

(126) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ کدام است؟ www.konkur.in

$\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (4)

$1 - \sqrt{2}$ (3)

$-1 + \sqrt{2}$ (2)

$1 + \sqrt{3}$ (1)

حل:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$$

@mrs_math

نکته: $(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt[4]{9} - 1}$

نکته: $\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[4]{9} - 1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$

ابتدا کسر اول را ساده می‌کنیم:

نکته: $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{8} + \sqrt{48} + 5\sqrt{27} + \sqrt{27} \times 6}{5^2 - (\sqrt{6})^2}$

$$\Rightarrow \frac{5\sqrt{2^3} + \sqrt{2^4 \times 3} + 5\sqrt{3^3} + \sqrt{3^4 \times 2}}{19}$$

$$\Rightarrow \frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{19} = \frac{19\sqrt{2} + 19\sqrt{3}}{19}$$

$$\Rightarrow \frac{19(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{19} = \boxed{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

به شکل ساده کسر
اول رسیدیم

نکته: $\frac{2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \boxed{\frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2}}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = (\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$

گزینه (2)

(127) اعداد طبیعی متوالی را به طریق دست بندی می کنیم که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی ... و {4 و 3 و 2} و {1} . در دست نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن کدام است؟
74 (4 73 (3 72 (2 71 (1

حل:

{1} {2 و 3 و 4} {5 و 6 و 7 و 8 و 9} {10 و ... و 16} {17 و ... و 25} {26 و ... و 36}

{37 و ... و 49} {50 و ... و 64} {65 و ... و 81}

دست نهم

@mrs-math

منقول صورت سوال از اینک آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، دست بندی های بالا می باشند. و اما بدون نوشتن دست بندی های بالا هم، به راحتی می توانیم دست نهم را مشخص کنیم: آخرین عدد مربع کامل در دست هشتم $(8 \times 8 = 64)$ می باشد، پس اولین عدد دست نهم عدد 65 است. و آخرین عدد دست نهم $(9 \times 9 = 81)$ می باشد. (این داده ها با توجه به دو دست اول به دست می آیند.)

$$\begin{cases} a & b & c \\ 65 & ? & 81 \end{cases} \Rightarrow 2b = a + c \Rightarrow b = \frac{a + c}{2}$$

$$b = \frac{81 + 65}{2} = 73$$

گزینه ③

(128) فرض کنید چند جمله ای $P(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = P(x-1) + P(1-x)$ ، آن گاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $(x-2)$ کدام است؟
2 (4 1 (3 2 صفر 1 (1

حل: چنانچه چند جمله ای بر $(x-x_0)$ بخش پذیر باشد آن گاه چند جمله ای به ازای $(x=x_0)$ برابر صفر می شود.

در اینجا هم چونکه $P(x)$ بر $(x^2 - 1 = (x-1)(x+1))$ بخش پذیر است پس چند جمله ای به ازای $x=1$ و $x=-1$ برابر صفر می شود. یعنی داریم:

$$\begin{cases} p(1) = 0 \\ p(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{دقت کنید } p(1) \text{ و } p(-1) \text{ تنگ داده ها معلوم ما هستند.}$$

$$\begin{cases} p(x-1) \xrightarrow{x=2} p(2-1) = p(1) \\ p(1-x) \xrightarrow{x=2} p(1-2) = p(-1) \end{cases}$$

@mrs_math

$$\Rightarrow \begin{cases} Q(x) = p(x-1) + p(1-x) \\ Q(2) = p(1) + p(-1) \Rightarrow Q(2) = 0 + 0 = \text{صفر} \end{cases}$$

نرسه ②

12) معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

$\frac{7}{2}$ (1) 3 (2) -1 (3) $-\frac{5}{2}$ (4)

حل: فرض کنید x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم باشند، آن به داریم:

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{x_1} \times \frac{1}{x_2} \Rightarrow S = \frac{1}{p}$$

$$\begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{-(2m-1)}{3} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{2-m}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{p} \Rightarrow$$

$$\frac{-2m+1}{3} = \frac{1}{\frac{2-m}{3}}$$

پس از آنکه ساده سازیم به معادله درجه دوم زیر می رسیم:

$$2m^2 - 5m - 7 = 0 \rightarrow$$

دقت کنید در این معادله $a+c=b$ می باشد پس ریشه ها به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} m = -1 \quad \text{غلط} \times \\ m = \frac{-c}{a} = \frac{-(-7)}{2} = \frac{7}{2} \quad \text{درست} \checkmark \end{cases}$$

ریشه‌ی قابل قبول در خطوری تشخیص داریم؟؟

دقت کنید در صورت سوال گفته شده که ریشه‌ی حقیقی داریم و این یعنی همما $\Delta > 0$ است.

که در این حالت $\Delta < 0$ می‌شود $\Rightarrow 3x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow m = -1$ پس $(m = -1)$ غیر قابل قبول

و $(m = \frac{7}{2})$ قابل قبول است. ← گزینه ①

۱۳. مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ کدام است؟

(۱) $(1/5 \text{ و } 1/6)$

(۲) $(1/2 \text{ و } 1/8)$

(۳) $(2 \text{ و } 1/8)$

(۴) $(2 \text{ و } 1/8)$

@mrs-math

حل: مسأله سوال سال ۹۶ و ۹۸ !

باید در دو حالت نامعادله را حل کنیم :

(حالت اول) $\frac{x+1}{2x-1} > 1$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x+1 - 1(2x-1)}{2x-1} > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0$$

ریشه صورت : $x = 2$
ریشه مخرج : $x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow$$

	$\frac{1}{2}$	2
علامت	-	+
علامت	-	-

دقت کنید جواب‌های مثبت عدد نظر ماست، پس داریم :

$$\frac{1}{2} < x < 2$$

(I)

(حالت دوم) $\frac{x+1}{2x-1} < 3$

@mrs-math

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{x+1 - 3(2x-1)}{2x-1} < 0 \Rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0$$

ریشه صورت : $x = \frac{4}{5}$
 ریشه مخرج : $x = \frac{1}{2}$

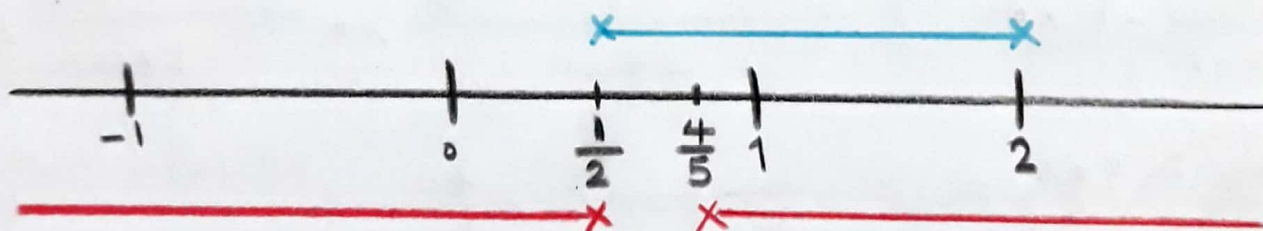
	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$
علامت	-	+
نوع عبارت	-	-

دقت کنید جواب های منفی مدنظر ماست ، پس داریم :

$(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{5}, +\infty)$ (II)

اشتراک جواب های (I) و (II) جواب پایانی است :

$\frac{1}{2} < x < 2$
 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{5}, +\infty)$



$(\frac{4}{5}, 2)$ جواب پایانی

OR

$(0.8, 2)$

OR

گزینه 4

۱۳۱) فرض کنید نقاط $(0, 5)$ ، $(-2, 5)$ ، و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۱) $(3, 4)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(2, 9)$ (۴) $(2, 15)$

حل: چونکه نقاط داده شده بر سهمی واقع هستند $\Rightarrow$ در آن صدق می‌کنند - پس داریم:

$$(x, y) = (0, 5) \rightarrow 5 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow \boxed{c = 5}$$

$$(x, y) = (-2, 5) \rightarrow 5 = a(-2)^2 + b(-2) + 5 \Rightarrow \boxed{4a - 2b = 0}$$

$$(x, y) = (1, 11) \rightarrow 11 = a(1)^2 + b(1) + 5 \Rightarrow \boxed{a + b = 6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 0 \\ a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} a = 2 \\ b = 4 \end{matrix}} \quad @mrs_math$$

در نتیجه معادله درجه دوم تابع صورت زیر می‌باشد:

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = 2x^2 + 4x + 5$$

می‌توانیم با آزمون گزینش‌ها به جواب برسیم:

$$(x, y) = (-1, 3) \rightarrow 2(-1)^2 + 4(-1) + 5 = 7 - 4 = 3 \quad \checkmark \Rightarrow \text{گزینه ۱}$$

۱۳۲) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در استاد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت

مثبت و سپس در استاد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت انتقال می‌دهیم.

فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $6\sqrt{10}$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

✓ 12 واحد حرکت در جهت مثبت محور x ها:

$$g(x) = \sqrt{x-12}$$

✓ 2 واحد حرکت در جهت مثبت محور y ها:

$$g(x) = (\sqrt{x-12}) + 2$$

✓ حال برای به دست آوردن نقطه برخورد منحنی جدید (یعنی $g(x)$) با تابع $f(x)$ لازم است که آن‌ها را برابر هم قرار دهیم:

$$\Rightarrow \sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2 \quad \text{طرفین به توان 2}$$

✓ پس از اندک ساده سازی به $(x=16)$ می‌رسیم. که این مقدار، طول محل برخورد در نمودار است. برای به دست آوردن عرض محل برخورد می‌توانیم مقدار x برخورد را در هر یک از توابع جایگزین کنیم:

$$x=16 \rightarrow y=\sqrt{x} \rightarrow y=\sqrt{16} \rightarrow \boxed{y=4}$$

مختصات نقطه برخورد f و g ،،،،، $(16, 4)$ می‌باشد.

✓ خواسته می‌شود فاصله نقطه تلاتی از مبدأ مختصات:

$$\Rightarrow \sqrt{(16-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{272}$$

مبدأ $(0, 0)$
نقطه تلاتی $(16, 4)$

$$\text{فاصله دو نقطه: } \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

نرسه 3

(133) در بازه (a, b) نمودار تابع با ضرایب $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع

است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است.

@mrs-math

4 (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

حل: مناسب سال 97:

$$y_1 = |2x^2 - 4|$$

نمودار y_2 بالاتر از y_1

$$y_1 < y_2 \Rightarrow |2x^2 - 4| < 2x$$

$$y_2 = 2x$$

در صورتی که $a > 0$ باشد $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$

پس داریم:

$$|2x^2 - 4| < 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4 < 2x \\ 2x^2 - 4 > -2x \end{cases} \Rightarrow -2x < 2x^2 - 4 < 2x$$

و حال نامعادله را در دو حالت زیر حل می‌کنیم:

(I) حالتی که $2x^2 - 4 < 2x$ باشد:

$$x > 0 \quad (I)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4 < 2x \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 < 0 \xrightarrow{\text{طرفین } \div 2} x^2 - x - 2 < 0$$

در این معادله درجه دوم ضرایب به صورت $a + c = b$ هستند، پس می‌توانیم به صورت زیر می‌باشند:

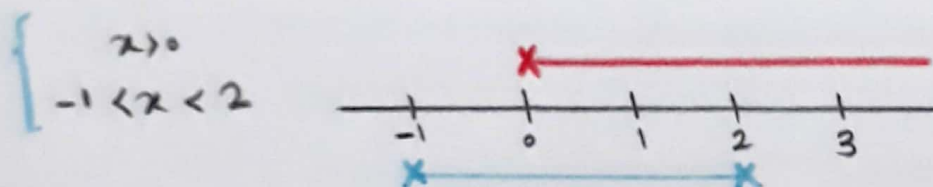
$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2 \end{cases}$$

-1	2
+	-

دقت کنید که جواب‌های منفی مد نظر نیست، پس داریم:

$$-1 < x < 2 \quad (II)$$

در حالت اول اشتراک جواب‌های (I) و (II) جواب ماست:



جواب پایانی قسمت اول

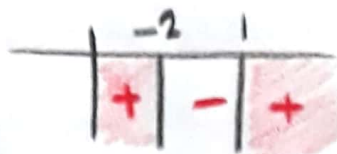
$$0 < x < 2$$

$$x > 0 \quad (I)$$

$$-2x < 2x^2 - 4 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 > 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + x - 2 > 0$$

در این معادله، درجه دوم ضرایب به صورت زیر می باشد:

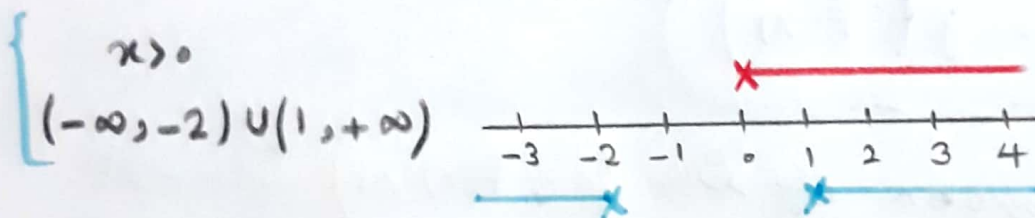
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2 \end{cases}$$



وقت کشید جوابهای مثبت مد نظر است، پس داریم:

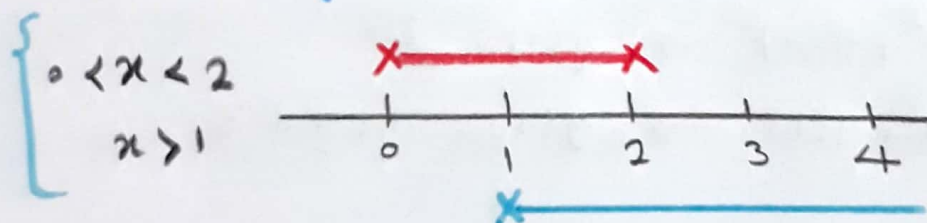
$$(-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \quad (II)$$

در حالت دوم اشتراک جوابهای (I) و (II) جواب ماست:



جواب پایانی قسمت دوم
 $x > 1$

✓ و اما جواب پایانی مسئله اشتراک جوابهای قسمت اول و دوم است:



$$1 < x < 2$$

نقداً به جواب پایانی ترسیم و این داستان ادامه دارد ...

خواسته نویسی شده بیشترین مقدار $b - a$ ؟

$$(a, b) = (1, 2) \Rightarrow 2 - 1 = 1$$

گزینه ۱

@mrs-math

(134) اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟
 (1) $[2, 4]$ (2) $[3, 4]$ (3) $[0, 4]$ (4) $[1, 4]$

حل: ضابطی $g(f(x))$ رو به دست آورید و بعد تعیین برد؟
 این راه اشتباه نیست فقط طولانی میس! (خودتون رو خسته نکنید! من که
 ماه دویم شما مسئله رو از طریق نکته‌ی مربوط به جزء صحیح حل کردید!)

$$1 > u - [u] \geq 0 : \text{نکته}$$

@mrs-math

$$g \circ f = g(f(x)) : \text{نکته}$$

باتوجه به اینکه $(0 \leq f(x) < 1)$ می‌باشد پس x ‌ها مربوط به g در بازه $(0, 1]$ قرار دارند - پس برد g باتوجه به بازه $(0, 1]$ مشخص می‌شود:

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow g(0) = -(0)^2 + 4(0) \rightarrow g(0) = \text{صفر} \\ x=1 \rightarrow g(1) = -(1)^2 + 4(1) \rightarrow g(1) = -1 + 4 = 3 \end{cases}$$

$$x \in (0, 1] \rightarrow y \in [0, 3] \quad \text{نیزه 2}$$

(135) اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ کدام است؟
 14 (4) 13 (3) 11 (2) 10 (1)

حل: چون $g(x)$ وارون $f(x)$ است پس: $D_g = R_f$ (دامنه g همان برد f است)
 منظور از دامنه $g \leftarrow x$ ‌ها آن هستند.
 منظور از برد $f \leftarrow y$ ‌ها آن هستند.

$$\left\{ \begin{array}{l} g(6) \rightarrow (x=6) \text{ و } (x=6 \in Dg) \rightarrow Dg=R_f \text{ از آنجایی که } \Rightarrow (6 \in R_f) \text{ و } (y=f(x)=6) \\ f(x) = x + \sqrt{x} \xrightarrow{f(x)=6} x + \sqrt{x} = 6 \rightarrow \boxed{x=4} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(12) \rightarrow (x=12) \text{ و } (x=12 \in Dg) \rightarrow Dg=R_f \text{ از آنجایی که } \Rightarrow (12 \in R_f) \text{ و } (y=f(x)=12) \\ f(x) = x + \sqrt{x} \xrightarrow{f(x)=12} x + \sqrt{x} = 12 \rightarrow \boxed{x=9} \end{array} \right.$$

و چون $g(x)$ واردين $f(x)$ است پس: $D_f = R_g$ (دانش f همان برد g است)

$$\left\{ \begin{array}{l} g(6) = 4 \\ g(12) = 9 \end{array} \right. \Rightarrow g(6) + g(12) = 13$$

نزينه ③

روش دوم: راه حل دوم رو به انتخاب گروهی منويعم که راه اول رو فراموش کردند وقت طلایه شون رو صرف اين راه کردند - ايدوارم به جواب رسيده باشيد.

$$\Rightarrow y = x + \sqrt{x} \Rightarrow y - x = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{طرفین به توان 2}} (y-x)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = x \Rightarrow y^2 - 2xy - x + x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - (2y+1)x + y^2 = 0 \Rightarrow$$

قسمت درناک سوال اينجاست !!
منه بعضی ها اينجا به مشکل برخوردند!

وقت نشسته يك معادله درجه دوم داریم، ریشه های معادله درجه دوم،،،،

x بر حسب y را به ما می دهد ♥♥

$$\Delta = 4y + 1$$

$$x_1 = \frac{(2y+1) + \sqrt{4y+1}}{2}$$

$$x_2 = \frac{(2y+1) - \sqrt{4y+1}}{2}$$

حال لازم است که جای x و y را عوض کنیم:

$$y = g(x) = \frac{(2x+1) + \sqrt{4x+1}}{2}$$

$$y = g(x) = \frac{(2x+1) - \sqrt{4x+1}}{2}$$

$$g(6) = 9 \quad g(12) = 16$$

$$+ \quad 25 \times$$

$$g(6) = 4 \quad g(12) = 9$$

$$+ \quad 13 \checkmark \quad \text{گزینه 3}$$

136) تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ را در نظر بگیرید. نمودار

تابع f^{-1} نیمساز ناصیه چهارم را با کدام خط قطع می‌کند؟

$$2(4)$$

$$\frac{3}{2}(3)$$

$$1(2)$$

$$\frac{3}{4}(1)$$

حل: برای به دست آوردن نقطه برخورد نمودارهای دو تابع، لازم است که آنها را برابر هم قرار دهیم:

$$\begin{cases} f^{-1}(x) \\ y = -x \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = -x$$

به جای به دست آوردن ضابطه معکوس می‌توانیم از تعریف دامنه برد تابع و رابع داشتن و امتحان گزینه‌ها استفاده کنیم: ☒

$$R_f = D_{f^{-1}} \quad \text{و} \quad D_f = R_{f^{-1}} \quad \checkmark$$

امتحان ترمیه اول:

$$x = \frac{3}{4} \quad , \quad f^{-1}(x) = -x$$

$$f^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4} \Rightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = x - \frac{2}{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{جایگزینی} \\ \text{در } f \end{array} \Rightarrow \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} - \frac{2}{-\frac{3}{4}} \Rightarrow \left(\frac{3}{4} \neq \frac{23}{12}\right)$$

(رد ترمیه ۱)

@mrs-math

$$x = 1 \quad , \quad f^{-1}(x) = -x$$

$$f^{-1}(1) = -1 \Rightarrow f(-1) = 1$$

$$f(x) = x - \frac{2}{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{جایگزینی} \\ \text{در } f \end{array} \Rightarrow 1 = -1 - \frac{2}{-1} \Rightarrow (1 = 1)$$

گزینه ۲

ردس دوم:

$$f^{-1}(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 8}}{2}$$

$$y = -x$$

$$\Rightarrow \frac{x - \sqrt{x^2 + 8}}{2} = -x \Rightarrow$$

$$x = \pm 1$$

با توجه به اینکه ربع چهارم مد نظر است، پس $x = 1$ قابل قبول است.

(۱۳۷) اگر $\log_4 3 = 0,8$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ کدام است؟

$$\frac{7}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{8}{11} \quad (2)$$

$$\frac{13}{18} \quad (1)$$

حل:

$$\checkmark \log_4 3 = 0,8 \quad , \quad \log_{12} 6 = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\log_6 12} = \frac{1}{\log_6 6 \times 2} = \frac{1}{\log_6 6 + \log_6 2} = \frac{1}{1 + \log_6 2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{\log_2 6}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\log_2 3 \times 2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\log_2 2 + \log_2 3}}$$

$$\checkmark \log_4 3 = 0,8 \rightarrow \log_{2^2} 3 = 0,8 \rightarrow \frac{1}{2} \log_2 3 = 0,8 \rightarrow \log_2 3 = \frac{8}{5}$$

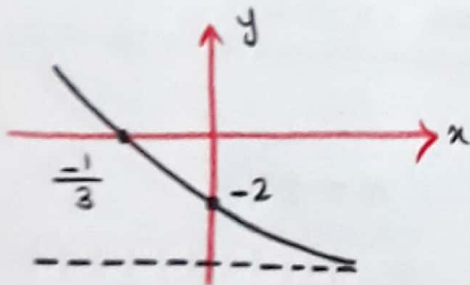
$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{8}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{13}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{13}} = \frac{1}{\frac{18}{13}} = \frac{13}{18}$$

$$\Rightarrow \log_{12} 6 = \frac{13}{18}$$

نرسه 1

@mrs-math

138) شکل زیر، نمودار تابع با ضرایب $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f\left(-\frac{5}{3}\right)$ ، کدام است؟



60 (2)

54 (1)

28 (4)

48 (3)

حل: به نمودار دقت کنید:

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \text{صفر} \end{cases} \Rightarrow \text{صفر} = -4 + 2^{\frac{-1}{3}a+b} \Rightarrow \boxed{-4 + 2^{\frac{-a}{3}+b} = \text{صفر}} \quad \text{کار I}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow -2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2 = 2^b \Rightarrow \boxed{b=1}$$

یا در $b=1$ (I) جایگزین می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 + 2^{\frac{-a}{3}+1} = 0 \Rightarrow 2^{\frac{-a}{3}+1} = 4 \Rightarrow 2^{\frac{-a}{3}+1} = 2^2 \\ \frac{-a}{3} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{-a}{3} = 1 \Rightarrow -a = 3 \Rightarrow \boxed{a = -3} \end{cases}$$

حال a و b را در f جایگزین می‌کنیم و $f\left(-\frac{5}{3}\right)$ را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -4 + 2^{-3x+1} \Rightarrow f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^{-3\left(-\frac{5}{3}\right)+1}$$

بررسی ②

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^6$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 64 = 60$$

139) فرض کنید در دامنه $[0 + \infty)$ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد.

$f^{-1}(2)$ کدام است؟

@mrs_math

$$\log_2(\sqrt{3}-1) \quad (2)$$

$$\log_2(2-\sqrt{3}) \quad (1)$$

$$\log_2(2+\sqrt{3}) \quad (4)$$

$$\log_2(1+\sqrt{3}) \quad (3)$$

حل: دست‌نویس: $D_{f^{-1}} = R_f$ پس داریم:

$$\begin{cases} 2 = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 4 \Rightarrow \frac{2^{2x} + 1}{2^x} = 4 \end{cases}$$

$$2^{2x} + 1 = 4(2^x) \Rightarrow 2^{2x} - 4(2^x) + 1 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 4(2^x) + 1 = 0$$

$$\begin{cases} 2^x = t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow \left(\Delta = 12, \quad t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3} \right) \end{cases}$$

$$2^x = t$$

$$t = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \log_2 (2 + \sqrt{3}) = x$$

$$t = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow 2^x = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow \log_2 (2 - \sqrt{3}) = x$$

ق ق

غ ق

گزینہ (4)

۱۴۰ حاصل عبارت $\tan(300) \cos(210) + \tan(480) \sin(840)$ کدام است؟

(4)

(3)

(2) صفر

(1) $-\frac{1}{2}$

حل: $\tan(300) = \tan(360 - 60) = \tan(2\pi - \frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$

بج چهارم و $\tan$ منفی

$$\cos(210) = \cos(180 + 30) = \cos(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بج سوم و $\cos$ منفی

$$\tan(480) = \tan(450 + 30) = \tan(\frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) = -\cot \frac{\pi}{6}$$

بج دوم و $\tan$ منفی $\Rightarrow -\sqrt{3}$

$$\sin(840) = \sin(810 + 30) = \sin(\frac{9\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

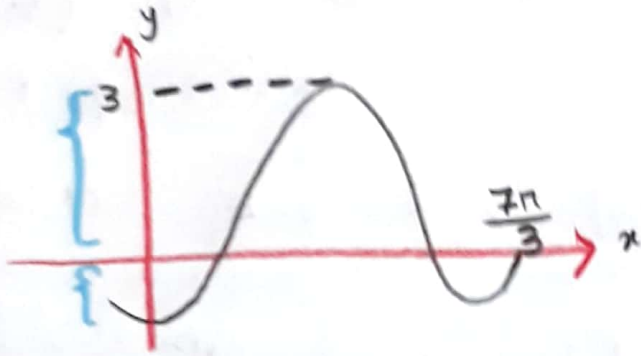
بج دوم و $\sin$ مثبت

$$\Rightarrow (-\sqrt{3}) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{صفر}$$

@mrs-math

گزینہ (2)

۱۴۱) شکل زیر قسمت از نمودار تابع ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ است. مقدار b کدام است؟



1 (2)
-2 (4)
2 (1)
-1 (3)

@mrs-math

حل: کتاب درسی - ریاضی دوازدهم - ص 36

بابت به نمودار نگاه کنید - مقدار a میانگین مقدار Max و Min می‌باشد:

$$\frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = a \rightarrow$$

دقت کنید Max یک عدد مثبت و Min یک عدد منفی است و اما Max بزرگتر از Min است پس قطعاً a یک عدد مثبت است.

بار دیگر به نمودار نگاه کنید - در نقطه $(x=0)$ " " " " $y < 0$ است، یعنی داریم:

$$\xrightarrow{x=0} y = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + 0) \rightarrow y = a + b \rightarrow a + b < 0$$

از آنجایی که $a > 0$ است، پس قطعاً $b < 0$ است. ♥♥♥♥

مقدار Max برابر با 3 است و زبانی $(\text{Max}=3)$ می‌شود که $\sin(\frac{\pi}{2} + x)$ برابر (-1) شود.

$$y_{\text{max}} = a + \underbrace{b \sin(\frac{\pi}{2} + x)}_{\text{max}} \rightarrow$$

از آنجایی که $(b < 0)$ است پس باید $\sin$ کمترین مقدار خودش (یعنی -1) را بگیرد تا منفی در منفی " مثبت شود!

$$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{2} + x) = -1 \rightarrow \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \sin \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} + x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \boxed{x = \pi}$$

پس جایگزین $(y=3)$ کرده « آن برابر با π باشد چه نقطه $(\pi, 3)$ را
در y جایگذاری کنیم:

$$(x, y) = (\pi, 3) \rightarrow 3 = a + b \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \rightarrow \boxed{3 = a - b} \quad \text{کادر (I)}$$

✓ یک نقطه معلوم در نمودار داده شده: $(\frac{7\pi}{3}, 0)$ که در تابع صدق می‌کند:

$$\Rightarrow y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \xrightarrow[(\frac{7\pi}{3}, 0)]{(x, y) = (0, 0)} 0 = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{3}\right)$$

@mrs-math

$$\frac{17\pi}{6} = \frac{18\pi - \pi}{6} = \left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right)$$

ربع دوم و $\sin$ مثبت

$$\Rightarrow \boxed{a + \frac{1}{2}b = 0} \quad \text{کادر (II)}$$

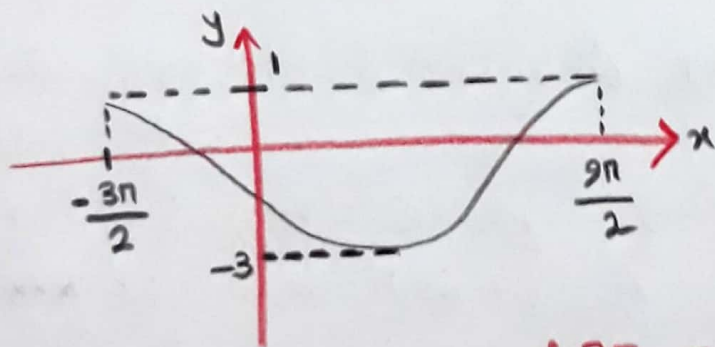
از حل کادر (I) و (II) با دو دست می‌آید:

$$\begin{cases} a - b = 3 \\ a + \frac{1}{2}b = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\boxed{b = -2}$$

گزینۀ 4

142) کس زیر نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- | | |
|--------|--------|
| -3 (2) | -2 (1) |
| -6 (4) | -4 (3) |

حل: کتاب درس - کادر آبی رنگ ص 35:

تابع $y = a \sin bx + c$ دارای مینیمم $-|a| + c$ و $|a| + c$ است و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

و دقت کنید c میانگین max و min است (تاریخ ص 36 کتاب درسی) www.konkur.in

$$\left\{ \begin{aligned} c &= \frac{\max + \min}{2} = \frac{1 + (-3)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \rightarrow \boxed{c = -1} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \max &= |a| + c \Rightarrow \begin{cases} \max = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow 1 = |a| - 1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow \boxed{a = \pm 2} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{|b|} \\ T &= \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi \end{aligned} \right. \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{b = \pm \frac{1}{3}}$$

@mrs-math

آیا a و b هر دو منفی اند؟ یا هر دو مثبت؟ یا یکی مثبت و یکی منفی؟

باتوجه به تأثیر علامت منفی بودن هر کدام از a و b بر قرین شدن نمودار تابع نسبت به محورها x و y دارد، علامت a منفی و b مثبت یا علامت b منفی و a مثبت است پس داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -\frac{1}{3} \end{aligned} \right. \text{ OR } \left\{ \begin{aligned} a &= -2 \\ b &= \frac{1}{3} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{a}{b} = -6 \quad \text{نرینه (4)}$$

143) جواب های معادله مشتقات $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ با شرط $x \neq K\pi$ که در آن K یک عدد صحیح است، کدام است؟

حل: با داشتن $\frac{\pi}{2}$ در کمان (cos) میتوانیم آن را به sin تبدیل کنیم و بعد معادله را حل کنیم:

$$\cos\left(x + \underbrace{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}}_{\frac{\pi}{2}}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

بج دوم با $\cos$ منفی

حال می‌توانیم معادله را حل کنیم:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x = \sin \alpha$$

نتیجه:

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

@mrs-math

$$\checkmark \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \left(-\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - x + \frac{\pi}{4}$$

$$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

قانون

نیزه ④

$$\checkmark \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \left(-\left(\pi - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)\right)$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x - \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2k\pi - \pi$$

غیر قانون

(144) حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ کدام است؟

1 (4)

(3) صفر

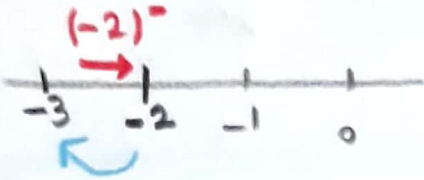
-1 (2)

(1) $-\infty$

@mrs-math

حل:

$$[x] = [-2^-] = -3$$



اولین عدد صحیح کوچکتر از -2^- عدد (-3) است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3 + 3}{-2^- + 2} = \frac{\text{صفر بر صفر}}{\text{صفر بر صفر}} = \text{صفر} \quad \text{نرسه (3)}$$

(145) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$

آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

 $\frac{5}{36}$ (4) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{18}$ (2) $\frac{1}{24}$ (1)

حل: خیزه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ برابر با یک عدد گویا پس این معنی جمله‌های پرتوان صورت و مخرج، توان‌های برابر دارند پس:

$$\begin{aligned} \text{جمله پرتوان صورت} &= ax^n \\ \text{جمله پرتوان مخرج} &= 4x^n \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{n=1}$$

و حاصل حد برابر است با تقسیم ضریب جمله‌های پرتوان بر هم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{a}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow$$

$$\boxed{a = \frac{2}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt[3]{x^2-1}}{4x-12} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{باید رنج ابهام کنیم}$$

بهترین روش هسپیتال (مشتق‌ها را جابجا از صورت و مخرج است):

$$\xrightarrow[\text{هسپیتال}]{\text{اعمال}} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3} - \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{4} = \frac{1}{24} \quad \text{گزینه ①}$$

۱۴۶) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ مشتق پذیر
 $x = -2$ در مشتق پذیر
 است. مقدار c کدام است؟

$\frac{-1}{3}$ (۲) $\frac{-2}{3}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳)

حل: مشابه کشور (۹۳) و (۹۸) !!

$$\begin{aligned} x \leq -2 &\equiv x \rightarrow (-2)^- \\ x > -2 &\equiv x \rightarrow (-2)^+ \end{aligned}$$

چونک در نقطه $(x = -2)$ مشتق پذیری داریم پس حتماً دو شرط زیر برقرار است:

(I) در نقطه $(x = -2)$ پیوستگی داریم (یعنی حد چپ و راست و مقدار تابع در $(x = -2)$ برابرند)

(II) مشتق چپ و راست در نقطه $(x = -2)$ برابرند.

@mrs-math

حال به بررسی شرط‌ها می‌پردازیم:

بررسی شرط (I)

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \sqrt{5-2x} = \sqrt{5-2(-2)} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$x \rightarrow (-2)^-$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{2}x^2 + bx + c = -2 - 2b + c$$

$$x \rightarrow (-2)^+$$



$$c - 2b = 5$$

(I) کار

@mrs-math

مشتق‌ها را در نقطه $x = -2$ برابر می‌کنیم و برابر با هم قرار می‌دهیم:

بررسی شرط (II)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-2}{2\sqrt{5-2x}} & x \leq -2 \\ -x + b & x > -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(-2) = -\frac{1}{3} \\ f'_+(-2) = 2 + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_+(-2) = f'_-(-2) \Rightarrow -\frac{1}{3} = 2 + b \Rightarrow b = -\frac{7}{3}$$

حال مقدار b را در (I) جایگزین می‌کنیم:

$$c - 2\left(-\frac{7}{3}\right) = 5 \Rightarrow c = 5 - \frac{14}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

نتیجه ③

(147) مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

$$-\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{15}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$(u^m)' = mu'u^{m-1} \quad (1)$$

$$\left(\sqrt[n]{u^m}\right)' = \frac{mu'}{n\sqrt[n]{u^{n-m}}} \quad (2)$$

@mrs-math

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u'v) - (v'u)}{v^2} \quad (3)$$

$$\checkmark \left(\sqrt[3]{x^2+2x}\right)' = \frac{2x+2}{3\sqrt[3]{(x^2+2x)^2}} \quad (2)$$

$$\checkmark \left(\frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x}\right)' = \frac{\left(\frac{2x+2}{3\sqrt[3]{(x^2+2x)^2}}\right)(x^2-x) - (2x-1)(\sqrt[3]{x^2+2x})}{(x^2-x)^2} \quad (3)$$

$$\checkmark \left(\left(\frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x}\right)^3\right)' = 3 \underbrace{\left(\frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x}\right)'}_{(3)} \left(\frac{\sqrt[3]{x^2+2x}}{x^2-x}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{-15}{4} \quad (4) \text{ نتيجه}$$

(۱۴۸) خاصه نقطه ماکسیم نسبت تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز

نصیب اول کدام است؟ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) $2(3)$ (۴) $2\sqrt{2}$

حل: لازم است که ریشه های معادله f' را بدست آوریم:

$$f'(x) = 1 + \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}, \quad f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = 0 \Rightarrow \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1$$

$$4-2x = -2\sqrt{4x-x^2} \Rightarrow (2-x)^2 = (-\sqrt{4x-x^2})^2$$

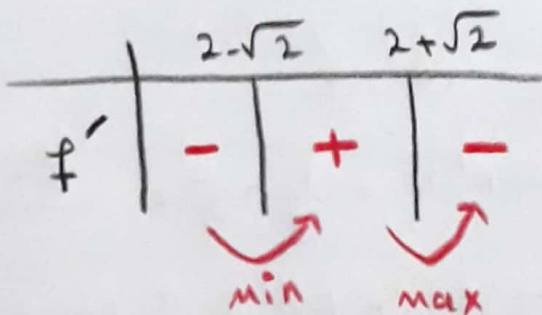
$$4-4x+x^2 = |4x-x^2| \Rightarrow$$

@mrs_math

خوب دانی f برابر با $[4, 0]$ می باشد پس عبارت داخل رادیکال مثبت بوده و خود عبارت از قدر خارج می شود.

$$4-4x+x^2 = 4x-x^2 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0, \quad \Delta = 2\sqrt{2}, \quad \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{2} \\ x_2 = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$



$$x_{\text{ماکسیم نسبت}} = 2 + \sqrt{2}$$

برای بدست آوردن (ماکسیم نسبت y) لازم است که (ماکسیم نسبت x) را در $f(x)$ جای گذاری کنیم:

$$x = 2 + \sqrt{2} \rightarrow f = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{4(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2} = 2 + 2\sqrt{2}$$

فاصله نقطه از خط: خط $ax + by + c = 0$ و نقطه $A(x_0, y_0)$ را در نظر بگیرید:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

@mrs-math

نقطه: $2 + \sqrt{2}$ و $2 + 2\sqrt{2}$
خط: $y - x = 0$



$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ x_0 = 2 + \sqrt{2} \\ y_0 = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|(-1)(2 + \sqrt{2}) + (1)(2 + 2\sqrt{2})|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \quad \text{گزینه ۱}$$

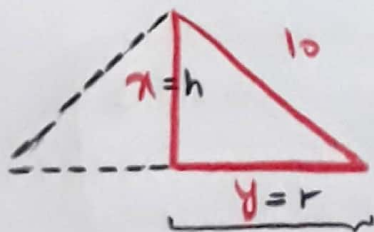
۱۴۹) از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه وتر ۱۰ واحد دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم بیشترین باشد؟

$$\frac{\sqrt{2}}{1} (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} (2)$$

$$\frac{2}{1} (1)$$



$$x^2 + y^2 = 100$$

کار (I)

حل:

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi y^2 x \quad \xrightarrow{y^2 = 100 - x^2}$$

$$\text{حجم مفروض} = \frac{1}{3} \pi (100 - x^2) x = \frac{\pi}{3} (100x - x^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} (100 - 3x^2) \quad \xrightarrow{V'=0} \quad \frac{\pi}{3} (100 - 3x^2) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{100}{3}$$

جایگزینی مقدار x^2 در کار (I) $\Rightarrow \frac{100}{3} + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = \frac{200}{3}$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{\frac{200}{3}}}{\sqrt{\frac{100}{3}}} = \sqrt{\frac{\frac{200}{3}}{\frac{100}{3}}} = \sqrt{\frac{200}{100}} = \sqrt{2}$$

گزینه ④

۱۵۰) به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۸۴ (۱) ۸۷ (۲) ۹۱ (۳) ۹۵ (۴)

حل: در موردی که هیچ‌کدام از آنها در مهمانی شرکت نکنند، ۵ نفر از ۷ نفر باقی مانده انتخاب می‌شود

@mrs-math

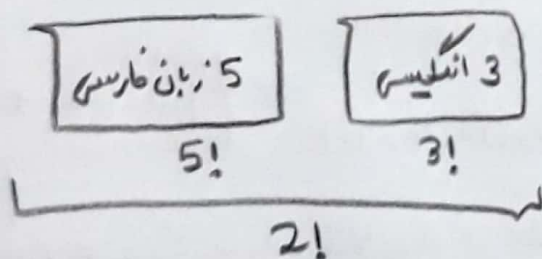
و در موردی که یکی از آنها در مهمانی شرکت کند، یکی از آن دو نفر و ۴ نفر از ۷ نفر باقی مانده انتخاب می‌شود:

$$\binom{7}{5} + \binom{2}{1} \binom{7}{4} = 91$$

گزینه ③

۱۵۱) پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه چیده می‌شوند. با کدام احتمال کتاب‌های هم‌زبان کنار هم قرار می‌گیرند؟

$\frac{1}{14}$ (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{1}{28}$ (۳) $\frac{1}{56}$ (۴)



$$\Rightarrow \frac{5! \times 3! \times 2!}{8!} = \frac{1}{28}$$

گزینه ③

۱۵۲) ضرب تفسیرات داده شده آماری به صورت جدول زیر کدام است؟

۱۴ ۱۴ ۱۴ ۱۴ ۱۴ ۱۱ ۱۱ ۱۱ ۱۱ ۱۰ ۱۰ ۱۰ ۱۰ ۱۰ (داده)

۱/۱۲ (۱) ۱/۱۵ (۲) ۱/۱۷ (۳) ۱/۱۸ (۴)

حل:

$$\text{میانه} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}} = \frac{192}{16} = 12$$

$$(\text{انحراف معیار})^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{16} = \frac{52}{16}$$

@mrs-math

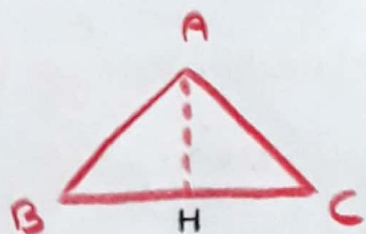
$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\frac{52}{16}} = \frac{2\sqrt{13}}{4} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{نرخ} \textcircled{2} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانه}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{12} = \frac{\sqrt{13}}{24} = 0.15$$

153) مثلثی با رأس‌های $A(5, 1)$ و $B(3, 7)$ و $C(2, -2)$ فرض است.

اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC کدام است؟

1) 4 2) $3\sqrt{2}$ 3) 5 4) $4\sqrt{2}$



حل: می‌توانیم معادله خط BC را بنویسیم:

$$\begin{cases} B=(7, 3) \\ C=(2, -2) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 3}{2 - 7} = \frac{-5}{-5} = 1$$

$$\text{معادله خط: } y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ B=(7, 3) = (x_0, y_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = x - 4}$$

حال لازم است که فاصله نقطه A از خط $(y = x - 4)$ را بدست آوریم:

$$A(x_0, y_0) = (1, 5)$$

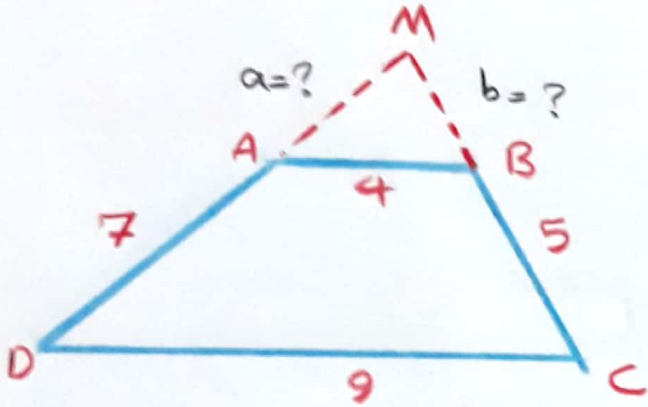
$$ax_0 + by_0 + c = 0 \rightarrow -x + y + 4 = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|(-1)(1) + (1)(5) + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

گزینہ (4)

154) اندازہ اضلاع متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شود - محیط مستطیل MAB کچھ ہے؟



(1) 13,2 (2) 13,6

(3) 14,4 (4) 14,8

@mrs-math

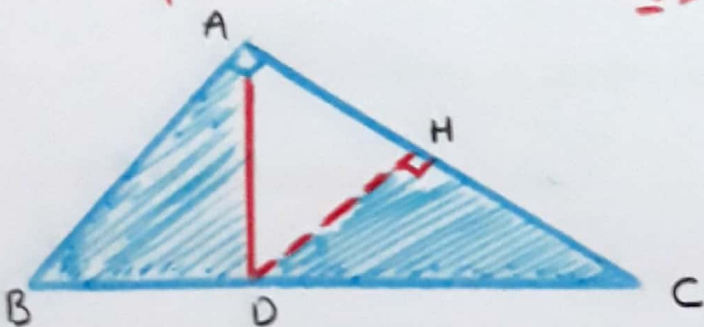
قضیہ یا تالس؟

$$\frac{a}{a+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow a = 5,6$$

$$\frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow b = 4$$

گزینہ (2) : محیط مستطیل : $MA + MB + AB = 5,6 + 4 + 4 = 13,6$

155) دو مثلث قائم الزائریہ ABC طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ ہے۔ نسبت مساحت ہاں دو مثلث قائم الزائریہ HCD و ABD کچھ ہے؟



(1) $\frac{3}{7}$ (2) $\frac{4}{7}$

(3) $\frac{16}{21}$ (4) $\frac{8}{9}$

حل:

در صورت سوال تأکید شده که ABC قائم الزامی است - پس داریم:

$$(AC)^2 + (AB)^2 = (BC)^2 \Rightarrow (2)^2 + (\sqrt{3})^2 = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$\frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AD \times BC \Rightarrow \sqrt{3} \times 2 = AD \times \sqrt{7} \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$AD^2 = AH \times AC \Rightarrow \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 = AH \times 2$$

$$2AH = \frac{4 \times 3}{7} \Rightarrow AH = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

$$AC = AH + HC \Rightarrow 2 = \frac{6}{7} + HC \Rightarrow HC = \frac{8}{7}$$

$$\frac{S_{\Delta HDC}}{S_{\Delta ABD}} = \frac{(HC)^2}{(AD)^2} = \frac{\left(\frac{8}{7}\right)^2}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2} = \frac{16}{21} \text{ (نفرین 3)}$$

@mrs_math

ریاضی ساده و خوشمزه ☺

☺ موفق باشید ☺