

# پاسخنامہ ریاضیات

کنکور تجربی ۹۹

دکتر علیرضا کنعانی

۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

۰۹۱۹۵۸۹۶۵۸۰

۱۲۶ - حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$  کدام است؟

$\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$  (۴)

$1 - \sqrt{2}$  (۳)

$-1 + \sqrt{2}$  (۲)

$1 + \sqrt{2}$  (۱)

دکتر علی رضا کنکوری  
۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

سوالیات مستعدک ریاضی کنکور تجربی

①

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(5 + \sqrt{6})}{(5 - \sqrt{6})(5 + \sqrt{6})} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + \sqrt{2}\sqrt{6} + \sqrt{3}\sqrt{6}}{25 - 6} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18}}{19} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{19} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{8\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 3}{19} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$$

۱۲۷- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته بندی می کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ...، {۲، ۳، ۴}، {۱} . در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

۷۴ (۴)

۷۳ (۳)

۷۲ (۲)

۷۱ (۱)

(۲) دسته نهم اولین عدد آن یک واحد بیشتر از دسته نهمین مربع عدد آخر آن است.  
 این مربع واسطه

۱۰۰، ۱۱، ۱۶، ۲۱، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱، ۱۰۰  
 $\sqrt{81}$     $\sqrt{100}$

(۱۱۰، - - - - - ، ۱۶۴) دسته نهم

$$d = \frac{11+164}{2} = \frac{175}{2} = 87.5$$

۱۲۹- معادله درجه دوم  $2x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$-\frac{5}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

۳ (۲)

$\frac{7}{2}$  (۱)

(۴)

دو ریشه حقیقی و متمایز  $2x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$

$\Delta > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2-m) > 0$  باید در این نامعادله مستقیم

$S = \frac{1}{P} \Rightarrow Spz = 1 \Rightarrow \frac{1-2m}{2} \cdot x \cdot \frac{2-m}{2} = 1$

$\frac{2m^2 - 4m + 2}{4} = 1 \Rightarrow \underbrace{2m^2 - 4m - 2}_{b=2a+c} = 0 \quad \begin{cases} mz = \frac{1}{2} \checkmark \\ mz = 1 \times \end{cases}$

$(2m-1)^2 - 12(2-m) > 0 \xrightarrow{mz=1} 9-37 < 0$  سه گزینه

سه  $\frac{1}{2}$  صحیح است

۱۳۰ - مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$  کدام است؟

(۰,۸ , ۲) (۴)

(۱ , ۲) (۳)

(۰,۸ , ۱,۲) (۲)

(۰,۶ , ۱,۵) (۱)

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \quad x > \frac{1}{2} \rightarrow 1 < 2 < 3 \quad \checkmark \quad (1, 2) \Rightarrow \textcircled{3}$$

$$x < \frac{1}{2} \rightarrow 1 < \frac{2,7}{2,4} < 3 \quad \checkmark \quad (0,8, 1,2), (0,6, 1,4) \Rightarrow$$

سست (۰,۸, ۲) صحیح است

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x+5}{2x-1} < 0$$

شده

$$x < 0,5$$

$$x > 0,8$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0$$

$$0,5 < x < 2$$

$$\cap = (0,8, 2)$$

۱۳۱- فرض کنید نقاط  $(-۲, ۵)$ ،  $(۰, ۵)$  و  $(۱, ۱۱)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۲, ۱۵) (۴)

(۲, ۹) (۳)

(-۱, ۴) (۲)

(-۱, ۳) (۱)

⑦

$$y = ax^2 + bx + c \begin{cases} (0, d) \rightarrow c = d \\ (1, 11) \rightarrow a + b + c = 11 \\ (-2, 5) \rightarrow 4a - 2b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{7} \\ b = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$y = \frac{11}{7}x^2 + \frac{2}{7}x + d \rightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow \frac{11}{7} + \frac{2}{7} + d = 4 \\ x = 2 \rightarrow \frac{44}{7} + \frac{4}{7} + d = 11 \end{cases}$$

حاصل  $(-1, 3)$   $a$

۱۳۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور  $y$  ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$6\sqrt{10}$  (۴)

$4\sqrt{17}$  (۳)

$6\sqrt{7}$  (۲)

$4\sqrt{15}$  (۱)

$$\sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \begin{matrix} x-12 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{matrix} \rightarrow x \geq 12$$

(د) دسته جواب

$$\sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2 \Rightarrow x-12 = x - 4\sqrt{x} + 4 \Rightarrow$$

$$4\sqrt{x} = 16 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$x=16 \Rightarrow y=2 \quad (16, 2) \text{ و } (0, 0) \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{16^2 + 2^2}$$

A                  B

$$\sqrt{16^2 + 2^2} = \sqrt{2^2(8^2 + 1)} = 2\sqrt{17}$$

۱۳۳- در بازه  $(n, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه  $y = |2x^2 - 4|$  در زیر خط  $y = 2x$  واقع است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(V)

$$2x^2 - 2z = 0 \Rightarrow x^2 = z \pm \sqrt{2}$$

$$x > \sqrt{2} \Rightarrow 2x^2 - 2 < 2x \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

$$\begin{matrix} x > 1 \\ x < 2 \end{matrix}$$

$$x > \sqrt{2} \wedge -1 < x < 2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq x < 2 \quad (1)$$
  

$$x < \sqrt{2} \Rightarrow -2x^2 + 2 < 2x \Rightarrow x^2 + x - 2 > 0$$

$$\begin{matrix} x > 1 \\ x < -2 \end{matrix}$$

$$x < \sqrt{2} \wedge ((-\infty, -2) \cup (1, +\infty)) \Rightarrow 1 < x < \sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \wedge 2 \Rightarrow (1, 2) \rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$



۱۳۴- اگر  $f(x) = 2x - |2x|$  و  $g(x) = -x^2 + 4x$  باشند، بُرد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

(۳)  $(1, 4)$

(۳)  $(0, 4)$

(۳)  $(0, 3)$

(۱)  $(0, 2)$

(۱)

$R_{f(x)} = D_{g(x)}$   
بررسی می‌کنند

$R_{f(x)} = 0 < [2x - |2x|] < 1 \rightarrow g(0) = 0$   
 $g(1) = -1 + 4 = 3 \Rightarrow R_{f \circ g} = [0, 3)$

ل  $g$  در این بازه معکوس است

۱۳۵- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(6) + g(12)$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow \text{عکس وارون با } g(x) \text{ می‌گردد است} \quad (۱۰)$$

$$g(7) = 6 \Rightarrow f(x) = 6 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 4$$

$$g(7) = 4 \Rightarrow (4, 7) \in f \Rightarrow$$

$$g(12) = 9 \Rightarrow f(x) = 12 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9$$

$$g(12) = 9 \Rightarrow (9, 12) \in f \Rightarrow$$

$$g(12) = 9$$

$$g(7) + g(12) = 13$$

۱۳۶- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می کند؟

۲ (۴)

 $\frac{2}{3}$  (۳)

۱ (۳)

 $\frac{2}{4}$  (۱)

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

$$-x + \frac{2}{-x} = x \Rightarrow \frac{2}{-x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

دانه  $x < 0$  است پس  $x = -1$  قابل قبول است

$$(-1, 1) \in f \rightarrow (1, -1) \in f^{-1}$$

سپس طول تقاطع  $x = 1$  است

(۹)

۱۳۷ - اگر  $\log_2 3 = 0,8$  باشد. مقدار  $\log_{12} 6$  کدام است؟

$\frac{7}{9}$  (A)

$\frac{2}{4}$  (B)

$\frac{8}{11}$  (C)

$\frac{13}{18}$  (D)

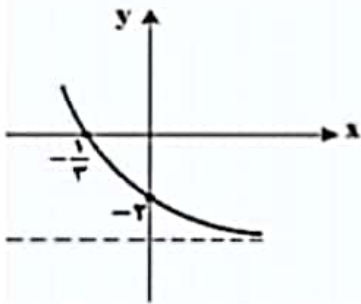
$$\log_{\Sigma 2,8} 3 \Rightarrow \Sigma 2^3 \Rightarrow 2^{1,7} \cdot 2^3 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^{1,7} \times 2^3 \times 2 \Rightarrow 2^{2,7} \cdot 2^7 \\ 2^{1,7} \times \Sigma 2^3 \times \Sigma \Rightarrow 2^{3,7} \cdot 2^{12} \end{array} \right.$$

$$\log_{12} 7 = \log_{2^{3,7}} 2^{12} = \frac{2,7}{3,7} = \frac{13}{18}$$

گزینه د صحیح است  
۰۹۳۰۵۱۱۵۵۵۵

۱۳۸- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$  است.  $f(-\frac{5}{3})$  کدام است؟



- ۵۴ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۲۸ (۴)

(۱۱)

~~$(-\frac{1}{3}, 0) \in f \Rightarrow$~~   $(0, -2) \in f \Rightarrow$

$$-2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$(-\frac{1}{3}, 0) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{3}a + 1} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a + 1} = 4 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$f(-\frac{5}{3}) = -4 + 2^{-\frac{5}{3}(-3) + 1} = -4 + 2^{5+1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$

۱۴۰- حاصل عبارت  $\tan(300^\circ)\cos(210^\circ) + \tan(480^\circ)\sin(840^\circ)$  کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

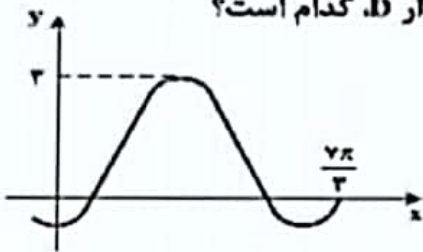
$-\frac{1}{2}$  (۱)

$$\tan^{300^\circ} = \tan^{2\pi - \frac{\pi}{6}} = -\sqrt{3}, \quad \cos^{210^\circ} = \cos^{\pi + \frac{\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan^{480^\circ} = \tan^{4\pi} = 0, \quad \sin^{840^\circ} = \sin^{2\pi + \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(0 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \neq 0$$

۱۴۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$  است. مقدار  $b$ ، کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۱
- (۳) -۱
- (۴) -۳

$$\left(\frac{7\pi}{4}, 0\right) \in \gamma \Rightarrow 0 = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

از نوع  $\frac{\pi}{4}$  است

$$y = a + b \cos(-x) \Rightarrow y = a - b \cos x$$

$$0 = a - b \cos \frac{7\pi}{4} \Rightarrow 0 = a - b \cos \frac{\pi}{4}$$

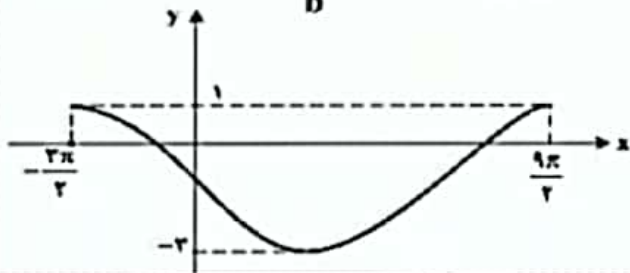
$$0 = a - \frac{b}{\sqrt{2}} \Rightarrow b = \sqrt{2}a$$

$$\max y = 3 \Rightarrow 3 = a + b \Rightarrow 3 = \sqrt{2}a \Rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$b = \sqrt{2}a = 3$$

(۱۴)

۱۴۲- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت  $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

$$T = \frac{9\pi}{4} - (-\frac{3\pi}{4}) = 3\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

(۱)

$$\min = -3 \Rightarrow c - a = -3$$

$$\max = 1 \Rightarrow c + a = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow a = 2$$

چون  $a > 0$  پس  $b$  باید منفی باشد تا نمودار رو به پایین باشد

$$b = -\frac{2}{3}, a = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -3$$



۱۴۲- جوابهای معادله مثلثاتی  $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$  با شرط  $x \neq k\pi$  که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام

است؟

$$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۱)$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4} - x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \quad (۱۷)$$

$$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow$$

$$(۱) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{2k\pi}{4} = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$$

$$(۲) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - (\frac{\pi}{2} - x) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$(۱) \cap (۲) = \frac{2k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۱۴

صفر

۲۴۲ - حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$  کدام است؟  
-۱ (۲)      -∞ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-2 + 3}{0^-} = \frac{1}{0^-} = +\infty \quad (18)$$

۱۴۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{nx - \sqrt{x^2 - 1}}{2x^n - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

$\frac{1}{24}$  (۱)       $\frac{1}{18}$  (۲)       $\frac{1}{12}$  (۳)       $\frac{5}{36}$  (۴)

(۱۷)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{2x^n - 12} \sim \frac{1}{7} \begin{cases} n < 1 \\ n = 1 \\ n > 1 \end{cases} \checkmark$

قابل قبول نیست چون نسبت را دنبال منفی قرار دارد و جواب آخر  $\frac{1}{24}$  نفر است

$$\frac{ax}{2x} \sim \frac{1}{7} \Rightarrow a = \frac{2}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Hop}$$

$$a - \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 1}} \sim \frac{\frac{2}{7} - \frac{7}{12}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{24}$$

۱۴۶- تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{d-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$$

در  $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

(۱۹)

برای پیوستگی در  $x = -2$  →  $\sqrt{d-2(-2)} = -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2b + c \Rightarrow$

$$3z - 2 - 2b + c \Rightarrow -2b + c = d$$

برای مشتق پذیری در  $x = -2$  →  $\frac{-2}{2\sqrt{d-2a}} = \frac{-2}{2} = -1 = -2 + b \Rightarrow b = 1$

$$-2b + c = d \Rightarrow \frac{1}{3} + c = d \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

۱۴۷- مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = \left( \frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x} \right)^2$  در نقطه  $x=2$  کدام است؟

$-\frac{15}{4}$  (۴)

$-\frac{5}{2}$  (۳)

$-\frac{5}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{4}$  (۱)

(۲۵) ابتدا ساده کنیم

$$\left( \frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x} \right)^2 = \frac{x^2+2x}{(x^2-x)^2}$$

مشتق =  $\frac{(x^2+2)(x^2-x)^2 - 2(x^2-x)(2x-1)(x^2+2x)}{(x^2-x)^4}$

$$\frac{(x^2-x)^2((x^2+2)(x^2-x) - 2(2x-1)(x^2+2x))}{(x^2-x)^4}$$

$$\frac{x(7x^2 - 2x^3 - 2x^2)}{x^4} = \frac{x(12-2x)}{x^4} = \frac{12-2x}{x^3}$$

$\left| -\frac{15}{4} \right|$

۱۴۸- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$  از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۱) مشتق گیری  
 $f'(x) = 1 + \frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = 0$

$$\frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1 \xrightarrow{x-1} \frac{-2x+2}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1$$

$$-2x+2 = 2\sqrt{4x-x^2} \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{4x-x^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4x - x^2$$

$$2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = 16 - 8 = 8 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$y = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{4(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2} = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} \text{ max}$$

$$y = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{4(2 - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2})^2} = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \text{ min}$$

$$(2 + \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2}) = \frac{y - x_{\text{max}}}{|a^2 + b^2|} = \frac{2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$$

۱۵۲- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۲
	۰,۱۸ (۴)                      ۰,۱۷ (۳)                      ۰,۱۵ (۲)                      ۰,۱۲ (۱)

$$\bar{x} = \frac{4(10) + 3(11) + 2(12)}{17} = \frac{197}{17} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{4(-2)^2 + 3(-1)^2 + 2(2)^2}{17} = \frac{20 + 3 + 8}{17} = \frac{31}{17} = 1.82$$

$$\sqrt{\frac{31}{17}} = \sqrt{\frac{18.2}{10}} \approx \frac{4.27}{10} \approx 0.427$$

$$CV = \frac{1.8}{12} = \frac{0.15}{1} = 0.15$$

$$\frac{0.15}{10} = \frac{1.5}{100} = 0.015$$

(۱۲)

۱۵۲- مثلثی با رأس‌های  $A(1, 5)$ ،  $B(7, 3)$  و  $C(2, -2)$  مفروض است. اندازه ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$  کدام است؟

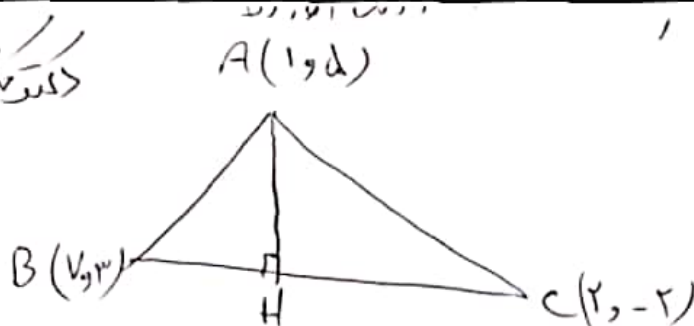
$2\sqrt{2}$  (۴)

۵ (۳)

$3\sqrt{2}$  (۳)

۴ (۱)

دکتر مبینی کجاست؟



۱۳۳

مقادیر  $m$  و  $n$   $m = \frac{5}{5} = 1$

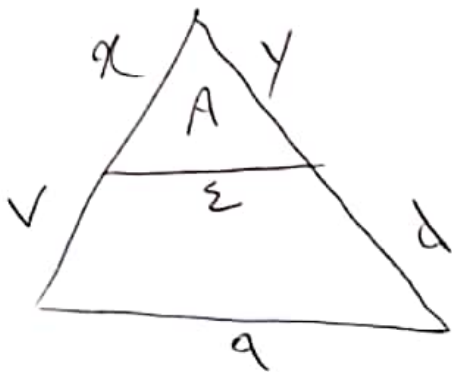
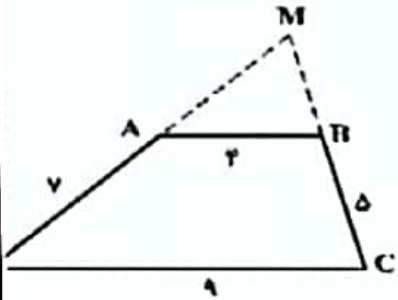
$y + 2 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 \Rightarrow y - x + 4 = 0$

$AH = \frac{|y - x + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$



۱۵۴- اندازه اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟

- ۱۳,۲ (۱)
- ۱۳,۶ (۲)
- ۱۴,۴ (۳)
- ۱۴,۸ (۴)



(۲۴)

$$\frac{xz}{x+z} = \frac{z}{a} \Rightarrow$$

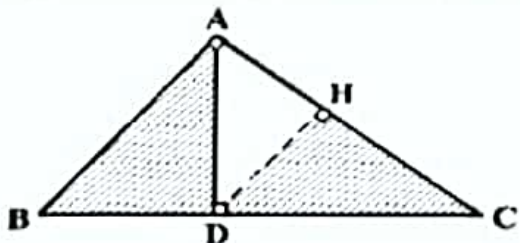
$$ax = z(x+z)$$

$$ax = zx + z^2 \Rightarrow ax - zx = z^2 \Rightarrow x(a-z) = z^2 \Rightarrow x = \frac{z^2}{a-z}$$

$$\frac{y}{a+y} = \frac{z}{a} \Rightarrow ay = z(a+y) \Rightarrow ay = za + zy \Rightarrow ay - zy = za \Rightarrow y(a-z) = za \Rightarrow y = \frac{za}{a-z}$$

$$A_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} \cdot z \cdot \left( \frac{z^2}{a-z} + \frac{za}{a-z} \right) = \frac{1}{2} \cdot z \cdot \frac{z^2 + za}{a-z} = \frac{1}{2} \cdot z \cdot \frac{z(z+a)}{a-z}$$

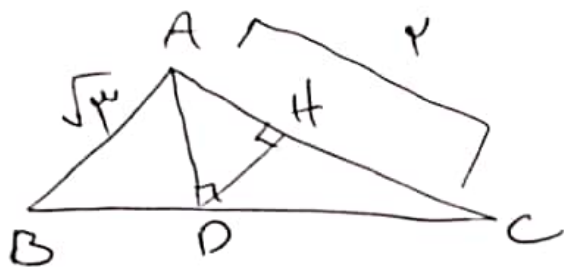
۱۵- در مثلث قائم الزاویه ABC، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم الزاویه HCD و ABD، کدام است؟



$\frac{4}{9}$  (۲)  
 $\frac{8}{9}$  (۴)

$\frac{2}{7}$  (۱)  
 $\frac{16}{21}$  (۳)

$AC^2 = DC \times BC \Rightarrow 2^2 = DC \times \sqrt{7} \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{7}}$  (۲د)



$$\frac{S_{HDC}}{S_{ABD}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

فَسَاغُورِا ←  $BC = \sqrt{7}$

۱۲۸- فرض کنید چند جمله‌ای  $P(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر باشد. اگر  $Q(x) = P(x-1) + P(1-x)$  آنگاه حاصل تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

سوالات غیر تکراری نظر جدید

چون  $P(x)$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر است پس  $P(x)$  را  $P(x) = (x-1)Q(x) + R(x)$  و  $P(x) = (x+1)S(x) + T(x)$  می‌توانیم بنویسیم

$$P(-1) = P(1) = 0$$

$$Q(2) = P(1) + P(-1) = 0$$

۱۳۹ - فرض کنید در دامنه  $[0, +\infty)$  تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$  مفروض باشد.  $f^{-1}(2)$  کدام است؟  
 $\log_2(2 + \sqrt{2})$  (۴)       $\log_2(1 + \sqrt{2})$  (۳)       $\log_2(\sqrt{2} - 1)$  (۲)       $\log_2(2 - \sqrt{2})$  (۱)

(۲)

$$\frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2} = 2 \Rightarrow$$
$$2^x + 2^{-x} = 4 \Rightarrow \sum \times 2^x \Rightarrow 2^x \times 2^x + 2^x \times 2^{-x} = 4 \times 2^x \Rightarrow$$
$$2^{2x} + 1 = 4 \times 2^x \Rightarrow 2^{2x} - 4 \times 2^x + 1 = 0$$
$$2^x = t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$
$$\Delta = 12 \quad t = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \log_2(2 + \sqrt{3}) = x \quad \checkmark \quad (+)$$
$$2^x = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow \log_2(2 - \sqrt{3}) = x \quad \times \quad (-)$$

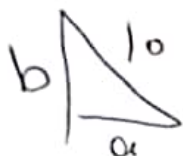
۱۴۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

$\frac{\sqrt{2}}{1}$  (۴)

$\frac{2}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{1}$  (۲)

$\frac{2}{1}$  (۱)



$a^2 + b^2 = 100 \Rightarrow a^2 = 100 - b^2$  (۳)

$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi a^2 h \Rightarrow \frac{\pi}{3} (100 - b^2) b^2 h$

$V = \frac{\pi}{3} (-2b^2 + 100 - b^2) h = 0$

$3b^2 = 100 \Rightarrow b = \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow a^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2} \times 10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{2}\sqrt{3}}{3}$

$\frac{a}{b} = \frac{\frac{10\sqrt{2}\sqrt{3}}{3}}{\frac{10\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$

۱۵۰- به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۹۵ (۴)

۹۱ (۳)

۸۷ (۲)

۸۴ (۱)

④ چاهلی اردو نوکر شرکت کند یا هر دو شرکت کنند

$$\binom{7}{1} \times \binom{7}{4} + \binom{7}{5} = 7 \times 35 + 21 = 252$$

شرکت کنند      ۷ نفر از آن‌ها      و یکی از آن دو

۱۵۱- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{1}{56} \quad (A)$$

$$\frac{1}{28} \quad (B)$$

$$\frac{1}{21} \quad (C)$$

$$\frac{1}{14} \quad (D)$$

$$n(S) = 8!$$

$$n(A) = 5! \times 3! \times 2! \rightarrow \text{جای}$$

$$P(A) = \frac{5! \times 3! \times 2!}{8!} \quad (D)$$

$$\frac{5! \times 3! \times 2!}{8 \times 7 \times 6 \times 5!} = \frac{2}{8 \times 7} = \frac{1}{28}$$

دکتر نسیمی

۰۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

۱۳۱- در هذلولی به معادله  $2y^2 - x^2 + 4y = 0$ ، خط گذرا از کانون و عمود بر محور کانونی، هذلولی را در نقاط M و N قطع می‌کند. اندازه MN، کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

سوالات غیرتکراری فصل اول و دوم  
 (۱) طول وتر کانونی هذلولی

$$2y^2 - x^2 + 4y = 0 \Rightarrow 2(y^2 + 2y + 1) - x^2 = 2$$

$$\frac{2(y+1)^2}{2} - \frac{x^2}{2} = 2 \Rightarrow \frac{(y+1)^2}{1} - \frac{x^2}{2} = 1 \quad \begin{cases} a^2=1 \\ b^2=2 \end{cases}$$

$$\text{طول وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 2}{1} = 4$$



۱۴۸- فاصله دو نقطه عطف نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 3}$  کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)

محل انجام محاسبات

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+3) - 2x(x^2-6)}{(x^2+3)^2} = \frac{2x(x^2+3-x^2+6)}{(x^2+3)^2} = \frac{18x}{(x^2+3)^2}$$

$$f''(x) = \frac{18(x^2+3)^{-2} - 2(x^2+3)(2x)(18x)}{(x^2+3)^4}$$

$$\frac{18(x^2+3)^{-2}(x^2+3-2x^2)}{(x^2+3)^4} \Rightarrow \frac{18(x^2+3)(x^2+3-2x^2)}{(x^2+3)^4}$$

$$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

۱۴۹- حاصل  $\int_1^2 \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x} dx$  کدام است؟

۹/۵ (۴)

۸/۵ (۳)

۸/۲۵ (۲)

۷/۲۵ (۱)

$$\int_1^2 x + x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \int_1^2 \frac{x^2}{2} + 2x^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_1^2 \frac{x^2}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 \times \frac{19}{2} = 9,5$$

$$\int_1^2 2\sqrt{x} = \sum -2 \times 2^{\frac{1}{2}}$$

forum.konkur.in

Scanned with CamScanner

۱۵۰- فرض کنید  $B = \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} a & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ . اگر ماتریس  $AB$  معکوس پذیر و  $(AB)^T = AB$  باشد، مقدار  $a - 2b + ac$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

$$AB = \begin{bmatrix} a & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-2b & ac-9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$[AB]^T = \begin{bmatrix} (a-2b)^T & (a-2b)(ac-9) + ac-9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = [AB]^T \Rightarrow \begin{cases} (a-2b)^T = a-2b \\ (a-2b)(ac-9) + ac-9 = ac-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b = 0 \\ a-2b = 1 \end{cases}$$

اگر  $a-2b = 0$  باشد  $AB$  را  $\begin{bmatrix} 0 & ac-9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  داریم که معکوس پذیر نیست چون در مرتبه اول همه صفر است.

$$(۲) \quad (a-2b)(ac-9) + ac-9 = ac-9 \Rightarrow ac-9 = 0 \Rightarrow ac = 9$$

$$(a-2b) + ac = 1 + 9 = 10$$

۱۵۱- سه تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم. احتمال این که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟

$\frac{2}{59}$  (۴)

$\frac{5}{108}$  (۳)

$\frac{7}{108}$  (۲)

$\frac{5}{72}$  (۱)

$n(S) = 7^3$

$n(A) = \begin{cases} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 1, 4 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \\ 2, 2, 2 \rightarrow 1 \end{cases} \rightarrow 10$

$P(A) = \frac{10}{7^3} = \frac{10}{343} = \frac{5}{171.5}$

دکتر سخی  
۵۹۳۰۴۱۱۵۴۶۵

موفق باشید