روی منحنی $y = \frac{4x-1}{x+3}$ ، چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

- (۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1

ریاضیات گسسته
 آشنایی با نظریه اعداد
 صفحه‌های ۱ تا ۱۷



۱۰۵- اگر a ، b و c سه عدد طبیعی باشند، آنگاه کدام گزاره شرطی زیر لزوماً صحیح نیست؟

- (۱) اگر p اول باشد و $a \mid p$ ، آنگاه $[a, p] = ap$.
 (۲) اگر $a \mid b$ ، آنگاه $(a, b) = 1$.
 (۳) اگر $(a, b) = (a, c) = 1$ ، آنگاه $(a, bc) = 1$.
 (۴) اگر a و b دو عدد فرد متوالی باشند، آنگاه $(a, b) = 1$.

۱۰۶- در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت و باقی مانده به ترتیب برابر q و r هستند. کدام رابطه زیر همواره درست است؟

- (۱) $(a, r) = (b, r)$ (۲) $(a, b) = (b, r)$ (۳) $(a, q) = (b, q)$ (۴) $(a, b) = (a, r)$

۱۰۷- اگر باقی مانده تقسیم x و y بر 27 ، به ترتیب 12 و 13 باشد، باقی مانده تقسیم $27x - 3y$ بر 27 کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 12 (۳) -15 (۴) 17

۱۰۸- در تقسیم عدد طبیعی a بر 23 ، باقی مانده 7 برابر خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 6 (۳) 9 (۴) 12

۱۰۹- اگر در تقسیم اعداد طبیعی a و $a + 100$ بر عدد طبیعی b ، باقی مانده ها به ترتیب برابر 10 و 11 باشند، کم ترین مقدار b کدام است؟

- (۱) 22 (۲) 33 (۳) 66 (۴) 99

۱۱۰- اگر k عددی صحیح باشد، باقی مانده تقسیم $k^2 + 1$ بر 5 ، کدام عدد نمی تواند باشد؟

- (۱) 3 (۲) 2 (۳) 1 (۴) صفر

فیزیک ۳

۱۱۱- شخصی از مکان ۱ به مکان ۲ می رود. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (۱) اگر محل مکان ۱ و مسافت طی شده توسط شخص را داشته باشیم، می توان محل مکان ۲ را به دست آورد.
 (۲) اگر محل مکان ۱ و ۲ را داشته باشیم، می توان مسافت طی شده توسط شخص را به دست آورد.
 (۳) اگر بردار جابه جایی و مسافت طی شده را داشته باشیم، می توان محل مکان های ۱ و ۲ را به دست آورد.
 (۴) اگر محل مکان ۲ و بردار جابه جایی را داشته باشیم، می توان محل مکان ۱ را به دست آورد.

۱۱۲- تندی متوسط یک اتومبیل در شهر تهران پس از طی مسافت 455 km برابر با $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است. اگر این اتومبیل بدون توقف این مسافت

را طی کرده باشد، تندی متوسط آن در نیمه اول زمانی طی این مسیر، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 35 (۲) $\frac{175}{18}$ (۳) 126 (۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۱۱۳- یک پهباد کوچک از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از مدت 4 ثانیه حرکت در راستای قائم، اندازه سرعت متوسط آن $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

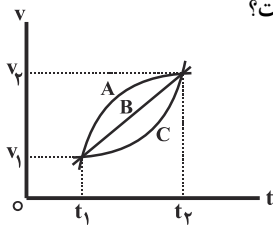
می شود. اگر نور خورشید با زاویه 53° نسبت به سطح افقی زمین به آن بتابد، طی این مدت اندازه سرعت متوسط سایه پهباد روی

سطح افقی زمین چند متر بر ثانیه بوده است؟ $(\tan 53^\circ = \frac{4}{3})$

- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) 3 (۳) $3/75$ (۴) $\frac{80}{3}$

فیزیک ۳
حرکت بر خط راست
صفحه های ۱ تا ۲۱

۱۱۴- نمودار سرعت - زمان سه متحرک A، B و C که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در کدام گزینه مقایسه



درستی بین سرعت متوسط و شتاب متوسط این سه متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 انجام شده است؟

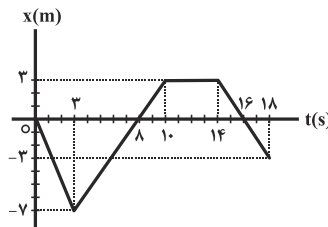
$$(1) (a_{av})_A = (a_{av})_B = (a_{av})_C, (v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C$$

$$(2) (a_{av})_A > (a_{av})_B > (a_{av})_C, (v_{av})_A > (v_{av})_B > (v_{av})_C$$

$$(3) (a_{av})_A = (a_{av})_B = (a_{av})_C, (v_{av})_A > (v_{av})_B > (v_{av})_C$$

$$(4) (a_{av})_A < (a_{av})_B < (a_{av})_C, (v_{av})_A < (v_{av})_B < (v_{av})_C$$

۱۱۵- شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک از شروع حرکت تا لحظه $t = 18s$



درست است؟

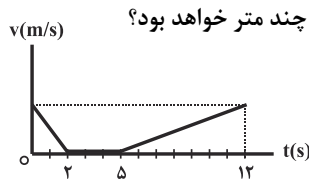
(۱) در لحظه‌های ۸s و ۱۶s تغییر جهت داده است.

(۲) در مجموع به مدت ۷ ثانیه در خلاف جهت محور X ها حرکت کرده است.

(۳) در مجموع به مدت ۶ ثانیه سرعت آن صفر بوده است.

(۴) در بازه زمانی صفر تا ۱۶ ثانیه، تندی متوسط آن صفر است.

۱۱۶- متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن به صورت زیر است. اگر بیشترین فاصله متحرک از مبدأ



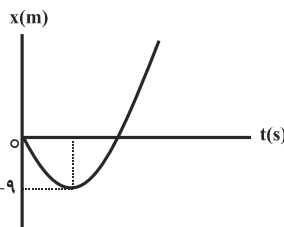
حرکت تا لحظه $t = 12s$ برابر با $63m$ باشد، مسافت طی شده توسط آن در مرحله تندشونده چند متر خواهد بود؟

$$(1) 49$$

$$(2) 53$$

$$(3) 17$$

$$(4) 36$$



۱۱۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور X ها حرکت می‌کند، مطابق

شکل مقابل است. اگر سرعت جسم در مکان $x = 27m$ برابر با $12 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت

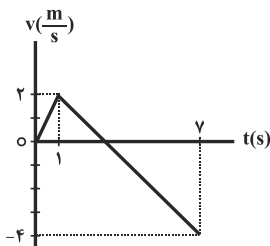
اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

$$(1) 3$$

$$(2) -3$$

$$(3) -6$$

$$(4) 6$$



۱۱۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل

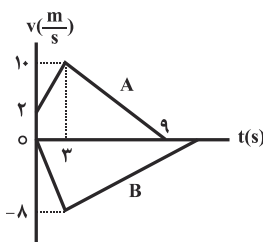
است. از لحظه $t = 0$ تا $t = 7s$ ، چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده است؟

$$(1) 2$$

$$(2) 3$$

$$(3) 4$$

$$(4) 5$$



۱۱۹- در شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از مبدأ مکان روی محور X

و در دو سوی مخالف حرکت نموده‌اند رسم شده است. اگر جابه‌جایی دو متحرک یکسان

باشد، چند ثانیه پس از توقف متحرک A، متحرک B متوقف می‌شود؟

$$(1) 12$$

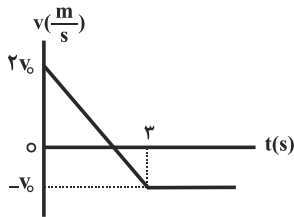
$$(2) 3$$

$$(3) 7$$

$$(4) 6$$



۱۲۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 0$ متحرک در مبدأ مکان باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه



متحرک دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۴/۵
(۴) ۵

شیمی ۳

۱۲۱- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ... ($O = 16, H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۱) عسل همانند ساده‌ترین الکل می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

(۲) اگر بدانیم در ساختار یک اسید چرب تک عاملی با گروه هیدروکربنی سیرشده و خطی، ۳۴ اتم هیدروژن

به کار رفته است، جرم مولی آن برابر $270 g.mol^{-1}$ است.

(۳) در ساختار همه انواع صابون‌ها عنصر فلزی به کار رفته است.

(۴) اتیلن گلیکول بر خلاف بنزین در هگزان حل نمی‌شود.

۱۲۲- تفاوت جرم مولی یک پاک‌کننده غیرصابونی که گروه R در آن ۱۴ اتم کربن دارد با یک پاک‌کننده صابونی ۱۸ کربنی کدام است؟

(کاتیون موجود در هر دو نوع پاک‌کننده Na^+ است. گروه R و بخش هیدروکربنی صابون را سیرشده و خطی در نظر بگیرید.)

($H = 1, C = 12, O = 16, S = 32 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۶ (۲) ۷۹ (۳) ۴۸ (۴) ۷۰

۱۲۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) کلوئیدها از نظر پایداری همانند محلول‌ها و از نظر خاصیت پخش نور همانند سوسپانسیون‌ها هستند.

(ب) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا بیشتر از آب چشمه است.

(پ) لکه‌های سفیدی که پس از شستن لباس‌ها با صابون بر روی آن‌ها بر جای می‌ماند، رسوب‌های $RCOONa$ و $RCOOK$ هستند.

(ت) از گرم کردن مخلوط روغن زیتون با سدیم هیدروکسید صابون جامد تهیه می‌شود.

(۱) «ب» و «ت» (۲) «آ»، «پ» و «ت»

(۳) «آ» و «ت» (۴) «ب»، «پ» و «ت»

۱۲۴- کدام گزینه، عبارت زیر را به‌درستی تکمیل می‌کند؟

«... یک ... است که ...»

(۱) ژله - کلئید - ذره‌های سازنده آن، ذره‌های ریز ماده است.

(۲) شربت معده - سوسپانسیون - همانند مخلوط آوره و آب نور را پخش می‌کند.

(۳) مخلوط پایدار شده آب و روغن - مخلوط همگن - ته‌نشین نمی‌شود.

(۴) رنگ پوششی - کلئید - به‌ظاهر همگن می‌باشد و از توده‌های مولکولی تشکیل شده است.

شیمی ۳

تاریخچه صابون + پاکیزگی

محیط + اسیدها و بازها

صفحه‌های ۱ تا ۱۶

۱۲۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) با افزایش دما، قدرت پاک کنندگی صابون افزایش می یابد.
 (ب) افزودن آنزیم به صابون باعث کاهش درصد لکه چربی باقی مانده بعد از شستشو می شود.
 (پ) میزان چسبندگی لکه های چربی بر روی پارچه های از جنس نخ و پلی استر یکسان است.
 (ت) تفاوت در ساختار شیمیایی پاک کننده های صابونی و پاک کننده های غیرصابونی فقط در گروه های قطبی این پاک کننده هاست.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۶- پاک کننده های پاک کننده های صابونی، علاوه بر برهم کنش میان ذره ها، با آلاینده ها واکنش می دهند.
 (۱) غیرصابونی - همانند (۲) غیرصابونی - برخلاف (۳) خورنده - همانند (۴) خورنده - برخلاف

۱۲۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (الف) واکنش مقابل گرماده بوده و یکی از فراورده های آن گاز اکسیژن است.

$$\text{Al(s)} + \text{NaOH(s)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \dots$$

 (ب) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، با صابون یا پاک کننده غیرصابونی زدوده نمی شود.
 (پ) هیدروکلریک اسید و سدیم هیدروکسید از جمله پاک کننده های خورنده هستند.
 (ت) صابون دارای خاصیت بازی است و کاغذ pH مرطوب را به رنگ آبی درمی آورد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۸- به ترتیب از راست به چپ، برای از بین بردن قارچ های پوستی و به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی صابون ها، به آنها کدام مواد شیمیایی را اضافه می کنند؟

- (۱) فسفر - ترکیب کلردار (۲) فسفر - ترکیب برم دار (۳) گوگرد - ترکیب کلردار (۴) گوگرد - ترکیب برم دار

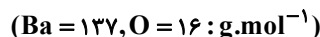
۱۲۹- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آرنیوس اولین کسی بود که به ویژگی اسیدها و بازها و برخی واکنش های آنها پی برد.
 (۲) یون هیدرونیوم در آب به صورت $\text{H}^+(\text{aq})$ است.

(۳) سدیم هیدروکسید جامد یک باز آرنیوس به شمار می رود. چون در آب می تواند غلظت یون هیدرونیوم را افزایش دهد.

(۴) از انحلال آمونیاک در آب، یون های NH_4^+ و OH^- تولید می شود.

۱۳۰- از واکنش $38/25 \text{ g}$ باریم اکسید با آب چند مول یون تولید می شود و کاغذ pH در محلول آن به چه رنگی در می آید؟



- (۱) $0/25$ - آبی (۲) $0/25$ - قرمز (۳) $0/75$ - آبی (۴) $0/75$ - قرمز



حسابان ۱

گزینه «۴» - ۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(3-x)(3+x)}{x+3} & x \neq -3 \\ A & x = -3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3-x & x \neq -3 \rightarrow f(3) = 1 \\ A & x = -3 \rightarrow f(-3) = A \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(x-2)}{2-x} & x \neq 2 \\ B & x = 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3-x & x \neq 2 \rightarrow g(-2) = 6 \\ B & x = 2 \rightarrow g(2) = B \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} f(3) = g(3) \rightarrow B = 1 \\ g(-3) = f(-3) \rightarrow A = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow A + B = 7$$

گزینه «۳» - ۲

$$f(x) = (-1)^{[x]}([x] - x) = \begin{cases} [x] - x & \text{زوج } [x] \\ x - [x] & \text{فرد } [x] \end{cases}$$

می‌دانیم برای هر x حقیقی، $0 \leq x - [x] < 1$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} R_f = (-1, 0] & \text{زوج } [x] \\ R_f = [0, 1) & \text{فرد } [x] \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_f = (-1, 0] \cup [0, 1) = (-1, 1)$$

گزینه «۴» - ۳

$$(f \circ g)(x_1) = (f \circ g)(x_2)$$

$$\Rightarrow f(g(x_1)) = f(g(x_2))$$

$$\xrightarrow{\text{یک به یک } f} g(x_1) = g(x_2)$$

$$\xrightarrow{\text{یک به یک } g} x_1 = x_2 \Rightarrow \text{fog یک به یک است.}$$

توجه کنیم که $f + g$ یک به یک نیست. زیرا کافی است فرض شود $f(x) = x$ و

$$g(x) = -x$$

هم چنین $f - g$ و $f \cdot g$ یک به یک نیستند، زیرا کافی است فرض شود

$$f(x) = g(x) = x$$

گزینه «۲» - ۴

عدد ۳ ورودی f می‌باشد. بنابراین خروجی f^{-1} خواهد بود. پس:

$$f^{-1}(x) = 3 \Rightarrow \sqrt{x-2} + 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6$$

گزینه «۳» - ۵

با اضافه کردن مقدار $\frac{1}{4}$ سعی در مربع کامل ساختن عبارت داریم:

$$y = x + \sqrt{x} \Rightarrow y = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \left(\sqrt{x} + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$y + \frac{1}{4} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{4}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad} \geq 0}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{y + \frac{1}{4}} = \sqrt{x} + \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow x = \left(\sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4}\right)^2 = y + \frac{1}{4} - \sqrt{y + \frac{1}{4}} + \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = x - \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{4}$$

گزینه «۱» - ۶

$$D_f \cap D_g = \{1, 5, -2\}$$

$$x = 1: \frac{-f^2 - 1}{2fg} = \frac{-(-1)^2 - 1}{2(-1)(0)} = \frac{-2}{0} \rightarrow \text{تعریف نشده}$$

$$x = 5: \frac{-f^2 - 1}{2fg} = \frac{-(-1)^2 - 1}{2(+1)(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$x = -2: \frac{-f^2 - 1}{2fg} = \frac{-(-2)^2 - 1}{2(2)(5)} = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4}$$

$$1 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

گزینه «۱» - ۷

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow f \cdot g(x) = -g(x) \\ x < 0 \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow f \cdot g = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{گزینه ۱ صحیح است}$$

گزینه «۴» - ۸

با توجه به f و g

$$f \circ g = \{(2, 3), (4, 4)\}$$

$$g \circ f = \{(2, 5), (1, 1)\}$$



$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-2) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 2 \\ t = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{-x} = 2$$

$$\Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

$$-4 - 1 = -5$$

بنابراین جمع ریشه‌ها برابر است با:

هندسه ۲

۱۱ - گزینه «۴»

در هر چهارضلعی محیطی، مجموع دو ضلع روبه‌رو با مجموع دو ضلع روبه‌روی دیگر برابر است.

$$AB + CD = BC + AD$$

$$(AB + CD) + (BC + AD) = 2(AB + CD)$$

$$22 = 2(AB + CD) \Rightarrow (AB' + B'B) + (CD' + D'D) = 11$$

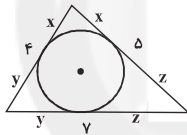
$$\Rightarrow (2x + 2) + (x + 3) = 11 \Rightarrow x = 2$$

۱۲ - گزینه «۳»

$$2(x + y + z) = 4 + 5 + 7 = 16$$

$$\Rightarrow x + y + z = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \xrightarrow{y+z=7} x = 1 \\ x + y + z = 8 \xrightarrow{x+z=5} y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$$



۱۳ - گزینه «۱»

$$\Delta ABF \Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CBE} = 4x$$

$$\Delta ADE \Rightarrow \widehat{CDF} = \widehat{CDF} = 4x$$

در چهارضلعی محیطی ABCD داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{B} = 180^\circ - 4x \\ \widehat{D} = 180^\circ - 4x \end{array} \right. \xrightarrow{\text{چهارضلعی محیطی}} \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 4x + 180^\circ - 4x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{8} = 22.5^\circ$$

۱۴ - گزینه «۲»

نقطه M وسط کمان EF است، پس $\widehat{FM} = \widehat{EM}$ است و داریم:

$$\widehat{D}_1 = \frac{\widehat{CBE} + \widehat{FM}}{2} = \frac{\widehat{CBE} + \widehat{EM}}{2} = \frac{\widehat{CBM}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{M} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 140^\circ \\ \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CFM} = 120^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \widehat{BEM} = 100^\circ$$

شرط اعمال جبری تابع، وجود اشتراک دامنه‌های تابع می‌باشد. لذا فقط برای $x = 2$ جمع دو تابع قابل تعریف است.

$$f \circ g(y) + g \circ f(y) = 8 \Rightarrow f \circ g + g \circ f = \{(2, 8)\}$$

برد تابع تنها شامل عضو ۸ می‌باشد.

۹ - گزینه «۱»

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1}(x) \in D_f\}$$

$$D_{g^{-1}} = R_g \rightarrow R_g = (-\infty, 2]$$

$$D_f : -x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0]$$

$$g(x) = 2 - \sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow g(x) - 2 = -\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow (g(x) - 2)^2 = x + 1$$

$$\Rightarrow g^2(x) - 4g(x) + 4 = x + 1$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in (-\infty, 2] \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$$

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x-3)(x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow \{x \in (-\infty, 2] \mid x \in [1, 3]\} \rightarrow D_{f \circ g^{-1}} = [1, 2]$$

شامل ۲ عدد صحیح می‌باشد.

۱۰ - گزینه «۴»

$$f \circ g(x) = 0 \rightarrow f(g(x)) = 0 \rightarrow (g(x), 0) \in f$$

با توجه به ضابطه $f(x)$.

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

$$\rightarrow f(x) = (x-2)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ برابر ۶ و ۲ می‌باشند. لذا $g(x)$ باید برابر ۶ و ۲ باشد.

$$-x + \sqrt{-x} = 2 \xrightarrow{\substack{\sqrt{-x}=t \\ t \geq 0}} t^2 + t = 2$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{-x} = 1 \\ t = -2 \rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$-x + \sqrt{-x} = 6 \xrightarrow{\substack{\sqrt{-x}=t \\ t \geq 0}} t^2 + t = 6$$



مرکز دایرهٔ محاطی یا محیطی شش ضلعی است. اگر طول ضلع شش ضلعی را a فرض کنیم، طول ضلع هر مثلث متساوی الاضلاع نیز a است.

$$\Delta OAB: r = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = 6$$

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \quad (\text{مساحت شش ضلعی منتظم})$$

$$\Rightarrow S = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 36 = 54\sqrt{3}$$

۲۰- گزینه «۱»

دایرهٔ محیطی چهارضلعی را رسم می‌کنیم. داریم:

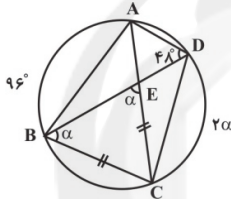
$$\widehat{ADB} = 48^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 96^\circ$$

$$BC = EC \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{BEC} = \alpha$$

$$\widehat{DBC} = \alpha \Rightarrow \widehat{DC} = 2\alpha$$

$$\widehat{BEC} = \alpha \Rightarrow \frac{\widehat{AB} + \widehat{DC}}{2} = 180^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \alpha = \frac{96^\circ + 2\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 66^\circ$$



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} &(A - B') \cup (A - C') \cup (A - (B \cup C)) \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap (B \cup C)') \\ &= A \cap [(B \cup C) \cup (B \cup C)'] = A \cap U = A \end{aligned}$$

۲۲- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} n=1 &\Rightarrow A_1 = [1, 1] = \{1\} \\ n=2 &\Rightarrow A_2 = \left[\frac{1}{2}, 1\right] \\ n=3 &\Rightarrow A_3 = \left[\frac{1}{3}, 1\right] \\ &\vdots \\ n \rightarrow 10 &\Rightarrow A_{10} = \left[\frac{1}{10}, 1\right] \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \bigcup_{n=1}^{10} A_n = \left[\frac{1}{10}, 1\right] \\ \bigcap_{n=1}^{10} A_n = \{1\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=1}^{10} A_n - \bigcap_{n=1}^{10} A_n = \left[\frac{1}{10}, 1\right)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{D}_1 &= \frac{\widehat{BEM}}{2} + \frac{\widehat{CBM}}{2} = \frac{100^\circ}{2} + \frac{140^\circ + 100^\circ}{2} \\ &= 50^\circ + 120^\circ = 170^\circ \end{aligned}$$

۱۵- گزینه «۲»

اندازهٔ مماس AE برابر P (نصف محیط مثلث ABC) است، بنابراین داریم:

$$BE = AE - AB = P - c = \frac{4 + 5 + 3}{5} - 4 = 6/25 - 4 = 2/25$$

۱۶- گزینه «۳»

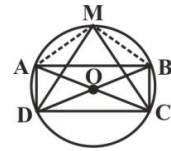
AC و BD قطرهای دایره‌اند، زیرا زوایای محاطی رویه‌رو به قطر برابر ۹۰ درجه می‌باشند.

$$\widehat{AMC} = \widehat{BMD} = 90^\circ$$

$$\Delta MAC: MA^2 + MC^2 = 4R^2$$

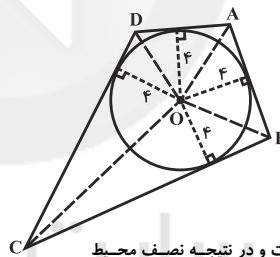
$$\Delta MBD: MB^2 + MD^2 = 4R^2$$

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 8R^2$$



۱۷- گزینه «۱»

چهارضلعی ABCD محیطی است.



بنابراین $AB + CD = AD + BC$ است و در نتیجه نصف محیط

چهارضلعی، برابر $P = 15$ می‌باشد. داریم:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 4 = \frac{S}{15} \Rightarrow S = 60$$

۱۸- گزینه «۴»

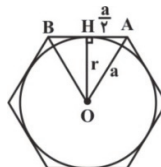
O مرکز دایرهٔ محاطی چهارضلعی بوده و در نتیجه چهارضلعی محیطی است، پس:

$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow (x + 1) + (2x + 3) \Rightarrow x = 7$$

$$ABCD \text{ محیط چهارضلعی} = AB + BC + CD + DA = 7x + 1 = 50$$

۱۹- گزینه «۱»

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 27\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 3\sqrt{3}$$



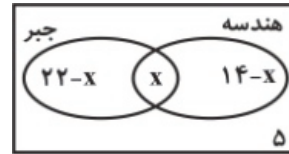
این شعاع، ارتفاع هر یک از شش مثلث

متساوی الاضلاعی است که رأس مشترکشان نقطه O



۲۳- گزینه «۲»

اگر تعداد شرکت کنندگان در هر دو درس جبر و هندسه را x فرض کنیم، می‌توانیم نمودار ون را مطابق شکل زیر ترسیم کنیم:



در نتیجه: $(22-x) + x + (14-x) + 5 = 30 \Rightarrow x = 11$

بنابراین تعداد کسانی که فقط در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند، برابر است با:

$14 - 11 = 3$

۲۴- گزینه «۱»

با استفاده از تعریف تفاضل و قانون دمورگان می‌توانیم رابطه تساوی را ساده‌تر کنیم:

$$\begin{aligned} (X \cap B')' \cap (X \cap B)' &= A \\ \Rightarrow (X' \cup B) \cap (X' \cup B') &= A \Rightarrow X' \cup (B \cap B') = A \\ \Rightarrow X' \cup \emptyset &= A \Rightarrow X' = A \Rightarrow X = A' \end{aligned}$$

۲۵- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} |A \cup B| \times |B - A| &= 5 \xrightarrow{|A \cup B| > 1} |B - A| = 1 \\ \Rightarrow |B| - |A \cap B| &= 1 \xrightarrow{|A \cap B| = 2} |B| - 2 = 1 \Rightarrow |B| = 3 \end{aligned}$$

۲۶- گزینه «۱»

اگر یکی از تاس‌ها ۶ بیاید، برای هر یک از دو تاس دیگر ۵ حالت وجود خواهد داشت، یعنی جمعاً $5 \times 5 = 25$ حالت. هر یک از ۳ تاس ممکن است ۶ بیاید، پس این پیشامد $3 \times 25 = 75$ عضو دارد.

۲۷- گزینه «۳»

برای این که حاصلضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا از آنها برابر یک و دیگری عددی اول باشد، پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بوده و دو تاس دیگر یک باشند و همین‌طور عدد اول مورد نظر می‌تواند دفعات بعد در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$

۲۸- گزینه «۴»

پیشامد تصادفی مورد نظر شامل ۲ حالت است: یکی خروج ۲ مهره آبی و یک مهره سفید و در نتیجه خروج ۳ مهره قرمز و دیگری خروج ۴ مهره آبی و دو مهره سفید. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{4}{2} + \binom{4}{4} \binom{2}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{48 + 1}{210} = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$$

۲۹- گزینه «۱»

باید داشته باشیم: $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$

$$\Rightarrow \frac{i+1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{i}{3} + \frac{1}{3} = 1 \xrightarrow{\times 30} 6i + 6 + 5 + 10i + 10 = 30$$

$$\Rightarrow 16i = 9 \Rightarrow i = \frac{9}{16}$$

$$P(a) = \frac{\frac{9}{16} + 1}{5} = \frac{5}{16}$$

پس:

و در نتیجه: $P(\{a, b\}) = P(a) + P(b) = \frac{5}{16} + \frac{1}{6} = \frac{23}{48}$

۳۰- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) &= 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + P(6) &= 1 \\ \Rightarrow P(6) = 1 - \left(2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) &= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \right) \\ = 1 - \frac{13}{32} &= \frac{19}{32} \end{aligned}$$

بنابراین احتمال اینکه شماره رو شده در پرتاب این تاس زوج باشد، برابر است با:

$$P(\{2, 4, 6\}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{19}{32} = \frac{25}{32}$$

فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۴»

ظرفیت خازن به بار الکتریکی ذخیره شده در آن و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن

بستگی ندارد، بلکه به ویژگی‌های ساختمانی خازن بستگی دارد؛ یعنی: $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$



۳۲- گزینه «۲»

چون خازن از مولد جدا شده است، Q ثابت می ماند. از طرفی وقتی بین دو صفحه خازن دی الکتریکی با ضریب K قرار می دهیم، ظرفیت آن K برابر می شود (C_۲ = KC_۱). لذا داریم:

$$Q = CV \Rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2$$

$$C_1 \times 100 = KC_1 \times 25 \Rightarrow K = 4$$

۳۳- گزینه «۱»

در خازن ها داریم:

$$Q = CV \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \quad (1)$$

از طرفی ظرفیت خازن تخت از رابطه زیر به دست می آید:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2)$$

$$V = \frac{Qd}{\kappa \epsilon_0 A} \quad (3)$$

اگر رابطه (۲) را در (۱) قرار دهیم، داریم:

بزرگی میدان الکتریکی در خازن های تخت از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می آید. در صورتی که V را از رابطه (۳) در این رابطه قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$E = \frac{Qd}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

$$\frac{Q=1/2 \times 10^{-6} C}{A=0.06 m^2, \kappa=1} \rightarrow E = \frac{1/2 \times 10^{-6}}{1 \times 8 \times 10^{-12} \times 0.06} = 2/5 \times 10^6 \frac{V}{m}$$

۳۴- گزینه «۲»

چون خازن پس از شارژ شدن از باتری جدا شده است، بار روی صفحات آن ثابت می ماند. بنابراین می توان نوشت:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{d_2 = d_1 + 0.25 d_1 = \frac{5}{4} d_1}{C_1} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{\frac{5}{4} d_1} \Rightarrow C_2 = \frac{4}{5} C_1$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{\frac{4}{5} C_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{5}{4}$$

درصد تغییرات انرژی ذخیره شده: $\frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \left(\frac{U_2}{U_1} - 1 \right) \times 100$

$$= \left(\frac{5}{4} - 1 \right) \times 100 = 25\%$$

۳۵- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} q &= ne \\ q &= It \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \Rightarrow n = \frac{0.8 \times 20}{1/6 \times 10^{-19}} = 10^{20} \text{ الکترون}$$

۳۶- گزینه «۳»

در این فرایند، حجم سیم ثابت مانده است، بنابراین داریم:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} L_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} L_2 \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = \frac{L_2}{L_1}$$

با استفاده از رابطه بین مقاومت الکتریکی یک سیم و ویژگی های فیزیکی آن، می توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{100} = \left(\frac{L_2}{40} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{L_2}{40} \Rightarrow L_2 = 16 \text{ cm}$$

۳۷- گزینه «۲»

چون دو سیم هم جنس اند و جرم سیم A سه برابر جرم سیم B است، بنابراین حجم

سیم A نیز سه برابر حجم سیم B خواهد بود. $V_A = 3V_B$

و همچنین وقتی قطر سیم A نصف قطر سیم B باشد، مساحت سطح مقطع سیم

$$d_A = \frac{1}{2} d_B \Rightarrow A_A = \frac{1}{4} A_B$$

$$V_A = 3V_B \Rightarrow A_A L_A = 3 A_B L_B \Rightarrow \left(\frac{1}{4} A_B \right) L_A = 3 A_B L_B$$

$$\Rightarrow L_A = 12 L_B$$

حال با توجه به رابطه مقاومت یک سیم با ویژگی های فیزیکی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 1 \times 12 \times 4 = 48$$

۳۸- گزینه «۱»

طول سیم برابر است با:

$$L = N \times 2\pi r = 100 \times 2\pi \times 20 \times 10^{-2} = 40\pi \text{ m}$$

مساحت مقطع سیم برابر است با:

$$A = \pi r_{سیم}^2 = \pi \times (2 \times 10^{-3})^2 = 4\pi \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

بنابراین مقاومت الکتریکی سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/6 \times 10^{-8} \times \frac{40\pi}{4\pi \times 10^{-6}} = 0.16 \Omega$$

۳۹- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، ابتدا مقاومت سیم در دمای ۲۰°C را محاسبه می کنیم. از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{I=200 \text{ mA}}{V=4 \text{ V}} \rightarrow R_1 = \frac{4}{0.2} = 20 \Omega$$

با افزایش دما مقاومت ویژه و در نتیجه مقاومت طبق رابطه زیر افزایش می یابد:



در مورد گزینه «۲»: رفتار مواد به ساختار آن‌ها وابسته است.

در مورد گزینه «۴»:

$$\text{درصد جرمی C در نفتان} = \frac{10 \times 12}{10 \times 12 + 8} \times 100 = 93.75\%$$

۴۰- گزینه «۱»

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

$$\Delta \theta = 400 \text{ K} \rightarrow R_T = 20 \times (1 + 4/5 \times 10^{-3} \times 400) \Rightarrow R_T = 56 \Omega$$

می‌دانیم که با افزایش روشنایی، مقاومت LDR کاهش می‌یابد. با کاهش مقاومت، جریان در مدار برقرار شده و لامپ LED روشن می‌شود. اگر لامپ روشنایی خاموش شود، مقاومت LDR افزایش می‌یابد.

شیمی ۲

۴۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: همه آلکان‌ها در آب نامحلول هستند.

گزینه «۲»: آلکان‌ها هیدروکربن‌هایی هستند که تمایل اندکی (نه هیچ تمایلی) به انجام واکنش‌های شیمیایی دارند و در واکنش‌هایی مثل سوختن شرکت می‌کنند.

گزینه «۴»: شستن دست با بنزین سبب خشک شدن پوست آن می‌شود.

۴۲- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: نام صحیح آن ۲، ۴ - تری‌متیل پنتان می‌باشد.

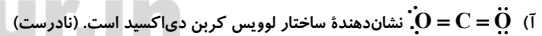
گزینه «۲»: نام صحیح آن سیکلو بوتان می‌باشد.

گزینه «۴»: نام صحیح آن ۲ - پنتن می‌باشد.

۴۳- گزینه «۲»

جمله داده شده در صورت سؤال کاملاً درست است. (طبق صفحه ۳۱ کتاب)

بررسی موارد:



(ب) این ترکیب نشان‌دهنده یک آلکان راست زنجیر است. (درست)

(پ) طبق شکل ۱۷ کتاب می‌توان هم بنزن و هم سیکلو آلکان‌هایی مانند سیکلو هگزان را مشاهده کرد. (درست)

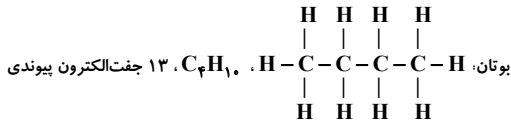
(ت) آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند که در آن‌ها هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم‌های دیگر متصل شده‌اند. (نادرست)

۴۴- گزینه «۴»

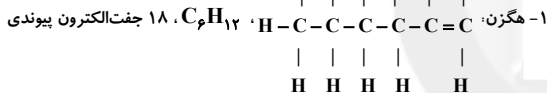
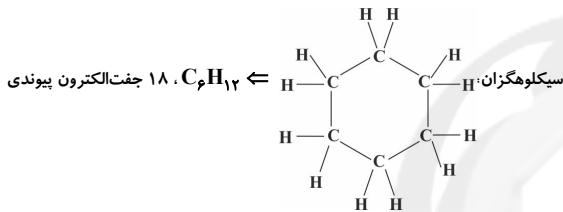
عبارت صورت سؤال صحیح می‌باشد، زیرا اولین عضو خانواده آلکن‌ها، اتن می‌باشد که در بیش‌تر گیاهان وجود دارد و به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

در مورد گزینه «۱»: از واکنش اتن با برم مایع، ساختار «۱، ۲ - دی‌برو موئان» حاصل می‌شود که یک ترکیب سیر شده است.

۴۵- گزینه «۴»



پروپن: $\text{CH}_2 = \text{CH} - \text{CH}_3$ ، C_3H_6 ، ۹ جفت‌الکترون پیوندی



۴۶- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: گرانروی به مقاومت (نه تمایل) در برابر جاری شدن می‌گویند.

گزینه «۲»: نقطه جوش آلکان‌ها با افزایش تعداد اتم‌های کربن و جرم و اندازه مولکول افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»: با بزرگ شدن زنجیرهای کربنی، نیروهای بین مولکولی افزایش می‌یابد و در نتیجه فراریت آلکان‌ها کاهش می‌یابد.

۴۷- گزینه «۳»

(آ) کلسیم اکسید

(ب) در برج تقطیر، دما از پایین به بالا کاهش می‌یابد.

(پ) بنزین مخلوطی از هیدروکربن‌ها است؛ بنابراین NO_2 فرآورده واکنش سوختن آن نمی‌باشد.

۴۸- گزینه «۱»

تنها مورد سوم نادرست است.

بررسی مورد سوم: ارزش مواد غذایی در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان نیست.



۴۹- گزینه «۴»

چگالی آب در حالت جامد کم تر از چگالی آب در حالت مایع می باشد. بنابراین $B < A < C$

۵۰- گزینه «۳»

میزان گرمی ازدست رفته از آلومینیم با میزان گرمای گرفته شده توسط آب برابر است. بنابراین:

$$-Q_{\text{آب}} = Q_{\text{آب}} \Rightarrow -m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow -21 \times 0 / 9 \times (\theta - 60) = 36 \times 4 / 2 \times (\theta - 10)$$

$$\Rightarrow 60 - \theta = 8(\theta - 10) \Rightarrow 60 - \theta = 8\theta - 80$$

$$140 = 9\theta \Rightarrow \theta = 15 / 9 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow \theta = 288 / 9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۴»

$$\cos \alpha \geq -1 \Rightarrow 1 + \cos \alpha \geq 0 \quad (1)$$

$$\tan \alpha (1 + \cos \alpha) < 0 \xrightarrow{(1)} \tan \alpha < 0$$

بنابراین α در ناحیه دوم یا ناحیه چهارم قرار دارد.

$$\frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} < 1 \xrightarrow{1 + \cos \alpha} 1 + \sin \alpha < 1 + \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha < \cos \alpha \quad (2)$$

پس α در بازه $(-135^\circ, 45^\circ)$ قرار دارد.

از اشتراک جواب های (۱) و (۲) نتیجه می گیریم که α در ناحیه چهارم قرار دارد.

۵۲- گزینه «۲»

$$P(x_P, y_P) = P(\cos \alpha, \sin \alpha)$$

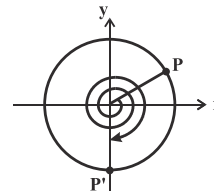
$$P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right) = P(\cos \alpha, \sin \alpha) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

توجه داشته باشید که نقطه P در ناحیه اول قرار دارد.

$$840^\circ = 2 \times 360^\circ + 120^\circ$$

حال اگر نقطه P را 840° درجه در جهت حرکت عقربه های ساعت دوران دهیم، به

نقطه P' (شکل زیر) می رسیم:



مختصات نقطه P' به صورت $(0, -1)$ می باشد. پس داریم:

$$P'(\alpha, \beta) = P'(0, -1)$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -1$$

۵۳- گزینه «۳»

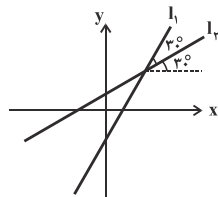
$$l_1: \sqrt{3}x - y = 1 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta_1 = \sqrt{3} \Rightarrow \text{زاویه } \theta_1 \text{ با قسمت مثبت محور } x \text{ ها } \theta_1 = 60^\circ$$

$$l_2: \sqrt{3}y - x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan \theta_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{زاویه } \theta_2 \text{ با قسمت مثبت محور } x \text{ ها } \theta_2 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه بین دو خط} = |\theta_1 - \theta_2| = 30^\circ$$



۵۴- گزینه «۴»

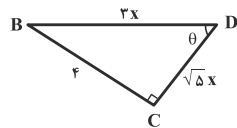
$$\cos^2 \theta - 3 \sin \theta \cos \theta = \cos^2 \theta \left(1 - \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta}\right)$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} (1 - 3 \tan \theta)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{9}{25}} \left(1 - \frac{9}{5}\right) = -\frac{10}{17}$$

۵۵- گزینه «۲»

$$\Delta ABC: \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = 4$$



در مثلث BCD ، با توجه به $BC = 4$ و $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، داریم:

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{2}{3}$$

$$\Delta BCD: \sin \theta = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = 6$$

$$\Delta BED (\hat{E} = 90^\circ): \sin \hat{B} = \frac{ED}{BD} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{ED}{6} \Rightarrow ED = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow BD - ED = 6 - 3\sqrt{2} = 3(2 - \sqrt{2}) = 3(2 - 1/4) = 1/8$$



۵۶- گزینه «۴»

$$3 \cos x + \frac{1}{3 \cos x} = \frac{9 \cos^2 x + 1}{3 \cos x} = 2 \Rightarrow 9 \cos^2 x + 1 = 6 \cos x$$

$$\Rightarrow 9 \cos^2 x - 6 \cos x + 1 = (3 \cos x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\cos x = \frac{1}{3}} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 9$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 8 \Rightarrow \tan x = \pm 2\sqrt{2} \xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} \tan x = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cot x = \frac{-1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

۵۷- گزینه «۱»

$$A = \frac{(\sqrt[5]{(-2)(-16)}) \cdot \sqrt[5]{(-5)^6}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{(\sqrt[5]{10}) \cdot (-5)}{\sqrt[4]{18}} = \frac{2 \times 5}{4} = \frac{10}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{A - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۵۸- گزینه «۱»

$$\sqrt{1+2+2\sqrt{2}} + \sqrt{9+2-6\sqrt{2}} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{2})^2}$$

$$= |1+\sqrt{2}| + |3-\sqrt{2}| = 1+\sqrt{2}+3-\sqrt{2} = 4$$

در بین گزینه‌ها، فقط ۶۸ مضرب صحیح ۴ است.

۵۹- گزینه «۲»

$$A = (\sqrt[5]{7+4\sqrt{3}})(2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}(\sqrt[5]{5\sqrt{5}})$$

$$= (\sqrt[5]{7+4\sqrt{3}})^{\frac{1}{2}}(2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}(\sqrt[5]{5\sqrt{5}})$$

$$= (\sqrt[5]{7+4\sqrt{3}})^{\frac{1}{2}}(2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt[5]{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} \times \sqrt{5} = \sqrt[5]{49-48} \times \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

۶۰- گزینه «۱»

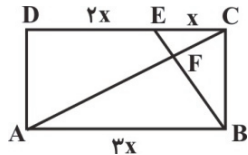
$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2-2ab} = \frac{6ab+2ab}{6ab-2ab} = \frac{8ab}{4ab} = 2$$

هندسه ۱

۶۱- گزینه «۴»

$$DE = 2x$$

با فرض $EC = x$ داریم:



$$AB = DC = 3x$$

در نتیجه:

مثلث‌های AFB و EFC به حالت تساوی زاویه‌های متناظرشان با هم

$$\frac{EF}{FB} = \frac{EC}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{FB} = \frac{1}{3}$$

متشابه‌اند. پس:

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{EF+FB}{FB} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow \frac{EB}{FB} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{EB=12} \frac{12}{FB} = \frac{4}{3} \Rightarrow FB = 9$$

۶۲- گزینه «۱»

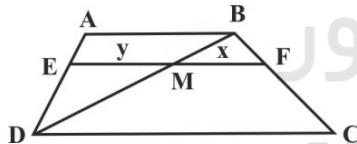
$$\frac{AM}{AC} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{5}$$

طبق عکس قضیه تالس، $EM \parallel BC$ و در نتیجه دو مثلث AEM و

$$\frac{EM}{BC} = \frac{2}{5}$$

ABC متشابه‌اند و نسبت تشابه $\frac{2}{5}$ است. بنابراین داریم:

۶۳- گزینه «۲»



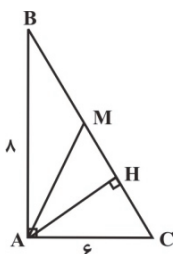
$$\Delta BDC : MF \parallel DC \Rightarrow \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$\Delta DAB : ME \parallel AB \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{10}{3}$$

$$EF = ME + MF = \frac{10}{3} + \frac{8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

۶۴- گزینه «۳»

با توجه به شکل زیر داریم:



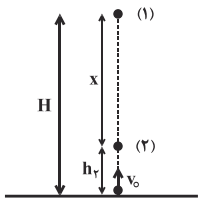
$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10$$



۶۸- گزینه «۳»



با توجه به این که اتلاف انرژی نداریم، می توان نوشت:

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{K_2 = 2U_2}{K_1 = 0} \rightarrow U_1 = 4U_2$$

$$\Rightarrow mgH = 4mgh_v \Rightarrow h_v = \frac{1}{4}H$$

در صورت سؤال، فاصله نقطه مورد نظر از بالاترین نقطه مسیر خواسته شده است. بنابراین داریم:

$$x = H - h_v = H - \frac{1}{4}H \Rightarrow x = \frac{3}{4}H$$

۶۹- گزینه «۴»

چون ۲۰ درصد از انرژی اولیه جسم تلف شده است، پس انرژی مکانیکی نهایی ۸۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه است. وقتی بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می شود که جسم پس از برخورد به آن، ساکن شود. داریم:

$$E_2 = \frac{80}{100} E_1 \Rightarrow (K_2 + U_{2e} + U_2) = \frac{80}{100} (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow 0 + 1/44 + 0 = 0/8 \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1/44}{0/8} = \frac{1}{2} \times 0/2v_1^2 + 0/2 \times 10 \times 0/5$$

$$\Rightarrow 1/8 = 0/1v_1^2 + 1 \Rightarrow v_1^2 = 8 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۷۰- گزینه «۳»

بازده بالاتر برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{mgh}{t}$$

از طرف دیگر، بازده بالاتر ۵ درصد کاهش یافته است، بنابراین:

$$\eta_1 - \eta_2 = 0/05 \Rightarrow \frac{mgh}{t_1} - \frac{mgh}{t_2} = P_{\text{ورودی}} \times 0/05$$

$$\Rightarrow \frac{2000 \times 10 \times 12}{60} - \frac{2000 \times 10 \times 12}{t_2} = 5000 \times 0/05$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{240}{t_2} = 0/25 \Rightarrow t_2 = 64s$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH \times 10 = 6 \times 8 \Rightarrow AH = 4/8$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = CH \times 10 \Rightarrow CH = 3/6$$

$$MH = CM - CH = 5 - 3/6 = 1/4$$

$$S_{\Delta AHM} = \frac{1}{2} AH.MH = \frac{1}{2} \times 4/8 \times 1/4 = 3/36$$

۶۵- گزینه «۴»

در مثلث ODC: $BA \parallel DC \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} \quad (1)$

در مثلث ODE: $BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OE} \quad (2)$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow OC^2 = OA.OE = 3 \times 9$$

$$\Rightarrow OC^2 = 27 \Rightarrow OC = 3\sqrt{3}$$

فیزیک ۱

۶۶- گزینه «۳»

از قضیه کار - انرژی جنبشی در بازه زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 استفاده می کنیم. در بازه زمانی صفر تا t_1 داریم:

$$W_t = K_1 - K_0 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}m((-2v)^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(3v^2) > 0$$

در بازه زمانی t_1 تا t_2 نیز داریم:

$$W_t' = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m((3v)^2 - (-2v)^2)$$

$$\Rightarrow W_t' = \frac{1}{2}m(5v^2) > 0$$

۶۷- گزینه «۲»

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{fk} = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$\frac{v_2 = 20 \frac{m}{s}}{s} \rightarrow W_{\text{موتور}} - 40 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 800 \times 400$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 200 \times 10^3 J$$

حال با استفاده از تعریف توان، داریم:

$$P_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{200 \times 10^3}{10} = 20 \times 10^3 W = 20 kW$$



شیمی ۱

۷۱- گزینه «۴»

گزینه «۱»: Na^+ به آرایش گاز نجیب Ne می‌رسد. از Ar برای ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌کنند.

گزینه «۲»: Al؛ عنصری از دسته P. با تشکیل کاتیون Al^{3+} به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد.

گزینه «۳»: Li^+ به آرایش گاز نجیب He می‌رسد. He آرایش هشت‌تایی ندارد.

گزینه «۴»: در کلسیم فسفید (Ca_3P_2) هم Ca^{2+} و هم P^{3-} به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسند.

۷۲- گزینه «۳»

گزینه «۱»: در لایه‌های هوا که با افزایش ارتفاع، فشار کاهش یافته و در نتیجه تعداد ذره‌های مولکول‌های هوا در واحد حجم به صورت پیوسته کاهش می‌یابد.

گزینه «۲»: تغییرات آب و هوایی در لایه تروپوسفر ایجاد می‌شود که در این لایه با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: در فاصله حدود ۵۰ تا ۷۵ کیلومتری از سطح زمین (سومین لایه)، با افزایش ارتفاع، دما کاهش یافته، در نتیجه شیب نمودار دما بر حسب ارتفاع منفی است.

گزینه «۴»: در لایه‌ای از هوا که در آن گونه‌های یونی وجود دارند، چگالی هوا نسبت به سایر لایه‌ها کم‌تر است.

۷۳- گزینه «۳»

فقط عبارت (آ) نادرست است.

عبارت (آ): گاز آرگون را می‌توان با تقطیر جزء به جزء هوای مایع با درصد خلوص بالا تهیه کرد.

عبارت (ب): گاز هلیوم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی استفاده می‌شود که منابع زیرزمینی برای تولید آن در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند.

عبارت (پ): سبک‌ترین گاز نجیب هلیوم است و از گاز آرگون برای تهیه محیط بی‌اثر در جوشکاری استفاده می‌شود.

عبارت (ت): گازهای خروجی در تقطیر جزء به جزء هوای مایع به ترتیب نیتروژن، آرگون و اکسیژن هستند که به ترتیب جرم مولی نمی‌باشند.

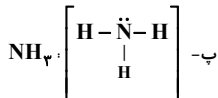
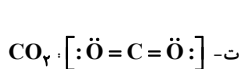
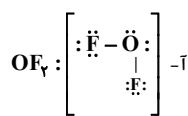
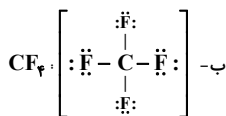
۷۴- گزینه «۲»

دمای نشان‌دهنده شده در واکنش به این معنا است که واکنش در دمای 550°C انجام می‌شود.

۷۵- گزینه «۳»

ساختار لوویس HCN به صورت $[\text{H}-\text{C}\equiv\text{N}]$ می‌باشد.

بررسی موارد:



۷۶- گزینه «۲»

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

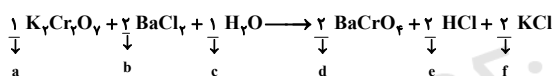
آ- H^+ ، ذره‌ای است که فقط از یک پروتون تشکیل شده است و در ارتفاع‌های بالاتر از ۷۵ کیلومتری سطح زمین دیده می‌شود.

ب- H^+ ، He^+ ، N_p^+ ، O_p^+ و O^+ هیچ‌کدام کاتیون‌های پایدار نیستند و به آرایش گاز نجیب نرسیده‌اند.

پ- فشار هوا در سطح زمین حدود ۱ atm و در ارتفاع ۷۵ کیلومتری، حدود 10^{-6} atm است.

ت- دما در انتهای لایه تروپوسفر به 218K (-55°C) می‌رسد.

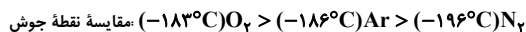
۷۷- گزینه «۱»



$$a + c - b = 1 + 1 - 2 = 0$$

۷۸- گزینه «۳»

مقایسه نقطه جوش N_p ، O_p و Ar به صورت زیر می‌باشد:



پس در دمای -198°C گازی از مخلوط هوای مایع خارج نمی‌شود. حال اگر دما را به تدریج افزایش دهیم، به ترتیب گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن از طرف حاوی هوای مایع خارج می‌شوند.

۷۹- گزینه «۴»

(۱) نزدیک‌ترین لایه به زمین تروپوسفر می‌باشد.

(۲) از گاز نیتروژن برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی همانند صنعت سرماسازی استفاده می‌شود.

(۳) پخش عمده هوا کره گاز اکسیژن و نیتروژن می‌باشد.



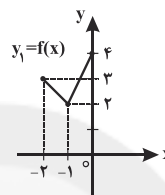
۸۰- گزینه «۴»

گزینه «۴» نادرست می‌باشد. زیرا این نماد نشان‌دهنده آن است که واکنش در دمای 120°C انجام می‌شود.

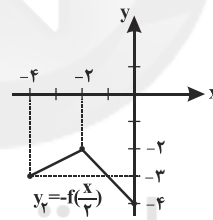
حسابان ۲

۸۱- گزینه «۲»

ابتدا باید نمودار تابع $y_1 = f(x)$ را به دست آوریم. برای این منظور، کافی است نمودار $y = h(x)$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت بالا انتقال دهیم؛ بنابراین:



حال برای رسم $y_2 = -f\left(\frac{x}{2}\right)$ کافی است نمودار تابع $y_1 = f(x)$ را در راستای افقی دو برابر منبسط و سپس نسبت به محور x ها قرینه کنیم؛ در نتیجه تابع $y_2 = -f\left(\frac{x}{2}\right)$ به صورت زیر به دست می‌آید.



۸۲- گزینه «۴»

$$f(x) = (x+1)^2 \xrightarrow[\text{واحد به راست}]{\text{واحد به چپ}} g(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 - 1$$

$$\Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = g\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

۸۳- گزینه «۱»

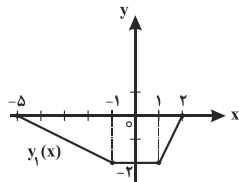
$$D_{f(2-x)} = [-1, 2] \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال دو واحد}} D_{f(-x)} = [-3, 0]$$

$$\xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال ۴ واحد}} D_{f(x+4)} = [-4, -1]$$

$$\xrightarrow[\text{افقی با ضریب } \frac{1}{3}]{\text{انقباض در راستای}} D_{f(3x+4)} = \left[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right]$$

۸۴- گزینه «۳»

اگر نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم و سپس یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به نمودار تابع $y_1(x) = -f(x+1)$ خواهیم رسید:



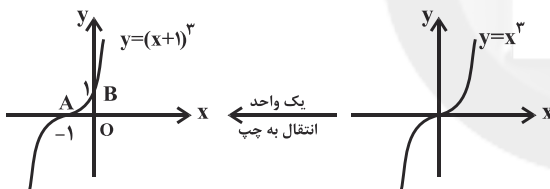
حال با دقت به دو نمودار $y_1(x)$ و $g(x)$ درمی‌یابیم که برای رسیدن به نمودار تابع $g(x)$ ، $y_1(x)$ را باید در راستای افقی، دو برابر منقبض کنیم و سپس دو واحد در راستای عمودی به سمت بالا انتقال دهیم. یعنی:

$$g(x) = 2 + y_1(2x) \Rightarrow g(x) = 2 - f(2x+1)$$

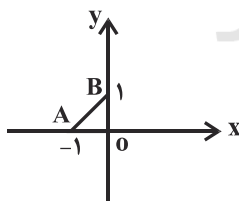
$$\Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow 2m+n=6$$

۸۵- گزینه «۲»

نمودار تابع $y = (x+1)^3$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم می‌کنیم.

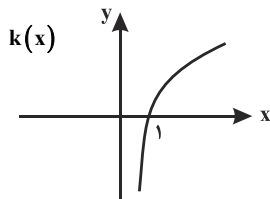


شکل مورد نظر، مثلث AOB در نمودار زیر است که مساحت آن $\frac{1}{2}$ می‌باشد.



۸۶- گزینه «۴»

کافی است نمودار تابع‌ها را رسم نماییم. به سادگی می‌بینیم نمودار $k(x) = \log_3^x$ مطابق شکل زیر، یک تابع اکیداً صعودی است.





گزینه «۳» - ۸۷

ابتدا دامنه ضابطه‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \log_{\frac{x}{1}}^{x+1} : x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ \log_{\frac{x}{1}}^{2x-3} : 2x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x > \frac{3}{2} \quad (1)$$

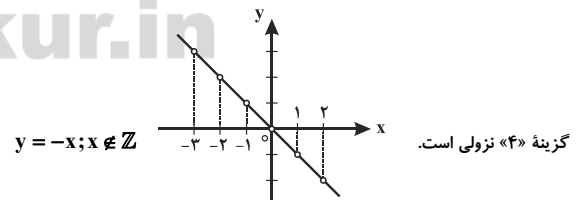
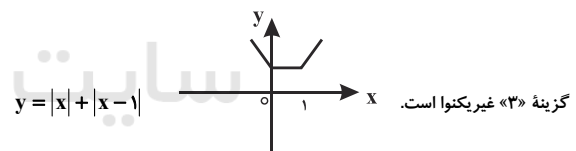
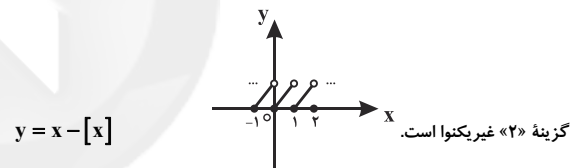
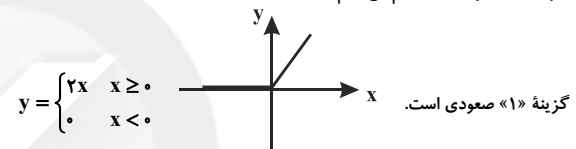
از طرفی تابع با ضابطه $y = \log_{\frac{x}{1}}^x$ اکیداً نزولی است؛ بنابراین داریم:

$$\log_{\frac{x}{1}}^{x+1} < \log_{\frac{x}{1}}^{2x-3} \Rightarrow x+1 > 2x-3 \Rightarrow x < 4 \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cap (2)}{\rightarrow} x \in \left(\frac{3}{2}, 4 \right)$$

گزینه «۴» - ۸۸

نمودار همه گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:



گزینه «۲» - ۸۹

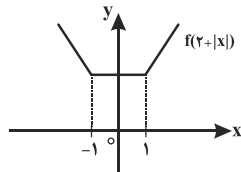
$$f(|x|) - f(y) \geq 0 \Rightarrow f(|x|) \geq f(y)$$

چون تابع f اکیداً نزولی است، باید $|x| \leq y$ باشد؛ بنابراین:

$$D_y : -2 \leq x \leq 2$$

گزینه «۳» - ۹۰

نمودار تابع $f(x)$ را دو واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $f(x+2)$ به‌دست آید. سپس به جای مقادیر تابع در x های منفی نمودار، قرینه آن به‌ازای x های مثبت را نسبت به محور y ها قرار می‌دهیم تا نمودار $f(2+|x|)$ مطابق شکل زیر به‌دست آید:



مشاهده می‌شود که بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(2+|x|)$ در آن صعودی است، بازه $[-1, +\infty)$ خواهد بود.

هندسه ۳

گزینه «۳» - ۹۱

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -7 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

گزینه «۴» - ۹۲

$$\sum_{k=1}^n a_{1k} b_{k2} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32}$$

$$a_{11} = 1+1=2 \quad b_{12} = 1 \times 2 = 2$$

$$a_{12} = 2^2 - 1 = 3 \quad b_{22} = 2 \times 2 = 4$$

$$a_{13} = 3^2 - 1 = 8 \quad b_{32} = 3 \times 2 = 6$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^3 a_{1k} b_{k2} = 2 \times 2 + 3 \times 4 + 8 \times 6 = 64$$

گزینه «۳» - ۹۳

$$A^T + AB + 3B = A(A+B) + 3B = A \times 2I + 3B$$

$$= 2A + 3B = 2(A+B) = 2 \times 2I = 4I$$

توجه داشته باشید که:

$$A+B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

گزینه «۱» - ۹۴

$$A = \frac{1}{2}(A^2 - 13I) = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 10 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$



۹۵- گزینه «۳»

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

با استدلال استقرایی به راحتی می توان متوجه شد که $A^k = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است. در نتیجه داریم:

$$A^{12} + A^{13} = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = 29$$

۹۶- گزینه «۴»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \vec{0}, A^3 = \vec{0}, A^4 = \vec{0}$$

$$A + A^2 + A^3 + A^4 = A + A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۹۷- گزینه «۴»

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 4A = A(A - 4I)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

۹۸- گزینه «۲»

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x+1 & -2x-1 & 0 \end{bmatrix} = -x^2 + x - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x+2)(x+1) = 0 \Rightarrow \alpha = -2, \beta = -1 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۹۹- گزینه «۱»

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & & & \\ & 4 & & \\ & & 4 & \\ & & & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow C^2 = \text{مجموع درایه های قطر اصلی } C^2 = 16$$

۱۰۰- گزینه «۲»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^4 = (A^2)^2 = (I)^2 = I$$

$$A^6 = (A^2)^3 = (I)^3 = I \Rightarrow A^6 = A^6 \times A = I \times A = A$$

$$A^6 - A^4 = A - I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

ریاضیات گسسته

۱۰۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: ابتدا قضیه شرطی را اثبات می کنیم:

توان دوم

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \xrightarrow{\text{توان دوم}} a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \geq 4 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$$

برای رد درستی عکس این قضیه شرطی، می توان $a = -2$ را در نظر گرفت.

گزینه «۲»: خود قضیه شرطی واضح است. عکس آن می گوید اگر $a \neq -1$ ، آنگاه

$a > 0$ که $a = -2$ مثال نقض است و این گزینه رد می شود.

گزینه «۳»: مثال نقض برای رد این عبارت $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ است.

گزینه «۴»: اگر $k^3 > k^2$ باشد، می توانیم ثابت کنیم $k > 1$.

$$k^3 > k^2 \Leftrightarrow k^2 \times k > k^2 \times 1 \xrightarrow{k^2 > 0} k > 1$$

تمام مراحل اثبات بالا دوطرفه است، بنابراین قضیه گزینه «۴» دو شرطی است.



۱۰۲ - گزینه «۳»

مثال نقض برای گزینه «۳»: با فرض $p = 2$ و $q = 3$ ، عدد $p + q = 5$ نیز عددی اول است. درستی گزینه‌های دیگر را خودتان بررسی کنید.

۱۰۳ - گزینه «۳»

گزینه «۱»: $a^x | a + b \xrightarrow{x(a-b)} \begin{cases} a^x | a^x - b^x \\ a^x | a^x \end{cases} \Rightarrow a^x | b^x$ (تفاضل)

گزینه «۲»: $\begin{cases} a^x | a + b \\ a | a^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a | a + b \\ a | a \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \begin{cases} a | b \\ a | a \end{cases} \Rightarrow a | 3b - 2a$

گزینه «۴»: $\begin{cases} a^x | b^x \\ a^x | a^x \end{cases} \Rightarrow a^x | a^x + b^x$ (مجموع)

مثال نقض برای گزینه «۳»: $a = 3$ ، $b = 6$.

۱۰۴ - گزینه «۴»

$\left. \begin{matrix} x + 3 | 4x - 1 \\ x + 3 | 4x + 12 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x + 3 | 13 \Rightarrow x + 3 = 13$ یا 1 یا -1

بنابراین تنها مقدار طبیعی ممکن برای x ، عدد 10 است و $A = (10, 3)$ تنها نقطه با مختصات طبیعی روی این منحنی می‌باشد.

۱۰۵ - گزینه «۲»

مثال نقض: اگر $a = 4$ و $b = 6$ باشد، آنگاه $6 \nmid 4$ ولی $(4, 6) = 2 \neq 1$

۱۰۶ - گزینه «۲»

با استفاده از مثال نقض می‌توان درستی گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» را رد کرد. به عنوان مثال فرض کنید $a = 24$ و $b = 9$ باشد، در این صورت $q = 2$ و $r = 6$ است.

گزینه «۱»: $(24, 6) \neq (9, 6)$

گزینه «۳»: $(24, 2) \neq (9, 2)$

گزینه «۴»: $(24, 9) \neq (24, 6)$

حال فرض کنید $d = (a, b)$ باشد، در این صورت با توجه به این که $a = bq + r$ است، داریم:

$$\left. \begin{matrix} d | b \\ d | a \end{matrix} \right\} \Rightarrow d | a - bq \Rightarrow d | r$$

بنابراین دو رابطه $d | r$ و $d | b$ برقرار است.

حال فرض کنید $m | b$ و $m | r$ در این صورت داریم:

$$\left. \begin{matrix} m | b \\ m | r \end{matrix} \right\} \Rightarrow m | bq + r \Rightarrow m | a$$

$m | a$ و $m | b$ و چون $d = (a, b)$ ، پس $m \leq d$. بنابراین $(b, r) = d$ است.

۱۰۷ - گزینه «۲»

$$x = 27q_1 + 12 \Rightarrow 2x = 2(27q_1) + 24$$

$$y = 27q_2 + 12 \Rightarrow 3y = 3(27q_2) + 39$$

$$\Rightarrow 2x - 3y = 27(2q_1 - 3q_2) - 15 = 27q - 15$$

$$= 27q - 27 + 12 = 27(q - 1) + 12 \Rightarrow r = 12$$

۱۰۸ - گزینه «۳»

$$a = 23q + 7q \Rightarrow 7q < 23 \Rightarrow q < \frac{23}{7} \Rightarrow q \leq 3$$

$$q_{\max} = 3 \Rightarrow a_{\max} = 3 \cdot (23) = 90 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9$$

۱۰۹ - گزینه «۲»

با توجه به الگوریتم تقسیم داریم:

$$\begin{cases} a = bq + 10 \\ a + 100 = bq' + 11 \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} 100 = b(q' - q) + 1$$

$$\Rightarrow b(q' - q) = 99 \Rightarrow b | 99$$

حال با توجه به آن که باقی‌مانده‌ها برابر با 10 و 11 شده‌اند، پس $b > 11$ است. از آن جا که $99 = 1 \times 99 = 3 \times 33$ می‌تواند دو مقدار $b = 33$ و $b = 99$ را بپذیرد.

۱۱۰ - گزینه «۱»

عدد k را با توجه به باقی‌مانده آن در تقسیم بر 5 ، به یکی از حالت‌های زیر می‌توان نوشت:

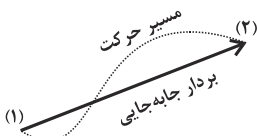
$$\begin{cases} k = 5q \\ k = 5q + 1 \\ k = 5q + 2 \\ k = 5q + 3 \\ k = 5q + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^2 + 1 = 5q^2 + 1 \\ k^2 + 1 = 5q^2 + 2 \\ k^2 + 1 = 5q^2 + 5 = 5q_1 \\ k^2 + 1 = 5q^2 + 10 = 5q_2 \\ k^2 + 1 = 5q^2 + 17 = 5q_3 + 2 \end{cases}$$

پس باقی‌مانده $k^2 + 1$ بر 5 ، می‌تواند یکی از اعداد صفر، 1 و 2 باشد.

فیزیک ۳

۱۱۱ - گزینه «۴»

بردار جابه‌جایی، پاره‌خط جهت‌داری است که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند. این بردار اطلاعاتی راجع به مسیر حرکت به ما نمی‌دهد.



مسافت طی شده، طول مسیر حرکت از مکان آغازین حرکت تا مکان پایانی حرکت است.

مسافت طی شده کمیتی نرده‌ای است و هیچ‌گونه اطلاعاتی راجع به جهت حرکت به ما نمی‌دهد.

با این توضیحات، تنها گزینه «۴» صحیح است.



گزینه «۴» - ۱۱۲

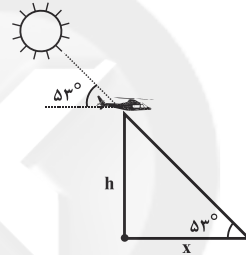
با توجه به این که تندی متوسط اتومبیل را پس از طی مسافت ۴۵۵km می‌دانیم، می‌توانیم زمان کل حرکت را محاسبه کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{t} \Rightarrow ۳۵ = \frac{۴۵۵}{t} \Rightarrow t = ۱۳h$$

نیمه اول زمانی حرکت یعنی ۶/۵ ساعت ابتدایی حرکت و چون ما اطلاعات کافی راجع به حرکت اتومبیل طی این مدت نداریم، نمی‌توان تندی متوسط آنرا حساب کرد.

گزینه «۳» - ۱۱۳

با توجه به حرکت عمودی پهباد و حرکت افقی سایه بر روی سطح زمین می‌توانیم از مفهوم $\tan \alpha$ برای حل این مسئله کمک بگیریم:



$$h = v_{av} \Delta t = ۵ \times ۴ = ۲۰m$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan ۵۳^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{h}{\tan ۵۳^\circ} = \frac{۲۰}{\frac{۴}{۳}} = ۱۵m$$

$$(v_{av})_{\text{سایه}} = \frac{x}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵ \frac{m}{s}$$

بنابراین:

گزینه «۳» - ۱۱۴

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. با توجه به شکل،

$$\Delta x_A > \Delta x_B > \Delta x_C$$

در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، داریم:

از طرفی با توجه به تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow (v_{av})_A > (v_{av})_B > (v_{av})_C$$

شیب خط واصل بین دو نقطه در نمودار سرعت - زمان، شتاب متوسط متحرک بین آن دو

نقطه را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، بین دو لحظه t_1 و t_2 ، شیب خط واصل برای هر

سه نمودار یکسان است و بنابراین داریم:

$$(a_{av})_A = (a_{av})_B = (a_{av})_C$$

گزینه «۲» - ۱۱۵

گزینه «۱» نادرست است. متحرک در بازه زمانی ۳s تا ۱۰s در جهت مثبت محور X و در بازه زمانی ۱۴s تا ۱۸s در جهت منفی محور حرکت می‌کند. بنابراین در لحظه ۸s رو به سوی مثبت و در لحظه ۱۶s رو به سوی منفی در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینه «۲» درست است. متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳s و ۱۴s تا ۱۸s و در مجموع به مدت ۷s در خلاف جهت محور X حرکت نموده است.

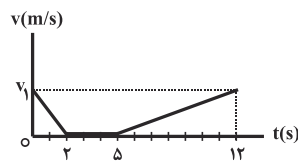
گزینه «۳» نادرست است. در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۴s و به مدت ۴ ثانیه متحرک ساکن و در نتیجه سرعت آن صفر بوده است.

گزینه «۴» نادرست است. تندی متوسط برابر مسافت طی شده تقسیم بر بازه زمانی است. چون برای جسم در حال حرکت، هیچ وقت مسافت طی شده صفر نمی‌شود، لذا تندی متوسط نیز صفر نخواهد شد.

دقت کنید، در بازه زمانی صفر تا ۱۶ ثانیه چون جابه‌جایی متحرک صفر می‌باشد، سرعت متوسط آن صفر خواهد شد.

گزینه «۱» - ۱۱۶

با توجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصله آن از مبدأ حرکت برابر با جابه‌جایی آن است. جابه‌جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی سرعت - زمان است. پس:



$$d_{\max} = \Delta x_{(0 \rightarrow 2s)} + \Delta x_{(2 \rightarrow 5s)} + \Delta x_{(5 \rightarrow 12s)}$$

$$\Rightarrow ۶۳ = \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times ۲ \right) + ۰ + \left(\frac{1}{2} \times v_1 \times ۷ \right)$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{۶۳}{۴/۵} = ۱۴ \frac{m}{s}$$

حال می‌توان مسافت طی شده در مرحله تندشونده (یعنی از لحظه ۵s تا ۱۲s) را با

$$d_{(5 \rightarrow 12s)} = \frac{1}{2} \times ۱۴ \times ۷ = ۴۹m$$

محاسبه مساحت زیر نمودار به‌دست آورد.

گزینه «۳» - ۱۱۷

طبق نمودار زمانی که متحرک در مکان $x = -۹m$ قرار دارد، سرعت آن برابر با صفر است. با توجه به معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow \frac{v_1 = 0, v_2 = +12 \frac{m}{s}}{\Delta x_1 = ۲۷ - (-۹) = ۳۶m} \rightarrow ۱۴۴ - ۰ = ۲a \times ۳۶$$

$$\Rightarrow a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده دوباره از معادله سرعت - جابه‌جایی، داریم:



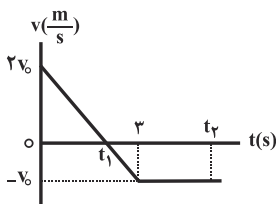
۱۲۰ - گزینه «۳»

متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان عبور کرده است. بنابراین در لحظه‌ای که دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند، جابه‌جایی آن برابر با صفر می‌شود. از طرفی می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{2v_0}{v_0} = \frac{t_1}{3-t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$

از لحظه صفر تا $t = 2s$ ، نمودار سرعت - زمان بالای محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن مثبت است. داریم:

$$S_1 = \frac{2 \times 2v_0}{2} = 2v_0$$



از لحظه $t_1 = 2s$ به بعد، نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن منفی است. اگر فرض کنیم متحرک در لحظه t_2 به مبدأ مکان باز می‌گردد، داریم:

$$|S_2| = \frac{(t_2 - t_1) + (t_2 - 3)}{2} \times v_0$$

$$\xrightarrow{t_1=2s} |S_2| = \frac{(t_2 - 2) + (t_2 - 3)}{2} \times v_0 = \frac{2t_2 - 5}{2} v_0$$

در نتیجه داریم:

$$S_1 = |S_2| \Rightarrow 2v_0 = \frac{2t_2 - 5}{2} v_0 \Rightarrow t_2 = 4/5s$$

شیمی ۳

۱۲۱ - گزینه «۳»

در ساختار صابون‌های مایع آمونوم‌دار با فرمول RCOONH_4 ، عنصر فلزی وجود ندارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در ساختار عسل همانند متانول (ساده‌ترین الکل) گروه‌های هیدروکسیل وجود دارد. بنابراین، هر دو آن‌ها می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

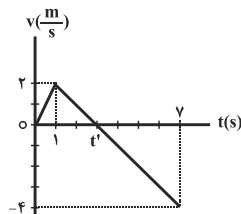
گزینه «۲»: اسیدهای چرب کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند که فرمول عمومی آن‌ها $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ است. پس فرمول اسید چرب موردنظر

$\text{C}_{17}\text{H}_{34}\text{O}_2$ بوده و جرم مولی آن برابر 270 g.mol^{-1} است.

گزینه «۴»: اتیلن گلیکول قطبی بوده و در حلال‌های قطبی حل می‌شود. در حالی که، بنزین ماده‌ای ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان حل می‌شود.

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (-9) \Rightarrow v_0 = -6 \frac{m}{s}$$

۱۱۸ - گزینه «۱»



زمانی که تندی متحرک در حال کاهش است، حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین مطابق نمودار از لحظه $t = 1s$ تا t' ، حرکت متحرک کندشونده است. برای محاسبه t' با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{2}{t'-1} = \frac{4}{4-t'} \Rightarrow t' = 3s$$

در بازه $t = 1s$ تا $t' = 3s$ یعنی به مدت $2s$ حرکت متحرک کندشونده است.

۱۱۹ - گزینه «۲»

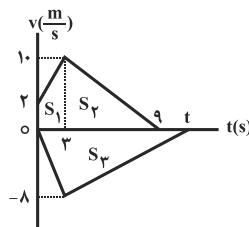
می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین کافی است مساحت سطح محصور بین هر کدام از نمودارها را حساب نموده و مساوی هم قرار دهیم. دقت کنید، چون تا لحظه توقف، علامت سرعت متحرک‌ها تغییر نکرده است ($v_A > 0$) و ($v_B < 0$)، متحرک‌ها تغییر جهت نداده‌اند. لذا جابه‌جایی و مسافت طی شده آنها با هم برابر است.

$$\Delta x_A = S_1 + S_2 = \left(\frac{2+10}{2} \times 3\right) + \left(\frac{6 \times 10}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = 18 + 30 = 48m$$

$$\Delta x_B = |S_3| = \left|\frac{-8 \times t}{2}\right| \Rightarrow \Delta x_B = 4t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 48 = 4t \Rightarrow t = 12s$$

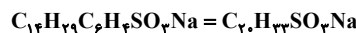


با توجه به شکل، متحرک A در لحظه $t = 9s$ و متحرک B در لحظه $t = 12s$ متوقف می‌شود. بنابراین متحرک B به مدت $\Delta t = 12 - 9 = 3s$ بعد از متحرک A متوقف می‌گردد.

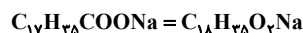


۱۲۲ - گزینه «۴»

پاک کننده غیر صابونی:



پاک کننده صابونی:



پاک کننده غیر صابونی ۲ اتم کربن بیش تر، ۲ اتم هیدروژن کم تر، یک اتم گوگرد و یک اتم اکسیژن بیش تر دارد.

$$70 = (2 \times 12) - (2 \times 1) + 32 + 16 = 70$$

۱۲۳ - گزینه «۳»

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت ها:

عبارت «الف»: کلوئیدها همانند محلولها پایدار و همانند سوسپانسیونها قادر به پخش نور هستند.

عبارت «ب»: قدرت پاک کنندگی صابون در آب دریا به دلیل غلظت بالاتر یونهای Mg^{2+} و Ca^{2+} کمتر از آب چشمه است.

عبارت «پ»: لکه های سفید رسوب $(RCOO)_2Mg$ و $(RCOO)_2Ca$ هستند.

عبارت «ت»: صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن های گوناگون گیاهی یا جانوری (مانند روغن زیتون و ...) با سدیم هیدروکسید تهیه می کنند.

۱۲۴ - گزینه «۴»

رنگ پوششی یک کلوئید است. کلوئیدها به ظاهر همگن هستند ولی در اصل مخلوط ناهمگن بوده و از توده های مولکولی تشکیل شده اند.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: ژله، کلوئید است ولی ذره های سازنده آن، توده های مولکولی هستند.

گزینه «۲»: شربت معده یک سوسپانسیون و مخلوط اوره و آب، یک محلول است. سوسپانسیون برخلاف محلول، نور را پخش می کند.

گزینه «۳»: مخلوط پایدار شده آب و روغن، یک مخلوط ناهمگن است.

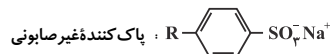
۱۲۵ - گزینه «۲»

عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی سایر عبارت ها:

عبارت «پ»: نوع پارچه بر میزان چسبندگی لکه های چربی تأثیر گذار است.

عبارت «ت»: تفاوت در ساختار شیمیایی پاک کننده های صابونی و پاک کننده های غیر صابونی هم در گروه ناقطبی هم در گروه قطبی آنها است.



۱۲۶ - گزینه «۴»

پاک کننده های خورنده، برخلاف پاک کننده های صابونی و غیر صابونی، با آلاینده ها واکنش می دهند.

۱۲۷ - گزینه «۱»

عبارت های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

عبارت الف نادرست است. یکی از فرآورده های این واکنش گاز هیدروژن است.

۱۲۸ - گزینه «۳»

صابون گوگرد دار برای از بین بردن جوش های صورت و قارچ های پوستی به کار می رود. هم چنین به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی و میکروب کشی صابون ها به آنها ماده شیمیایی کلردار می افزایند.

۱۲۹ - گزینه «۴»

بررسی گزینه های نادرست:

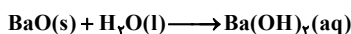
گزینه «۱»: قبل از آرنیوس به ویژگی ها و واکنش های اسید و باز پی برده شده بود.

گزینه «۲»: یون هیدرونیوم در آب به صورت $H_3O^+(aq)$ است.

گزینه «۳»: سدیم هیدروکسید در آب می تواند غلظت یون OH^- را افزایش دهد.

۱۳۰ - گزینه «۳»

ابتدا معادله واکنش را می نویسیم:



$$38 / 25g BaO \times \frac{1 mol BaO}{152g BaO} \times \frac{1 mol Ba(OH)_2}{1 mol BaO}$$

$$\times \frac{3 mol \text{ یون}}{1 mol Ba(OH)_2} = 0.75 mol \text{ یون}$$

کافد pH در محیط های اسیدی به رنگ قرمز و در محیط های بازی به رنگ آبی در می آید.



سایت کنکور

Konkur.in