



حسابان ۱

حسابان ۱

مثلثات

صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

۱- کدام رابطه صحیح است؟ (زاویه‌ها بر حسب رادیان اند).

(۱)  $\sin 2 < \cos 3$

(۲)  $\tan 1 < \cot 1$

(۳)  $\tan 4 > \cot 5$

(۴)  $\cos 1 > \sin 1$

۲- دو چرخه سواری در حال رکاب زنی در پیستی دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰۰m می‌باشد. وقتی چرخ جلو به شعاع ۴m / ۰، نیم دور

کامل می‌زند، چرخ عقب به اندازه  $\frac{4\pi}{5}$  رادیان می‌چرخد. در صورتی که دو چرخه سوار ۴۸ / ۰ محیط پیست را طی کند، چرخ عقب چند دور کامل خواهد چرخید؟

(۱) ۹۶ (۲) ۱۹۲ (۳) ۹۲ (۴) ۱۸۴

۳- اگر  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - \beta \right) = 1$  باشد، در حالت کلی کدام رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  می‌تواند برقرار باشد؟

(۱)  $\beta = \alpha - \frac{\pi}{3}$  (۲)  $\alpha = \beta - \frac{2\pi}{4}$  (۳)  $\beta = \alpha + \frac{5\pi}{6}$  (۴)  $\beta = \alpha + 3\pi$

۴- حاصل عبارت  $A = \tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{2\pi}{20} \tan \frac{5\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۵- با توجه به تساوی  $\frac{\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) - 2 \sin \left( \alpha - 3\pi \right)}{3 \sin \left( \alpha - \frac{3\pi}{2} \right)} = 2$  مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۶- کمترین مقدار تابع  $y = \sin^2 x - \cos^2 x - 3 \sin x$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۲ (۳)  $-\frac{17}{8}$  (۴)  $-\frac{17}{4}$

۷- اگر  $\frac{\sin x - \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\cos x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $-\frac{3}{5}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۸- اگر  $5 \sin 6x \cos 2x = 4 - 5 \sin 2x \cos 6x$  مقدار  $\sin 4x$  کدام است؟  $\left( 0 < x < \frac{\pi}{16} \right)$

(۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۴)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۹- اگر  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ،  $\cos \beta = \frac{1}{5}$ ،  $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  و  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$  باشد، مقدار  $25 \cos(\alpha + \beta) + 4$  کدام است؟

(۱)  $6\sqrt{6}$  (۲)  $-6\sqrt{6}$  (۳)  $6\sqrt{6} + 8$  (۴)  $-6\sqrt{6} + 8$

۱۰- حاصل عبارت  $\sin 20^\circ (\tan 40^\circ + \tan 50^\circ)$  کدام است؟

(۱)  $2 \sin 10^\circ$  (۲)  $2 \cos 10^\circ$  (۳)  $4 \sin 10^\circ$  (۴)  $4 \cos 10^\circ$



هندسه ۲

**هندسه ۲**  
تبدیل‌های هندسی  
صفحه‌های ۴۵ تا ۵۶

۱۱- اگر نقاط  $A'$  و  $A''$  مجانس‌های نقطه  $A$  نسبت به مرکز  $O$  و به ترتیب با نسبت‌های تجانس  $k_1$  و  $k_2$  باشند، آنگاه  $A'$  با چه نسبتی می‌تواند مجانس  $A''$  نسبت به مرکز  $O$  باشد؟

(۱)  $\frac{k_1}{k_2}$  (۲)  $\frac{k_2}{k_1}$

(۳)  $k_1 k_2$  (۴) هیچ‌گاه مجانس  $A''$  نیست.

۱۲- کدام یک از گزینه‌های زیر، لزوماً برقرار نیست؟

- (۱) تجانس، شیب خط را حفظ می‌کند.  
(۲) تجانس، اندازه زاویه را حفظ می‌کند.  
(۳) تجانس، طولی است.  
(۴) نسبت تجانس، عددی حقیقی و غیر صفر است.

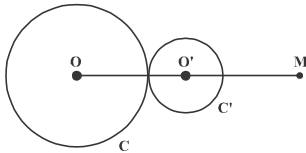
۱۳- اگر نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$ ، وسط‌های اضلاع مثلث دلخواه  $ABC$  باشند، آنگاه مثلث  $MNP$ ، مجانس مثلث  $ABC$  به کدام مرکز تجانس است؟

- (۱) محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث  $ABC$   
(۲) محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث  $ABC$   
(۳) محل هم‌مرسی نیمسازهای داخلی مثلث  $ABC$   
(۴) محل هم‌مرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث  $ABC$

۱۴- مستطیل  $ABCD$  مفروض است. اگر تحت یک تجانس، نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب بر نقاط  $C$  و  $D$  تصویر شوند، آنگاه نسبت این تجانس کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۵- در شکل زیر، دو دایره  $C(O, 5)$  و  $C'(O', 2)$  نسبت به نقطه  $M$ ، مجانس یکدیگرند. طول  $MO'$  کدام است؟

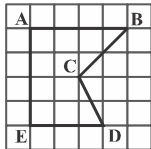


(۱)  $\frac{7}{3}$  (۲) ۳  
(۳) ۵ (۴)  $\frac{14}{3}$

۱۶- یک تجانس غیر همانی، چند نقطه ثابت تبدیل دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۱۷- در شکل مقابل، اگر بخواهیم مساحت چندضلعی شبکه‌ای  $ABCDE$  را بدون تغییر تعداد اضلاع و محیط آن، با تبدیل هندسی مناسب تا حد امکان افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر خواهد بود؟



(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۸- مطابق شکل، دو شهر  $A$  و  $B$  به فاصله ۱۰ کیلومتر از هم و هر کدام به فاصله ۳ کیلومتر از ساحل دریا مفروض‌اند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین دو شهر احداث کنیم به گونه‌ای که ۲ کیلومتر از جاده از کنار ساحل بگذرد، آنگاه طول جاده بین  $A$  و  $B$ ، چند کیلومتر خواهد بود؟



(۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

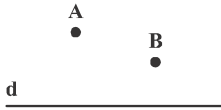
۱۹- دو نقطه  $A$  و  $B$  در دو طرف خط  $L$  و به فواصل متفاوت از آن قرار دارند. اگر بخواهیم نقطه‌ای مانند  $M$  روی خط  $L$  چنان

بیابیم که  $|MA - MB|$  بیشترین مقدار ممکن باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) تجانس (۲) دوران  
(۳) انتقال (۴) بازتاب



۲۰- در شکل زیر، نقطه A به فاصله ۸/۵ واحد از خط d و ۸ واحد از نقطه B مفروض است. نقطه M را روی خط d چنان انتخاب می‌کنیم که MA + MB کمترین مقدار ممکن را دارا باشد، اگر این مقدار مینیمم برابر ۱۵ باشد، آنگاه طول MA کدام است؟



- (۱)  $\frac{161}{30}$   
 (۲)  $\frac{289}{30}$   
 (۳)  $\frac{27}{5}$   
 (۴)  $\frac{48}{5}$

**آمار و احتمال**

**آمار و احتمال**

آمار توصیفی

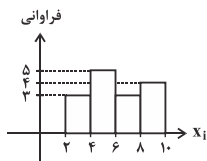
صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۰

۲۱- نمودار میله‌ای، بافت‌نگاشت و دایره‌ای، به ترتیب برای کدام یک از انواع داده‌ها مناسب‌اند؟

- (۱) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی پیوسته  
 (۲) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی گسسته و کیفی  
 (۳) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی پیوسته  
 (۴) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی گسسته و کیفی

۲۲- شکل مقابل نمودار بافت‌نگاشت تعدادی داده در چهار دسته است. در نمودار دایره‌ای این داده‌ها، زاویه متناظر با دسته آخر چند درجه است؟

- (۱) ۹۶  
 (۲) ۶۰  
 (۳) ۸۴  
 (۴) ۷۲



۲۳- ۶۰ داده در تعدادی دسته قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که فراوانی دسته‌های اول تا سوم به ترتیب X، X+1 و X-3 و زاویه متناظر با دسته دوم در نمودار دایره‌ای برابر ۶۰° است. زاویه متناظر با دسته سوم در نمودار دایره‌ای کدام است؟

- (۱) ۳۰°  
 (۲) ۳۶°  
 (۳) ۴۰°  
 (۴) ۴۵°

$x_i$	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
$f_i$	۳	۲	x	۶	۲

۲۴- اگر میانگین داده‌های جدول مقابل ۲۴/۲۴ باشد، X کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۲  
 (۳) ۱۲  
 (۴) ۱۷

۲۵- مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. میانگین این اعداد، چقدر از میانه آنها بیشتر است؟

- (۱) صفر  
 (۲) ۱  
 (۳) ۲  
 (۴) ۳

۲۶- در جدول داده‌های مقابل، میانه و مد به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

$x_i$	۷	۸	۱۲	۱۴	۱۷	۲۰
$f_i$	۵	۱	۵	۲	۷	۳

- (۱) ۱۷، ۱۳  
 (۲) ۷، ۱۳  
 (۳) ۷، ۱۴  
 (۴) ۱۷، ۱۴

۲۷- کدام یک از شاخص‌های آماری زیر در میان داده‌های ۵/۲، ۲/۵، ۱/۱ و داده‌های ۵/۱۱۲، ۱۱۲/۵، ۱۱۱/۱۱۱ برابر است؟

- (۱) میانگین  
 (۲) میانه  
 (۳) انحراف معیار  
 (۴) ضریب تغییرات

۲۸- در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ از بین آنها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده تقریباً کدام است؟

- (۱) ۱۴/۷۲  
 (۲) ۱۴/۸۱  
 (۳) ۱۵/۳۳  
 (۴) ۱۶/۶۶

۲۹- اگر انحراف معیار داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر ۲ و ضریب تغییرات آنها برابر c باشد، ضریب تغییرات داده‌های  $2 + 5x_1, 2 + 5x_2, \dots, 2 + 5x_n$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5c}{5+c}$   
 (۲)  $\frac{5+c}{5c}$   
 (۳)  $\frac{5c}{5+2c}$   
 (۴)  $\frac{5+2c}{5c}$

۳۰- در نمایش داده‌های ۱۵، ۱۴، ۱۰، ۱۷، ۱۶، ۱۹، ۱۳، ۱۵، ۱۲، ۱۷، ۱۶، ۱۹، ۱۲، ۱۴، ۱۱ با نمودار جعبه‌ای، دامنه تغییرات داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۳  
 (۳) ۴  
 (۴) ۵



فیزیک ۲

فیزیک ۲

مغناطیس

صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

۳۱- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(۱) به کمک عقربه مغناطیسی می‌توان جهت میدان مغناطیسی را در هر نقطه از فضای اطراف یک آهنربا تعیین کرد.

(۲) در کره زمین فاصله قطب جنوب مغناطیسی تا قطب جنوب جغرافیایی بیشتر از فاصله آن تا قطب شمال جغرافیایی است.

(۳) در یک دور چرخش کامل عقربه‌ای مغناطیسی به دور یک آهنربای میله‌ای ثابت، عقربه ۳۶۰ درجه می‌چرخد.

(۴) در برخی نقاط زمین مناطقی وجود دارند که شیب مغناطیسی در آن صفر است.

۳۲- ذره‌ای با بار الکتریکی  $-5\mu\text{C}$  با سرعت  $\vec{v} = -4 \times 10^6 \hat{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$  وارد میدان مغناطیسی  $\vec{B} = (0/12\hat{i} - 0/15\hat{j})\text{T}$  می‌شود.

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲/۴ (۳) ۵/۴ (۴) ۰/۶

۳۳- الکترونی با سرعت  $\vec{v}$  وارد میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  یکنواخت که بر هم عمودند، می‌شود. سرعت حرکت الکترون می‌تواند ثابت بماند در صورتی که  $\vec{v}$  ... (از جرم الکترون صرف نظر کنید).

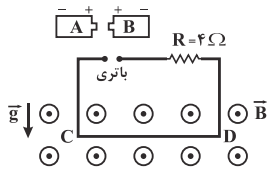
(۱) عمود بر  $\vec{E}$ ، موازی با  $\vec{B}$  و مقدار آن  $\frac{B}{E}$  باشد. (۲) عمود بر  $\vec{B}$ ، موازی با  $\vec{E}$  و مقدار آن  $\frac{E}{B}$  باشد.

(۳) موازی با  $\vec{E}$  و مقدار آن  $\frac{B}{E}$  باشد. (۴) عمود بر  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  و مقدار آن برابر  $\frac{E}{B}$  باشد.

۳۴- الکترونی به جرم  $m$  با سرعت اولیه  $\vec{v}$  در راستای افقی از شمال به سمت جنوب پرتاب می‌شود. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در چه راستا و جهتی باشد تا جهت حرکت الکترون تغییر نکند؟

- (۱) قائم به سمت بالا (۲) افقی در جهت شرق (۳) قائم به سمت پایین (۴) افقی در جهت غرب

۳۵- در شکل زیر، سیم  $CD$  به طول  $1\text{m}$  و جرم  $4\text{g}$  به صورت عمود بر میدان مغناطیسی برون‌سویی به بزرگی  $40\text{mT}$  قرار دارد. کدام باتری آرمانی و با چه ولتاژی بر حسب ولت را در مدار قرار دهیم تا نیروی کشش سیم‌های نگه‌دارنده سیم  $CD$  صفر شود؟



$$\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$$

- (۱) B، ۱/۱ (۲) A، ۰/۱ (۳) B، ۰/۴ (۴) A، ۰/۴

۳۶- مطابق شکل‌های زیر، یک سیم حامل جریان  $I$  عمود بر صفحه کاغذ قرار دارد. در کدام شکل بردارهای میدان مغناطیسی در دو نقطه  $C$  و  $D$  به درستی رسم شده است؟

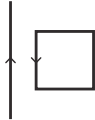




۳۷- در شکل زیر یک قاب مستطیل شکل ساخته شده از سیم رسانا به موازات یک سیم بلند در صفحه کاغذ قرار گرفته است. اگر از

قاب و سیم بلند جریانی در جهت‌های نشان داده شده در شکل عبور کند، برابند نیروهای وارد به سیم بلند در کدام جهت

خواهد بود؟



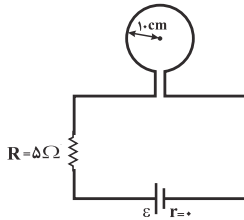
(۲)  $\otimes$

(۱)  $\odot$

(۴)  $\rightarrow$

(۳)  $\leftarrow$

۳۸- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت R برابر با ۲۵W باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطح چند



میکروتسلا است؟  $\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}\right)$

(۲)  $2\pi\sqrt{5}$

(۱)  $4\pi\sqrt{5}$

(۴)  $\frac{2\pi\sqrt{5}}{5}$

(۳)  $0.02\pi\sqrt{5}$

۳۹- از سیمی به طول L، یک بار پیچۀ مسطح به شعاع ۵cm و بار دیگر سیمولوله‌ای آرمانی به شعاع ۲/۵cm و طول ۳۰cm می‌سازیم. اگر جریان عبوری از آن‌ها یکسان باشد، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیمولوله آرمانی چند برابر بزرگی

میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطح است؟

(۴)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

۴۰- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) سرب، آلومینیم و فولاد به ترتیب جزو مواد دیامغناطیسی، پارامغناطیسی و فرومغناطیسی هستند.

(۲) حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در بیسموت شود.

(۳) خاصیت آهنربایی همه مواد فرومغناطیسی مقدار اشباع یا بیشینه دارد.

(۴) جنس هسته پیچ‌ها و سیمولوله‌ها می‌تواند از آهن، کبالت و آلیاژ آنها باشد.

### شیمی ۲

۴۱- همه عبارات‌های زیر صحیح‌اند، به جز .....

(۱) حالت فیزیکی فراورده‌های حاصل از انفجار، مشابه حالت فیزیکی مواد موجود در واکنش تهیه آمونیاک به

روش هابر است.

(۲) واکنش بین کلسیم کربنات و هیدروکلریک اسید در ظرفی سرباز با کاهش جرم مواد موجود در ظرف همراه است.

(۳) سهم تولید  $CO_2$  در سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ...، بیش‌تر از سهم تولید آن در ردپای غذا است.

(۴) کاهش مصرف غذاهای فراوری شده جزء الگوی کاهش ردپای غذا است.

۴۲- کدام گزینه، جاهای خالی عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

..... با فرمول  $CH_3COOH$ ، آشناترین عضو خانواده اسیدهای آلی است. یکی دیگر از اعضای این خانواده، بنزوئیک اسید با

فرمول شیمیایی ..... است که در ..... یافت می‌شود و به عنوان نگهدارنده می‌تواند سرعت واکنش‌هایی که منجر به فساد ماده

غذایی می‌شود را ..... دهد.

(۲) اتانویک اسید،  $C_6H_5COOH$ ، تمشک، افزایش

(۱) استیک اسید،  $C_6H_5COOH$ ، توت‌فرنگی، افزایش

(۴) اتانویک اسید،  $C_6H_5COOH$ ، تمشک، کاهش

(۳) استیک اسید،  $C_6H_5COOH$ ، توت‌فرنگی، کاهش

### شیمی ۲

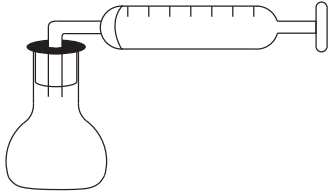
در پی غذای سالم  
صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶





۴۹- اگر واکنش تجزیه پتاسیم کلرات که منجر به تولید پتاسیم کلرید جامد و گاز اکسیژن می‌شود، در سیستمی مانند شکل زیر انجام

گیرد، پس از گذشت ۳۰ ثانیه، پیستون ۴ سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود. سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده چند  $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$  است؟ (قطر سرنگ =  $2\text{cm}$ ،  $\pi \simeq 3$ ، سرنگ را استوانه در نظر بگیرید.)



$$(O = 16\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}, O_2 = 32\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

(۱)  $2 \times 10^{-4}$  (۲)  $10^{-4}$

(۳)  $4 \times 10^{-4}$  (۴)  $8 \times 10^{-4}$

۵۰- جدول زیر، قسمتی از اندازه‌گیری‌های حجم گاز آزاد شده در شرایط STP از واکنش میان سدیم هیدروژن کربنات و هیدروکلریک اسید را تا ثانیه ۷۵ پس از شروع واکنش، نشان می‌دهد. براساس این اندازه‌گیری‌ها در این بازه زمانی، سرعت

تولید گاز، چند مول بر دقیقه و جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟  $\text{CO}_2 = 44\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$



زمان (ثانیه)	۱۵ ثانیه اول	۱۵ ثانیه دوم	۱۵ ثانیه سوم	۱۵ ثانیه چهارم	۱۵ ثانیه پنجم
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۴۴	۶۵	۶۴/۷۸	۶۴/۶۴۸	۶۴/۵۶
حجم گاز تولید شده (میلی لیتر)	۳۳۶	۲۲۴	۱۱۲	۶۷/۲	۴۴/۸

(۱)  $67/64 - 2/8 \times 10^{-2}$  (۲)  $66/1 - 3/5 \times 10^{-2}$

(۳)  $66/1 - 0/028$  (۴)  $65/44 - 0/035$

ریاضی ۱

ریاضی ۱

تابع + شمارش، بدون شمردن  
صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۲

۵۱- اندازه ضلع بزرگ مستطیل محصور بین نمودارهای دو تابع  $f(x) = |x+1|$  و  $g(x) = -|x|+3$  کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt{2}$

(۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

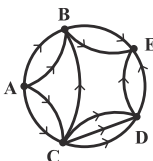
۵۲- یک آزمون، شامل ۳ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۳ سؤال ۳ گزینه‌ای است. یک نفر به چند طریق می‌تواند به این سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد به شرط آنکه بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

(۱)  $3^7$  (۲)  $3^9$  (۳)  $12^3$  (۴)  $20^2$

۵۳- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشد؟

(۱) ۶۲۵ (۲) ۶۵۰ (۳) ۶۷۵ (۴) ۷۰۰

۵۴- اگر شکل زیر نشان دهنده جاده‌های بین شهرهای A، B، C، D و E باشد و همه جاده‌ها یک‌طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟



(۱) ۱۲ (۲) ۱۶

(۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۵۵- در یک شهرک صنعتی ۴ بلوار اصلی و در هر بلوار بین ۶ تا ۸ خیابان و در هر خیابان بین ۸ تا ۱۰ کوچه و در هر کوچه بین ۱۰ تا ۱۵ کارخانه وجود دارد. اختلاف بین حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته

باشد، کدام است؟

(۱) ۳۲۰۰ (۲) ۲۸۸۰ (۳) ۲۴۰۰ (۴) ۱۹۲۰



هندسه ۱

**هندسه ۱**  
چندضلعی‌ها  
صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

۵۶- نقطه T را درون مثلث ABC در نظر بگیرید. اگر سه مثلث TAB، TAC و TBC، مساحت

برابر داشته باشند، آنگاه نقطه T لزوماً کدام است؟

(۱) محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC است.

(۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های مثلث ABC است.

(۴) محل تلاقی نیم‌سازهای مثلث ABC است.

۵۷- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ( $AB = AC$ )، ارتفاع BH، ساق AC را به نسبت ۳ به ۲ تقسیم می‌کند ( $3AH = 2HC$ ).

از نقطه H خطی موازی با BC رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در نقطه E قطع کند. مجموع فواصل نقطه دلخواه N روی

EH تا دو ساق مثلث، چه کسری از طول ساق مثلث ABC است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{3}{15}$  (۳)  $\frac{12}{5}$  (۴)  $\frac{12}{25}$

۵۸- نقطه O درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $20\sqrt{3}$ ، به فاصله‌های a، b و c از سه ضلع مثلث قرار دارد. اگر  $a + b - c = 10$  باشد، c کدام است؟

- (۱)  $10\sqrt{3}$  (۲)  $5\sqrt{3}$  (۳) ۱۰ (۴) ۵  
 ۵۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای که تعداد نقاط مرزی آن، شش برابر تعداد نقاط درونی آن است، کدام می‌تواند باشد؟  
 (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷

فیزیک ۱

**فیزیک ۱**  
دما و گرما  
صفحه‌های ۹۱ تا ۱۴۰

۶۰- با دو دماسنج سلسیوس و فارنهایت، دمای جسمی را اندازه‌گیری می‌کنیم. اگر عددی که دماسنج

سلسیوس نشان می‌دهد، ۸۰ درصد کمتر از عددی باشد که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد،

دمای این جسم چند درجه سلسیوس است؟

- (۱) -۴ (۲) ۱۰ (۳) -۲۰ (۴) ۵۰

۶۱- داخل مکعبی فلزی به ضلع  $20\text{cm}$ ، حفره‌ای کروی به شعاع  $2\text{cm}$  وجود دارد. اگر در اثر افزایش دما، مساحت سطح بیرونی

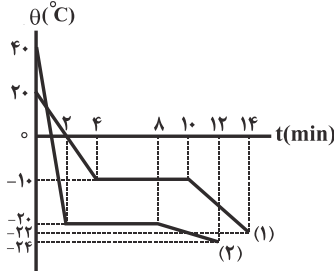
مکعب  $6\text{cm}^2$  افزایش یابد، حجم حفره چگونه تغییر می‌کند؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱)  $0.09\text{cm}^3$  افزایش می‌یابد. (۲)  $0.09\text{cm}^3$  کاهش می‌یابد.  
 (۳)  $0.12\text{cm}^3$  افزایش می‌یابد. (۴)  $0.12\text{cm}^3$  کاهش می‌یابد.

۶۲- دو مایع مختلف با جرم‌های  $m_1$  و  $m_2 = 0.5m_1$  را به نوبت در یک جایی با توان ثابت قرار می‌دهیم تا به حالت جامد تبدیل

شوند. نمودار دما بر حسب زمان این دو مایع به صورت زیر است. اگر  $c_1$  و  $c_2$  ظرفیت گرمایی ویژه دو مایع و  $c'_1$  و  $c'_2$  ظرفیت

گرمایی ویژه آنها در حالت جامد باشد، کدام رابطه صحیح است؟



(۱)  $\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{c'_2}{c'_1} = 3$

(۳)  $\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{c'_2}{c'_1} = \frac{3}{2}$

۶۳- چند کیلوگرم آب با دمای  $38/5^\circ\text{C}$  را با یک کیلوگرم یخ  $1^\circ\text{C}$  مخلوط کنیم تا در نهایت  $10^\circ\text{C}$  یخ باقی بماند؟

( $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  و اتلاف انرژی نداریم.)  $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$ ،  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$

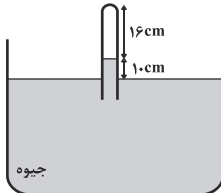
- (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۱ (۴) ۰/۵





۶۴- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

- (۱) در رسانای فلزی، الکترونهای آزاد و ارتعاشهای اتمی سهم تقریباً یکسانی در رسانش گرما دارند.
  - (۲) پدیده همرفت فقط در مایعات به وقوع می‌پیوندد.
  - (۳) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.
  - (۴) دمانگار ابزاری است که برای آشکارسازی تابشهای فرابنفش از آن استفاده می‌شود.
- ۶۵- مطابق شکل زیر مقداری هوا در بالای ستون جیوه در لوله وجود دارد. لوله را به آرامی داخل ظرف جیوه فرو می‌بریم به طوری که لوله به طور کامل در جیوه فرو رفته و ته لوله (انتهای بسته لوله) درست در سطح آزاد جیوه قرار گیرد. در این حالت ارتفاع هوای محبوس داخل لوله به چند سانتی‌متر خواهد رسید؟ ( $P_0 = 76 \text{ cmHg}$ ، دما ثابت است و هوا را گاز آرمانی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۱۰  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۳/۶  
(۴) ۱۶

### شیمی ۱

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر به درستی بیان نشده‌اند؟ ( $O = 16, C = 12, Ne = 20 : \text{g.mol}^{-1}$ )

**شیمی ۱**  
ردیای گازها در زندگی  
+  
آب، آهنگ زندگی  
صفحه‌های ۸۱ تا ۱۰۵

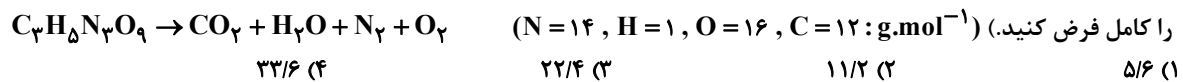
- (۱) در دمای ۲۷۳ کلوین و فشار ۱ اتمسفر یک مول گاز دارای حجمی برابر ۲۲/۴ لیتر می‌باشد.
- (۲) در دما و فشار یکسان، حجم ۴۴ گرم  $\text{CO}_2$  با حجم ۱ مول گاز اکسیژن برابر می‌باشد.
- (۳) در شرایط STP، نسبت چگالی  $\text{O}_2$  به  $\text{CO}_2$  برابر  $\frac{11}{8}$  است.
- (۴) در جدول مقابل X و Y به ترتیب برابر ۴۰ و ۵/۶ می‌باشد.

شرایط STP	Ne	$\text{O}_2$
جرم	x	۸
حجم (L)	۴۴/۸	y

۶۷- همه عبارتهای زیر درست‌اند، به جز .....

- (۱) گاز شهری به طور عمده از هیدروکربنی ۵ اتمی تشکیل شده است.
- (۲) برای پرکردن تایر خودروها از گازی که به جو بی‌اثر شهرت دارد، استفاده می‌کنند.
- (۳) اختلاف دمای شرایط STP و شرایط بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، ۴۵۰ کلوین است.
- (۴) با افزایش دما در فشار ثابت چگالی گازها افزایش می‌یابد.

۶۸- بر اثر انفجار ۱۱۳/۵ گرم نیتروگلیسرین مطابق واکنش موازنه‌نشده زیر، تمامی گونه‌ها به حالت گازی آزاد می‌شوند. اگر گاز نیتروژن تولیدی را در واکنش تولید آمونیاک وارد کنیم، چند لیتر گاز  $\text{NH}_3$  در شرایط STP می‌توان به دست آورد؟ (واکنش‌ها را کامل فرض کنید.) ( $N = 14, H = 1, O = 16, C = 12 : \text{g.mol}^{-1}$ )



۶۹- چه تعداد از موارد زیر نادرست هستند؟

- (آ) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی ناهمگن از انواع یون‌ها و مولکول‌ها است.
  - (ب) نوع و مقدار مواد حل شده در دریاها با یکدیگر تفاوت دارند.
  - (پ) ایران با داشتن حدود یک درصد از جمعیت جهان و تنها ۰/۲۶ درصد از منابع آب شیرین جهان با چالش کمبود آب شیرین مواجه است.
  - (ت) از دیدگاه شیمیایی زمین پویاست یعنی بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر برهم‌کنش ندارند.
- ۴ (۴)
۳ (۳)
۲ (۲)
۱ (۱)

۷۰- نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به اکسیژن در آمونیوم فسفات برابر نسبت شمار آنیون به کاتیون در کدام ترکیب است؟

- (۱) لیتیم سولفات (۲) مس (I) نیتريد (۳) آلومینیوم نیتريت (۴) کلسیم کربنات





هندسه ۳

**هندسه ۳**  
ماتریس و کاربردها  
صفحه‌های ۹ تا ۲۶

۸۱- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$  داده شده‌اند. مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $AB$  کدام است؟

- ۱۶ (۱)      ۱۴ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۰ (۴)

۸۲- دو ماتریس  $A$  و  $A-I$  وارون هم هستند. ماتریس  $A^T$  کدام است؟

- $2A+I$  (۱)       $A+I$  (۲)       $A-I$  (۳)       $2A-I$  (۴)

۸۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $A^3$  کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix}$  (۱)       $\begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۲)       $\begin{bmatrix} 16 \\ -8 \end{bmatrix}$  (۳)       $\begin{bmatrix} -16 \\ 8 \end{bmatrix}$  (۴)

۸۴-  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  و تعویض پذیر هستند. اگر  $A+B = -AB$  باشد، وارون ماتریس  $A+I$  کدام است؟

- $B+I$  (۱)       $A+B$  (۲)       $B-I$  (۳)       $B-A$  (۴)

۸۵- ماتریس  $A = [a_{ij}]_{5 \times n}$  به صورت  $a_{ij} = i+1$  تعریف شده است. اگر مجموع درایه‌های این ماتریس برابر  $120$  باشد،  $n$  کدام است؟

- $5$  (۱)       $6$  (۲)       $8$  (۳)       $80$  (۴)

۸۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{12}$  کدام است؟

- $-128$  (۱)       $128$  (۲)       $-64$  (۳)       $64$  (۴)

۸۷- فرض کنید  $A$  ماتریسی مربعی و  $A^T = 3I$  باشد. وارون ماتریس  $4A + 7I$  کدام است؟

- $4A + 7I$  (۱)       $4A - 7I$  (۲)       $-4A + 7I$  (۳)       $-4A - 7I$  (۴)

۸۸- به ازای چند مقدار  $k$ ، دستگاه  $\begin{cases} (k+1)x + 5y = 3 \\ 2x + (2k+3)y = k+2 \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد؟

- هیچ (۱)       $1$  (۲)       $2$  (۳)       $3$  (۴)

۸۹- کدام دستگاه زیر به ازای تمامی مقادیر  $k$ ، همواره دارای جواب منحصر به فرد است؟ ( $k \in \mathbb{R}$ )

$\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$  (۱)       $\begin{cases} k^2x + y = 1 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$  (۲)

$\begin{cases} kx + y = -1 \\ 4x + ky = 2 \end{cases}$  (۳)       $\begin{cases} k^2x + 2y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$  (۴)

۹۰- با توجه به رابطه  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-2y \\ 2x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- صفر (۱)       $1$  (۲)       $2$  (۳)       $3$  (۴)

ریاضیات گسسته

۹۱- هرگاه  $2x+7$  و  $11x+5$ ، در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه  $7$  قرار داشته باشند، باقی مانده

تقسیم  $x^2 - 1$  بر  $7$  کدام است؟

- صفر (۱)       $1$  (۲)       $2$  (۳)       $3$  (۴)

**ریاضیات گسسته**  
آشنایی با نظریه اعداد  
صفحه‌های ۱ تا ۲۵



۹۲- اگر  $2x + 3y \equiv 4$  و  $5x + 6y \equiv 3$  (mod 7) آنگاه  $x$  به کدام صورت است؟  $(x, y, k \in \mathbb{Z})$

- (۱)  $7k$  (۲)  $7k + 3$  (۳)  $7k - 5$  (۴)  $7k - 1$

۹۳- اگر  $3a \equiv 7$  و  $5a \equiv 2b$  (mod 11) آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد  $b$  بر ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۹۴- باقی‌مانده تقسیم عدد  $2^{35}$  بر ۲۱ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۹۵- چند عدد شش رقمی به صورت  $xy3152$  وجود دارد که بر ۳۶ بخش پذیر باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۹۶- عدد  $a + (1391)^{2012}$  مضرب ۱۱ است. کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۹۷- اگر روز ۱۵ خرداد در یک سال، روز دوشنبه باشد، آنگاه روز ۱۳ آبان در آن سال، چه روزی از هفته است؟

- (۱) شنبه (۲) یکشنبه (۳) پنجشنبه (۴) جمعه

۹۸- اگر  $a$  عددی باشد که بر ۲ بخش پذیر نیست و  $b | a + 2$ ، در این صورت عدد  $3 + 2b^2 + 2a^2$  همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

۹۹- در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۳۱، باقی‌مانده از مربع خارج قسمت به اندازه ۱۳۲ واحد کمتر است. مجموع ارقام عدد  $a$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۱۰۰- در یک تقسیم، مقسوم ۲۰ برابر باقی‌مانده است و باقی‌مانده حداکثر مقدار خود را دارد. مقسوم کدام است؟ (مقسوم علیه و خارج قسمت اعداد طبیعی اند.)

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۳۸۰

### فیزیک ۳

#### فیزیک ۳

حرکت بر خط راست  
دینامیک و حرکت دایره‌ای  
صفحه‌های ۱ تا ۳۵

۱۰۱- متحرکی در حرکت در مسیری مستقیم، دو ثانیه اول را با سرعت ثابت می‌پیماید و در دو ثانیه بعدی سرعت آن به صورت خطی کاهش می‌یابد تا متوقف شود. اگر مسافت پیموده شده طی این دو مرحله  $36m$  باشد، بیشترین سرعت متحرک طی این مدت چند متر بر ثانیه است؟

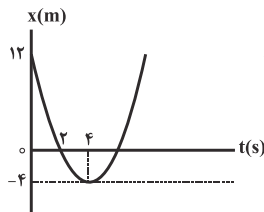
- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۴

۱۰۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = -2t^2 + 15t + 36$  است. در بازه زمانی  $3s \leq t \leq 4s$ ، متحرک چند ثانیه به صورت تندشونده حرکت کرده است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱

۱۰۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل مقابل است. سرعت متحرک در لحظه  $t = 9s$  چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) -۲۶ (۲) ۲۶ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰



۱۰۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت  $a$  شروع به حرکت کرده و پس از مدت  $t$  سرعتش به  $10 \frac{m}{s}$  می‌رسد. از این لحظه به بعد با سرعت ثابت  $10 \frac{m}{s}$  به مسیر خود ادامه می‌دهد. سرعت متوسط این متحرک در مدت  $3t$  از شروع حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $\frac{10}{3}$  (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴)  $\frac{25}{3}$



۱۰۵- قطار A به طول ۱۰۰ متر با سرعت ثابت  $20 \frac{m}{s}$  در حال حرکت است و قطار B به طول ۲۰۰ متر روی ریل مجاور توقف کرده است.

به محض آن که قطار A کاملاً از کنار آن عبور می‌کند، قطار B با شتاب  $2 \frac{m}{s^2}$  به دنبال قطار A شروع به حرکت می‌کند. قطار

B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از کنار آن عبور می‌کند؟

- ۴۰ (۱)                      ۳۰ (۲)                      ۲۰ (۳)                      ۱۰ (۴)

۱۰۶- در شرایط خلأ، جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و بعد از ۹s به زمین می‌رسد. نسبت جابه‌جایی جسم در ۳ ثانیه

سوم به ۳ ثانیه دوم حرکت کدام است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- ۹ (۱)                      ۳ (۲)                       $\frac{5}{3}$  (۳)                      ۵ (۴)

۱۰۷- نیروی افقی  $\vec{F}$  مطابق شکل، با اثر بر جرم m، به آن شتاب  $\vec{a}$  می‌دهد. قصد داریم هم‌زمان با ۴ برابر کردن اندازه نیروی  $\vec{F}$ ،

اندازه شتاب سیستم را ۶۰ درصد کاهش دهیم. به این منظور باید چند جعبه مشابه را روی جعبه اولیه بگذاریم؟ (از کلیه

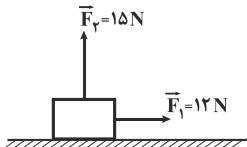
اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)



- ۳ (۱)                      ۴ (۲)                      ۹ (۳)                      ۱۰ (۴)

۱۰۸- مطابق شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم ۱kg دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  وارد می‌شود. مقدار جابه‌جایی جسم پس از ۴ ثانیه چند متر

است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$  و سطح بدون اصطکاک است.)



- ۷۲ (۱)                      ۱۰۴ (۲)                      ۹۶ (۴)                      ۲۱۶ (۳)

۱۰۹- روی یک سطح افقی بدون اصطکاک جسمی با تندی  $5 \frac{m}{s}$  در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر نیروی افقی  $F = 2N$  را

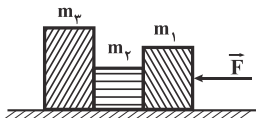
در خلاف جهت حرکت جسم به آن اعمال کنیم، جسم بعد از پیمودن  $12/5m$  متوقف می‌شود. جرم جسم چند گرم است؟

- ۲ (۱)                      ۲۰۰۰ (۲)                      ۱ (۳)                      ۱۰۰۰ (۴)

۱۱۰- در شکل زیر، سه جسم  $m_1$ ،  $m_2$  و  $m_3$  روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. اگر نیروی افقی  $\vec{F}$  به مجموعه وارد شود،

واکنش نیرویی که جسم  $m_1$  به  $m_2$  و واکنش نیرویی که جسم  $m_2$  به  $m_3$  وارد می‌کند به ترتیب از راست به چپ به کدام

جهت است؟



- ۱) راست - راست                      ۲) چپ - چپ                      ۳) راست - چپ                      ۴) چپ - راست

### شیمی ۳

۱۱۱- کدام گزینه صحیح است؟  $(H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1})$

(۱) گرد و غبار هوا برخلاف لکه‌های چربی، جزو آلاینده‌ها به‌شمار می‌رود.

(۲) تعداد مول اتم‌های موجود در یک گرم اتیلن گلیکول، بیشتر از تعداد اتم‌های موجود در یک گرم اوره است.

(۳) با شستن عسل توسط آب، آب نقش حلال را داشته و مولکول‌های عسل در آب پخش نمی‌شوند.

(۴) چربی‌ها، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند.

### شیمی ۳

تاریخچه صابون

+ پاکیزگی محیط

+ اسیدها و بازها

+ رسانایی الکتریکی

+ ثابت تعادل

+ ثابت یونش + pH

صفحه‌های ۱ تا ۲۵



۱۱۲- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- (الف) انسانها با الهام از طبیعت و شناخت مولکولها و رفتار آنها، راهی برای زدودن آلودگیها پیدا کردند.  
 (ب) شویندهها بر اساس خاصیت اسیدی یا بازی عمل می کنند.  
 (پ) نیاکان ما به تجربه پی بردند که اگر ظرفهای چرب را به خاکستر آغشته کنند و سپس با آب گرم شستوشو دهند، آسان تر تمیز می شوند.  
 (ت) امید به زندگی، شاخصی است که در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد و در مناطق توسعه یافته و برخوردار، کم تر از مناطق کم برخوردار است.

- ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۴ (۴)

۱۱۳- پاک کننده های صابونی ..... پاک کننده های غیر صابونی، آروماتیک نیستند و در آب های سخت، خاصیت پاک کنندگی خود را حفظ ..... و با فرض برابر بودن تعداد اتم های کربن زنجیر هیدروکربنی، اختلاف جرم مولی آنها ..... ۳۶ گرم بر مول است.

(کاتیون های موجود در ساختار هر دو پاک کننده را یکسان در نظر بگیرید.) ( $C = 12, S = 32, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- ۱) برخلاف - نمی کنند - بیشتر از  
 ۲) برخلاف - نمی کنند - برابر با  
 ۳) همانند - می کنند - برابر با  
 ۴) همانند - نمی کنند - بیشتر از

۱۱۴- کدام گزینه نادرست است؟

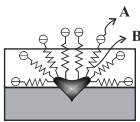
۱) صابون های جامد را نمی توان از گرم کردن روغن های گوناگون مثل روغنی با فرمول مولکولی  $C_{57}H_{104}O_6$  با سدیم هیدروکسید تهیه کرد.

۲) صابون ماده ای است که هم در آب و هم در چربی ها حل می شود.

۳) صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب است.

۴) لکه های حاصل از آب قند را می توان هم با آب و هم با صابون شست و لباس ها را تمیز کرد.

۱۱۵- چند مورد از مطالب بیان شده همواره صحیح می باشد؟



(الف) مطابق شکل مقابل که یکی از مراحل پاک شدن لکه چربی با صابون را نشان می دهد، قسمت A آب دوست بوده و قسمت B در چربی حل می شود.

(ب) صابون ها در آب حاوی یون های منیزیم و کلسیم، نسبت به آب مقطر کمتر کف کرده ولی قدرت پاک کنندگی بالاتری دارند.

(پ) بر اثر افزودن ۱ مول منیزیم کلرید در محلول آبی صابون، رسوب  $RCOOMg$  ایجاد می شود.

(ت) قدرت پاک کنندگی یک نوع صابون در دمای  $20^{\circ}C$  در آب دریا، بیشتر از دمای  $15^{\circ}C$  در آب چشمه است.

- ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۴ (۴)

۱۱۶- افزودن ..... و ..... به آب، باعث افزایش یون ..... و خصلت ..... آن می شود.

- ۱)  $CaO$ ،  $CO_2$ ، هیدروکسید، بازی  
 ۲)  $BaO$ ،  $CO_2$ ، هیدرونیوم، بازی  
 ۳)  $SO_3$ ،  $CO_2$ ، هیدرونیوم، اسیدی  
 ۴)  $CaO$ ،  $BaO$ ، هیدروکسید، اسیدی



۱۱۷- اگر غلظت تعادلی HF در دمای مشخص  $0/5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$  باشد و ثابت تعادل این اسید برابر با  $5 \times 10^{-7}$  باشد، غلظت تعادلی یون

هیدرونیوم چند  $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$  است؟

(۱)  $25 \times 10^{-8}$  (۲)  $2/5 \times 10^{-4}$

(۳)  $5 \times 10^{-4}$  (۴)  $5 \times 10^{-7}$

۱۱۸- با توجه به شکل‌های زیر، چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟



(۳)



(۲)



(۱)

\* شکل (۱)، مربوط به انحلال اکسیدی فلزی در آب است که باعث می‌شود محیط آب اسیدی شود.

\* شکل (۲)، محلولی از الکترولیت قوی مانند HF است که رسانایی الکتریکی بالایی دارد.

\* شکل (۳)، یونش اسیدی را نشان می‌دهد که درجه یونش آن ۱ می‌باشد.

\* شکل (۴) می‌تواند مربوط به محلول نیتریک اسید یا هیدروبرمیک اسید باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) کربوکسیلیک اسیدها از جمله اسیدهای ضعیف هستند که تنها هیدروژن گروه کربوکسیل آن‌ها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

(۲) اسیدهای موجود در سرکه سیب، انگور، ریواس و مرکبات از جمله اسیدهای خوراکی و ضعیف هستند.

(۳) با یونش مقداری منیزیم هیدروکسید در آب، تعداد اتم‌های موجود در یک واحد کاتیونی، نصف تعداد اتم‌های موجود در یک واحد آنیونی خواهد بود.

(۴) واکنش‌های رفت و برگشت در سامانه‌های تعادلی به طور پیوسته و با سرعت برابر انجام می‌شوند به همین دلیل مقدار شرکت‌کننده‌ها در سامانه ثابت می‌ماند.

۱۲۰- اگر در محلول ۰/۱ مولار HF، به ازای حل شدن ۲۰۰ مولکول از آن، ۲۶۰ ذره به آب اضافه شود، درجه یونش HF چقدر است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۶



حسابان ۱

گزینه «۳» ۱-

می‌دانیم ۱ رادیان تقریباً برابر با ۵۷ درجه است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \sin 2 &\approx \sin 114^\circ > 0, \cos 3 \approx \cos 171^\circ < 0 \Rightarrow \sin 2 > \cos 3 \\ \tan 1 > \tan 45^\circ = 1, \cot 1 < \cot 45^\circ = 1 &\Rightarrow \tan 1 > \cot 1 \\ \tan 4 \approx \tan 228^\circ > 0, \cot 5 \approx \cot 285^\circ < 0 &\Rightarrow \tan 4 > \cot 5 \\ \cos 1 < \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 1 > \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} &\Rightarrow \cos 1 < \sin 1 \end{aligned}$$

گزینه «۱» ۲-

با توجه به برابری مسافت طی شده توسط چرخ‌ها داریم:

$$\begin{aligned} 0 / 4 \times \pi = R \times \frac{4\pi}{\delta} &\Rightarrow R = 0 / \delta \text{ m} \\ \text{وقتی دو چرخه سوار } \frac{48}{100} \text{ محیط پیست را طی می‌کند، مسافت طی شده برابر} & \\ I = 2\pi \times 100 \times \frac{48}{100} = 96\pi \text{ (m)} & \text{ خواهد بود؛} \\ \Rightarrow \text{تعداد دور چرخش چرخ عقب} = \frac{I}{2\pi R} = \frac{96\pi}{\pi} = 96 & \end{aligned}$$

گزینه «۴» ۳-

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - \beta \right) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (2)$$

این رابطه تنها با شرط گزینه «۴» می‌تواند برقرار شود.

گزینه «۱» ۴-

$$\tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20} = \tan \frac{\pi}{20} \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20} \right) = \tan \frac{\pi}{20} \cot \frac{\pi}{20} = 1$$

$$\tan \frac{3\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} = \tan \frac{3\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} = 1$$

$$\tan \frac{5\pi}{20} = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow A = 1$$

گزینه «۲» ۵-

ابتدا هر یک از نسبت‌های مثلثاتی را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \sin \alpha \\ \sin \left( \alpha - 3\pi \right) = -\sin \left( 3\pi - \alpha \right) = -\sin \alpha \\ \sin \left( \alpha - \frac{3\pi}{2} \right) = -\sin \left( \frac{3\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) - 2 \sin \left( \alpha - 3\pi \right)}{3 \sin \left( \alpha - \frac{3\pi}{2} \right)} = \frac{\sin \alpha + 2 \sin \alpha}{3 \cos \alpha} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha} = 2 \Rightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}$$

گزینه «۳» ۶-

$$y = \sin^2 x - (1 - \sin^2 x) - 3 \sin x = 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 1$$

$$= 2 \left( \sin x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{17}{8}$$

$$2 \left( \sin x - \frac{3}{4} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow y = 2 \left( \sin x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{17}{8} \geq -\frac{17}{8}$$

پس کم‌ترین مقدار تابع برابر با  $-\frac{17}{8}$  است.

گزینه «۱» ۷-

$$\frac{\sin x - \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \frac{\sin x - 2 \sin x \cos x}{\cos x + 2 \cos^2 x - 1} = \frac{\sin x (1 - 2 \cos x)}{2 \cos^2 x + \cos x - 1}$$

$$= \frac{\sin x (1 - 2 \cos x)}{(\cos x + 1)(2 \cos x - 1)} = \frac{-\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x + 2 \cos x + 1} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x + 2 \cos x + 1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 4 - 4 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 5 \cos^2 x + 2 \cos x - 3 = (5 \cos x - 3)(\cos x + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x \neq -1} \cos x = \frac{3}{5}$$

گزینه «۳» ۸-

$$\Delta \sin 6x \cos 2x = 4 - \Delta \sin 2x \cos 6x$$

$$\Rightarrow \sin 6x \cos 2x + \sin 2x \cos 6x = \sin 4x = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 4x + \cos^2 4x = 1 \Rightarrow \frac{16}{25} + \cos^2 4x = 1$$

$$\xrightarrow{4x \in \left( 0, \frac{\pi}{2} \right)} \cos 4x = \frac{3}{5}$$

با استفاده از اتحاد  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ ، مقدار  $\sin 4x$  را به دست می‌آوریم:

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x \Rightarrow \frac{3}{5} = 1 - 2 \sin^2 2x \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{2x \in \left( 0, \frac{\pi}{4} \right)} \sin 2x = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

گزینه «۱» ۹-

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{9}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$
 ابتدا توجه کنید که

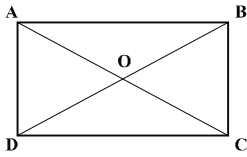
چون  $\sin \alpha$  مثبت است، با توجه به محدوده قابل قبول برای  $\alpha$ ،

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ خواهد بود.}$$

از طرفی داریم:

$$\Rightarrow \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta + \frac{1}{25} = 1$$





۱۴- گزینه «۲»  
 پاره‌خط‌های AC و BD (قطرهای مستطیل)، یکدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. از آن‌جا که قطرهای مستطیل، منصف یکدیگرند و دو نقطه A و C در دو طرف نقطه O واقع‌اند، پس نسبت تجانس برابر (-۱) است.

۱۵- گزینه «۴»

نسبت تجانس دو دایره برابر است با  $k = \frac{R}{R'} = \frac{5}{2}$ ، اگر  $MO' = x$  فرض

شود، داریم:

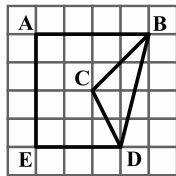
$$\frac{MO}{MO'} = k \Rightarrow \frac{MO + OO'}{MO'} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x + 7}{x} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + 14 = 5x \Rightarrow 3x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{3}$$

۱۶- گزینه «۲»

در یک تجانس غیر همانی ( $k \neq 1$ )، تنها مرکز تجانس تحت تبدیل، ثابت می‌ماند. بنابراین مرکز تجانس، تنها نقطه ثابت تبدیل در یک تجانس غیرهمانی است.

۱۷- گزینه «۳»

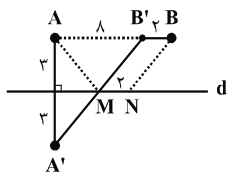


مطابق شکل اگر از B به D وصل کنیم، در مثلث شبکه‌ای BCD، تعداد نقاط مرزی برابر  $b = 4$  و تعداد نقاط درونی برابر  $i = 2$  است. در نتیجه طبق رابطه پیک داریم:

$$S_{\Delta BCD} = \frac{b}{2} + i - 1 = 3$$

مقدار افزایش مساحت، دقیقاً دو برابر مساحت مثلث BCD، یعنی برابر ۶ است.

۱۸- گزینه «۱»



برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین A و B، کافی است از نقطه B، خطی به طول ۲ کیلومتر موازی با خط d و به طرف نقطه A رسم کنیم تا نقطه B' حاصل شود. سپس از نقطه A' قرینه A نسبت به خط d، به B' وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. اگر نقطه‌ای به فاصله ۲ کیلومتر از M بر روی خط d باشد، آنگاه مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. داریم:

$$AM + MN + NB = A'M + BB' + MB'$$

$$= (A'M + MB') + BB' = A'B' + BB'$$

در مثلث قائم‌الزاویه A'AB' داریم:

$$A'B'^2 = AA'^2 + AB'^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow A'B' = 10$$

و در نتیجه طول جاده بین A و B، برابر  $10 + 2 = 12$  خواهد بود.

چون  $\beta$  در ناحیه چهارم است، پس  $\sin \beta$  منفی است.

$$\Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{24}{25} \Rightarrow \sin \beta = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= -\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \left( -\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) = \frac{6\sqrt{6} - 4}{25}$$

$$\Rightarrow 25 \cos(\alpha + \beta) = 6\sqrt{6} - 4$$

$$\Rightarrow 25 \cos(\alpha + \beta) + 4 = 6\sqrt{6}$$

۱۰- گزینه «۳»

$$= \sin 20^\circ \left( \frac{\sin 40^\circ \cos 50^\circ + \sin 50^\circ \cos 40^\circ}{\cos 40^\circ \cos 50^\circ} \right)$$

$$= \sin 20^\circ \frac{\sin(40^\circ + 50^\circ)}{\cos 40^\circ \cos 50^\circ} = \sin 20^\circ \times \frac{1}{\cos 40^\circ \sin 40^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{\frac{1}{2}(\cos 40^\circ \sin 40^\circ)} = \frac{2 \sin 20^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ \sin 80^\circ} = 2 \sin 10^\circ$$

هندسه ۳

۱۱- گزینه «۱»

طبق تعریف تجانس داریم:

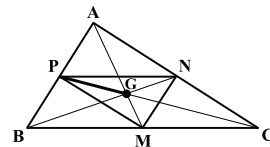
$$\left. \begin{aligned} OA' &= k_1 \times OA \\ OA'' &= k_2 \times OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OA'}{OA''} = \frac{k_1}{k_2} \Rightarrow OA' = \frac{k_1}{k_2} \times OA''$$

۱۲- گزینه «۳»

تجانس، در حالت کلی طولی نیست، مگر اینکه  $|k| = 1$  باشد.

۱۳- گزینه «۱»

طبق تعریف تجانس، اگر نقطه A' تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k باشد، آنگاه سه نقطه O، A و A' روی یک خط راست قرار دارند. بنابراین اگر نقاط M، N و P به ترتیب مجانس نقاط A، B و C، یک تجانس باشند، مرکز تجانس قطعاً بر روی خط‌های شامل پاره‌خط‌های AM، BN و CP قرار دارد. چون این سه پاره‌خط، میانه‌های مثلث ABC هستند، پس نقطه تقاطع آنها همان نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است.





$x_i - 24$	-6	-3	0	3	6
$f_i$	3	2	x	6	2

اگر  $x'_i = x_i - 24$  باشد، داریم:

$$\bar{x}' = \frac{\sum f_i x'_i}{n} = \frac{(-18) + (-6) + 0 + 18 + 12}{13 + x} = 0 / 24$$

$$\Rightarrow \frac{6}{13 + x} = 0 / 24 \Rightarrow x = 12$$

۲۵- گزینه «۴»

اگر این اعداد متوالی را به صورت  $x-1, x, x+1, x+2, x+3$  بنویسیم، آن گاه میانه این اعداد برابر  $x$  و میانگین آنها برابر  $x$  می باشد. یعنی میانگین و میانه آنها برابر یکدیگرند.

۲۶- گزینه «۴»

تعداد داده‌های ۱۷ از سایر داده‌ها بیش تر است. پس مد داده‌ها برابر ۱۷ می باشد. تعداد کل داده‌ها برابر ۲۳ است، پس اگر داده‌ها از کوچک به بزرگ، مرتب شوند، دوازدهمین داده، میانه داده‌هاست که این داده برابر ۱۴ می باشد.

۲۷- گزینه «۳»

داده‌های دسته دوم، از اضافه کردن ۱۱۰ واحد به داده‌های دسته اول به دست آمده‌اند، پس میانگین و میانه آن‌ها نیز ۱۱۰ واحد بیش تر از داده‌های دسته اول است. اما انحراف معیار این دو دسته از داده‌ها، برابر یکدیگر است. با توجه به تغییر میانگین و ثابت ماندن انحراف معیار، ضریب تغییرات داده‌ها نیز در دو دسته متفاوت است.

۲۸- گزینه «۴»

میانگین ۴ داده حذف شده برابر است با:

$$\frac{10 + 15 + 45 + 50}{4} = 30$$

بنابراین میانگین ۲۱ داده باقی مانده نیز برابر ۳۰ می باشد.

$$\sigma^2 = 64 \Rightarrow$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{25} = 64$$

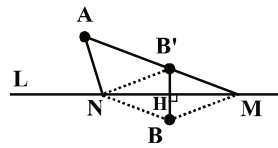
$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 + 1250 = 1600$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = 350$$

بنابراین واریانس داده‌های باقی مانده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21} = \frac{350}{21} = 16 \frac{2}{3}$$

۱۹- گزینه «۴»



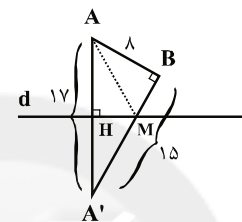
کافی است بازتاب نقطه B را نسبت به خط L یافته (نقطه B') و سپس B' را به A وصل کرده و امتداد دهیم تا خط L را در نقطه M قطع نمایم.

نقطه M جواب مسئله است، چون اگر نقطه دلخواهی مانند N را روی خط L در نظر بگیریم، آنگاه طبق نامساوی مثلثی در مثلث AB'N داریم:

$$|NA - NB'| < AB' \xrightarrow{NB'=NB} |NA - NB| < MA - MB'$$

$$\xrightarrow{MB'=MB} |NA - NB| < MA - MB = |MA - MB|$$

۲۰- گزینه «۲»



اگر A' قرینه A نسبت به خط d باشد، آن گاه  $MA = MA'$  است و در نتیجه  $MA + MB$  برابر  $A'B$  است. در مثلث AA'B داریم:

$$17^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow AA'^2 = A'B^2 + AB^2 \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

حال اگر  $MA = x$  فرض شود، آن گاه  $MB = 15 - x$  است و طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABM داریم:

$$MA^2 = MB^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 = (15 - x)^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 225 - 30x + x^2 + 64 \Rightarrow 30x = 289 \Rightarrow x = \frac{289}{30}$$

آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۴»

نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی و نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب‌اند.

۲۲- گزینه «۱»

$$\alpha_4 = \frac{f_4}{n} \times 360^\circ = \frac{4}{3+5+3+4} \times 360^\circ = \frac{4}{15} \times 360^\circ = 96^\circ$$

۲۳- گزینه «۲»

$$\text{مجموع فراوانی مطلق دسته دوم} = 60 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 10$$

پس  $x+1=10$  و در نتیجه  $x=9$  است. بنابراین فراوانی مطلق دسته سوم برابر است با  $x-3=6$  و زاویه متناظر با آن در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$\frac{6}{60} \times 360^\circ = 36^\circ$$

۲۴- گزینه «۳»

از هر یک از داده‌ها، ۲۴ واحد کم می کنیم. در این صورت از میانگین نیز ۲۴ واحد کم می شود.



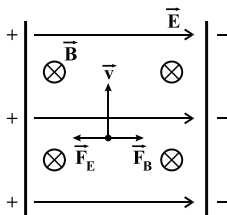
ایجاد نیروی مغناطیسی بر روی ذره باردار می‌شود (زاویه بین مؤلفه  $x$  میدان مغناطیسی و سرعت ذره برابر با  $۱۸۰^\circ$  است). داریم:

$$F = |q|vB\sin\theta$$

$$\Rightarrow F = 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^6 \times 0.15 \times 1 \Rightarrow F = 3N$$

۳۳- گزینه «۴»

برای آنکه سرعت حرکت الکترون ثابت باشد، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. یعنی نیروهای مغناطیسی و الکتریکی وارد بر الکترون متوازن باشند (هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند). طبق گفته سؤال  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  هم عمودند.



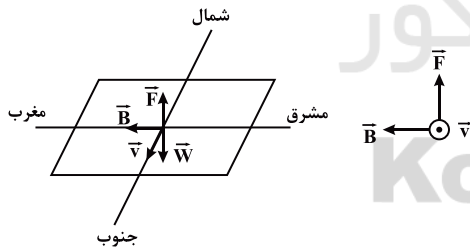
بر بار منفی نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین مطابق شکل  $\vec{F}_E$  باید به سمت چپ باشد و با توجه به قانون دست راست،  $\vec{v}$  باید به سمت بالا باشد تا جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی به سمت راست باشد. بنابراین هم بر  $\vec{E}$  و هم بر  $\vec{B}$  عمود است.

$$F_B = F_E$$

$$\Rightarrow |q|vB\sin 90^\circ = E|q| \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

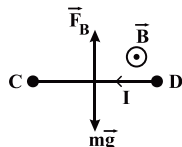
۳۴- گزینه «۴»

طبق قانون دست راست، نیروی مغناطیسی در جهتی باید قرار گیرد که نیروی وزن الکترون را خنثی کند.



۳۵- گزینه «۴»

برای آنکه کشش سیم‌های نگهدارنده سیم CD صفر شود، باید نیروی وزن سیم با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند. دقت کنید بنا به قاعده دست راست، جریان سیم باید از D به C باشد تا نیروی مغناطیسی وارد بر آن به سمت بالا باشد. از طرفی برای آن که جریان در مدار از D به C باشد، لازم است مولد A در مدار قرار گیرد.



۲۹- گزینه «۱»

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های  $x_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) به ترتیب برابر  $\bar{x}$  و  $\sigma = 2$  باشد، آنگاه میانگین و انحراف معیار داده‌های  $2 + 5x_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) به ترتیب  $2 + 5\bar{x}$  و  $5\sigma = 10$  است. برای ضریب تغییرات داده‌ها در حالت اول داریم:

$$c = \frac{2}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{c}$$

اگر ضریب تغییرات داده‌های جدید را با CV نمایش دهیم، داریم:

$$CV = \frac{10}{5\bar{x} + 2} = \frac{10}{5 \times (\frac{2}{c}) + 2} = \frac{10}{\frac{10}{c} + 2} = \frac{5c}{5 + c}$$

۳۰- گزینه «۴»

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

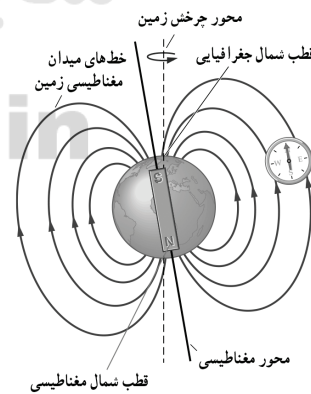
۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۹، ۱۹  
تعداد داده‌ها برابر ۱۵ است، پس هشتمین داده یعنی ۱۵، میانه بوده و میانه ۷ داده اول، یعنی داده چهارم برابر چارک اول و میانه ۷ داده آخر، یعنی داده دوازدهم برابر چارک سوم است. پس  $Q_1 = 12$  و  $Q_3 = 17$  می‌باشند. از طرفی داده‌های ابتدا و انتهای جعبه به ترتیب همان چارک‌های اول و سوم داده‌ها هستند، پس داریم:

$$5 = Q_3 - Q_1 = 17 - 12 = 5$$

فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۳»

مطابق متن کتاب درسی گزینه‌های «۱» و «۴» درست هستند.  
گزینه «۲»: شکل زیر وضعیت قطب‌های جغرافیایی و مغناطیسی زمین را نشان می‌دهد:



گزینه «۳»: عقربه ۷۲۰ درجه چرخش پیدا می‌کند.  
پس عبارت گزینه «۳» نادرست است.

۳۲- گزینه «۱»

با توجه به جهت بردارهای  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و طبق رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار در میدان مغناطیسی، تنها مؤلفه  $y$  میدان مغناطیسی باعث

حال با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح و روی محور اصلی سیملوله آرمانی، داریم:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\mu_0 \frac{N_2 I}{l}}{\mu_0 \frac{N_1 I}{2R_1}} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{2R_1}{l} = \frac{L}{\Delta\pi} \times \frac{2 \times 5}{30} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{2}{3}$$

#### ۴- گزینه «۴»

هسته پیچه‌ها و سیملوله‌ها را از مواد فرومغناطیسی نرم مانند آهن، کبالت و نیکل می‌سازند. در حالی که آلیاژ این مواد جزو مواد فرومغناطیسی سخت هستند. گزینه «۱»: با توجه به متن صفحات ۱۰۲ و ۱۰۳ کتاب درسی درست است. گزینه «۲»: با توجه به متن صفحه ۱۰۲ کتاب درسی درست است. گزینه «۳»: با توجه به متن صفحه ۱۰۳ کتاب درسی درست است.

#### شیمی ۲

#### ۴۱- گزینه «۳»

گزینه «۱»: فراورده‌های حاصل از انفجار، گازهای داغ هستند. در واکنش تولید آمونیاک به روش هابر نیز حالت فیزیکی همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، گازی است.

گزینه «۲»: واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:  

$$\text{CaCO}_3(s) + 2\text{HCl}(aq) \rightarrow \text{CaCl}_2(aq) + \text{CO}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(l)$$
 این واکنش با تولید گاز همراه است. چون واکنش در ظرفی سرپا انجام می‌شود، گازها از ظرف واکنش خارج شده و جرم مواد موجود در ظرف واکنش کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: سهم تولید  $\text{CO}_2$  در ردپای غذا، به مراتب بیش‌تر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

گزینه «۴»: خرید به اندازه، کاهش مصرف گوشت و لبنیات، استفاده از غذاهای بومی و فصلی و همچنین کاهش مصرف غذاهای فرآوری شده، از الگوهای کاهش ردپای غذا می‌باشند.

#### ۴۲- گزینه «۴»

اتانویک اسید یا استیک اسید آشناترین عضو خانواده اسیدهای آلی است. بنزویک اسید با فرمول  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$  در تمشک و توت‌فرنگی یافت می‌شود و به عنوان نگهدارنده کاربرد دارد. نگهدارنده‌ها سرعت واکنش‌هایی که منجر به فساد ماده غذایی می‌شود را کاهش می‌دهند.

#### ۴۳- گزینه «۲»

موارد سوم و چهارم نادرست هستند. مورد سوم: لیاف آهن در شعله داغ، گداخته می‌شود، اما در هوا غلظت اکسیژن برای سوزاندن آن کافی نیست. این لیاف در ظرف حاوی اکسیژن خالص می‌سوزد.

مورد چهارم: از نصف کردن تکه زغال مکعبی با ابعاد ۴cm، دو سطح جدید به وجود می‌آید که سطح هر کدام،  $۱۶\text{cm}^2$  است و جمعاً  $۳۲\text{cm}^2$  به کل سطوح افزوده می‌شود.

برای محاسبه جریان مدار، داریم:

$$F_B = W \Rightarrow lB = mg$$

$$\Rightarrow I \times 1 \times 400 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow I = 0.1 \text{ A}$$

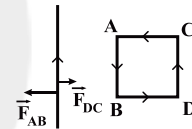
$$V = RI = 4 \times 0.1 = 0.4 \text{ V}$$

#### ۳۶- گزینه «۳»

هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر خواهد شد، بنابراین برای رسم خطوط میدان مغناطیسی در نقاط دورتر، بردار میدان مغناطیسی باید کوچکتر رسم شود. از طرفی طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان برون‌سو به شکل خطوط دایره‌ای پادساعتگرد خواهد بود. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

#### ۳۷- گزینه «۳»

دو سیم موازی با جریان هم‌جهت همدیگر را جذب و دو سیم موازی با جریان مخالف همدیگر را دفع می‌کنند.



برایند نیروهای وارد از طرف قسمتهای CA و BD صفر است. جهت نیروهای وارد از قسمتهای AB و DC نیز مطابق شکل است. چون فاصله قسمت AB از سیم راست کمتر از فاصله DC از آن است، پس  $F_{AB} > F_{DC}$  و نیروی برآیند در جهت  $\vec{F}_{AB}$  است.

#### ۳۸- گزینه «۲»

با استفاده از رابطه توان مصرفی در مقاومت، داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 25 = \Delta I^2 \Rightarrow I = \sqrt{5} \text{ A}$$

حال با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times \sqrt{5}}{2 \times 0.1} \Rightarrow B = 2\pi\sqrt{5} \times 10^{-6} \text{ T} = 2\pi\sqrt{5}\mu\text{T}$$

#### ۳۹- گزینه «۱»

تعداد حلقه‌های پیچه مسطح (اندیس (۱)) و سیملوله (اندیس (۲)) را در هر حالت محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$N_1 = \frac{L}{2\pi R_1} = \frac{L}{2\pi \times 5} \Rightarrow N_1 = \frac{L}{10\pi}$$

$$N_2 = \frac{L}{2\pi R_2} = \frac{L}{2\pi \times 2/5} \Rightarrow N_2 = \frac{L}{\Delta\pi}$$



۴۴- گزینه «۲»

$$? LCO_2 = 20g CaCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100g CaCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaCO_3}$$

$$\times \frac{22}{4} LCO_2 = 4 / 48 LCO_2$$

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{4 / 48 L}{20s} = 0 / 224 L.s^{-1}$$

۴۵- گزینه «۲»

تغییر شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها برابر ۲ و ۶ و تغییر شمار مول‌های فراورده برابر ۴ است. پس ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۱ و ۳ و ضریب استوکیومتری فراورده برابر با ۲ است که این ضریب‌ها با ضریب‌های استوکیومتری برای معادله واکنش برگشت‌ناپذیر  $3A + B \rightarrow 2C$  مطابقت دارد.

۴۶- گزینه «۲»

فقط مورد چهارم نادرست است. برخی روش‌های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی عبارتند از: (الف) خشک کردن میوه‌ها (ب) تهیه ترشی (پ) نمک سود کردن

۴۷- گزینه «۲»

در ۲۰ دقیقه نخست واکنش، دو ذره هیدروژن مصرف شده است. پس تغییر مول هیدروژن برابر است با:

$$\Delta n(H_2) = 0 / 2 \text{ mol} \Rightarrow \Delta [H_2] = \frac{0 / 2 \text{ mol}}{0 / 2 L} = 0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

چون ضریب  $H_2$  در واکنش  $H_2(g) + I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$  برابر یک است، پس سرعت متوسط مصرف  $H_2$  با سرعت واکنش برابر است.

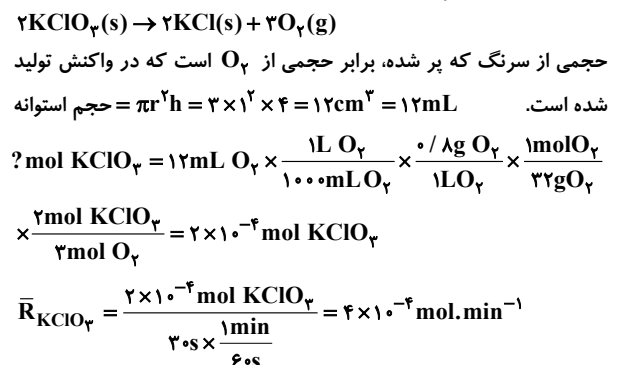
$$\bar{R} = \bar{R}_{H_2} = \frac{\Delta [H_2]}{\Delta t} = \frac{0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}}{20 \text{ min} \times \frac{1h}{60 \text{ min}}} = 0 / 3 \text{ mol.L}^{-1} \cdot h^{-1}$$

۴۸- گزینه «۲»

تغییر فشار بر تغییر سرعت واکنش‌های شیمیایی یک‌طرفه که حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها در فاز گازی باشد اثر دارد. در تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، واکنش‌دهنده گازی شکل دیده نمی‌شود.

۴۹- گزینه «۳»

واکنش تجزیه پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



۵۰- گزینه «۳»

$$\Delta t = 75s \times \frac{1 \text{ min}}{60s} = 1 / 25 \text{ min}$$

$$75 \text{ حجم گاز تولید شده تا ثانیه } 75 = 336 + 224 + 112 + 67 / 2 + 44 / 8 = 784 \text{ mL}$$

$$75 \text{ مول گاز تولید شده تا ثانیه } 75 = 784 \text{ mL } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22400 \text{ mL } CO_2} = 0 / 035 \text{ mol } CO_2$$

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0 / 035 \text{ mol}}{1 / 25 \text{ min}} = 0 / 028 \text{ mol.min}^{-1}$$

در هر لحظه، هر مقدار کاهش جرم مخلوط، ناشی از جرم گاز کربن دی‌اکسیدی است که خارج شده است.

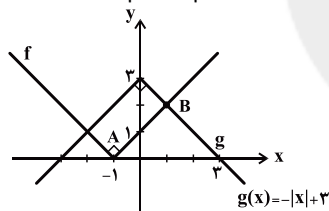
$$75 \text{ جرم گاز } CO_2 \text{ خروجی تا ثانیه } 75 = 0 / 035 \text{ mol } CO_2 \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 1 / 54g CO_2$$

$$66 / 1g = 64 / 56 + 1 / 54 = 66 / 1g$$

### ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۱»

ابتدا دو تابع را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:



واضح است که ضلع  $AB$ ، ضلع بزرگ مستطیل است. مختصات نقطه  $A$  به صورت  $(-1, 0)$  است و برای به‌دست آوردن مختصات نقطه  $B$  معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow |x+1| = -|x| + 3$$

$$\xrightarrow{x > -1} x_B + 1 = -x_B + 3 \Rightarrow 2x_B = 2 \Rightarrow x_B = 1$$

$$\Rightarrow y_B = f(x_B) = 2 \Rightarrow B(1, 2)$$

حال فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  را از همدیگر می‌یابیم:

$$|AB| = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۵۲- گزینه «۴»

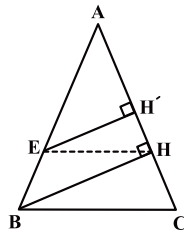
چون جواب دادن به سؤالات الزامی نیست، بنابراین برای جواب دادن به هر یک از سؤالات ۴ و ۳ گزینه‌ای به ترتیب ۵ و ۴ راه وجود دارد. تعداد حالت‌های جواب دادن به سؤالات مورد نظر برابر است با:  $5^3 \times 4^3 = 20^3$

۵۳- گزینه «۳»

کافی است تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که ارقام آنها فقط زوج یا فقط فرد باشد را به دست آوریم و از تعداد کل اعداد طبیعی سه رقمی کم کنیم. داریم:  $9 \times 10 \times 10 = 900$



$\Rightarrow BH = 4x$



$\Delta AHB : EH' \parallel BH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EH'}{BH} = \frac{AE}{AB}$   
 $\Rightarrow \frac{EH'}{4x} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow EH' = \frac{12}{5}x = \frac{12}{25}(\Delta x) = \frac{12}{25}AC$

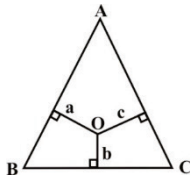
۵۸- گزینه «۳»

مجموع فاصله‌های هر نقطهٔ درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع  $x$  از

سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث یعنی  $\frac{\sqrt{3}}{2}x$  است.

$$\begin{cases} a+b+c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 \times \sqrt{3} = 30 \\ a+b-c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 30 \\ -a-b+c = -10 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2c = 20 \Rightarrow c = 10$



۵۹- گزینه «۴»

طبق فرمول بیگ برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{b=6i} S = \frac{6i}{2} + i - 1 = 4i - 1$

بنابراین مساحت این چند ضلعی شبکه‌ای به صورت  $4i - 1$  است که  $i$  تعداد نقاط درونی و در نتیجه عددی حسابی است. از بین گزینه‌ها، تنها عدد ۲۷ را می‌توان به فرم مورد نظر نوشت.

فیزیک ۱

۶۰- گزینه «۲»

با توجه به رابطهٔ تبدیل درجهٔ سلسیوس به درجهٔ فارنهایت داریم:

$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = \frac{5}{9}(F - 32)$

عددی که دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد ۸۰ درصد کمتر از عددی است که

دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد. بنابراین:  $\frac{F}{5} = \frac{5}{9}(F - 32) \Rightarrow F = 50^\circ F$

بنابراین:  $\theta = \frac{5}{9}(F - 32) = \frac{5}{9} \times (50 - 32) = 10^\circ C$

تعداد اعداد طبیعی سه رقمی با ارقام زوج  $= 4 \times 5 \times 5 = 100$

تعداد اعداد طبیعی سه رقمی با ارقام فرد  $= 5 \times 5 \times 5 = 125$

بنابراین تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:  $900 - (100 + 125) = 675$

۵۴- گزینه «۳»

۳ مسیر مختلف برای رفتن از شهر A به شهر E موجود است که

عبارت‌اند از: مسیر ABE:  $A \xrightarrow{2} B \xrightarrow{x} E = 4$

مسیر ACDE:  $A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{x} D \xrightarrow{x} E = 12$

مسیر ACBE:  $A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} B \xrightarrow{x} E = 4$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل راه‌های موجود برای رفتن از شهر A به

شهر E برابر است با:  $4 + 12 + 4 = 20$

۵۵- گزینه «۲»

طبق اصل ضرب، حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌های موجود در این شهر که

برابر است با: حداقل تعداد کارخانه‌ها  $= 4 \times 6 \times 8 \times 10$

حداکثر تعداد کارخانه‌ها  $= 4 \times 8 \times 10 \times 15$

بنابراین اختلاف بین این دو تعداد برابر است با:

$4 \times 8 \times 10 \times 15 - 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 4 \times 8 \times 10 \times (15 - 6) = 320 \times 9 = 2880$

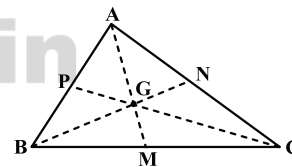
هندسه ۱

۵۶- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر میانه‌های مثلث را رسم کنیم، شش مثلث با مساحت‌های یکسان تولید

می‌شود. بنابراین اگر از نقطهٔ هم‌رسی میانه‌های هر مثلث به سه رأس آن وصل کنیم،

سه مثلث با مساحت برابر ایجاد می‌شود، یعنی در شکل زیر داریم:



$S_{\Delta GAB} = S_{\Delta GBC} = S_{\Delta GAC}$

پس نقطه T محل هم‌رسی میانه‌های ABC است.

۵۷- گزینه «۴»

پس دو مثلث AEH و ABC متشابه‌اند، یعنی مثلث

AEH نیز متساوی‌الساقین است. مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی

تا ساق‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق مثلث AEH است. اگر  $AB = 5x$

فرض شود، آنگاه  $AH = 3x$  است و داریم:

$\Delta AHB : BH^2 = AB^2 - AH^2 = 25x^2 - 9x^2 = 16x^2$



۶۱- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه افزایش مساحت بر حسب افزایش دما، داریم:

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T \Rightarrow 6 = 2\alpha \times (6 \times 20^2) \times \Delta T \Rightarrow \alpha \Delta T = \frac{1}{800}$$

حجم اولیه حفره کروی برابر است با:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 2^3 \Rightarrow V_1 = 32 \text{ cm}^3$$

تغییر حجم حفره کروی برابر است با:

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T = 3 \times 32 \times \frac{1}{800} \Rightarrow \Delta V = 0.12 \text{ cm}^3$$

۶۲- گزینه «۳»

با توجه به رابطه توان و گرما، شیب نمودار معرف  $\frac{P}{mc}$  است:

$$P \Delta t = mc \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{P}{mc}$$

در حالت مایع داریم:

$$\frac{P_1}{m_1 c_1} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{-10 - 20}{4 - 0} = -\frac{30}{4} = -7.5 \quad (1)$$

$$\frac{P_2}{m_2 c_2} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{-20 - 40}{2 - 0} = -\frac{60}{2} = -30 \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{P_1} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} \times \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2}{c_1} = \frac{7.5}{30} \Rightarrow 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{2}$$

در حالت جامد داریم:

$$\frac{P_1}{m_1 c_1'} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{-22 - (-10)}{14 - 10} = -\frac{12}{4} = -3 \quad (3)$$

$$\frac{P_2}{m_2 c_2'} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{-24 - (-20)}{12 - 8} = -\frac{4}{4} = -1 \quad (4)$$

$$\frac{(3) \cdot (4)}{P_2} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} \times \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2'}{c_1'} = \frac{3}{1} \Rightarrow 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{c_2'}{c_1'} = 3 \Rightarrow \frac{c_2'}{c_1'} = 6$$

۶۳- گزینه «۱»

با توجه به این که در انتها ۱۰۰g یخ داریم، یعنی در نهایت مخلوطی از آب و یخ داریم و در نتیجه دمای نهایی مخلوط برابر با صفر درجه سلسیوس خواهد بود. گرمای لازم برای تبدیل یک کیلوگرم یخ  $-10^\circ\text{C}$  به مخلوطی از ۹۰۰g آب و ۱۰۰g یخ صفر درجه سلسیوس، برابر است با:

$$Q_1 = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta \theta = 1 \times 2100 \times (0 - (-10)) = 21 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_2 = m' L_F = 0.1 \times 336 \times 10^3 = 3.36 \times 10^4 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_T = Q_1 + Q_2 = 21 \times 10^3 + 3.36 \times 10^4 = 3.23 \times 10^4 \text{ J}$$

با توجه به این که اتلاف انرژی نداریم، این گرما باید از تغییر دمای آب

$38/5^\circ\text{C}$  به صفر درجه سلسیوس تأمین شود، داریم:

$$Q_T = m'' c_{\text{آب}} \Delta \theta'' \Rightarrow 3.23 \times 10^4 = m'' \times 4200 \times |0 - 38/5|$$

$$\Rightarrow m'' = 2 \text{ kg}$$

۶۴- گزینه «۳»

گزینه «۱» نادرست است، زیرا در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیش‌تر از اتم‌هاست.

گزینه «۲» نادرست است، زیرا پدیده همرفت می‌تواند در همه شاره‌ها، چه مایع و چه گاز، به وقوع بپیوندد.

گزینه «۴» نادرست است، زیرا دمانگار ابزاری است که برای آشکارسازی تابش‌های فرسرخ از آن استفاده می‌شود.

۶۵- گزینه «۲»

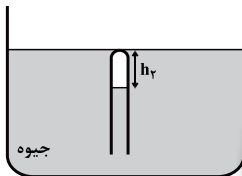
هوای محبوس درون لوله را گاز کامل در نظر می‌گیریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{دماثابت}} P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

اگر سطح مقطع لوله را A فرض کنیم، قبل از فرو بردن لوله در جیوه داریم:

$$P_1 = P_0 - h = 76 - 10 = 66 \text{ cmHg}$$

$$V_1 = Ah_1 = A \times 16$$



بعد از فرو بردن لوله در جیوه می‌توان نوشت:

$$V_2 = Ah_2$$

بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{(1)} P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 66 \times (A \times 16) = (76 + h_2) \times (Ah_2)$$

$$\Rightarrow (h_2 - 12)(h_2 + 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} h_2 = 12 \text{ cm ق.ق} \\ h_2 = -18 \text{ cm غ.ق.ق} \end{cases}$$

شیمی ۱

۶۶- گزینه «۳»

گزینه «۱»: در شرایط STP،  $273 \text{ K}$  یا  $0^\circ\text{C}$  دما،  $1 \text{ atm}$  فشار) حجم ۱ مول از هر گازی برابر ۲۲/۴ لیتر است.

گزینه «۲»: در دما و فشار یکسان حجم یک مول از گازهای مختلف با یکدیگر برابر است.

$$? \text{ mol CO}_2 = 44 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 1 \text{ mol CO}_2$$

گزینه «۳»: در شرایط STP، جرم مولی گاز ۱ = جرم مولی گاز ۲ / جرم مولی گاز ۱

$$\Rightarrow \frac{d(\text{O}_2)}{d(\text{CO}_2)} = \frac{M(\text{O}_2)}{M(\text{CO}_2)} = \frac{32}{44} = \frac{8}{11}$$

$$? \text{ g Ne} = 44 / 11 \text{ L Ne} \times \frac{1 \text{ mol Ne}}{22 / 4 \text{ L Ne}} \times \frac{20 \text{ g Ne}}{1 \text{ mol Ne}} = 40 \text{ g Ne}$$

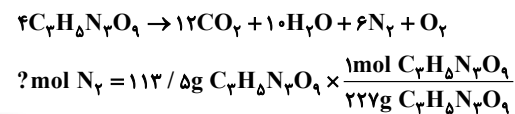
$$? \text{ L O}_2 = 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{22 / 4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 5 / 6 \text{ L O}_2$$



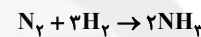
۶۷- گزینه «۴»

گزینه «۱»: گاز شهری به طور عمده از متان ( $CH_4$ ) که هیدروکربنی ۵ اتمی است، تشکیل شده است.  
گزینه «۲»: برای پر کردن و تنظیم باد تایر خودرو از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند. گاز نیتروژن به جو بی‌اثر شهرت دارد.  
گزینه «۳»: در شرایط  $STP$  دما صفر درجه سلسیوس و دمای بهینه برای تولید آمونیاک به روش هابر  $450^\circ C$  می‌باشد.  
گزینه «۴»: با افزایش دما در فشار ثابت، حجم افزایش و چگالی گازها کاهش می‌یابد.

۶۸- گزینه «۴»



$$\times \frac{6 \text{ mol } N_2}{4 \text{ mol } C_3H_8N_2O_9} = 0.75 \text{ mol } N_2$$



$$? L NH_3 = 0.75 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{22.4 L NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} = 33.6 L NH_3$$

۶۹- گزینه «۲»

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند. بررسی موارد نادرست:  
مورد «آ»: آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن از انواع یون‌ها و مولکول‌هاست.  
مورد «ت»: زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر بر هم کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند.

۷۰- گزینه «۳»

در آمونیوم فسفات  $((NH_4)_3PO_4)$ ، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به اکسیژن برابر ۳ است.

$$\frac{H}{O} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{1}{2} : \text{لیتیم سولفات } (Li_2SO_4)$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{1}{3} : \text{مس نیتريد } (Cu_3N)$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{3}{1} : \text{آلومینیوم نیترات } (Al(NO_3)_3)$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{1}{1} : \text{کلسیم کربنات } (CaCO_3)$$

حسابان ۲

۷۱- گزینه «۲»

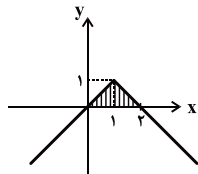
کافی است نامعادله زیر را حل کنیم:

$$-2 \leq 2x - 1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = \left[-\frac{1}{2}, 2\right]$$

۷۲- گزینه «۴»

$g(2x) = 1 - f(2x - 1) \Rightarrow g(x) = 1 - f(x - 1) = 1 - |x - 1|$   
با انتقال یک واحد نمودار تابع  $f$  به سمت راست، قرینه کردن آن نسبت به محور  $x$  ها و سپس انتقال یک واحد آن به بالا، نمودار تابع  $y = g(x)$  حاصل می‌شود و داریم:



$$\text{مساحت سطح هاشورخورده} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

۷۳- گزینه «۲»

می‌دانیم تابع مورد نظر، از پاره‌خط‌هایی تشکیل شده است که شیب آن‌ها مثبت است. بنابراین، با توجه به اینکه  $[x]$  در عدد صحیح  $z$  ناپیوسته است، برای اکیداً صعودی بودن تابع  $y = 2x - k[x]$ ، کافی است حد راست آن در  $x = z$ ، بزرگ‌تر یا مساوی با حد چپ آن در  $x = z$  باشد. پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow z^+} (2x - k[x]) = 2z - kz \\ \lim_{x \rightarrow z^-} (2x - k[x]) = 2z - k(z - 1) = 2z - kz + k \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2z - kz \geq 2z - kz + k \Rightarrow k \leq 0$$

۷۴- گزینه «۳»

تابع  $-f$  اکیداً صعودی با دامنه  $\mathbb{R}$  است، پس تابع  $f$  اکیداً نزولی با دامنه  $\mathbb{R}$  است.

$$f(|x|) > f\left(\frac{x+4}{3}\right) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی است}} |x| < \frac{x+4}{3}$$

در دو حالت  $x \geq 0$  و  $x < 0$ ، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0: x < \frac{x+4}{3} &\Rightarrow 3x < x+4 \Rightarrow x < 2 \xrightarrow{\cap(x \geq 0)} 0 \leq x < 2 \\ x < 0: -x < \frac{x+4}{3} &\Rightarrow -3x < x+4 \Rightarrow x > -1 \xrightarrow{\cap(x < 0)} -1 < x < 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\cup \rightarrow -1 < x < 2 \Rightarrow a = -1, b = 2$$

$$2 - (-1) = 3 \quad \text{پس حداکثر } b - a \text{ برابر است با:}$$

۷۵- گزینه «۱»

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1: a(-1)^5 + b(-1)^2 + 2(-1) = 4$$

$$\Rightarrow a - b = -6 \quad (1)$$

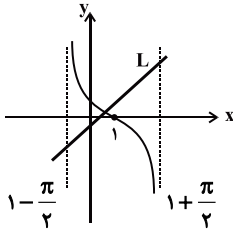
$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2: r = (2)^2 + a(2)^2 - 2b(2) = 8 + 4a - 4b$$

$$= 8 + 4(a - b) \xrightarrow{(1)} 8 + 4(-6) = -16$$



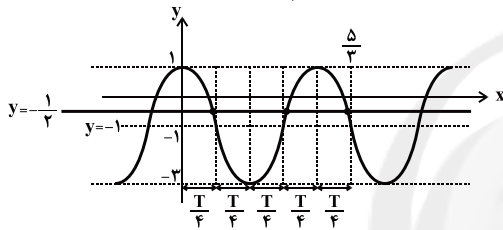


سپس یک واحد به سمت چپ انتقال داده و در نهایت نسبت به محور  $y$  آن را قرینه می‌کنیم. با این کار نمودار رسم شده به دست می‌آید که با رسم خط  $L$  مشاهده می‌کنیم که در ناحیه اول نمودارهای دو تابع همدیگر را قطع می‌کنند.



۸۰- گزینه «۳»

روش اول: نمودار تابع  $f$  و خط  $y = -\frac{1}{2}$  در شکل زیر رسم شده‌اند.



لازم به ذکر است که دوره تناوب تابع  $f$  برابر است با  $T = \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{4}{3}$ .

هم‌چنین طول بازه  $(0, \frac{5}{3})$  برابر  $\frac{\Delta T}{4}$  است.

مطابق شکل، خط موردنظر نمودار تابع  $f$  را در بازه  $(0, \frac{5}{3})$  سه بار قطع می‌کند.

روش دوم:  $f(x) = 2 \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right) = \frac{1}{4}$

یعنی کافی است، تعداد نقاط تلاقی نمودار تابع  $y = \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$  را با خط

$y = \frac{1}{4}$  در بازه  $(0, \frac{5}{3})$  به دست آوریم.

هندسه ۳

۸۱- گزینه «۲»

ستون دوم ماتریس  $AB$ ، یک ماتریس ستونی است که از ضرب کردن تمام سطرهای ماتریس  $A$  در ستون دوم ماتریس  $B$  به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 8 + 8 - 2 = 14$$

۸۲- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} A(A-I) &= I \\ \Rightarrow A^2 - A \times I &= I \\ \Rightarrow A^2 - A &= I \\ \Rightarrow A^2 &= A + I \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\times A} A^3 = A^2 + A = (A + I) + A = 2A + I$$

۷۶- گزینه «۱»

در توابع متناوب با دوره تناوب  $T$  داریم:

$$f(x) = f(x + kT) \xrightarrow{T=2} f(x) = f(x + 2k) \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

حال با قراردادن  $k = 5$  خواهیم داشت:

$$f(-8/11) = f(-8/11 + 2 \times 5) = f(1/11) = \sqrt{2 - 1/11} = 0/9$$

۷۷- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\cos^3 x + \sin^3 x} - 1 = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^3 x \cos^3 x} - 1$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sin^3 x} - 1} - 1 = \frac{2}{\sin^3 x} - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{\sin^3 x} - 1$$

به راحتی می‌توان نشان داد که اگر دوره تناوب تابع  $g$ ،  $T$  باشد، دوره تناوب تابع

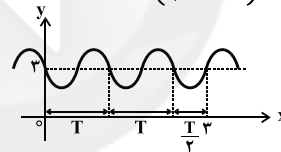
$\frac{1}{g}$  (با شرط متناوب بودن) نیز  $T$  است. بنابراین در این سؤال، دوره تناوب تابع  $f$  و

$$\Rightarrow T_f = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

دوره تناوب تابع  $y = \sin 6x$  یکسان هستند.

۷۸- گزینه «۱»

$$f(x) = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\pi x\right) = a + \sin b\pi x$$



$$\frac{\Delta T}{2} = 2 \Rightarrow T = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow |b| = \frac{5}{3}$$

چون در همسایگی  $x = 0$ ، نمودار تابع بالا فرم نزولی دارد،  $b = -\frac{5}{3}$  قابل

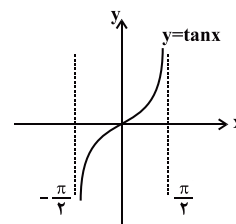
$$f(0) = a = 3 \Rightarrow f(x) = 3 - \sin \frac{5\pi x}{3}$$

قبول است.

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(ab) &= f(-5) = 3 + \sin \frac{25\pi}{3} = 3 + \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = 3 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{6 + \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

۷۹- گزینه «۱»

کافی است ابتدا نمودار  $y = \tan x$  را در یک دوره تناوب  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  رسم کنیم.





۸۳- گزینه «۴»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} = -8I$$

$$A^3 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = -8 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = -8 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 \\ 8 \end{bmatrix}$$

۸۴- گزینه «۱»

$$A + B = -AB$$

$$\Rightarrow A + B + AB = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A + B + AB + I = I$$

$$\Rightarrow (A + I)(B + I) = I$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که ماتریس  $B + I$  وارون ماتریس  $A + I$  است.

۸۵- گزینه «۲»

ماتریس  $A$  به صورت زیر می‌باشد:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & \dots & 2 \\ 3 & 3 & \dots & 3 \\ 4 & 4 & \dots & 4 \\ 5 & 5 & \dots & 5 \\ 6 & 6 & \dots & 6 \end{bmatrix}$$

n ستون

مجموع درایه‌های هر ستون برابر  $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$  است. در نتیجه:

$$20 \times n = 120 \Rightarrow n = 6$$

۸۶- گزینه «۱»

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

$$A^{12} = (A^4)^3 = (-4I)^3 = -64I = \begin{bmatrix} -64 & 0 \\ 0 & -64 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{12}$  برابر  $(-128)$  است.

۸۷- گزینه «۳»

$$A^2 = 3I \xrightarrow{\times 16} 16A^2 = 48I \Rightarrow 16A^2 - 48I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow 16A^2 - 49I = -I \Rightarrow (4A - 7I)(4A + 7I) = -I$$

$$\Rightarrow (4A + 7I)^{-1} = -(4A - 7I) = 7I - 4A$$

۸۸- گزینه «۲»

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه آن است که:

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} = \frac{3}{k+2}$$

دو معادله از این دستگاه را انتخاب کرده و حل می‌کنیم. جواب‌های مشترک دو دستگاه مقادیری از  $k$  را که به ازای آن دستگاه بی‌شمار جواب دارد، مشخص می‌کند.

$$\frac{k+1}{2} = \frac{5}{2k+3} \Rightarrow (2k+3)(k+1) = 10 \Rightarrow 2k^2 + 5k + 3 = 10$$

$$\Rightarrow 2k^2 + 5k - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{k+1}{2} = \frac{3}{k+2} \Rightarrow (k+1)(k+2) = 6 \Rightarrow k^2 + 3k + 2 = 6$$

$$\Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

پس تنها به ازای  $k = 1$ ، دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

۸۹- گزینه «۴»

کافی است دترمینان ضرایب دستگاه‌ها را به دست آوریم. در صورتی که دترمینان به ازای مقدار یا مقادیری از  $k$  برابر صفر شود، دستگاه بی‌شمار جواب داشته یا فاقد جواب است. اگر ماتریس ضرایب هر دستگاه را با  $A$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|A| = k(-1) - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow -k - 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

گزینه «۲».

$$|A| = k^2 \times 4 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow 4k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$$

گزینه «۳».

$$|A| = k \times k - 1 \times 4 = 0 \Rightarrow k^2 - 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

گزینه «۴».

$$|A| = k^2 \times 1 - 2 \times (-1) = 0 \Rightarrow k^2 + 2 = 0 \Rightarrow$$

ریشه حقیقی ندارد پس تنها دستگاه معادلات گزینه «۴» به ازای تمامی مقادیر  $k$ ، جواب منحصر به فرد دارد.

۹۰- گزینه «۲»

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

فرض کنید  $X = x - 2y$  و  $Y = 2x + y$  باشد. اگر

باشد، آنگاه داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{5 \times 4 - 3(-4)} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$A^{-1}$  را از سمت چپ در دو طرف معادله ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 32 \\ 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = x - 2y = 1 \\ Y = 2x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x + y = 1$$

ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۱»

$$|2x + 7|_7 = |11x + 5|_7 \Rightarrow 11x + 5 \equiv 2x + 7 \pmod{7} \Rightarrow 9x \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$\xrightarrow{+2} x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow x^3 - 1 \equiv 1^3 - 1 \equiv 0 \pmod{7}$$



۹۲- گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &\equiv 4 \pmod{5} \\ 4x + 6y &\equiv 8 \pmod{5} \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow x \equiv -5 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow x = 5k - 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۹۳- گزینه «۲»

$$\left\{ \begin{aligned} 3a &\equiv 7 \pmod{5} \Rightarrow 15a \equiv 35 \pmod{5} \\ 5a &\equiv 2b \pmod{3} \Rightarrow 15a \equiv 6b \pmod{3} \end{aligned} \right. \Rightarrow 6b \equiv 35 \pmod{5} \Rightarrow 6b \equiv 24 \pmod{5} \xrightarrow{+6} b \equiv 4 \pmod{5}$$

۹۴- گزینه «۴»

$$2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{5} \xrightarrow{\text{به توان ۵}} 2^{30} \equiv 1 \pmod{5} \xrightarrow{\times 2^5} 2^{35} \equiv 2^5 \equiv 32 \equiv 11 \pmod{5}$$

۹۵- گزینه «۳»

چون عدد موردنظر بر ۳۶ بخش پذیر است، پس باید بر ۴ و ۹ بخش پذیر باشد. عدد  $xy3152$  قطعاً بر ۴ بخش پذیر است، چون دو رقم سمت راست آن یعنی ۵۲ بر ۴ بخش پذیر است. بنابراین کافی است شرط بخش پذیری بر ۹ را بررسی کنیم:

$$xy3152 \equiv x + y + 11 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x + y \equiv -11 \equiv 7 \pmod{9}$$

۹ را بررسی کنیم:  $\Rightarrow x + y = 7$  یا  $16$

$$\begin{cases} x = 7, y = 9 \\ x = 8, y = 8 \\ x = 9, y = 7 \end{cases}$$

بنابراین در مجموع، ده عدد به صورت  $xy3152$  وجود دارد که بر ۳۶ بخش پذیر باشد.

۹۶- گزینه «۱»

پس کافی است هم‌نهشتی  $5^{2012}$  را در پیمانه ۱۱ محاسبه کنیم. داریم:

$$5^{2012} \equiv 5^{2011} \pmod{11} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^{4022} \equiv 5^{2011} \pmod{11} \xrightarrow{\times 5^2} 5^{4024} \equiv 5^{2011} \pmod{11} \xrightarrow{\text{به توان ۲۰}} 5^{80480} \equiv 5^{2011} \pmod{11}$$

بنابراین  $a + 3$  باید مضرب ۱۱ باشد و در نتیجه کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  برابر است با  $11 - 3 = 8$ .

۹۷- گزینه «۱»

با توجه به اینکه تعداد روزهای هفته برابر ۷ است، کافی است تعداد روزهای بین ۱۵ خرداد تا ۱۳ آبان را به دست آورده و باقی‌مانده تقسیم آن را بر ۷ بیابیم.

$$152 \equiv 152 \pmod{7} \Rightarrow 152 = 13 \times 7 + 3 = 13 \times 7 + 3 + 0 = 13 \times 7 + 3$$

۱۳ آبان مهر تیرتاشهریور خرداد

یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

حال مطابق جدول اگر روز مبدأ یعنی دوشنبه را معادل صفر فرض کنیم، روز شنبه معادل ۵ است، پس ۱۳ آبان باید روز شنبه باشد.

۹۸- گزینه «۴»

$a + 2$  فرد است  $\Rightarrow a$  فرد است  $\Rightarrow 2 \mid a$   
 $b \mid a + 2 \Rightarrow b$  فرد است  
 $a \Rightarrow a^2 = 4t + 1 \quad (t \in \mathbb{Z})$  فرد است  
 $b \Rightarrow b^2 = 4t' + 1 \quad (t' \in \mathbb{Z})$  فرد است  
 $2a^2 + 2b^2 + 2 = 2(4t + 1) + 2(4t' + 1) + 2 = 8t + 8t' + 6 = 8q$   
 به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها  $a = 1$  و  $b = 1$  را در نظر بگیرید.

۹۹- گزینه «۴»

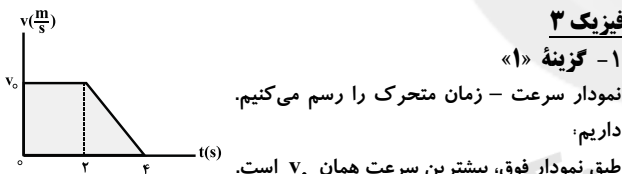
طبق داده‌های سؤال می‌توانیم بنویسیم:  
 $a = 31q + r, r = q^2 - 132$   
 $\Rightarrow a = 31q + q^2 - 132$   
 چون  $0 \leq r < 31$ ، پس خواهیم داشت:  
 $0 \leq q^2 - 132 < 31 \Rightarrow 132 \leq q^2 < 163$   
 $\Rightarrow \sqrt{132} \leq q < \sqrt{163} \quad q \in \mathbb{Z} \Rightarrow q = 12$   
 $\Rightarrow a = 31 \times 12 + 144 - 132 = 284 \Rightarrow a$  مجموع ارقام = ۱۵

۱۰۰- گزینه «۲»

$a = bq + r$  ;  $0 \leq r < b$   $\xrightarrow{\text{بیشترین مقدار را دارد}} r = b - 1$   
 $a = 20r \Rightarrow 20r = bq + r \Rightarrow 19r = bq$   
 $\Rightarrow 19(b - 1) = bq \Rightarrow \frac{b - 1}{b} = \frac{q}{19} \Rightarrow \begin{cases} b = 19 \\ q = b - 1 = 18 \end{cases}$   
 $a = 20(b - 1) = 20(19 - 1) = 20 \times 18 = 360$

فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۱»



طبق نمودار فوق، بیشترین سرعت همان  $v_0$  است. از طرفی می‌دانیم سطح بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در هر بازه زمانی برابر با اندازه جابه‌جایی در آن بازه است و از آنجایی که جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است، مسافت پیموده شده با اندازه جابه‌جایی برابر است. داریم:

$$\Delta x = S \Rightarrow 36 = \frac{4 + 2}{2} \times v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

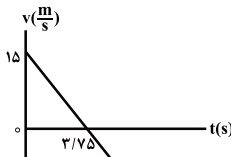
۱۰۲- گزینه «۱»

با مقایسه معادله مکان - زمان متحرک با فرم کلی معادله حرکت با شتاب ثابت، معادله سرعت - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -2t^2 + 15t + 36 \end{cases} \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}, v_0 = 15 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 15$$

نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک به صورت زیر است. داریم:





۱۰۶- گزینه «۳»

مکان جسم را در لحظه‌های  $t=3s$ ،  $t=6s$  و  $t=9s$  محاسبه می‌کنیم:

$$y_3 = -\frac{1}{2}gt_3^2 + y_0 \Rightarrow y_3 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 \Rightarrow |y_3| = 45m$$

$$y_6 = -\frac{1}{2}gt_6^2 + y_0 \Rightarrow y_6 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 \Rightarrow |y_6| = 180m$$

$$y_9 = -\frac{1}{2}gt_9^2 + y_0 \Rightarrow y_9 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 9^2 \Rightarrow |y_9| = 405m$$

بنابراین جابه‌جایی جسم در ۳ ثانیه دوم حرکت برابر است با:

$$y_6 - y_3 = 180 - 45 = 135m$$

و جابه‌جایی جسم در ۳ ثانیه سوم حرکت برابر است با:

$$y_9 - y_6 = 405 - 180 = 225m$$

$$\frac{y_9 - y_6}{y_6 - y_3} = \frac{225}{135} = \frac{5}{3}$$

در نتیجه:

۱۰۷- گزینه «۳»

با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

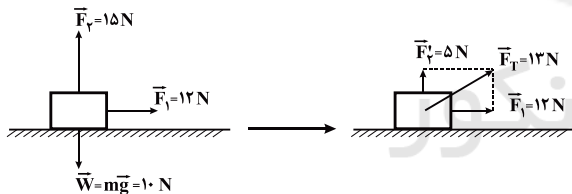
$$\frac{|\vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|} \Rightarrow 4 = \frac{m_2}{m_1} \times 0.4$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 10 \Rightarrow m_2 = 10m_1$$

یعنی باید ۹ جعبه مشابه را روی جعبه اول بگذاریم، تا جرم ۱۰ برابر شود.

۱۰۸- گزینه «۲»

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برابری آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + (F'_v)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 13 = 1 \times a \Rightarrow a = 13 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین جابه‌جایی جسم برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 13 \times (4)^2 + 0 = 104m$$

۱۰۹- گزینه «۲»

ابتدا شتاب حرکت جسم را به کمک رابطه سرعت - جابه‌جایی تعیین می‌کنیم. داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = 5^2 + 2a \times 12 / 5 \Rightarrow a = -1 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 1 \frac{m}{s^2}$$

حال طبق قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 2 = m \times 1 \Rightarrow m = 2kg = 2000g$$

$$v = -4t + 15 \xrightarrow{v=0} 0 = -4t + 15 \Rightarrow t = \frac{15}{4} = 3.75s$$

از لحظه  $t = 3.75s$  به بعد، حرکت متحرک به صورت تندشونده است.

بنابراین در بازه زمانی  $3s \leq t \leq 4s$ ، متحرک به سمت

$$4 - 3.75 = 0.25s$$

دقت کنید زمانی که نمودار سرعت - زمان به محور زمان نزدیک می‌شود، حرکت

کندشونده و زمانی که از محور زمان دور می‌شود، حرکت تندشونده است.

۱۰۳- گزینه «۴»

چون نمودار مکان - زمان سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است و

می‌توان از معادلات حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم استفاده کرد. از

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

روی نمودار  $x_0 = 12m$  است. داریم:

$$\xrightarrow{t=2s \Rightarrow x=0} 0 = \frac{1}{2}a \times 4 + 2v_0 + 12 \Rightarrow a + v_0 = -6$$

$$\xrightarrow{t=4s \Rightarrow x=-4m} -4 = \frac{1}{2}a \times 16 + 4v_0 + 12 \Rightarrow 2a + v_0 = -4$$

$$\Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -8 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از معادله سرعت - زمان می‌توان سرعت در لحظه  $t = 9s$  را

$$v = at + v_0 = 2 \times 9 - 8 = 10 \frac{m}{s}$$

محاسبه کرد. داریم:

۱۰۴- گزینه «۴»

جابه‌جایی جسم را در  $t$  ثانیه اول حرکت (حرکت با شتاب ثابت) و  $2t$

ثانیه بعد آن (حرکت با سرعت ثابت) به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2}t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{10 + 0}{2}t \Rightarrow \Delta x_1 = 5t$$

$$\Delta x_2 = vt \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \times 2t \Rightarrow \Delta x_2 = 20t$$

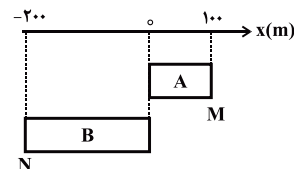
حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} = \frac{5t + 20t}{2t} \Rightarrow v_{av} = \frac{25}{2} \frac{m}{s}$$

۱۰۵- گزینه «۲»

مطابق شکل، هنگامی قطار B از قطار A کاملاً سبقت گرفته و از آن عبور

می‌کند که نقطه N به نقطه M برسد.



$$x_M = vt + x_0 \Rightarrow x_M = 20t + 100$$

$$x_N = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_N = \frac{1}{2} \times 2t^2 - 200 \Rightarrow x_N = t^2 - 200$$

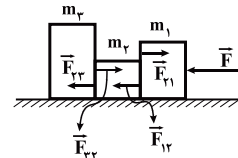
$$x_M = x_N \Rightarrow 20t + 100 = t^2 - 200 \Rightarrow t^2 - 20t - 300 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 30)(t + 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 30s \\ \text{غ.ق. } t = -10s \end{cases}$$



## ۱۱۰- گزینه «۳»

در این گونه مسائل، برای جهت یابی نیروهای بین دو جعبه، کافیت بدانیم نیروی وارد شده بر جعبه ای که از نیروی پیشران دورتر است. هم جهت با نیروی پیشران است. به عنوان مثال، برای جعبه های  $m_1$  و  $m_2$ ، چون جعبه  $m_2$  از نیروی پیشران  $\vec{F}$  دورتر است، پس نیرویی که به آن وارد می شود  $(\vec{F}_{21})$  هم جهت با  $\vec{F}$  است.



طبق شکل فوق، واکنش نیروی جسم  $m_1$  به  $m_2$  (یعنی  $\vec{F}_{21}$ ) به جهت راست است و واکنش نیروی جسم  $m_2$  به  $m_1$  (یعنی  $\vec{F}_{12}$ ) به سمت چپ است.

## شیمی ۳

## ۱۱۱- گزینه «۲»

تعداد مول اتم های موجود در یک گرم اتیلن گلیکول با فرمول  $C_2H_6O_2$ ، بیشتر از اوره با فرمول  $CO(NH_2)_2$  است.

$$1g C_2H_6O_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{62g} \times \frac{10 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol}} = \frac{10}{62} \approx 0.16 \text{ mol atom}$$

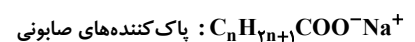
$$1g CO(NH_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{60g} \times \frac{8 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol}} = \frac{8}{60} \approx 0.13 \text{ mol atom}$$

## ۱۱۲- گزینه «۳»

عبارت های الف، ب و پ درست هستند. امید به زندگی در مناطق توسعه یافته و برخوردار، بیشتر از مناطق کم برخوردار است.

## ۱۱۳- گزینه «۱»

پاک کننده های صابونی بر خلاف پاک کننده های غیر صابونی، ترکیباتی غیر آروماتیک هستند و در آب های سخت خاصیت پاک کنندگی خود را از دست می دهند. ساختار آن ها با فرض این که بخش کاتیونی هر دو پاک کننده، یون سدیم باشد، به صورت زیر است:



پاک کننده های غیر صابونی:  $C_nH_{2n+1}-SO_3^-Na^+$  با فرض برابر بودن تعداد اتم های کربن زنجیر هیدروکربنی  $(C_nH_{2n+1})$ ، اختلاف جرم مولی آن ها به اندازه اختلاف جرم مولی  $SO_3^-$  و  $COO^-$  است که بیشتر از ۳۶ گرم بر مول می باشد.

## ۱۱۴- گزینه «۱»

منظور از ترکیبی با فرمول مولکولی  $C_{27}H_{104}O_4$ ، روغن زیتون است که از جمله موادی است که می تواند در واکنش با سدیم هیدروکسید، صابون جامد را تولید کند.

## ۱۱۵- گزینه «۱»

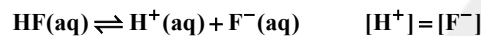
فقط عبارت «الف» درست است. بررسی عبارت های نادرست:

عبارت «ب»: صابون ها در آب حاوی یون های منیزیم و کلسیم نسبت به آب مقطر کمتر کف کرده و قدرت پاک کنندگی آنها کاهش می یابد. عبارت «پ»: رسوب ایجاد شده  $(RCOO)_2Mg$  می باشد. عبارت «ت»: با توجه به اینکه میزان منیزیم و کلسیم موجود در آب دریا مشخص نیست و دما نیز یکسان نمی باشد، نمی توان مقایسه دقیقی بین آن دو انجام داد.

## ۱۱۶- گزینه «۳»

افزایش  $SO_4$  و  $CO_3$  به آب باعث افزایش یون هیدرونیوم و تشکیل سولفوریک اسید و کربنیک اسید می شود.

## ۱۱۷- گزینه «۳»



$$K = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} \Rightarrow 5 \times 10^{-7} = \frac{[H^+][F^-]}{0.5}$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-7} = \frac{[H^+]^2}{0.5} \Rightarrow [H^+]^2 = 5 \times 10^{-7} \times 0.5$$

$$\Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

## ۱۱۸- گزینه «۲»

شکل (۱) انحلال اکسیدی نافلزی در آب است که باعث می شود محیط آب اسیدی شود.

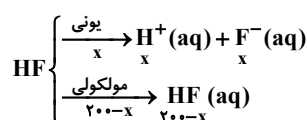
شکل (۲) محلولی از الکترولیت قوی است، اما HF یک اسید ضعیف است و رسانایی الکتریکی کمی دارد.

## ۱۱۹- گزینه «۳»

به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون های مثبت و منفی تبدیل می شود، یونش می گویند؛ بنابراین استفاده از لفظ یونش برای ترکیب یونی منیزیم هیدروکسید اشتباه است.

## ۱۲۰- گزینه «۳»

HF اسیدی ضعیف است که در آب، هم به صورت یونی و هم به صورت مولکولی حل می شود. با فرض اینکه تعداد x مولکول HF به صورت یونی در آب حل شود، داریم:



$$\Rightarrow 200 - x + x + x = 260 \Rightarrow x = 60 \Rightarrow \alpha = \frac{60}{200} = 0.3$$